



below

HEISENBERG CAUSES GRAVITY AND TIME DILATION

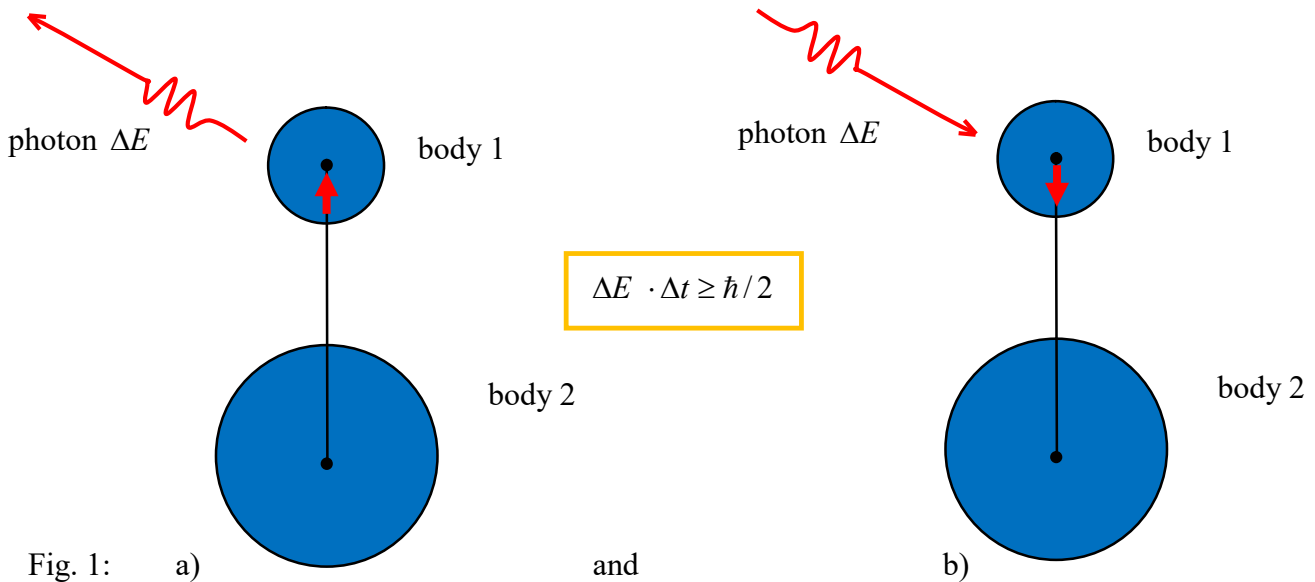
Leonardo Rubino
May 2026

Abstract: Heisenberg causes gravity and time dilation.

We preliminarily remind the Heisenberg Uncertainty Principle:

$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar/2$ $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$

Now, by using the energy to time version of the Heisenberg Uncertainty Principle, that is $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$, we consider two bodies, like in Fig. 1:



at a certain point, body 1 loses a photon, so it loses a delta energy ΔE , but so doing, the time measured on body 1 must be affected by a corresponding uncertainty Δt , in agreement with the Heisenberg Uncertainty Principle itself. Moreover, we know that the gravitational pull slows down time, so that objects getting farther from a gravitational field have their time accelerated; in other words, this means that the loss of ΔE caused a gain Δt which is, in agreement with what has been said so far, the other side of the coin of a getting farther of body 1, with respect to body 2, just like a decrease of the gravitational pull.

Conversely, for a body 1 which receives (and absorbs=gains) a photon ΔE , a loss (a decrease) of time Δt must correspond, and it is, once again, the other side of the coin of the approaching of body 1 to body 2 and, as a consequence, with an increase of the gravitational effect (which causes, as we know, a slowdown of time).

(In order to have a numerical relation which is a measure of the jump Δt caused by ΔE , please see the (2) below).

Moreover, we acknowledge that the Heisenberg Uncertainty Principle rules the appearing (pre annihilation) of a pair particle (+) / antiparticle (-), like positron/electron and it follows that when the two particles appear, then they part (in a time Δt) with velocity c of light and up to reaching the mutual distance $\Delta x=r=c\Delta t$ and we also know from the physics that the force F is: $F=\Delta p/\Delta t$, so:

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar/2 = h/4\pi \approx F\Delta t \cdot r = F \frac{r}{c} \cdot r = F \frac{r^2}{c} \rightarrow$$

$$\rightarrow F = \left(\frac{hc}{4\pi}\right) \frac{1}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

which is exactly the relation between F and $1/r^2$ in the Coulomb's Law (*):

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \propto \frac{1}{r^2} \quad (1)$$

(*): those two constants are not identical, that is: $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \neq \frac{hc}{4\pi}$, but rather:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = (2\alpha) \frac{hc}{4\pi} \cong \left(\frac{2}{137}\right) \frac{hc}{4\pi}, \text{ where } \alpha \text{ is the Fine Structure Constant; all this (the additional}$$

coefficient 2α) stands because the Heisenberg Uncertainty Principle is shaped over an atom and not over a particle/antiparticle pair; in fact, as long as a particle and its own antiparticle, while showing up, also part at a distance r by travelling the distance of $r/2$ each from the centre of mass, then, conversely, in case of an H atom, the proton is so massive, with respect to the electron ($m_p=1836m_e$), that in practice it doesn't move at all and stays in the centre of mass of the system, so travelling for a length of $0r$, while all the distance r is run by the light electron ($1r$), from which we get an average value of $(0r+1r)/2=r/2$ and the 2 is so justified.

At last, in order to justify the 137, we just notice that, still due to the difference in mass between the proton and the electron, the parting velocity is no longer c , but rather that (the only one, as the proton is not moving and stays in the centre of mass) had by the electron around the proton in an H atom, that is (obviously) $c/137$.

And in order to go from the electric force to the gravitational one, one could use the fact that a composition of attractive and repulsive forces can produce a macroscopic attractive force, which is gravity, just like the wavelets of the higher harmonics of a Fourier expansion, which have positive half-waves, as well as negative ones, and can produce a macro(half-)wave which can be just positive or just negative (see Fig. 2). According to Fourier, even a music from an orchestra can be developed in series of single and simple waves ("cos" and "sin"):

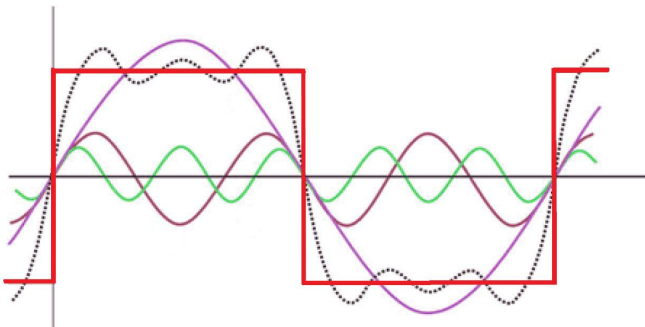


Fig. 2.

A simple sound s is: $s = a_k \cos kx = a_k \cos k2\pi ft$ or $s = b_k \sin kx = b_k \sin k2\pi ft$, if you like.

