A la découverte d'un nouvel univers des mathématiques appliquées pour vous : scientifiques, ingénieurs et étudiants

THEORIE DES MATRÉGRAPHES

ou Fusion Matrices-Graphes

		+	-	+	-	+	-	+
	2	2	2	2	2	2	2	**5**
-	2	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**
+	2	4	**7**	7	7	7	7	7
-	2	4	7	**3**	3	3	3	3
+	2	4	7	3	**1**	1	1	1
-	2	4	7	3	1	**6**	6	6
+	2	4	7	3	1	6	**-5**	-5
-	2	4	7	3	1	6	-5	**-11**

Abdoul Kader ADAMOU

Abdoul Kader ADAMOU

Ingénieur-Chercheur en Mathématiques appliquées

Recherche Maths & Innovation (**IR**eMa**iN**)

Niamey-Niger

THEORIE DES MATRÉGRAPHES

ou Fusion Matrices-Graphes

Préface

Ce qui n’a pas existé hier existe aujourd’hui et ce qui n’existe pas aujourd’hui existera demain.
Ce qui était impossible hier est devenu possible aujourd’hui et ce qui est impossible aujourd’hui deviendra possible demain.
Notre mode de vie d’hier a changé aujourd’hui et celui d’aujourd’hui changera demain.
Et tout cela grâce en partie à la science.
Pour pouvoir évoluer, cette science nous donne le droit de penser librement, d’avancer des idées mais en exigeant toujours de nous des justifications. C’est dans cet ordre d’idées qu’est née ma nouvelle théorie de mathématiques appliquées intitulée *Théorie des Matrégraphes ou Fusion Matrices-Graphes* que je vous invite à découvrir. C’est un livre qui nous lance dans l’exploration d’un nouvel univers des mathématiques appliquées pour accompagner le développement des sciences et de la technologie.
L’ouvrage est écrit avec des explications très détaillées qui sont appuyées par des exemples et des exercices corrigés dans le souci de faciliter la compréhension de cette nouvelle théorie.
Je vous en souhaite bonne lecture !

Abdoul Kader ADAMOU

Table des matières

Index des symboles

Introduction

Le mot ‘‘matrégraphe’’ est issu de la fusion de deux termes déjà connus dans le domaine des sciences mathématiques à savoir les matrices et les graphes.

L’objectif principal visé dans les travaux de recherche effectués était de fusionner les matrices et les graphes afin de concevoir un algorithme qui soit capable de réduire les opérations d’un grand nombre de valeurs en opérations de petit nombre de valeurs pour obtenir rapidement un même résultat.

Le matrégraphe constitue un nouvel outil mathématique qui utilise simultanément les matrices et les graphes. Mais il se penche beaucoup plus sur leurs formes que sur l’étude de leurs théories. Le matrégraphe a en effet dans son univers ses propriétés et ses règles d’étude qu’on utilise pour résoudre divers problèmes.

Les champs d’application de cette nouvelle théorie sont nombreux et variés. En effet, la théorie, en passant par la physique et la chimie trouve son application dans les domaines comme l’informatique, les télécommunications, l’électricité, la cryptographie, la mécanique, le transport,….etc

L’ouvrage s’adresse par conséquent aux scientifiques, ingénieurs, professeurs et étudiants des branches scientifiques et d’ingénierie et enfin à toute personne amatrice de jeux mathématiques étant donné que la théorie a aussi une facette d’amusement.

Le présent ouvrage s’articule autour des quatre principaux points suivants :

- Présentation d’un matrégraphe
- Présentation de trois catégories de matrégraphe
- Propriétés relatives à la fusion des matrégraphes
- Champs d’application de la théorie des matrégraphes.

Des exercices résolus touchant divers domaines des sciences et technologie sont fournis dans ce livre pour initier les chers lecteurs à l’application de cette nouvelle théorie et aussi pour ouvrir des pistes de réflexion aux scientifiques et aux ingénieurs afin qu’ils puissent apporter un plus dans leurs domaines respectifs. Ces exercices amèneront également les étudiants des branches scientifiques et les élèves ingénieurs à voir leurs domaines de formation sous un autre angle du savoir et à améliorer leurs connaissances.

I. Présentation d’un matrégraphe :

1. Définition d’un matrégraphe :

Un matrégraphe est un tableau carré de nombres réels dans lequel le nombre se situant à la n^{ème} ligne et n^{ème} colonne provient toujours des autres réels par opérations arithmétiques internes qui suivent l’allure d’un graphe.

2. Parité d’un matrégraphe :

Un matrégraphe est dit pair si le nombre total de ligne = au nombre total de colonne = nombre entier naturel pair (n ≥ 2).
Le matrégraphe est dit impair si le nombre total de ligne = au nombre total de colonne = nombre entier naturel impair (n ≥ 3).

3. Présentation de la structure générale d’un matrégraphe pair:

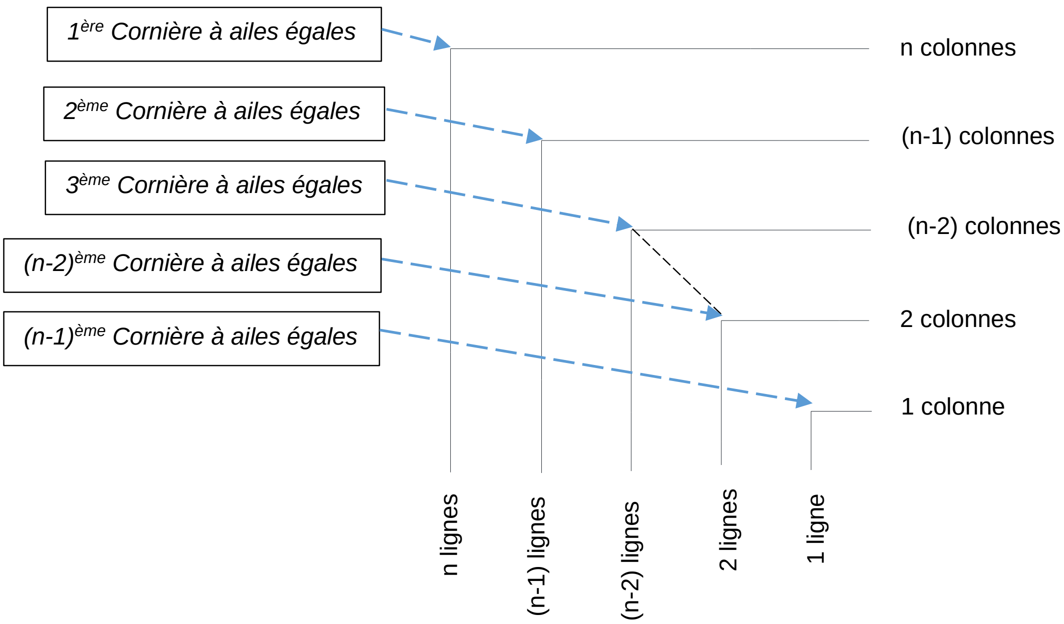
Nous allons voir étape par étape comment former la structure d’un matrégraphe pair :

- **Etape 1:** présentons une matrice à n lignes et n colonnes (avec n = nombre entier naturel pair) en laissant vide la n^{ème} ligne et n^{ème} colonne.

Soient X_{Ci}^{Li} ; Y_{Ci}^{Li} ; Z_{Ci}^{Li} ; ……… ; V_{Ci}^{Li} ; W_{Ci}^{Li} ; K_{Cn}^{Ln} ∈ R où L_i = i^{ème} ligne et C_i = i^{ème} colonne avec $\sum L_i = \sum C_i = n$ (qui est un nombre entier naturel pair ≥ 2), la matrice est alors la suivante :

$$
\begin{array}{cccccccc}
X_1^1 & X_2^1 & X_3^1 & X_4^1 & \cdots & X_{n-2}^1 & X_{n-1}^1 & X_n^1 \\
X_1^2 & Y_2^2 & Y_3^2 & Y_4^2 & \cdots & Y_{n-2}^2 & Y_{n-1}^2 & Y_n^2 \\
X_1^3 & Y_2^3 & Z_3^3 & Z_4^3 & \cdots & Z_{n-2}^3 & Z_{n-1}^3 & Z_n^3 \\
X_1^4 & Y_2^4 & Z_3^4 & \ddots & \cdots & & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & & \\
X_1^{n-2} & Y_2^{n-2} & Z_3^{n-2} & & & V_{n-2}^{n-2} & V_{n-1}^{n-2} & V_n^{n-2} \\
X_1^{n-1} & Y_2^{n-1} & Z_3^{n-1} & & & V_{n-2}^{n-1} & W_{n-1}^{n-1} & W_n^{n-1} \\
X_1^{n} & Y_2^{n} & Z_3^{n} & & & V_{n-2}^{n} & W_{n-1}^{n} &
\end{array}
$$

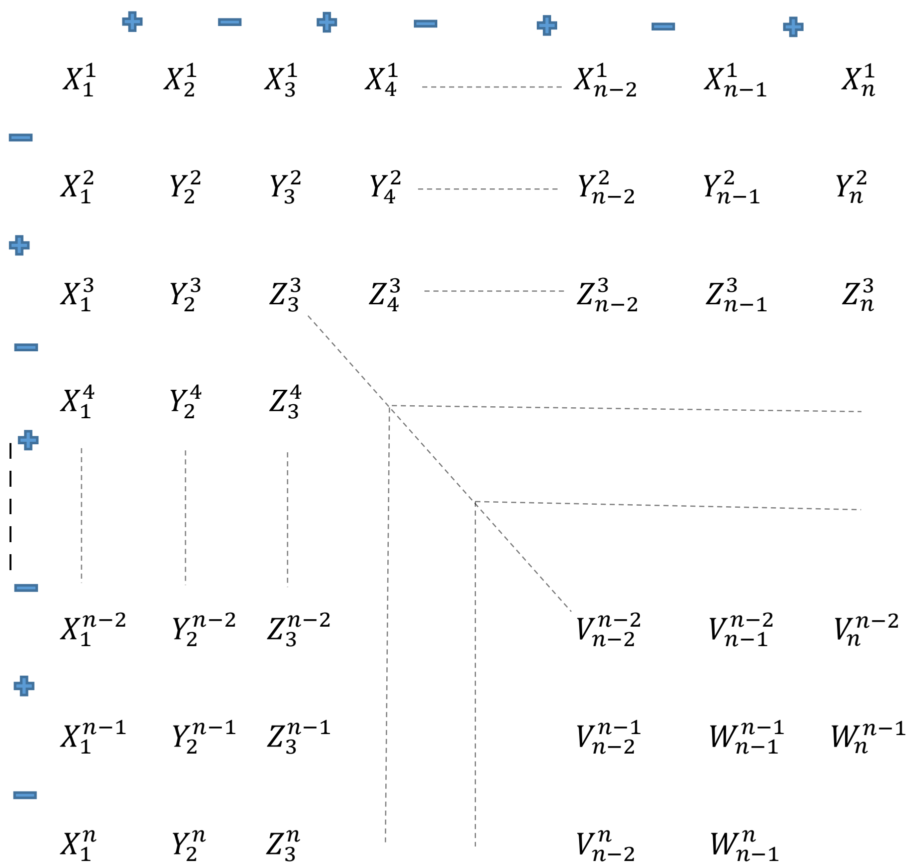
- Ces nombres réels présentés s'appellent **opérandes** ou **nombres indépendants.**
- En observant bien cette matrice, on peut constater que les nombres réels forment des images de ***cornières à ailes égales*** dont les dimensions diminuent au fur et à mesure qu'on s'approche de la $n^{ème}$ ligne et $n^{ème}$ colonne.



