

A Problem in the Theory of Surfaces

Un Problème de la Théorie des Surfaces

ABDELMAJID BEN HADJ SALEM*, DIPL.-ING.
ANCIEN INGÉNIEUR GÉOGRAPHE GÉNÉRAL DE L'OTC

ABSTRACT. In this note, we present a problem from the theory of surfaces. The equations for the surface (Σ) were inspired by the monograph cited in the references, published by the eminent Japanese mathematicians Katsumi Nomizu and Takeshi Sasaki.

RÉSUMÉ: Dans cette note, on présente un problème de la théorie des surfaces. Les équations de la surface (Σ) ont été inspirées du monographie cité en références, publié par les éminents mathématiciens japonais Katsumi Nomizu et Takeshi Sasaki.

Mots clés: Première forme fondamentale, seconde forme fondamentale, courbure moyenne, courbure totale, lignes géodésiques.

*A mon épouse, à ma fille, à mon fils et à ma petite fille Rayhane,
A mon voisin et ami Moez Ajnegui
A la mémoire du Prof. Katsumi Nomizu (1924-2008)
Au Prof. Takeshi Sasaki*

1. PROBLÈME

On définit une surface (Σ) par les équations:

$$M(u, v) \begin{cases} X = p(u). \cos v \\ Y = p(u). \sin v \\ Z = q(u) = \int_0^u \sqrt{1 - e^{-2ct}} dt \end{cases}$$

avec $p(u) = \frac{e^{-cu}}{c}$, c une constante positive, $u > 0$.

1. Calculer les composantes des vecteurs OM'_u et OM'_v .
2. Calculer les coefficients E, F, G de la première forme fondamentale de la surface (Σ) .

Date of publication July 11, 2026; ;
OTC: Office de la Topographie et du Cadastre de Tunisie.

3. En déduire l'expression de ds^2 .
4. Les coordonnées (u, v) sont-elles orthogonales? symétriques?
5. Peut-on transformer les coordonnées en coordonnées symétriques?
6. Calculer un vecteur unitaire normal $\mathbf{n}$ de (Σ) .
7. Calculer les vecteurs :

$$OM''_{uu}, \quad OM''_{uv}, \quad OM''_{vv}$$

On pose:

$$L = \mathbf{n} \cdot OM''_{uu}, \quad M = \mathbf{n} \cdot OM''_{uv}, \quad N = \mathbf{n} \cdot OM''_{vv}$$

8. Calculer les coefficients L, M et N .
9. En utilisant le cours, déterminer l'expression des courbures moyenne et totale.
10. Calculer les lignes géodésiques de (Σ) .

Nota au lecteur: Le corrigé de ce problème sera publié prochainement.

RÉFÉRENCES

- [1] **A. Ben Hadj Salem.** 2017. *Eléments de Géodésie et de la Théorie des Moindres Carrés - Pour les Elèves-Ingénieurs Géomaticiens*. Noor Publishing. 1^{ère} Edition, ISBN : 978 – 3 – 330 – 96843 – 1. 364p.
- [2] **K. Nomizu & T. Sasaki.** 1994. *Affine Differential Geometry*. Cambridge University Press 1994. Note : surfaces de Blaschke localement symétriques, pp 218-221.

A. BEN HADJ SALEM
 RÉSIDENCE BOUSTEN 8, AV. MOSQUÉE RAOUDHA,
 1181 SOUKRA RAOUDHA, SOUKRA, TUNISIA.
 Email address: abenhadjsale@gmail.com