" f " is the frequency. General Fourier series:

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos kx + b_k \sin kx], \text{ where } a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \cos kx \cdot dx \text{ and}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \sin kx \cdot dx \text{ and for a square wave (as per the example in the above figure):}$$

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin[(2k+1)x]}{(2k+1)} \quad \text{and } f(x) \text{ is the generic music from an orchestra.}$$

Moreover, the possibility to extend the reasoning, on Coulomb, also to Newton is also given by the following considerations: by examining such a universe:

$$\begin{aligned} M_{Univ} &= 1,59486 \cdot 10^{55} \text{ kg} \\ R_{Univ} &= 1,17908 \cdot 10^{28} \text{ m} \\ T_{Univ} &= \frac{2\pi R_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} \text{ s} \end{aligned}$$

(In such a universe we have that the mass is more than that visible, as well as stated nowadays, and the density is the observed one: $\rho = M_{Univ} / (\frac{4}{3}\pi \cdot R_{Univ}^3) = 2,32273 \cdot 10^{-30} \text{ kg} / \text{m}^3$)

it follows that the composition of all the small electric interactions in the universe builds up the universe itself; in fact, as chance would have it:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e} = G \frac{m_e M_{Univ}}{R_{Univ}} \quad \text{(UNIFICATION GRAVITATION - ELECTROMAGNETISM)}$$

($r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ is the classical radius of the electron). Moreover, still by chance:

$$m_e c^2 = G \frac{m_e M_{Univ}}{R_{Univ}}, \quad G \frac{M_{Univ}}{R_{Univ}^2} = a_{Univ} = G \frac{m_e}{r_e^2} = g_{EL} = 7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2, \quad h = \frac{2m_e c^2}{T_{Univ}} \text{ (just numerically)}$$

$$R_{Univ} = \sqrt{N} r_e \quad \text{(being } N = M_{Univ} / m_e = 1,74 \cdot 10^{85}\text{)}, \quad T_{Univ} \frac{Gm_e^2}{hr_e} = \frac{1}{137} = \alpha,$$

$T_{CMBR} = (\frac{h}{2m_e \sigma} \frac{M_{Univ}}{4\pi R_{Univ}^2})^{1/4} \cong 2,7 \text{ K}$ (where $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}^4$ is the Stefan-Boltzmann's Constant).

$$\text{Moreover: } T_{CMBR} = (\frac{3c^3}{80\pi\sigma} \frac{M_{Univ}}{R_{Univ}^3})^{1/4} = (\frac{72Gc^{11}h^3\epsilon_0^4 m_e^6}{\pi^2 e^8 k^4})^{1/4} = 2,72846(02218319896) \text{ K} \cong 2,72846 \text{ K}$$

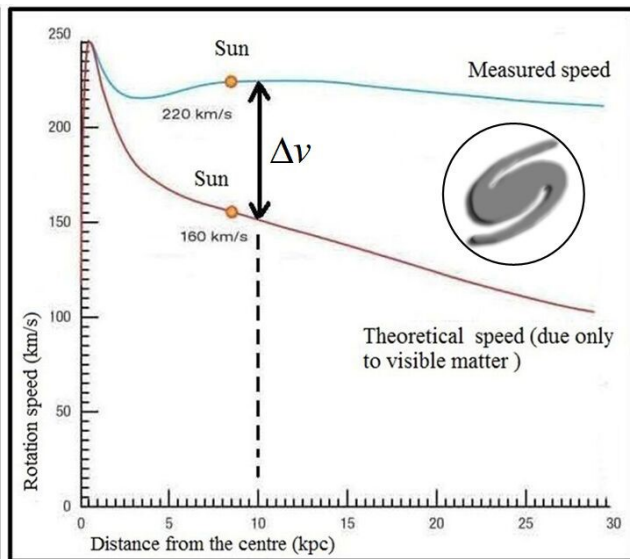


Fig. 3: Rotation curve of the Milky Way.

In our galaxy (the Milky Way) the Sun is at a distance of 8,5kpc from the centre and should have a rotation velocity of 160 km/s, if it was due just to the baryonic matter, that is that coming from all the stars and all the visible matter. But we know that the velocity of the Sun is 220 km/s. So there is a discrepancy Δv of 60 km/s: ($\Delta v=220-160=60$ km/s).

(1kpc=1000pc ; 1pc=1 Parsec=3,26 l.y.= $3,08 \cdot 10^{16} m$; 1 light year l.y.= $9,46 \cdot 10^{15} m$)

($R_{Gal-Sun} = 8,5kpc = 27,71 \cdot 10^3 \text{ l.y.} = 2,62 \cdot 10^{20} m$ is the distance from the Sun of the centre of the Milky Way). If the Sun was at a distance R_{GAL} of 30 kpc, it would have had the same velocity of 220 km/s, but the discrepancy Δv would have been larger. In general, we know from the rotation

curves that: $\Delta v = k \sqrt{R_{Gal-Sun}}$, where k =constant; now, by chance: \rightarrow

$$k = \sqrt{2G \frac{m_e}{r_e^2}} = \sqrt{\frac{2GM_{Univ}}{R_{Univ}^2}}$$

Gravity slows down the time

Gravity slows down the time! On a mountain time elapses faster than down in the valley. Of course, on the Earth, the difference is imperceptible, but on a neutron star or in a black hole, that effect is very strong.

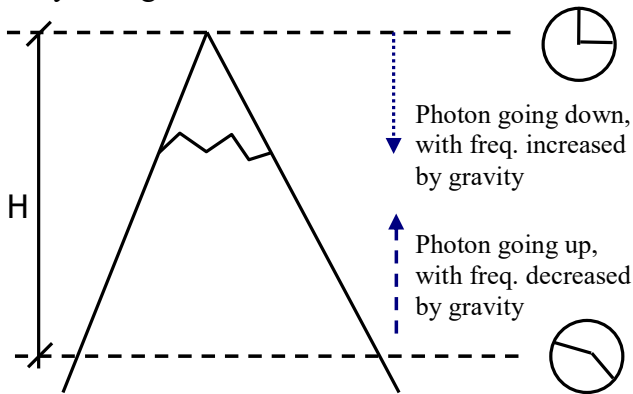


Fig. 4: Mountain, gravity and time.

$\Delta E = m_0 g H$ (delta energy from the level difference); $\Delta E = h \Delta \nu$ (delta energy due to the freq. decrease of the photon). From them: $\Delta \nu = m_0 g H / h$. For a photon, $E = h \nu$, but in relativity: $E = m_0 c^2$, from which, for a photon: $m_0 = h \nu / c^2$ and so, for $\Delta \nu$: $\Delta \nu = \nu g H / c^2$ and as time is the reciprocal of the frequency, we have: $\Delta \nu / \nu = \Delta t / t$:

$$\text{(in fact: } t=1/f \rightarrow \frac{d}{dt} t = 1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{f} \right) = \frac{df}{dt} \frac{d}{df} \left(\frac{1}{f} \right) = \frac{df}{dt} \left(-\frac{1}{f^2} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 = \left| \frac{df}{dt} \left(\frac{1}{f^2} \right) \right| \rightarrow \frac{df}{f} = dt \cdot f = dt \frac{1}{t} \rightarrow \frac{df}{f} = \frac{dt}{t} \rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t}{t}) \text{ and so:}$$

$$\Delta t = \frac{gH}{c^2} t \quad (2)$$

Therefore, over a time t, we have a slowdown Δt due to gravity! We know that the escape velocity of a celestial body whose mass is M and radius R is: $V_f = \sqrt{2GM/R}$, where the escape velocity V_f is $\sqrt{2}$ times the orbital velocity $V_{orbit.}$, with same mass and radius ($V_f = \sqrt{2} V_{orbit.}$); in fact, as we all know, the centrifugal force a_c is: $a_c = \frac{V_{orbit.}^2}{R}$, with a corresponding force (over a mass m) which is:

$F_c = ma_c = m \frac{V_{orbit.}^2}{R}$ and such a force must match the gravitational one, generated by a central mass

$$M: m \frac{V_{orbit.}^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}, \text{ so: } V_{orbit.} = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_f.$$

If on that body an object is cast vertically with the escape velocity, it will quit the gravitational field of that celestial body and will go towards the infinite, without falling down anymore.