- **Etape 2**: Alternance d'opérateurs (-) et (+)

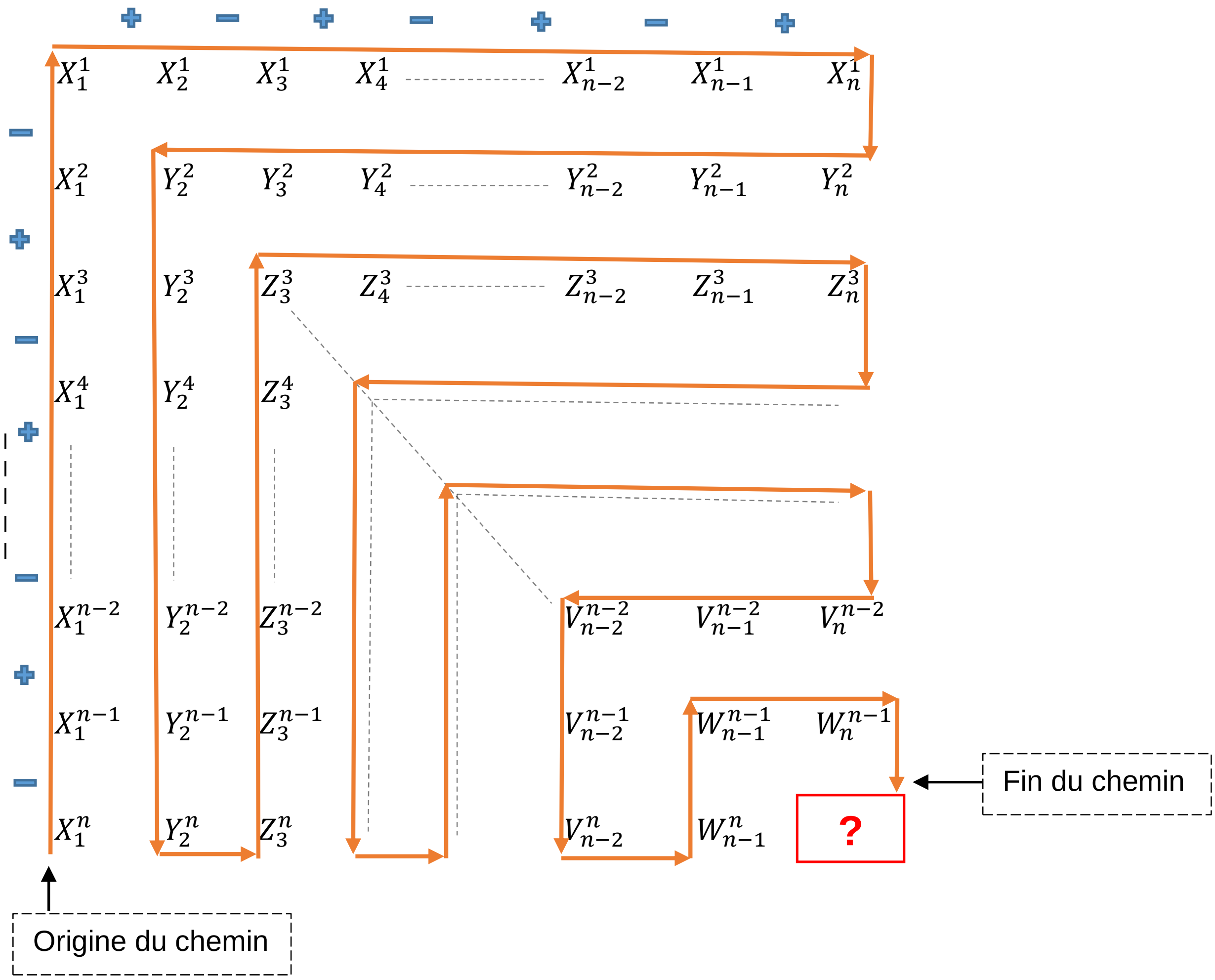
Les opérateurs (-) et (+) en alternance sont là pour créer un certain équilibre dans la structure du matrégraphe. En effet, ils permettent de solidariser d'une part les lignes consécutives et d'autre part les colonnes consécutives afin d'établir un cadre idéal aux opérations internes devant aboutir à un résultat interne ‘‘logé’’ à la $n^{ème}$ ligne et $n^{ème}$ colonne au sein du matrégraphe. L'alternance des signes (-) et (+) du matrégraphe commence toujours par le signe (-) placé entre les deux dernières lignes de la première colonne. La série d'opérateurs en alternance (-) et (+) évolue vers le haut pour se diriger ensuite de la gauche vers la droite en s'arrêtant entre les deux dernières colonnes de la première ligne.

NB: Ne confondez pas les opérateurs (-) et (+) du matrégraphe avec les signes des opérandes.



- **Etape 3**: Chemin des opérations arithmétiques internes (Graphe)

Il a pour origine la n^ème^ ligne et 1^ère^ colonne et prend fin juste devant la n^ème^ ligne et n^ème^ colonne. Le chemin passe par chaque nombre indépendant une et une seule fois en suivant les images *des cornières à ailes égales* formées par ces nombres indépendants. Ce chemin nous emmène à notre objectif se trouvant à la n^ème^ ligne et n^ème^ colonne mais il est malheureusement trop long. Nous verrons plus tard des chemins courts qu'on peut suivre pour atteindre rapidement notre objectif sans avoir à passer par chaque nombre indépendant.



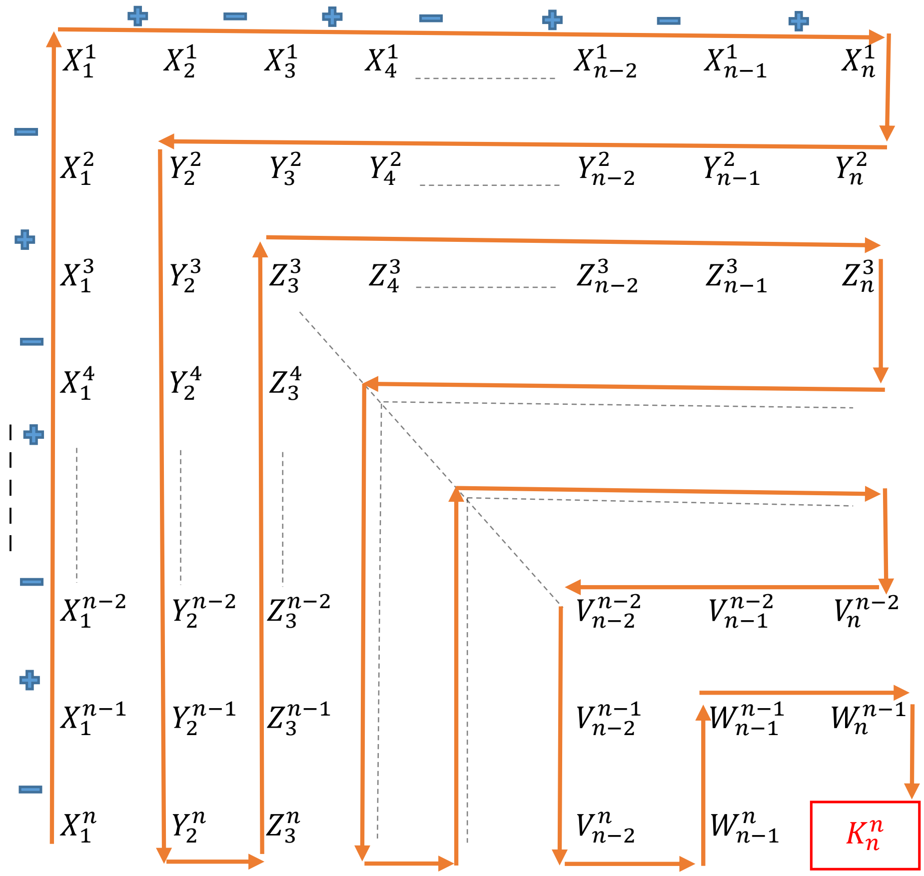
➢ **Etape 4**: Opérations arithmétiques internes du matrégraphe

En suivant le chemin (vu précédemment) de son origine à sa fin, il apparaît que les opérations d'addition et de soustraction entre les réels s'effectuent soit verticalement (de bas vers le haut ou inversement) soit horizontalement (de gauche vers la droite ou dans le sens opposé).

Voyons ci-dessous la séquence d'opérations entre les réels qui nous donne comme résultat le réel K_n^n :

$$X_1^n - X_1^{n-1} + X_1^{n-2} - \ldots\ldots - X_1^3 + X_1^2 - X_1^1 + X_2^1 - X_3^1 + \ldots\ldots + X_{n-2}^1 - X_{n-1}^1 + X_n^1$$
$$- Y_n^2 + Y_{n-1}^2 - Y_{n-2}^2 + \ldots\ldots + Y_3^2 - Y_2^2 + Y_2^3 - \ldots\ldots - Y_2^{n-2} + Y_2^{n-1} - Y_2^n - Z_3^n -$$
$$Z_3^{n-1} + Z_3^{n-2} - \ldots\ldots - Z_3^3 + \ldots\ldots + Z_{n-2}^3 - Z_{n-1}^3 - Z_n^3 - \ldots\ldots - V_n^{n-2} + V_{n-1}^{n-2} -$$
$$V_{n-2}^{n-2} + V_{n-2}^{n-1} - V_{n-2}^n - W_{n-1}^n - W_{n-1}^{n-1} + W_n^{n-1} = K_n^n$$

Ce réel K_n^n obtenu s'appelle ***résultat interne du matrégraphe*** et il occupe toujours la n^ème^ ligne et n^ème^ colonne.
Enfin, la structure générale d'un matrégraphe pair est la suivante :



Il est important de se familiariser avec les concepts de *nombres indépendants* et de *nombre dépendant* (ou *résultat interne*) qui seront évoqués assez souvent dans l'étude de cette théorie.

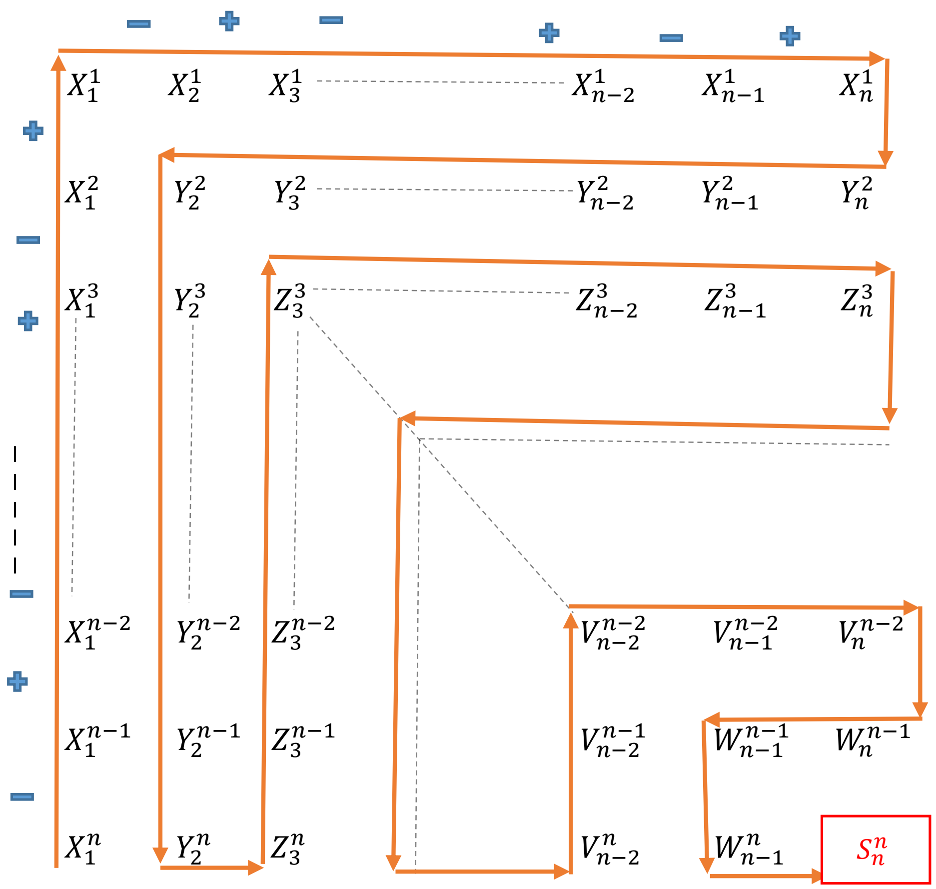
Un nombre indépendant ou *opérande* est un nombre réel dont son existence au sein du matrégraphe ne dépend d'aucun autre nombre dans ce matrégraphe. *Les nombres indépendants* occupent dans les matrégraphes toutes les positions sauf celle de la n^ème^ ligne et n^ème^ colonne. Cette dernière revient toujours au *nombre dépendant* qu'on désigne sous le nom de *résultat interne du matrégraphe*. C'est un nombre réel dont son existence au sein du matrégraphe dépend automatiquement des autres nombres réels (c'est-à-dire les nombres indépendants).

4. Présentation de la structure générale d’un matrégraphe impair:

Les étapes à suivre pour former la structure d’un matrégraphe impair sont les mêmes que celles d’un matrégraphe pair qu’on vient de voir dans le précèdent sous-titre.

Soient X_{Ci}^{Li} ; Y_{Ci}^{Li} ; Z_{Ci}^{Li} ; ………. ; V_{Ci}^{Li} ; W_{Ci}^{Li} ; S_{Cn}^{Ln} $\in$ R où L_i = $i^{ème}$ ligne et C_i = $i^{ème}$ colonne avec $\sum L_i = \sum C_i$ = n (qui est un nombre entier naturel impair $n \geq 3$).

Alors la structure générale d’un matrégraphe impair est la suivante :



II. Présentation de trois catégories de matrégraphe :

Les matrégraphes peuvent exister sous diverses formes.
Dans la présente étude, nous allons nous intéresser aux matrégraphes se trouvant dans des formes qui se rangent dans l’une des trois catégories suivantes : matrégraphe homogène, matrégraphe hétérogène de type1 et matrégraphe hétérogène de type2.

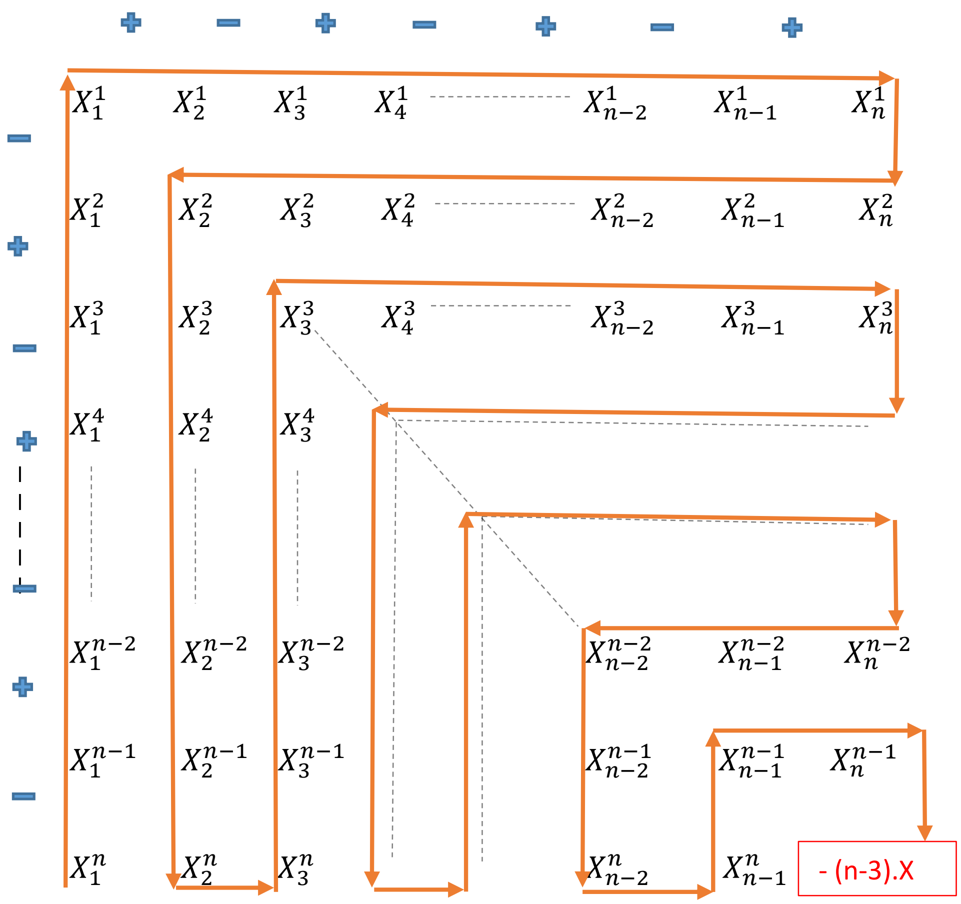
1. Matrégraphe homogène :

Un matrégraphe homogène est un matrégraphe dans lequel toutes *les cornières à ailes égales* sont occupées par le même nombre réel.

1.1. Matrégraphe homogène pair (MHP) :

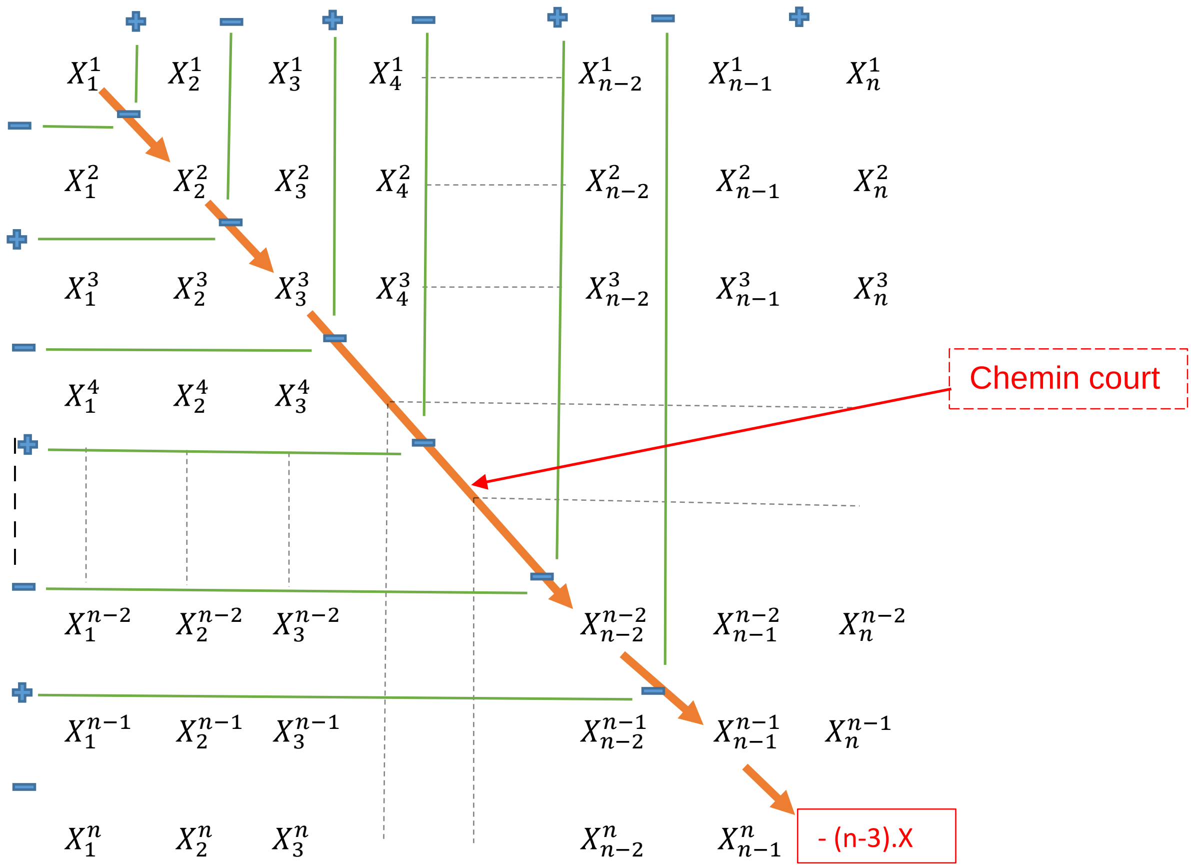
1.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe homogène pair (MHP):

Soit X ∈ R et n = nombre entier naturel pair (n ≥ 2)



1.1.2. Propriété des matrégraphes homogènes pairs (MHP) :

Il existe dans un matrégraphe homogène pair (MHP) un chemin court nous permettant d'effectuer des opérations arithmétiques internes pour avoir rapidement le résultat interne du matrégraphe sans passer par tous les nombres indépendants. Ce chemin court est la diagonale reliant la 1ère ligne – 1ère colonne et la nème ligne - nème colonne.