A black hole is a body so compressed (big M and small R) that the escape velocity on its surface reaches the speed of light and so not even the light can escape, from which the name of black hole; moreover, for what above said, we can say that in a black hole time is approximately stopped!

Now, jumping back to the time slowing, for the (2): $\Delta t = \frac{gH}{c^2} t$, which can be seen as: $dt = \frac{gdr}{c^2} t$

and considering that $|g| = \frac{GM}{r^2}$, it follows that: $dt = t \frac{GM}{c^2 r^2} dr$, that is:

$$\frac{dt}{t} = \frac{GM}{c^2} \frac{dr}{r^2} \rightarrow \int \frac{dt}{t} = \frac{GM}{c^2} \int \frac{dr}{r^2} \rightarrow \ln t = -\frac{GM}{c^2 r} + k \rightarrow t = k \cdot e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \rightarrow \text{and as:}$$

$(r = \infty \gg t = t_0) \rightarrow \text{then:}$

$$t = t_0 e^{-\frac{GM}{c^2 r}}. \quad (3)$$

Then, if $\frac{GM}{c^2 r}$ is very small ($V \ll c$) and as: $(e^{-x} \approx 1 - x) \rightarrow t = t_0 (1 - \frac{GM}{c^2 r}) \rightarrow$

and, moreover, being that: $(\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x)$, then: $\rightarrow t = t_0 \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} = t_0 \sqrt{1 - \frac{V_f^2}{c^2}}$.

At last, we also have to consider that the gravitational field is also seen as an approaching motion, but the correspondence between gravitational effect and motion effect can be found in the following reasoning, where the time dilation due to the motion, into the Twin Paradox, is explained by the gravity, indeed: Fig. 5 shows the typical return flight of the twin paradox, from the Earth up to a target star and back.

We know that the relation between the travelling twin (spacecraft) time and the steady twin one is:

$$t_{spacecraft} = t_{s-c} = t_{Earth} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (4)$$

The halving speed, as an example, is $V_d = 260.000.000 \text{ m/s}$; with such a speed, when for the twin on Earth 20 years elapse, then the travelling twin counts just 10:

$$t_{s-c} = t_{Earth} \sqrt{1 - \frac{V_d^2}{c^2}} = 20 \sqrt{1 - \frac{260.000.000^2}{299.792.458^2}} \cong 20 \cdot \frac{1}{2} = 10 \text{ years}. \quad (5)$$

After this, we have to reconsider the fact that in the special relativity we do not have any privileged (inertial) reference frames, as to say that if two twins are in relative motion with each other, then, when they meet, no one can claim he is the only one who is really moving (and that conversely the other one is steady), just because the motion is relative. It follows that both of them can claim to be the younger twin, so leading to a paradox.

What follows from all that is that the comparison between the ages of those two twins makes sense only if:

A-they are twins, indeed, so at least once in their lives they met and did it in the same place in space (that's obvious, as they are supposed to be twins) and then one of them, by accelerating, started his trip;

B-the travelling twin, in order to allow any age comparison at the end of the trip, must decide to go back to the steady twin and compare the ages indeed, and so doing he will decelerate, turn around and reaccelerate.

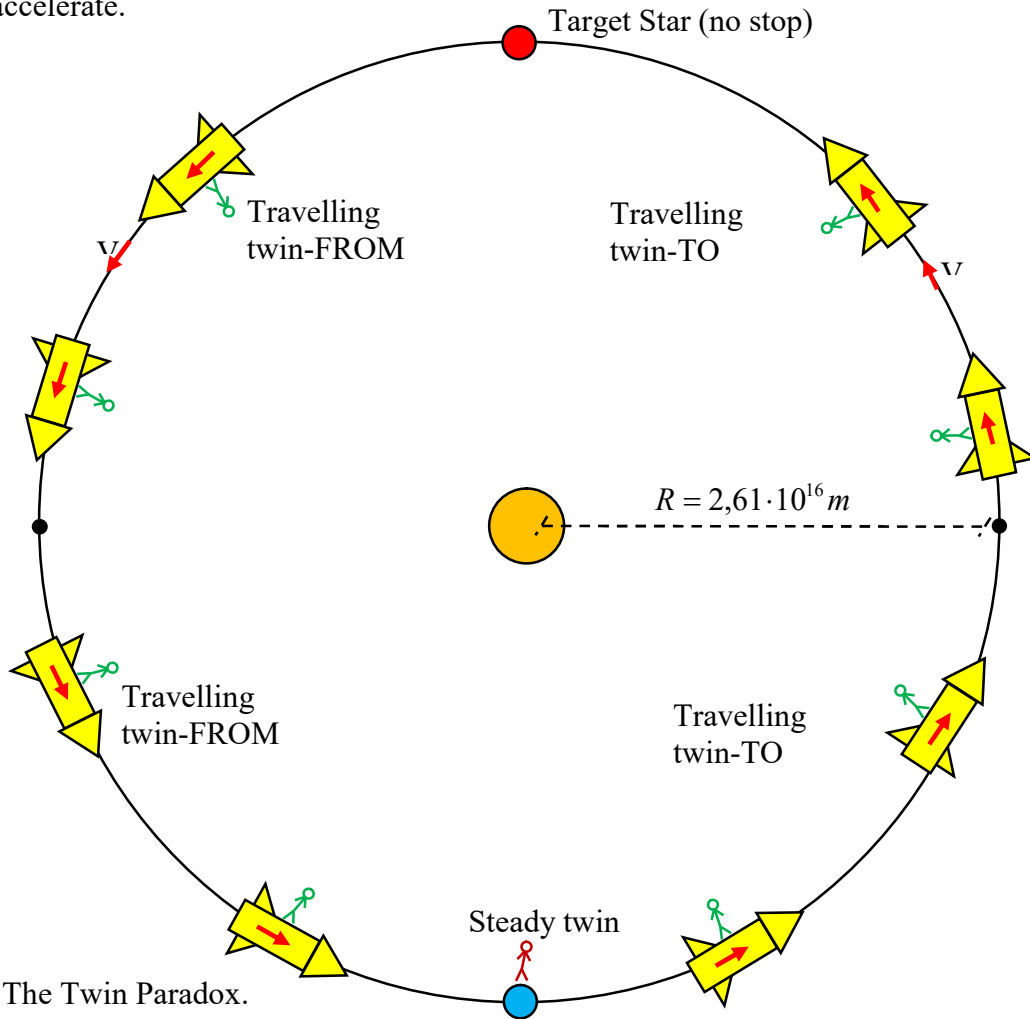


Fig. 5: The Twin Paradox.

Of course in the situation of Fig. 5 **we do not have a perfectly symmetric system**, as a system is inertial (that of the steady twin), but the other isn't, that is that of the travelling twin, who is undergoing accelerations. Therefore, **the younger twin must be only the one who accelerated**. At last, we remind the equivalence between an acceleration and a gravitational field, as we were taught by Einstein, so that an acceleration can cancel a gravitational field, as well as it happens into the Einstein's Elevator which, being it free falling, makes those who are inside not to feel their own weight pushing over the floor of the elevator itself.

Out of simplicity, in Fig. 5, we have chosen a perfectly round path, so that we do not have any combination of accelerations and decelerations (to and fro), but rather a simple and constant centrifugal acceleration; in practice, it doesn't make any difference, except for having easier calculations.

As, in the current example, the twins part after acknowledging that the travelling twin will be away (for the Earth system) for a time $t_{Earth}=20$ years at the speed $V_d=260.000.000m/s$ and the path in the agreement is that of the circumference $2\pi R$ (towards the target star and back), then we have that:

$$2\pi R = V_d \cdot t_{Earth} \rightarrow R = \frac{V_d \cdot t_{Earth}}{2\pi} = \frac{(2,6 \cdot 10^8) \cdot (20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)}{2\pi} = 2,61 \cdot 10^{16} m .$$

Now, under a gravitational point of view (that is of the accelerations), orbiting at a velocity $V_d=260.000.000\text{m/s}$ with a radius of curvature $R=2,61\cdot 10^{16}\text{m}$ means to orbit around a mass M such that, obviously: $V_d = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, so: $M = \frac{V_d^2 R}{G} = 2,64 \cdot 10^{43}\text{kg} \cong 1,32 \cdot 10^{13} M_{Sun}$.

Now, in considering what the General Relativity tells us, so considering accelerations and decelerations (that can have, as we said, a gravitational correspondence), we use the (3), according

to which: $t = t_0 e^{\frac{-GM}{c^2 r}}$, so:

$$t_{s-c} = t_{Earth} e^{\frac{-GM}{c^2 R}} = t_{Earth} e^{\frac{-V_d^2}{c^2}} = \boxed{20\text{years}} \cdot e^{-0,75} \cong 20 \cdot 0,4724 \cong 9,448\text{years} \approx \boxed{10\text{years}}$$

so, the travelling twin is actually younger, as expected, about half the 20years of the steady twin, so he is younger about 10years, indeed, **also after using the (gravitational) reasoning with the accelerations!**

Or, if we do not want to have a “travelling” twin who orbits and then moves, so pushing someone to claim that then we would have to consider not only the gravitational time dilation, but also that given by the motion, then we can also imagine the spacecraft which floats steadily for 20 years at a distance R by the central body and, of course, with engines on, so that they, by pushing outwards, make the spacecraft not to fall back towards M and, in the end, keep a distance R ; and so, after the 20 years claimed from the Earth, on the spacecraft just 10 will be elapsed, due to the gravitational acceleration (or to the gravitational field, if you like more).

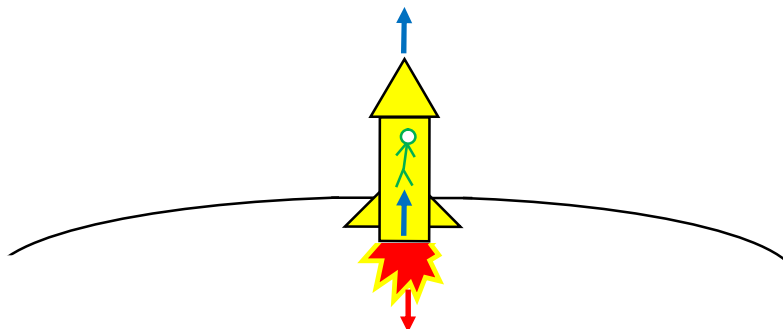


Fig. 6: Spacecraft steady for 20 (terrestrial) years (and so with engines on).

-At last, we notice that the Heisenberg Uncertainty Principle can make sense also if the Planck constant is considered as a power [W] and not necessarily as an angular momentum [Js]:

$$\begin{aligned} \Delta p \cdot \Delta x &\geq \hbar / 2 \\ \Delta E \cdot \Delta t &\geq \hbar / 2 \end{aligned}$$

HEISENBERG

$$\begin{aligned} \Delta p \cdot \Delta a &\geq \hbar_w / 2 \\ \Delta E \cdot \Delta f &\geq \hbar_w / 2 \end{aligned}$$

WATT

(\hbar_w has the same value of \hbar , but in watt)

Let's see why all this makes sense.

Let's start from the Heisenberg Uncertainty Principle (taken with the equal sign, out of simplicity):

$$\Delta p \cdot \Delta x = \hbar / 2 \quad (\hbar / 2 = h / 4\pi = 0,527 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s})$$

($m_e c \cdot r_e = \hbar \cdot \alpha$, where $\alpha = 1/137,0359 \cong 1/137$ is the Fine Structure Constant and r_e is the classical radius of the electron: $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} m$).

About the units: $[kg \cdot m/s][m] = [J \cdot s]$.

We know that $[J \cdot s]$ is an angular momentum. If now we replace it by a power $[W]$, we will see that the Uncertainty Principle is still standing, but what about the other quantities?

If we hold $\Delta p = m_e c$, then: $[kg \cdot m/s][?] = [W]$ and we can say that $[?]$ must be an acceleration; in fact: $[kg \cdot m/s][m/s^2] = [W]$.

We see that the following formula holds:

$\Delta p \cdot \Delta a = \hbar_w / 2 = 0,527 \cdot 10^{-34} W$ (\hbar_w has the same value of \hbar , but in watt) if:

$$\Delta a = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{Gm_e}{r_e^2}, \text{ which is exactly an acceleration related to the electron, and showing up the G!!!}$$

If now we want to take the energy-time uncertainty, according to Heisenberg we know that:

$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar / 2$ ($[J][s] = [J \cdot s]$), but once again, if we replace $[Js]$ with $[W]$, we have:

$[J][?] = [W]$ and $[?]$ must be $[Hz]$, a frequency: $[J][Hz] = [W]$.

Once again, if we hold $\Delta E = m_e c^2$, then:

$\Delta E \cdot \Delta f = m_e c^2 \cdot \Delta f = \hbar_w / 2 = 0,527 \cdot 10^{-34} W$, but, once again, we immediately realize that

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi\alpha\hbar} \frac{Gm_e^2}{r_e} \text{ and this quantity is a frequency strictly related to an electron.}$$



HEISENBERG COME CAUSA DELLA GRAVITÀ E DELLA DILATAZIONE DEL TEMPO

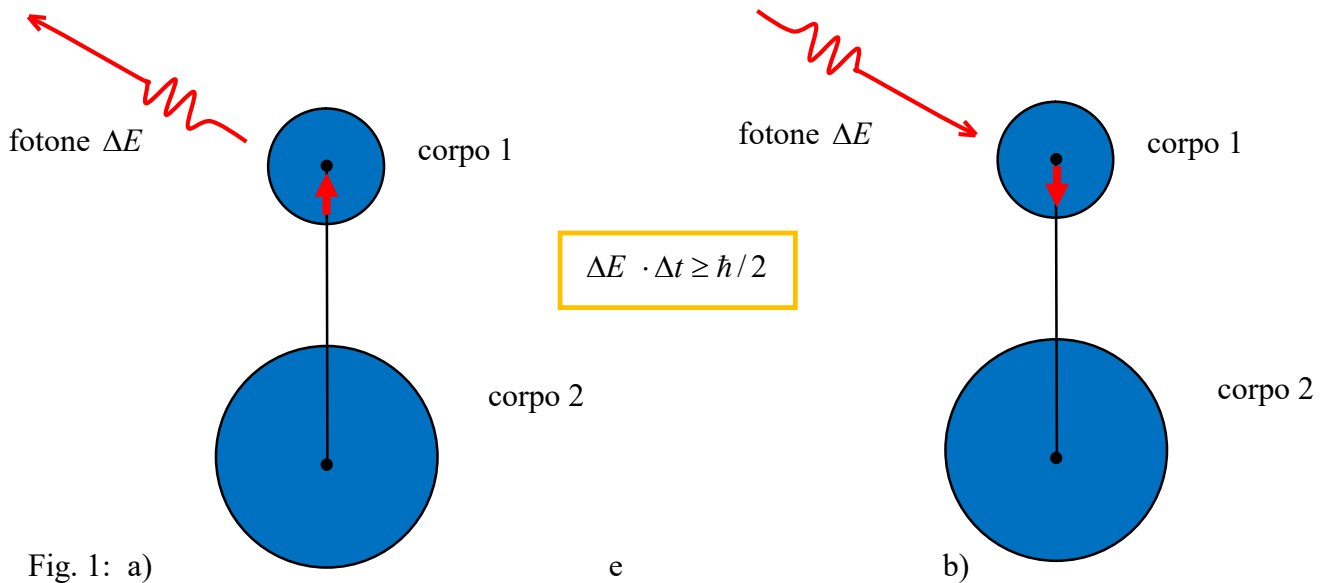
Leonardo Rubino
Maggio 2026

Abstract: Heisenberg come causa della gravità e della dilatazione del tempo.