Démonstration du résultat interne = - (n-3).X :

Considérons le chemin court du matrégraphe, on a :

$$X \underbrace{- X - X - \ldots\ldots - X - X}_{(n-2)\text{ fois}} = X + (n-2).(-X) = X - (n-2)X = [1-(n-2)]X = (1-n+2)X = (-n+3)X$$

= - (n-3).X

Exemples forme détaillée d'un matrégraphe homogène pair (MHP) :

Exemple N°1

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \boxed{-2} \end{pmatrix}$$

(X = 2 ;   n = 4)

Exemple N°2

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & \boxed{-15} \end{pmatrix}$$

(X = 5 ; n = 6)

Exemple N°3

$$\begin{pmatrix} -10 & -10 \\ -10 & \boxed{-10} \end{pmatrix}$$

(X=-10; n=2)

1.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe homogène pair (MHP) :

Soit X ∈ R et n = nombre entier naturel pair (n ≥ 2)

$$(\sum Li = \sum Ci = n)$$

$$\left(X_{\overrightarrow{1;n}}^{\overrightarrow{1;n}} \; ; \; X_{\overrightarrow{2;n}}^{\overrightarrow{2;n}} \; ; \; X_{\overrightarrow{3;n}}^{\overrightarrow{3;n}} \; ; \; \ldots\ldots. \; ; \; X_{\overrightarrow{n-1;n}}^{\overrightarrow{n-1;n}} \right) \boxed{-\,(n-3).X}$$

Dans cette forme condensée, on a :

$X_{\overrightarrow{1;n}}^{\overrightarrow{1;n}}$ = réel formant la 1ère cornière du matrégraphe

$X_{\overrightarrow{2;n}}^{\overrightarrow{2;n}}$ = réel formant la 2ème cornière du matrégraphe

$X_{\overrightarrow{3;n}}^{\overrightarrow{3;n}}$ = réel formant la 3ème cornière du matrégraphe

$X_{\overrightarrow{n-1;n}}^{\overrightarrow{n-1;n}}$ = réel formant la (n-1)ème cornière du matrégraphe

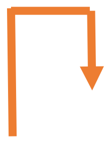
Par exemple $X_{\overrightarrow{1;n}}^{\overrightarrow{1;n}}$ se lit : réel de la 1ère cornière allant de la 1ère ligne à la nème ligne et de la 1ère colonne à la nème colonne.

$X_{\overrightarrow{2;n}}^{\overrightarrow{2;n}}$ se lit : réel de la 2ème cornière allant de la 2ème ligne à la nème ligne et de la 2ème colonne à la nème colonne.

- (n-3).X : représente le résultat interne du matrégraphe se situant à la $n^{ème}$ ligne et $n^{ème}$ colonne.

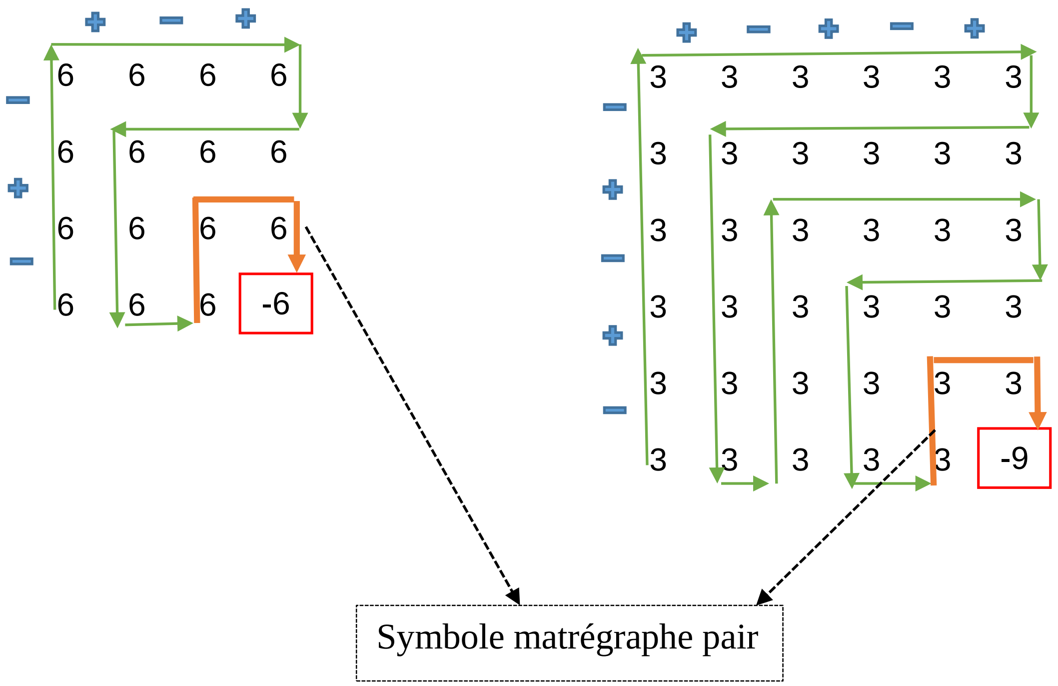
Il est important de noter que dans un matrégraphe, le nombre total de *cornière* est :

$\mathbf{N_{cornière} = n\text{-}1}$ (où n = nombre total de ligne = nombre total de colonne)



: c'est le symbole caractéristique des matrégaphes pairs. On peut le voir dans tous les matrégraphes pairs lorsque les opérations internes y sont effectuées suivant le long chemin qui passe par tous les nombres indépendants.

Exemple N°1 Exemple N°2



NB: Ce symbole doit toujours figurer dans les formes condensées de tous les matrégraphes pairs pour accompagner leurs résultats internes.

Exemples forme condensée d'un matrégraphe homogène pair (MHP):

Nous allons donner les formes condensées des exemples de matrégraphes (MHP) vus dans la partie du sous-titre **1.1.2** :

Exemple N°1

$$\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \\ - & & & & \\ & 2 & 2 & 2 & 2 \\ + & & & & \\ & 2 & 2 & 2 & 2 \\ - & & & & \\ & 2 & 2 & 2 & \boxed{-2} \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$(\sum Li = \sum Ci = 4)$$

$$\left(2^{\overrightarrow{1;4}}_{\overrightarrow{1;4}};\ 2^{\overrightarrow{2;4}}_{\overrightarrow{2;4}};\ 2^{\overrightarrow{3;4}}_{\overrightarrow{3;4}}\right) \boxed{-\ (4\text{-}3)\ \times 2} \quad \Rightarrow \quad (\sum Li = \sum Ci = 4) \left(2^{\overrightarrow{1;4}}_{\overrightarrow{1;4}};\ 2^{\overrightarrow{2;4}}_{\overrightarrow{2;4}};\ 2^{\overrightarrow{3;4}}_{\overrightarrow{3;4}}\right) \boxed{-2}$$

Exemple N°2

$$\begin{array}{c|cccccc} & & + & - & + & - & + \\ \hline & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ - & & & & & & \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ + & & & & & & \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ - & & & & & & \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ + & & & & & & \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ - & & & & & & \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & \boxed{-15} \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$(\sum Li = \sum Ci = 6)$$

$$\left(5^{\overrightarrow{1;6}}_{\overrightarrow{1;6}};\ 5^{\overrightarrow{2;6}}_{\overrightarrow{2;6}};\ 5^{\overrightarrow{3;6}}_{\overrightarrow{3;6}};\ 5^{\overrightarrow{4;6}}_{\overrightarrow{4;6}};\ 5^{\overrightarrow{5;6}}_{\overrightarrow{5;6}}\right) \boxed{-15}$$

Exemple N°3

$$\begin{array}{cc} -10 & -10 \\ -10 & \boxed{-10} \end{array}$$

$$\Downarrow$$

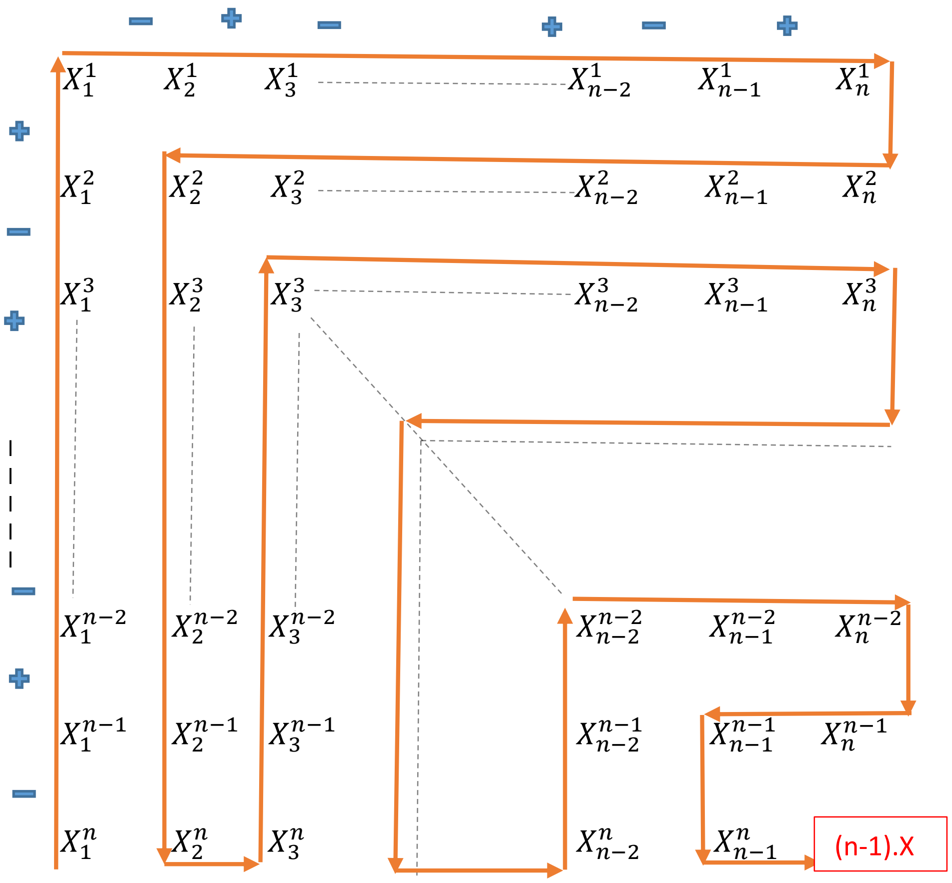
$$\left(\sum Li = \sum Ci = 2\right)$$

$$\left(-10^{\overrightarrow{1;2}}_{\overrightarrow{1;2}}\right) \quad \boxed{-10}$$

1.2. Matrégraphe homogène impair (MHI) :

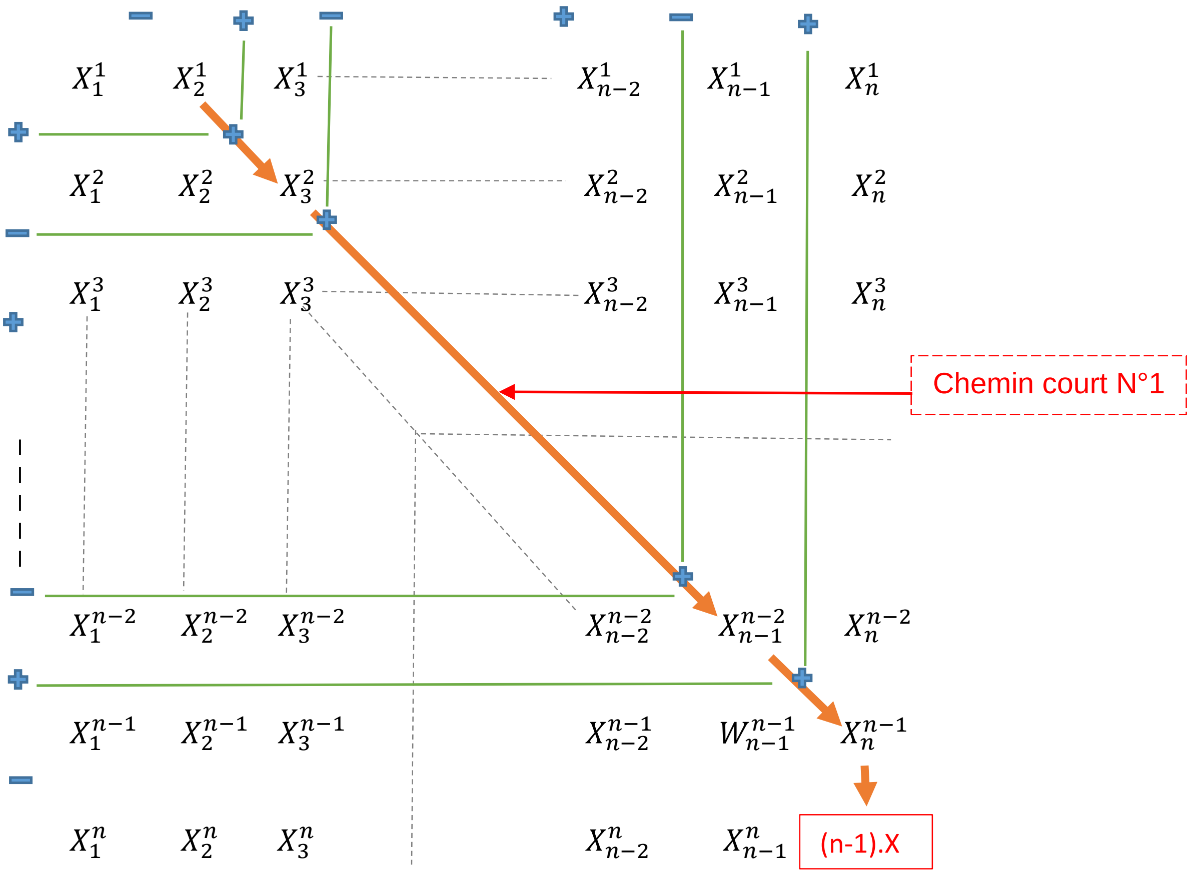
1.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

Soit X ∈ R et n = nombre entier naturel impair (n ≥ 3)

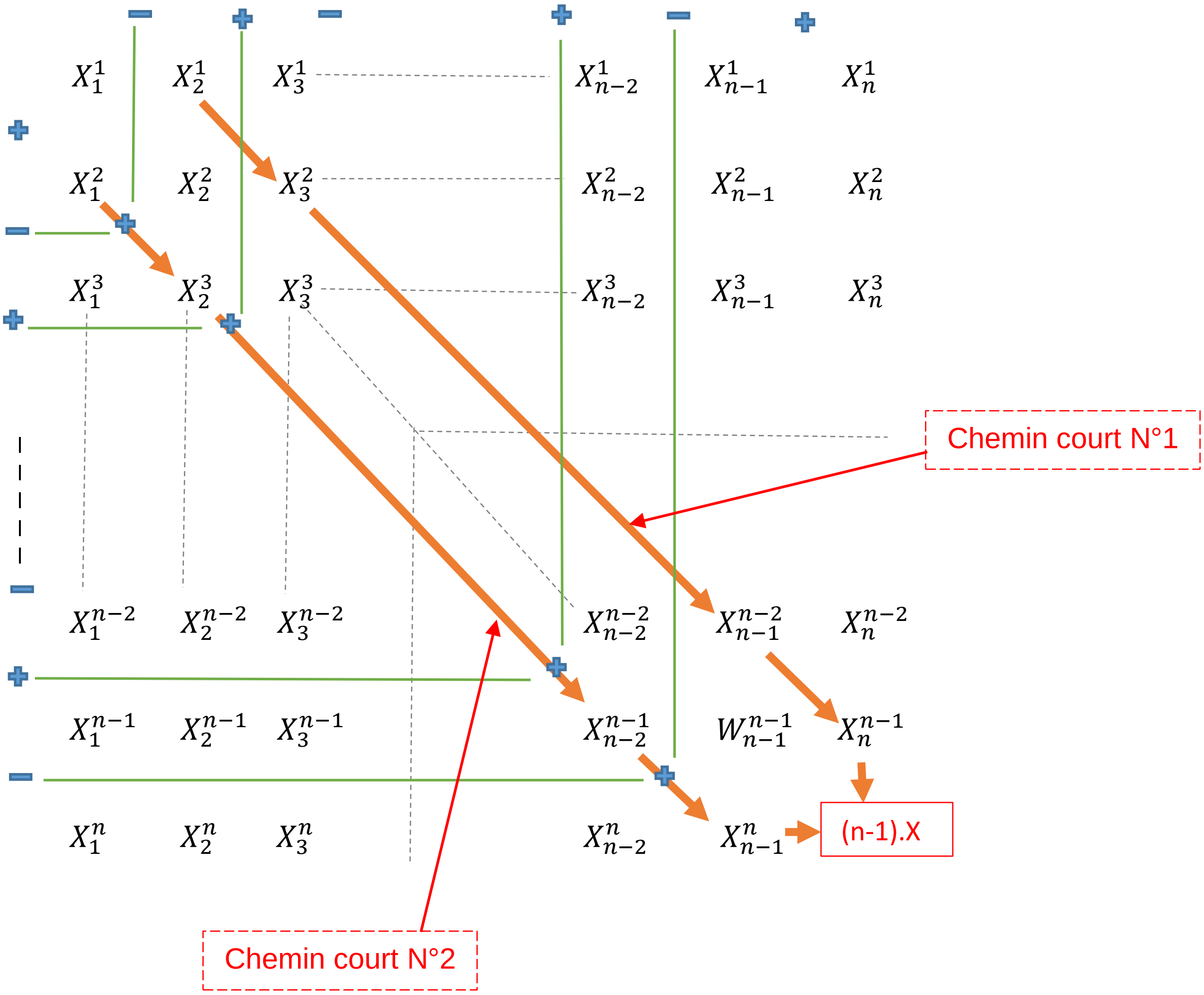


1.2.2. Propriété des matrégraphes homogènes impairs (MHI):

Un matrégraphe homogène impair (MHI) a deux chemins courts nous permettant d'effectuer des opérations internes pour avoir rapidement *le résultat interne* sans passer par tous les nombres indépendants. Ces deux chemins courts sont symétriques et contigus à la diagonale reliant la 1ère ligne – 1ère colonne et la nème ligne - nème colonne.



Voyons à présent le second chemin court de ce matrégraphe.



Démonstration simple du résultat interne = (n-1).X :

Considérons un des deux chemins courts, on a :

$$\underbrace{X+X+\ldots\ldots+X+X}_{(n-1)\text{ fois}} = (n-1).X$$

Exemples forme détaillée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

Exemple N°1

	−	+	
	8	8	8
+	8	8	8
−	8	8	$\boxed{16}$

(X=8 ; n=3)

Exemple N°2

	−	+	−	+	
	-1	-1	-1	-1	-1
+	-1	-1	-1	-1	-1
−	-1	-1	-1	-1	-1
+	-1	-1	-1	-1	-1
−	-1	-1	-1	-1	$\boxed{-4}$

(X= -1 ; n=5)

1.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

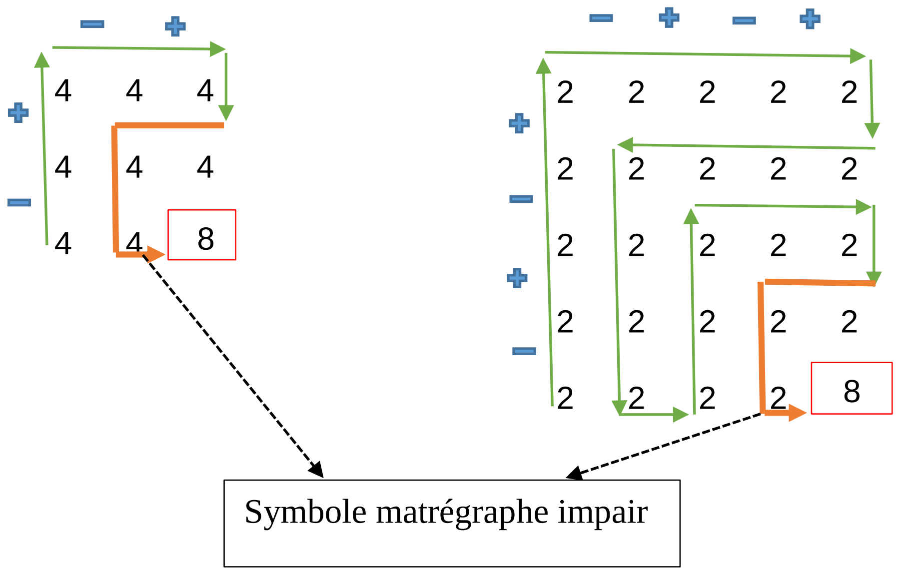
Soit X ∈ R et n = nombre entier naturel impair (n ≥ 3)

$$\left(X_{\overrightarrow{1;n}}^{\overrightarrow{1;n}} \ ; \ X_{\overrightarrow{2;n}}^{\overrightarrow{2;n}} \ ; \ X_{\overrightarrow{3;n}}^{\overrightarrow{3;n}} \ ; \ \ldots\ldots. \ ; \ X_{\overrightarrow{n-1;n}}^{\overrightarrow{n-1;n}}\right)_{(\sum Li \,=\, \sum Ci \,=\, n)} \quad \boxed{(n-1).X}$$

: c'est le symbole caractéristique des matrégraphes impairs. On peut le voir dans tous les matrégraphes impairs lorsque les opérations internes pour l'obtention du résultat interne sont effectuées suivant le long chemin qui passe par tous les nombres indépendants.

Exemples:

Exemple N°1 Exemple N°2

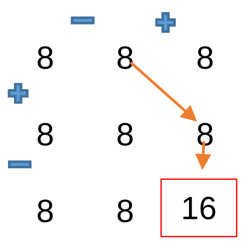


NB: Ce symbole doit toujours figurer dans les formes condensées de tous les matrégraphes impairs pour accompagner leurs résultats internes.