Ricordiamo preliminarmente il Principio di Indeterminazione di Heisenberg:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar/2$$
$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

Adesso, utilizzando la versione energia-tempo del Principio di Heisenberg, ossia la $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$, consideriamo due corpi, come in Fig. 1:



ad un certo punto il corpo 1 perde un fotone, dunque perde un delta di energia ΔE , ma così facendo il tempo misurabile sul corpo 1 deve subire una indeterminazione Δt corrispondente, in conformità col Principio di Heisenberg stesso. Sappiamo inoltre che la forza di gravità rallenta il tempo, tanto che, per oggetti che si allontanano da un campo gravitazionale, il tempo inizia a scorrere più velocemente; in altre parole, ciò significa che la perdita ΔE ha causato un guadagno Δt che è, per quanto detto, l'altra faccia della medaglia di un allontanamento del corpo 1 dal corpo 2, a mo' di diminuzione dell'attrazione gravitazionale.

Diversamente, per un corpo 1 che riceve (ed assorbe=guadagna) un fotone ΔE , deve corrispondere una perdita (diminuzione) di tempo Δt che è, anche questa volta, l'altra faccia della medaglia di un avvicinamento del corpo 1 al corpo 2, con conseguente aumento di un effetto gravitazionale (che causa, come noto, un rallentamento del tempo).

(Per avere una relazione analitica che quantifichi il salto Δt causato dal ΔE , si veda la (2) qui sotto).

Osserviamo poi che il Principio di Heisenberg presuppone forze con dipendenza dall'inverso del quadrato della distanza; infatti, considerando che esso sicuramente regola la comparsa (pre

annichilazione) di una coppia particella (+) / antiparticella (-), tipo positrone/elettrone, segue che quando le due particelle compaiono, si separano (in un tempo Δt) alla velocità della luce c e fino a raggiungere la distanza reciproca $\Delta x = r = c\Delta t$ e sappiamo altresì che, in fisica, la forza F vale: $F = \Delta p / \Delta t$, da cui:

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar / 2 = h / 4\pi \approx F \Delta t \cdot r = F \frac{r}{c} \cdot r = F \frac{r^2}{c} \rightarrow$$

$$\rightarrow F = \left(\frac{hc}{4\pi} \right) \frac{1}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

ossia proprio la stessa dipendenza di F da $1/r^2$, caratteristica della Legge di Coulomb (*):

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \propto \frac{1}{r^2} \quad (1)$$

(*): le due costanti non coincidono, ossia: $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \neq \frac{hc}{4\pi}$, ma bensì: $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = (2\alpha) \frac{hc}{4\pi} \cong \left(\frac{2}{137}\right) \frac{hc}{4\pi}$,

dove α è la Costante di Struttura Fine; ciò (ossia il coefficiente aggiuntivo 2α) è causato dal fatto che il Principio di Indeterminazione di Heisenberg è calibrato sull'atomo e non su una coppia particella/antiparticella; infatti, mentre la particella e l'antiparticella, nel comparire, si separano alla distanza r percorrendo ciascuna la distanza $r/2$ dal centro di massa, nel caso di un atomo (di idrogeno H), il protone è così massivo rispetto all'elettrone ($m_p = 1836m_e$) che sta praticamente fermo nel centro di massa, percorrendo così la distanza di $0r$, mentre tutta la distanza r è percorsa dal leggero elettrone ($1r$), da cui la media $(0r + 1r)/2 = r/2$ ed il 2 è così giustificato.

Per giustificare invece il 137, basta osservare che, sempre data la differenza di massa tra protone ed elettrone, succede che la velocità di separazione non è c , ma bensì quella (unica, poichè il protone sta fermo nel centro di massa) che ha l'elettrone intorno al protone nell'atomo H, ossia notoriamente $c/137$.

E per passare poi dalla forza elettrica a quella gravitazionale, ci si può appellare al fatto che una composizione di forze elettriche attrattive e repulsive può dare una macroscopica forza attrattiva che è la gravità, un po' come le ondicelle delle armoniche superiori di un sviluppo di Fourier, che hanno semionde sia positive che negative, possono realizzare una macro semionda solo positiva o solo negativa (vedere Fig. 2). Secondo Fourier, persino la musica di un'orchestra può essere sviluppata in serie di semplici e singole onde ("cos" e "sin"):

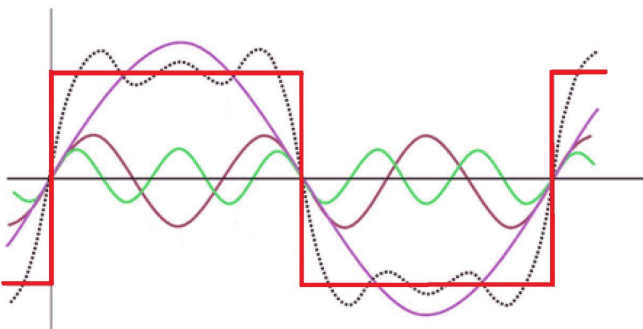


Fig. 2.

Un suono semplice s è: $s = a_k \cos kx = a_k \cos k2\pi ft$ o $s = b_k \sin kx = b_k \sin k2\pi ft$, se vi va. "f" è la frequenza. Serie di Fourier generale:

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos kx + b_k \sin kx] , \text{ dove } a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \cos kx \cdot dx \text{ e } b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \sin kx \cdot dx$$

e per un'onda quadra (come dall'esempio nella figura qui sopra): $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin[(2k+1)x]}{(2k+1)}$ ed

$f(x)$ è la generica musica dell'orchestra.