Exemples forme condensée d'un matrégraphe homogène impair (MHI) :

Donnons les formes condensées des 2 exemples de matrégraphe fournis dans la partie du sous-titre 1.2.2.

Exemple N°1



$$(\sum Li = \sum Ci = 3)$$

$$\left(8^{\overrightarrow{1;3}}_{\overrightarrow{1;3}} ; 8^{\overrightarrow{2;3}}_{\overrightarrow{2;3}}\right) \boxed{16}$$

Exemple N°2

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & & - & + & - & + \\
\hline
 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
+ & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
- & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
+ & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\
- & -1 & -1 & -1 & -1 & \boxed{-4}
\end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\sum Li = \sum Ci = 5\right)$$

$$\left(-1^{\overrightarrow{1;5}}_{\overrightarrow{1;5}};\ -1^{\overrightarrow{2;5}}_{\overrightarrow{2;5}};\ -1^{\overrightarrow{3;5}}_{\overrightarrow{3;5}};\ -1^{\overrightarrow{4;5}}_{\overrightarrow{4;5}}\right) \rightarrow \boxed{-4}$$

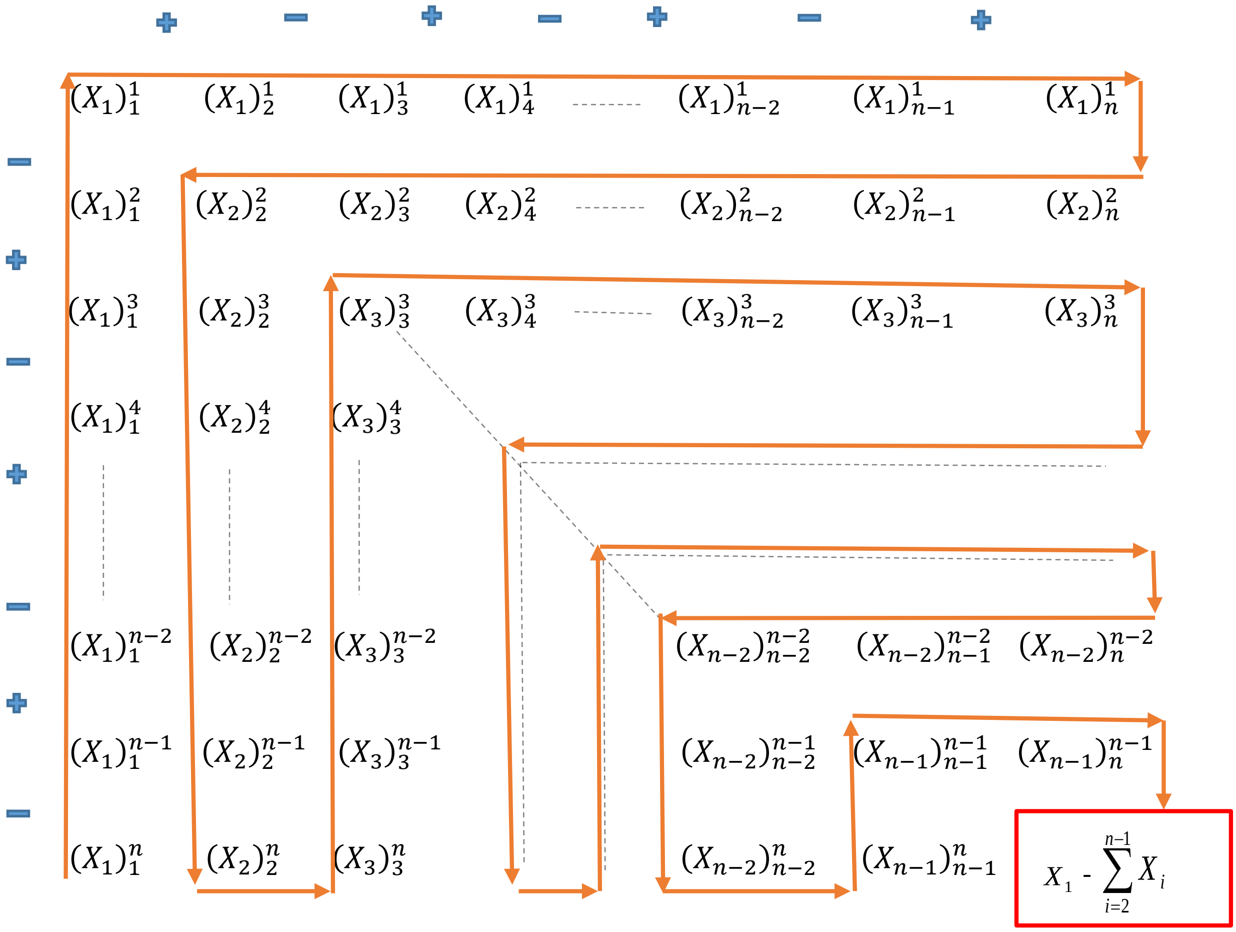
2. Matrégraphe hétérogène de type 1 :

Un matrégraphe hétérogène de type 1 est un matrégraphe dans lequel chaque cornière est occupée par un nombre réel constant et au moins deux cornières ont des nombres constants qui sont différents.

2.1. Matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_1P):

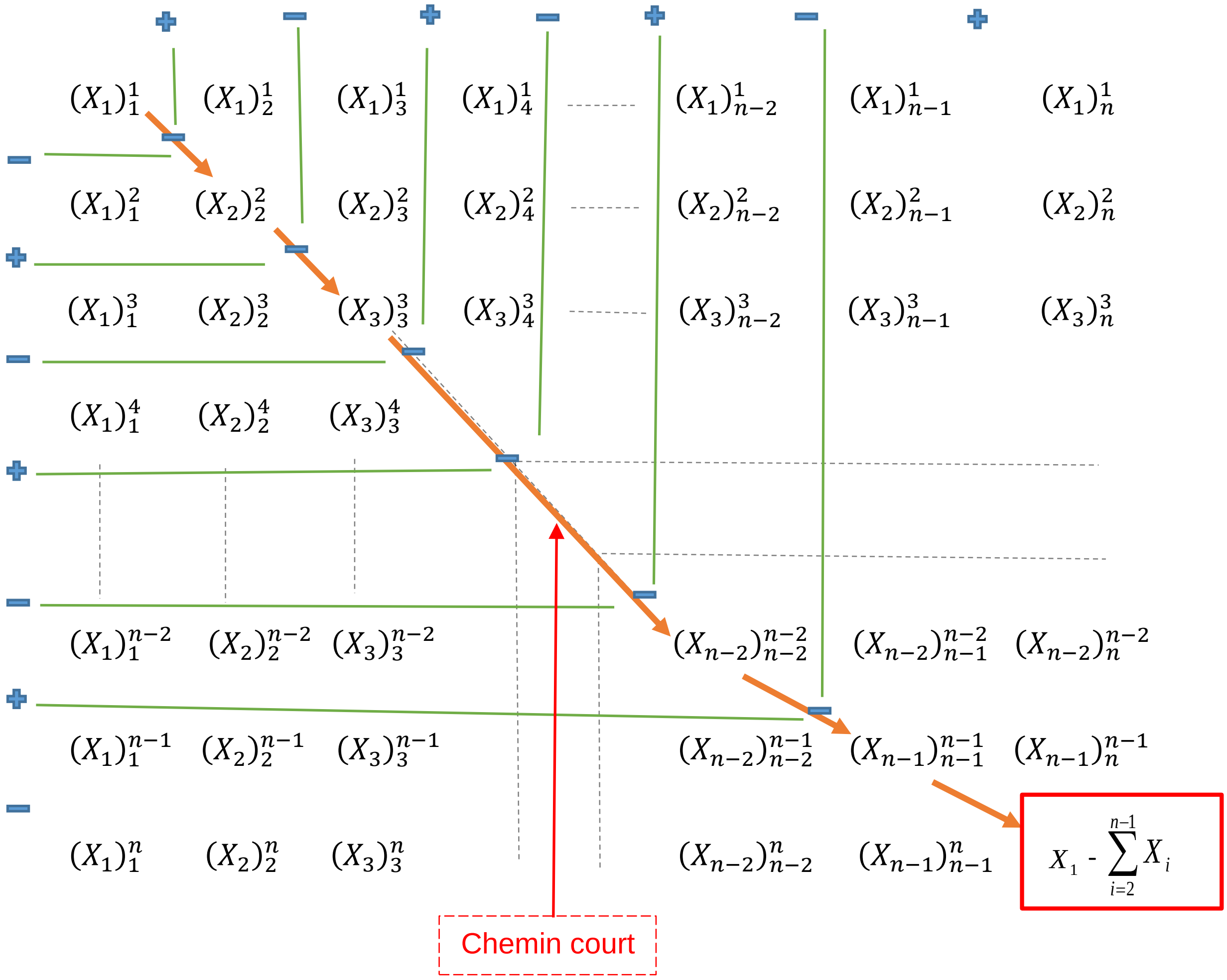
2.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_1P)

Soient X_1, X_2, X_3,…, X_{n-2} ; X_{n-1} ∈ R et n = nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)



2.1.2. Propriété des matrégraphes hétérogènes de type 1 pairs (MH_1P):

Dans un matrégraphe hétérogène de type 1 pair, la diagonale reliant la 1ère ligne – 1ère colonne et la nème ligne – nème colonne est un chemin court nous permettant d'effectuer des opérations internes pour avoir rapidement le résultat interne du matrégraphe.



Démonstration du résultat interne = $X_1 - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$

Considérons le chemin court, on a :

$$X_1 - X_2 - X_3 - \dots\dots - X_{n-2} - X_{n-1} = X_1 - (X_2 + X_3 + \dots\dots + X_{n-2} + X_{n-1}) = X_1 - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$$

<u>Exemples forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_1P):</u>

Exemple N°1

$$\begin{matrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 & 3 \\ 5 & -1 & 3 & \boxed{5-(-1+3)} \end{matrix} \quad \Longrightarrow \quad \begin{matrix} 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 & 3 \\ 5 & -1 & 3 & \boxed{3} \end{matrix}$$

On compte 3 nombres constants différents dans le matrégraphe ci-dessus. En effet, la première cornière est occupée par un réel constant **5** ; la deuxième cornière par un réel constant **-1** et la troisième cornière par le réel constant **3**.

Exemple N°2

$$\begin{matrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 9 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 9 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 9 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 9 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 9 & 4 & 4 & 4 & 4 & \boxed{-25} \end{matrix}$$

Dans le matrégraphe ci-dessus, on a deux constants différents à savoir **4** et **9.** En effet, la 1ère, 2ème , 4ème , 5ème , 6ème et 7ème cornière sont toutes occupées par le réel constant **4** tandis que la 3ème cornière est quant à elle occupée par le réel constant **9**.

2.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_1P)

Soient $X_1, X_2, X_3,\ldots, X_{n-2}$; $X_{n-1} \in R$ et n = nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)

$$\left((X_1)^{\overrightarrow{1;n}}_{\overrightarrow{1;n}} \,;\, (X_2)^{\overrightarrow{2;n}}_{\overrightarrow{2;n}} \,;\, (X_3)^{\overrightarrow{3;n}}_{\overrightarrow{3;n}} \,;\, \dots \,;\, (X_{n-1})^{\overrightarrow{n-1;n}}_{\overrightarrow{n-1;n}}\right)^{(\sum Li \,=\, \sum Ci \,=\, n)} \boxed{X_1 - \sum_{i=2}^{n-1} X_i}$$

<u>Exemple forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_1P):</u>

Donnons la forme condensée de l'exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 2.1.2

<u>Exemple N°1</u>

$$\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 5 & 5 & 5 & 5 \\ - & 5 & -1 & -1 & -1 \\ + & 5 & -1 & 3 & 3 \\ - & 5 & -1 & 3 & \boxed{3} \end{array}$$

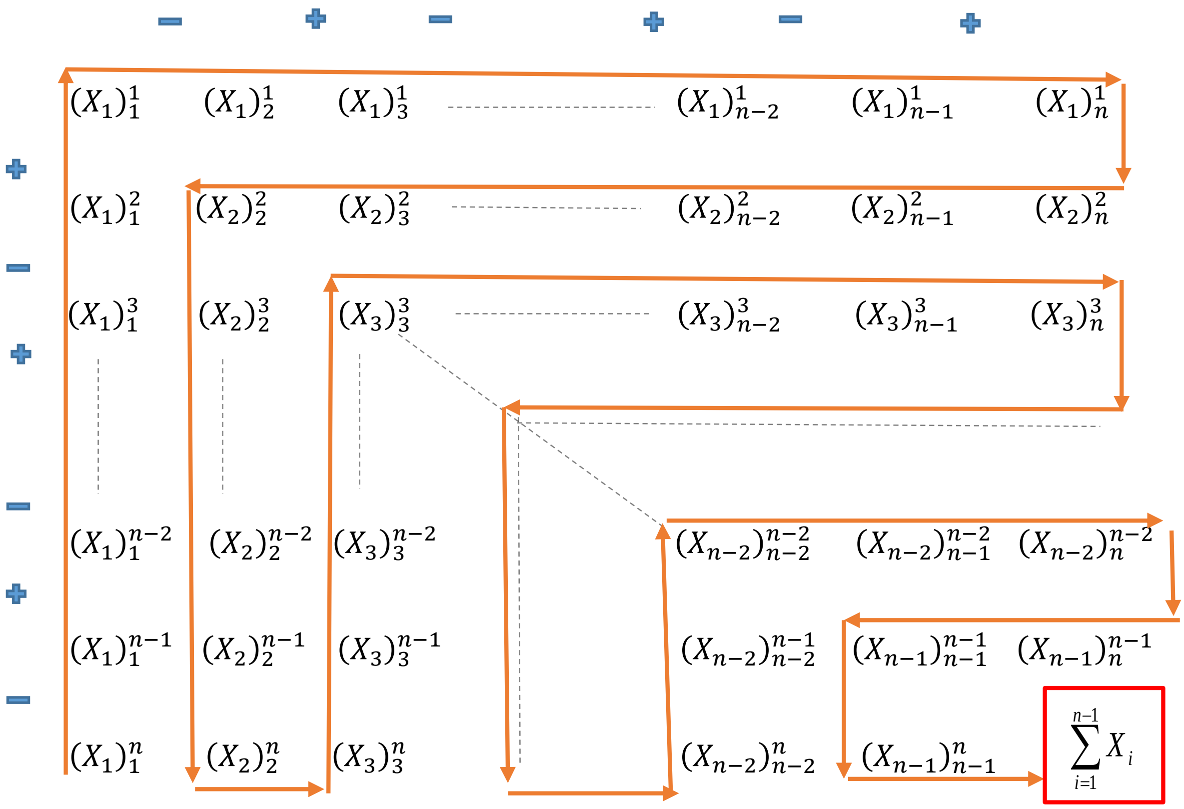
Le matrégraphe a 3 cornières :

($N_{cornière}$ =n–1=4 – 1 = 3), sa forme condensée est $\left(5^{\overrightarrow{1;4}}_{\overrightarrow{1;4}} \,;\, -1^{\overrightarrow{2;4}}_{\overrightarrow{2;4}} \,;\, 3^{\overrightarrow{3;4}}_{\overrightarrow{3;4}}\right)^{(\sum Li \,=\, \sum Ci \,=\, 4)} \boxed{3}$

2.2. Matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I) :

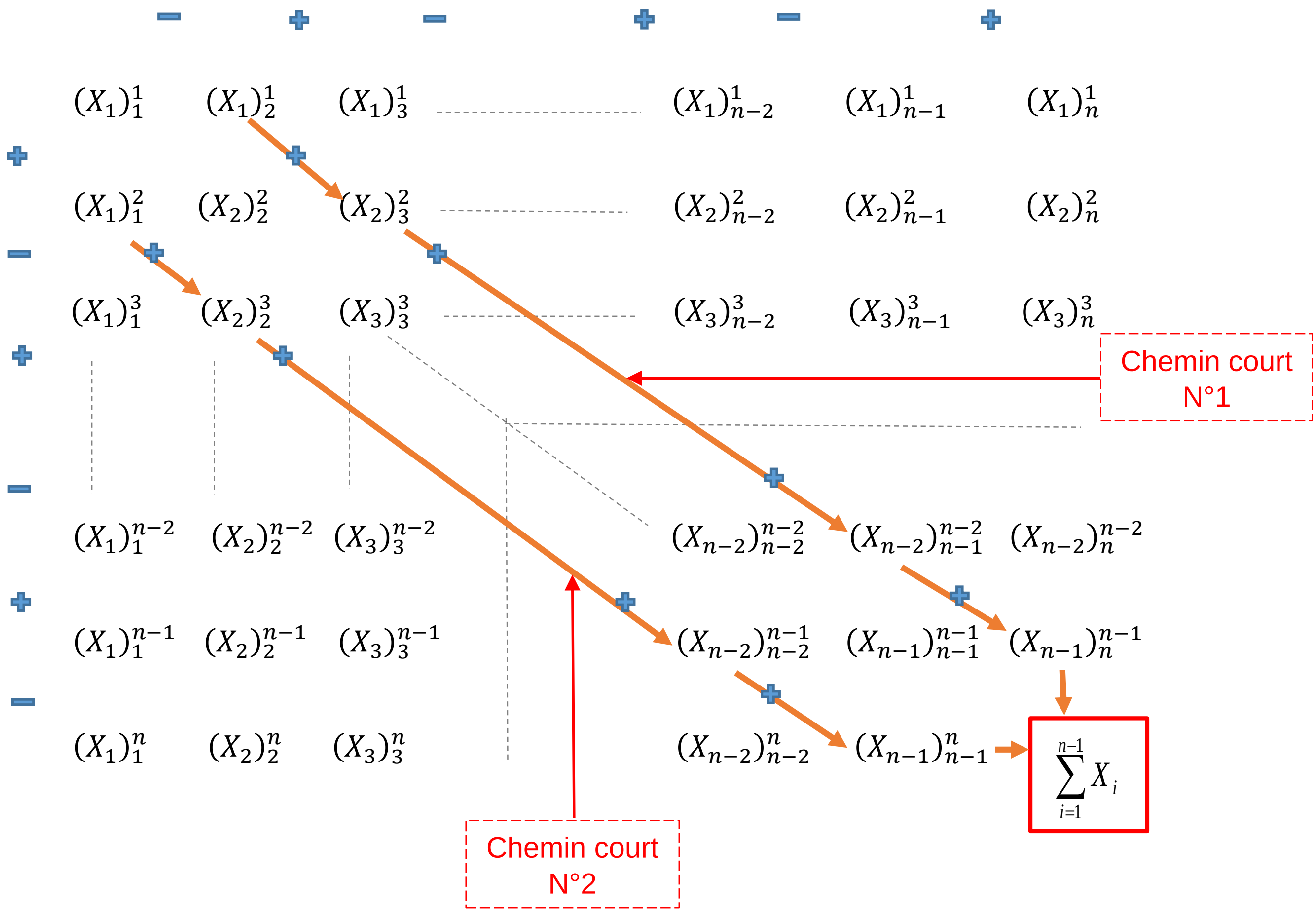
2.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I)

Soient $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2} ; X_{n-1} \in R$ et n = nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)



2.2.2. Propriété des matrégraphes hétérogènes de type 1 impair (MH_1I)

Un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I) a aussi comme le MHI deux chemins courts nous permettant d'effectuer des opérations internes pour avoir rapidement le résultat interne du matrégraphe sans passer par tous les nombres indépendants. Ces deux chemins courts sont symétriques et contigus à la diagonale reliant la 1$^{\text{ère}}$ ligne – 1$^{\text{ère}}$ colonne et la n$^{\text{ème}}$ ligne - n$^{\text{ème}}$ colonne exactement comme dans le cas des MHI.



Démonstration simple du résultat interne = $\sum_{i=1}^{n-1} X_i$

Considérons un des deux chemins courts du matrégraphe, on a :

$$X_1 + X_2 + X_3 + \ldots\ldots + X_{n-2} + X_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} X_i$$

<u>Exemples forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I):</u>

Exemple N°1

$$\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 7 & 7 & 7 \\ + & 7 & 1 & 1 \\ - & 7 & 1 & \boxed{8} \end{array}$$

Exemple N°2

$$\begin{array}{c|ccccc} & & - & + & - & + \\ \hline & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ + & 9 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ - & 9 & 4 & 1 & 1 & 1 \\ + & 9 & 4 & 1 & 16 & 16 \\ - & 9 & 4 & 1 & 16 & \boxed{30} \end{array}$$

2.2.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I)

Soient $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-2}$; $X_{n-1} \in R$ et n = nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)

$$\left((X_1)^{\overrightarrow{1;n}}_{1;n} ; (X_2)^{\overrightarrow{2;n}}_{2;n} ; (X_3)^{\overrightarrow{3;n}}_{3;n} ; \ldots ; (X_{n-1})^{\overrightarrow{n-1;n}}_{n-1;n}\right) \xrightarrow{(\sum Li = \sum Ci = n)} \boxed{\sum_{i=1}^{n-1} X_i}$$

<u>Exemple forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I) :</u>

Donnons la forme condensée de l'exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 2.2.2

Exemple N°1

$$\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 7 & 7 & 7 \\ + & 7 & 1 & 1 \\ - & 7 & 1 & \boxed{8} \end{array}$$

Le matrégraphe a 2 cornières :

($N_{cornière}$ =n–1=3–1 = 2), sa forme condensée est :

$$\left(7^{\overrightarrow{1;3}}_{1;3} ; 1^{\overrightarrow{2;3}}_{2;3}\right) \xrightarrow{(\sum Li = \sum Ci = 3)} \boxed{8}$$