Inoltre, il fatto che da Coulomb si possa estendere il ragionamento a Newton è dato anche dalle seguenti considerazioni:

prendendo in esame un simile universo:

$$M_{Univ} = 1,59486 \cdot 10^{55} \text{ kg}$$

$$R_{Univ} = 1,17908 \cdot 10^{28} \text{ m}$$

$$T_{Univ} = \frac{2\pi R_{Univ}}{c} = 2,47118 \cdot 10^{20} \text{ s}$$

la massa è maggiore di quella visibile (come attualmente predicato) e la densità è quella osservata:

$$\rho = M_{Univ} / \left(\frac{4}{3} \pi \cdot R_{Univ}^3 \right) = 2,32273 \cdot 10^{-30} \text{ kg/m}^3$$

segue che la composizione di tutte le piccole interazioni elettriche nell'Universo va a comporre l'Universo stesso; infatti, casualmente:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e} = G \frac{m_e M_{Univ}}{R_{Univ}} \quad (\text{UNIFICAZIONE GRAVITÀ ELETTROMAGNETISMO})$$

($r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ è il raggio classico dell'elettrone). Inoltre, sempre casualmente:

$$m_e c^2 = G \frac{m_e M_{Univ}}{R_{Univ}}, \quad G \frac{M_{Univ}}{R_{Univ}^2} = G \frac{m_e}{r_e^2} = a_{Univ} = 7,62 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2, \quad h = \frac{2m_e c^2}{T_{Univ}} \text{ (solo numericamente)}$$

$$R_{Univ} = \sqrt{N} r_e \text{ (essendo } N = M_{Univ} / m_e = 1,74 \cdot 10^{85} \text{)}, \quad T_{Univ} \frac{G m_e^2}{h r_e} = \frac{1}{137} = \alpha,$$

$T_{CMBR} = \left(\frac{h}{2m_e \sigma} \frac{M_{Univ}}{4\pi R_{Univ}^2} \right)^{1/4} \cong 2,7 \text{ K}$, (dove $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ è la Costante di Stefan-Boltzmann).

$$\text{Inoltre: } T_{CMBR} = \left(\frac{3c^3}{80\pi\sigma} \frac{M_{Univ}}{R_{Univ}^3} \right)^{1/4} = \left(\frac{72Gc^{11}h^3\epsilon_0^4 m_e^6}{\pi^2 e^8 k^4} \right)^{1/4} = 2,72846(02218319896) \text{ K} \cong 2,72846 \text{ K}$$

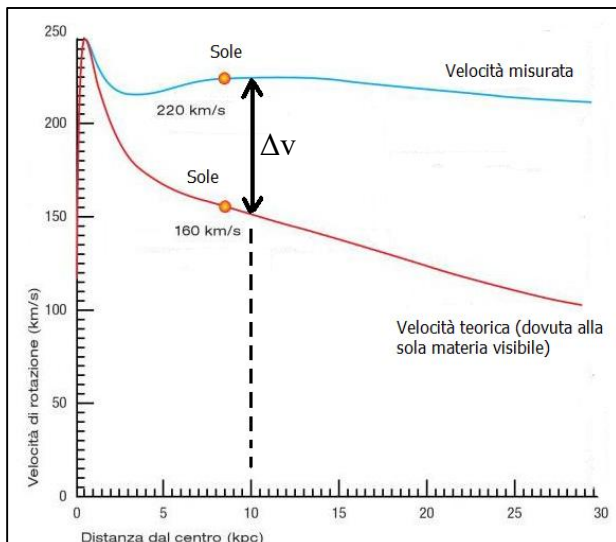


Fig. 3: Curva di rotazione Via Lattea.

Nella nostra galassia (la Via Lattea) il Sole è ad una distanza di 8,5kpc dal centro e dovrebbe avere una velocità di rotazione di 160 km/s, se essa fosse dovuta solo alla materia barionica, cioè quella delle stelle e di tutta la materia visibile. Ma noi invece sappiamo che la velocità del Sole è 220 km/s. Dunque vi è una discrepanza Δv di 60 km/s: ($\Delta v=220-160=60$ km/s). (1kpc=1000pc ; 1pc=1 Parsec=3,26 _a.l.= $3,08 \cdot 10^{16} m$; 1 anno luce a.l.= $9,46 \cdot 10^{15} m$) ($R_{Gal} = 8,5kpc = 27,71 \cdot 10^3$ _a.l.= $= 2,62 \cdot 10^{20} m$ è la distanza del Sole dal centro della ViaLattea). Se il Sole fosse stato ad una distanza R_{GAL} di 30 kpc, avrebbe avuto la stessa velocità di 220 km/s, ma la discrepanza Δv sarebbe stata più grande. In generale, sappiamo dalle curve di rotazione che:

$\Delta v = k \sqrt{R_{Gal}}$, dove k =costante. Ora, ci accorgiamo che, casualmente:

$$k = \sqrt{2G \frac{m_e}{r_e^2}} = \sqrt{\frac{2GM_{Univ}}{R_{Univ}^2}}$$

La gravità rallenta il tempo

La gravità rallenta il tempo! In montagna il tempo scorre più velocemente che a valle. Ovviamente, sulla Terra, la differenza è impercettibile, ma su una stella di neutroni, o in un buco nero, l'effetto è intensissimo.

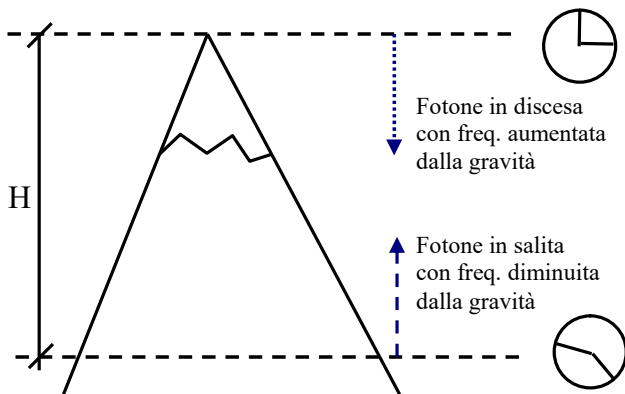


Fig. 4: Montagna, gravità e tempo.

$\Delta E = m_0 g H$ (delta energia del salto di quota); $\Delta E = h \Delta \nu$ (delta energia del calo di frequenza di un fotone). Dalle due: $\Delta \nu = m_0 g H / h$. Per un fotone, $E = h \nu$, ma in relatività si ha che: $E = m_0 c^2$, da cui, per un fotone: $m_0 = h \nu / c^2$ e dunque, per $\Delta \nu$: $\Delta \nu = \nu g H / c^2$ ed essendo il tempo l'inverso

della frequenza, si ha: $\Delta \nu / \nu = \Delta t / t$ (infatti: $t=1/f \rightarrow \frac{d}{dt} t = 1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{f}\right) = \frac{df}{dt} \frac{d}{df} \left(\frac{1}{f}\right) = \frac{df}{dt} \left(-\frac{1}{f^2}\right) \rightarrow$

$\rightarrow 1 = \left| \frac{df}{dt} \left(\frac{1}{f^2}\right) \right| \rightarrow \frac{df}{f} = dt \cdot f = dt \frac{1}{t} \rightarrow \frac{df}{f} = \frac{dt}{t} \rightarrow \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t}{t}$) e dunque:

$$\Delta t = \frac{gH}{c^2} t. \tag{2}$$

Dunque, su un tempo t , si ha un rallentamento Δt dato dalla gravità! Sappiamo che la velocità di fuga di un corpo celeste di massa M e raggio R vale: $V_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, dove la velocità di fuga V_f è $\sqrt{2}$ volte la velocità orbitale $V_{orbit.}$, a parità di massa e raggio ($V_f = \sqrt{2} V_{orbit.}$); infatti, notoriamente, la forza centrifuga a_c vale: $a_c = \frac{V_{orbit.}^2}{R}$, con una corrispondente forza (su una massa m) pari a:

$F_c = ma_c = m \frac{V_{orbit.}^2}{R}$ e tale forza deve equivalere a quella gravitazionale determinata da una massa

centrale M: $m \frac{V_{orbit.}^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}$, da cui: $V_{orbit.} = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_f$.

Se su quel corpo celeste di massa M un oggetto viene lanciato verticalmente alla velocità di fuga, esso uscirà dal campo gravitazionale del corpo celeste ed andrà verso l'infinito, senza più ricadere. Un buco nero è un corpo così compresso (M grande ed R piccolo) che la velocità di fuga sulla sua superficie raggiunge il valore della velocità della luce e dunque neanche la luce vi sfugge, da cui il nome di buco nero; inoltre, per quanto detto sopra, si può affermare che in un buco nero il tempo è pressoché fermo!

Tornando al rallentamento, per la (2): $\Delta t = \frac{gH}{c^2} t$, che può essere interpretata come: $dt = \frac{gdr}{c^2} t$ e

considerando che $|g| = \frac{GM}{r^2}$, segue che: $dt = t \frac{GM}{c^2 r^2} dr$, ossia: $\frac{dt}{t} = \frac{GM}{c^2} \frac{dr}{r^2} \rightarrow \int \frac{dt}{t} = \frac{GM}{c^2} \int \frac{dr}{r^2} \rightarrow$

$\rightarrow \ln t = -\frac{GM}{c^2 r} + k \rightarrow, t = k \cdot e^{-\frac{GM}{c^2 r}}$ e visto che: $(r = \infty \gg t = t_0) \rightarrow$

$$t = t_0 e^{-\frac{GM}{c^2 r}} \quad (3)$$

Se poi $\frac{GM}{c^2 r}$ è molto piccolo ($V \ll c$), allora, dal momento che: $(e^{-x} \approx 1 - x) \rightarrow t = t_0 (1 - \frac{GM}{c^2 r}) \rightarrow$

ed essendo inoltre anche vero che: $(\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x)$, allora: $\rightarrow t = t_0 \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} = t_0 \sqrt{1 - \frac{V_f^2}{c^2}}$.

-Per ultimo, resta il fatto che il campo gravitazionale lo avvertiamo anche come moto di avvicinamento, ma la corrispondenza tra effetto gravitazionale ed effetto di moto possiamo trovarla in questo ragionamento, dove la dilatazione del tempo attribuita al moto, nel Paradosso dei Gemelli, è qui spiegata appunto con la gravità: la Fig. 5 mostra il tipico viaggio di andata e ritorno del paradosso dei gemelli, dalla Terra verso una stella target.

Sappiamo che la relazione tra tempo del gemello in viaggio (spacecraft) e tempo del gemello statico (Earth) è:

$$t_{spacecraft} = t_{s-c} = t_{Earth} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \quad (4)$$

La velocità di dimezzamento, ad esempio, è $V_d = 260.000.000 \text{ m/s}$; con una tal velocità, quando, ad esempio, per il gemello sulla Terra sono passati 20 anni, quello in viaggio ne conta solo 10:

$$t_{s-c} = t_{Earth} \sqrt{1 - \frac{V_d^2}{c^2}} = 20 \sqrt{1 - \frac{260.000.000^2}{299.792.458^2}} \cong 20 \cdot \frac{1}{2} = 10 \text{ anni} \quad (5)$$

Detto ciò, **dobbiamo riconsiderare un attimo il fatto che in relatività ristretta non vi sono sistemi di riferimento (inerziali) privilegiati, nel senso che se due gemelli sono in moto relativo l'uno rispetto all'altro, allora, quando si incrociano, nessuno dei due può sostenere che egli stesso sia colui che veramente si muove (e che invece l'altro è fermo), proprio perché il moto è relativo. Segue che ognuno dei due può sostenere di essere quello più giovane, giungendo così al paradosso.**

Il fatto è che, innanzitutto, il confronto tra le età dei due ha senso solo se:

A-i due sono appunto gemelli, dunque almeno una volta si sono trovati insieme nello stesso punto dello spazio (ovvio, in quanto sono gemelli per supposizione) e poi uno dei due, accelerando, si è messo in viaggio;

B-il gemello viaggiatore, per far sussistere il confronto dell'età di fine viaggio, deve decidere di ritornare dal gemello statico e confrontarsi, così decelerando, virando e riaccelerando.

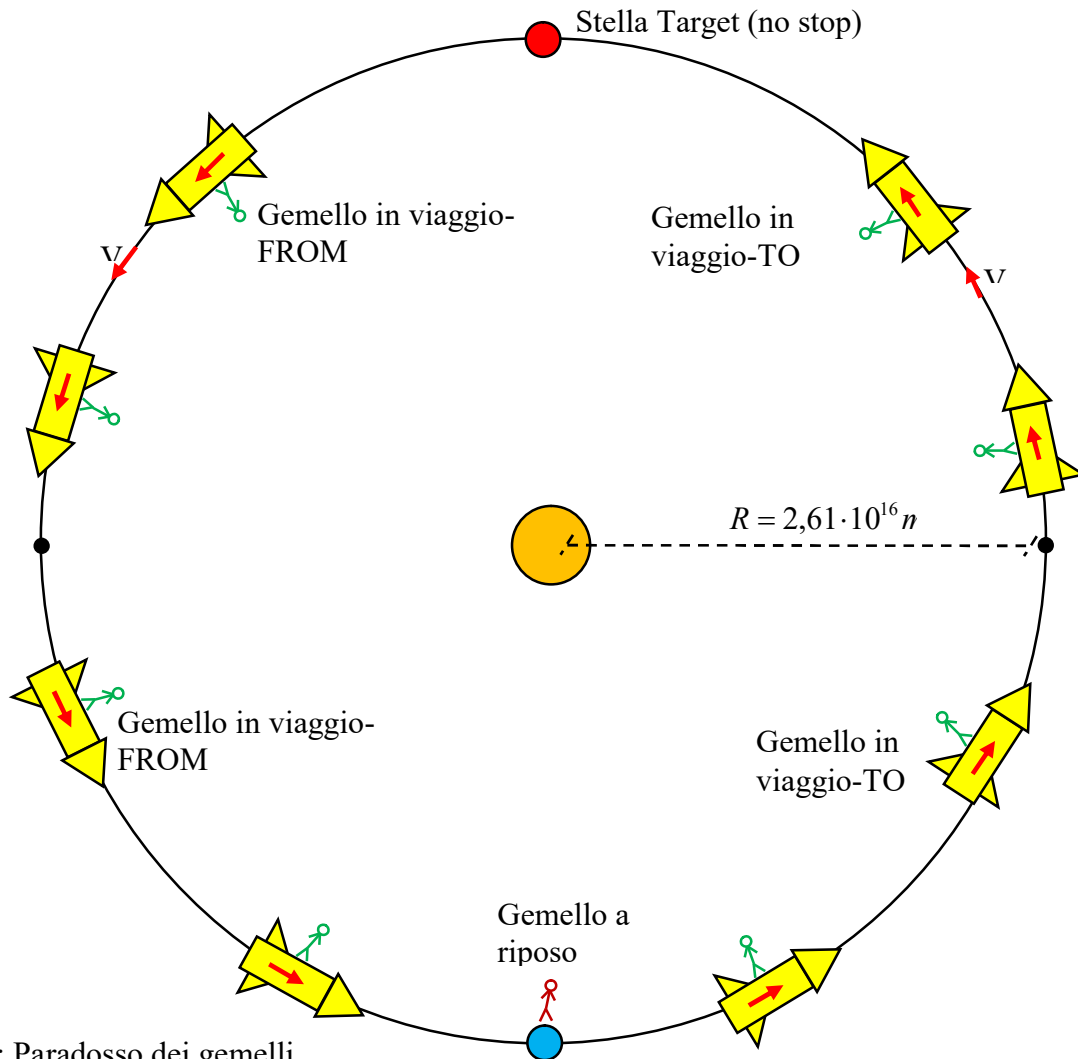


Fig. 5: Paradosso dei gemelli.

Va da sé che, nel caso di Fig. 5, **non siamo in un sistema perfettamente simmetrico**, poiché un sistema è inerziale (quello del gemello statico) e l'altro no, ossia quello del gemello viaggiatore, che sperimenta accelerazioni. Dunque, **il gemello più giovane deve essere solo quello che ha accelerato**. Per ultimo, ribadiamo l'equivalenza tra una accelerazione ed un campo gravitazionale, come insegnatoci da Einstein, tanto che una accelerazione può annullare un campo gravitazionale, come avviene nell'Ascensore di Einstein che, essendo in caduta libera, fa sì che chi sta dentro l'ascensore non avverta più il proprio peso che grava sul pavimento dell'ascensore stesso.

Noi, in Fig. 5, per semplicità, abbiamo scelto un percorso perfettamente circolare, in modo tale che non ci sia una successione di accelerazioni e decelerazioni (andata e ritorno), ma una semplice e costante accelerazione centrifuga; nulla cambia, nella pratica, se non nel vantaggio di avere calcoli più semplici.

Visto che, nell'esempio in corso, i due gemelli si salutano, alla partenza, sapendo che il gemello viaggiatore starà via (per il sistema Terra) un tempo $t_{Earth}=20$ anni alla velocità $V_d=260.000.000$ m/s ed il percorso concordato è quello della circonferenza $2\pi R$ (verso la stella target e ritorno), allora si

$$\text{ha che: } 2\pi R = V_d \cdot t_{Earth} \rightarrow R = \frac{V_d \cdot t_{Earth}}{2\pi} = \frac{(2,6 \cdot 10^8) \cdot (20 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)}{2\pi} = 2,61 \cdot 10^{16} \text{ m .}$$

Adesso, dal punto di vista gravitazionale (ossia delle accelerazioni), ruotare a velocità $V_d=260.000.000\text{m/s}$ con un raggio di curvatura $R = 2,61 \cdot 10^{16}\text{m}$ equivale ad orbitare intorno ad una massa M tale che, banalmente: $V_d = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, da cui: $M = \frac{V_d^2 R}{G} = 2,64 \cdot 10^{43}\text{kg} \cong 1,32 \cdot 10^{13} M_{Sun}$.

Considerando allora quello che ci dice la Relatività Generale, ossia considerando accelerazioni e decelerazioni (che, come abbiamo visto, possono avere un equivalente gravitazionale), ci avvaliamo

della (3), secondo cui: $t = t_0 e^{\frac{-GM}{c^2 r}}$, da cui:

$$t_{s-c} = t_{Earth} e^{\frac{-GM}{c^2 R}} = t_{Earth} e^{\frac{-V_d^2}{c^2}} = \boxed{20\text{anni}} \cdot e^{-0,75} \cong 20 \cdot 0,4724 \cong 9,448\text{anni} \approx \boxed{10\text{anni}}.$$

dacché, effettivamente, il gemello in viaggio è più giovane, come atteso, della metà dei 20anni del gemello stazionario, ossia più giovane di 10anni appunto, **col ragionamento (gravitazionale) delle accelerazioni!**

Oppure, se non vogliamo considerare il gemello viaggiatore che orbita e dunque che si muove, spingendo qualcuno ad osservare che allora bisogna contare sia la dilatazione del tempo gravitazionale che quella data dalla velocità, allora possiamo anche immaginare l'astronave ferma per 20 anni a distanza R dal corpo centrale e, ovviamente, con i motori accesi che spingono verso l'esterno, per non farla ricadere verso M e mantenere dunque la distanza R , e così, dopo i 20 anni contati da Terra, sull'astronave ne saranno trascorsi solo 10, a causa dell'accelerazione gravitazionale (o del campo gravitazionale, se si preferisce).

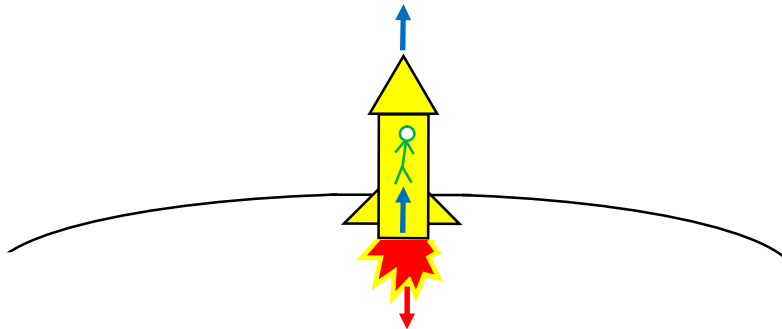


Fig. 6: Astronave ferma (e, dunque, con i motori accesi).

-Notiamo infine che il Principio di Indeterminazione di Heisenberg può avere un senso anche se la Costante di Planck è interpretata come una potenza [W] e non necessariamente come un momento angolare [Js]:

$$\begin{aligned} \Delta p \cdot \Delta x &\geq \hbar/2 \\ \Delta E \cdot \Delta t &\geq \hbar/2 \end{aligned}$$

HEISENBERG

$$\begin{aligned} \Delta p \cdot \Delta a &\geq \hbar_w/2 \\ \Delta E \cdot \Delta f &\geq \hbar_w/2 \end{aligned} \quad (\hbar_w \text{ ha lo stesso valore di } \hbar, \text{ ma in watt})$$

WATT

Vediamo perché tutto ciò ha senso.

Partiamo dal Principio di Indeterminazione di Heisenberg (preso col segno di uguale, per semplicità): $\Delta p \cdot \Delta x = \hbar/2$ ($\hbar/2 = h/4\pi = 0,527 \cdot 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$)

($m_e c \cdot r_e = \hbar \cdot \alpha$, dove $\alpha = 1/137,0359 \cong 1/137$ è la Costante di Struttura Fine e r_e è il raggio classico dell'elettrone: $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} \cong 2,8179 \cdot 10^{-15} m$). Riguardo le unità: $[kg \cdot m/s][m] = [J \cdot s]$.

Sappiamo che $[J \cdot s]$ è un momento angolare. Se noi adesso lo sostituiamo con una potenza $[W]$, vedremo che il Principio di Indeterminazione regge ancora, ma che ne è delle altre grandezze?

Se teniamo buono $\Delta p = m_e c$, segue che: $[kg \cdot m/s][?] = [W]$ e possiamo dire che $[?]$ deve essere un'accelerazione; infatti: $[kg \cdot m/s][m/s^2] = [W]$.

Vediamo che sussistono le seguenti identità:

$\Delta p \cdot \Delta a = \hbar_w / 2 = 0,527 \cdot 10^{-34} W$ (\hbar_w ha lo stesso valore di \hbar , ma in watt) se:

$$\Delta a = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{Gm_e}{r_e^2}, \quad \text{che è esattamente una accelerazione, legata all'elettrone, e con tanto di G!!!!}$$

Se adesso consideriamo l'indeterminazione energia-tempo, in accordo con Heisenberg sappiamo che:

$\Delta E \cdot \Delta t = \hbar / 2$ ($[J][s] = [J \cdot s]$), ma, ancora una volta, se noi sostituiamo $[Js]$ con $[W]$, avremo:

$[J][?] = [W]$ e $[?]$ dovrà essere $[Hz]$, una frequenza:

$$[J][Hz] = [W]$$

Ancora una volta, se manteniamo ΔE ($\Delta E = m_e c^2$), si avrà:

$$\Delta E \cdot \Delta f = m_e c^2 \cdot \Delta f = \hbar_w / 2 = 0,527 \cdot 10^{-34} W$$

ma ancora una volta ci accorgiamo immediatamente che: $\Delta f = \frac{1}{2\pi\alpha\hbar} \frac{Gm_e^2}{r_e}$ e questa quantità è una frequenza legata strettamente all'elettrone.