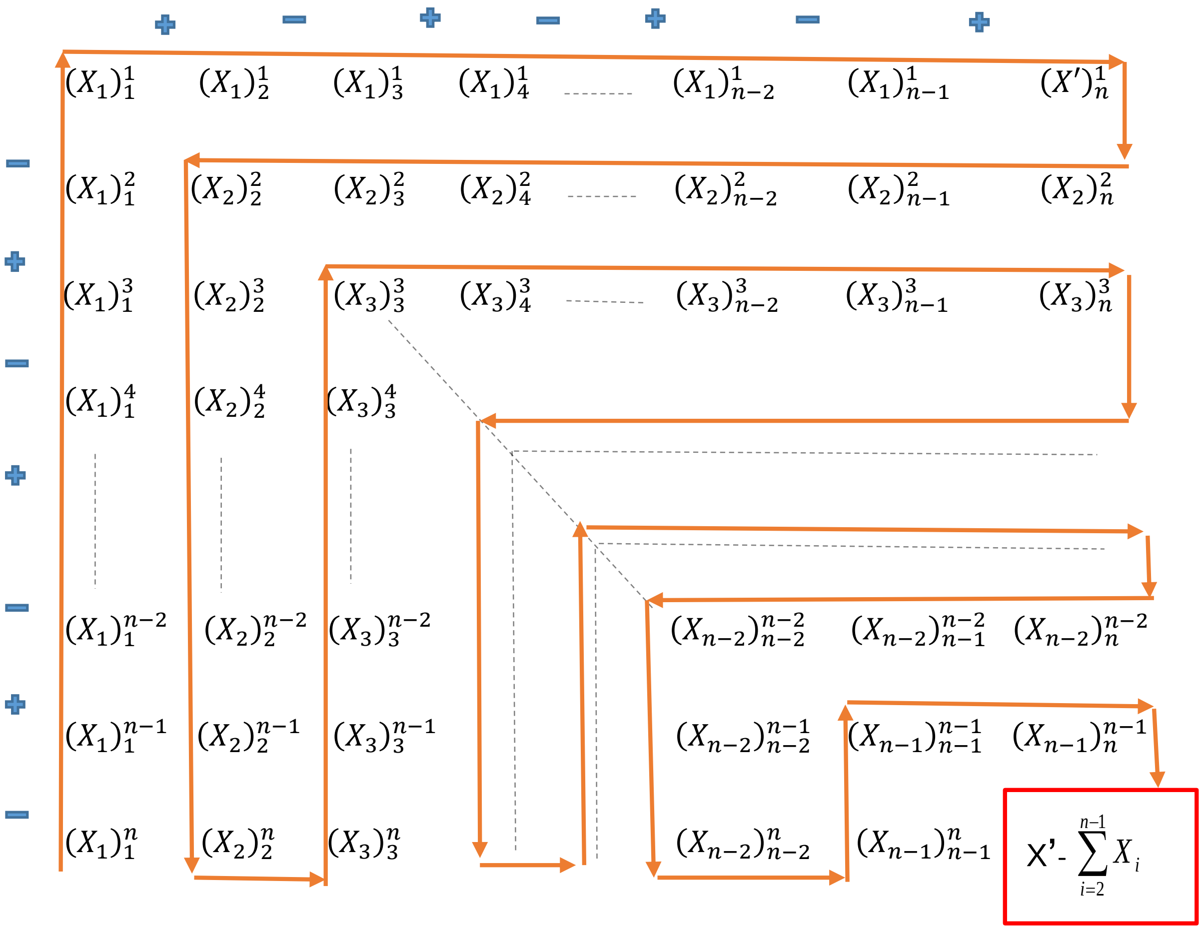
3. Matrégraphe hétérogène de type 2 :

Un matrégraphe hétérogène de type 2 est un matrégraphe dans lequel chaque cornière est occupée par un nombre constant sauf la 1ère cornière sur laquelle le nombre constant est remplacé à la 1ère ligne et nème colonne par un nombre différent de lui.

3.1. Matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH_2P) :

3.1.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH_2P)

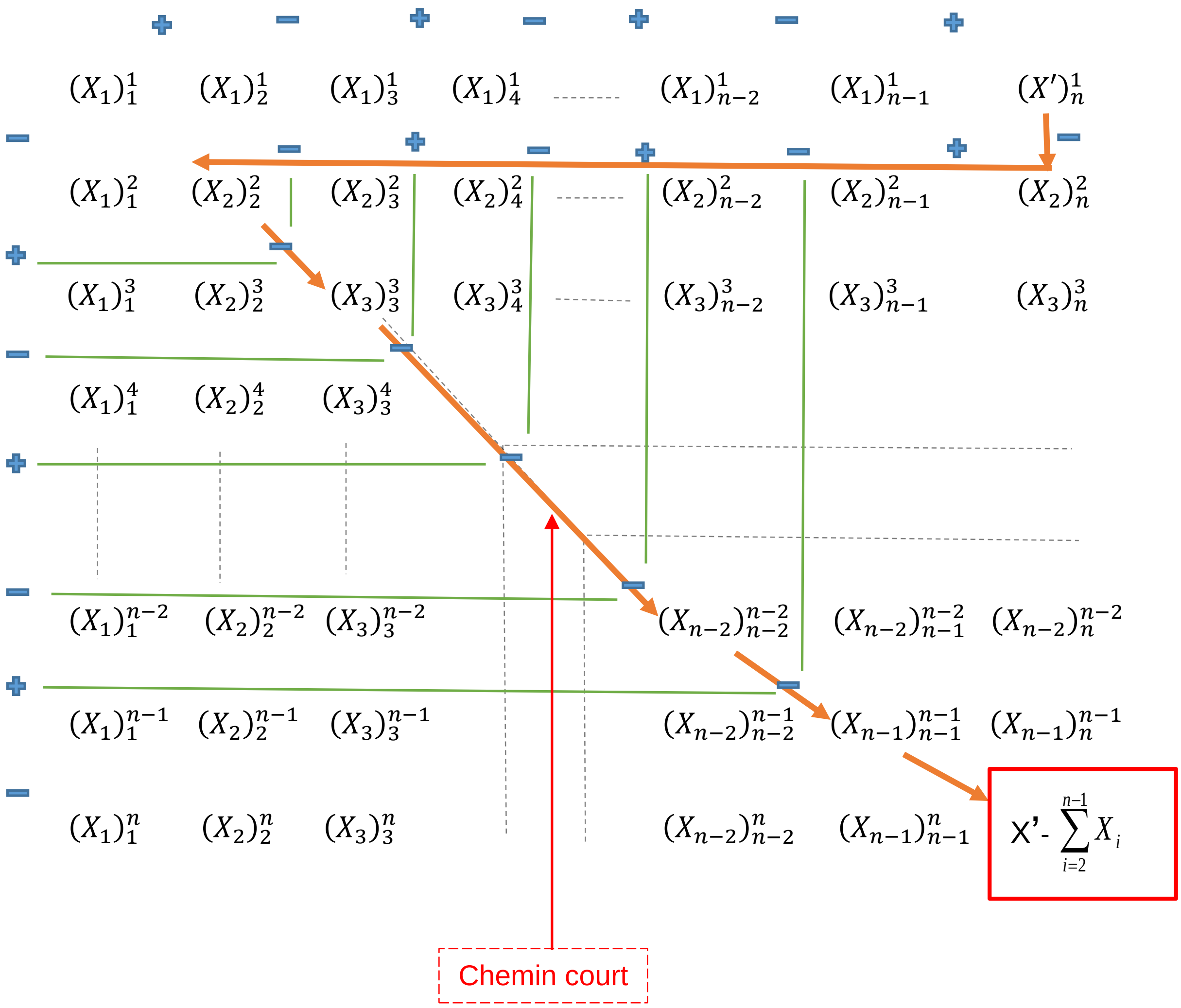
Soient $X', X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-2}$; $X_{n-1} \in R$ et n = nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)



3.1.2. Propriété des matrégraphes hétérogènes de type 2 pair (MH_2P) :

Un matrégraphe hétérogène de type 2 pair a un chemin court pour effectuer des opérations internes et avoir rapidement le résultat interne.

Ce chemin court relie la 1ère ligne – nème colonne à la nème ligne – nème colonne en passant par une partie de la deuxième cornière et une partie de la diagonale qui va au niveau du résultat interne du matrégraphe.



Démonstration du résultat interne = $X' - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$

Considérons le chemin court du matrégraphe, on a :

$$X' \underbrace{- X_2 + X_2 - X_2 + \ldots\ldots - X_2 + X_2 - X_2}_{= 0} - X_3 - \ldots\ldots\ldots\ldots - X_{n-2} - X_{n-1} =$$

Il y a (n-2) termes qui sont opposés 2 à 2. n étant un nombre entier naturel pair et donc (n-2) reste aussi pair. Alors les valeurs s'éliminent 2 à 2 et il ne restera que 0 comme résultat.

$$= X' - X_2 - X_3 - \ldots - X_{n-2} - X_{n-1} = X' - (X_2 + X_3 + \ldots + X_{n-2} + X_{n-1}) = X' - \sum_{i=2}^{n-1} X_i$$

<u>Exemples forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH$_2$P):</u>

<u>Exemple N°1</u>

$$\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 0 \\ - & 2 & 1 & 1 & 1 \\ + & 2 & 1 & 3 & 3 \\ - & 2 & 1 & 3 & \boxed{0-(1+3)} \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 0 \\ - & 2 & 1 & 1 & 1 \\ + & 2 & 1 & 3 & 3 \\ - & 2 & 1 & 3 & \boxed{-4} \end{array}$$

La 1ère cornière est occupée par le nombre constant **2** qui est remplacé à la 1ère ligne et 4ème colonne par un réel différent qui est **0**. La 2ème et la 3ème cornière sont occupées respectivement par les réels constants **1** et **3**.

<u>Exemple N°2</u>

$$\begin{array}{c|cccccc} & & + & - & + & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ - & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ + & 2 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ - & 2 & 1 & 3 & 4 & 4 & 4 \\ + & 2 & 1 & 3 & 4 & 1 & 1 \\ - & 2 & 1 & 3 & 4 & 1 & \boxed{-6} \end{array}$$

3.1.3. Forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH$_2$P)

Soient $X', X_1, X_2, X_3, \ldots, X_{n-2}$; $X_{n-1} \in R$ et n = nombre entier naturel pair ($n \geq 4$)

$$(\sum Li = \sum Ci = n)$$

$$\left((X_1)^{\overrightarrow{1;n}}_{\overrightarrow{1;n-1}};\ (X')^{1}_{n};\ (X_2)^{\overrightarrow{2;n}}_{\overrightarrow{2;n}};\ (X_3)^{\overrightarrow{3;n}}_{\overrightarrow{3;n}};\ \dots\ ;\ (X_{n-1})^{\overrightarrow{n-1;n}}_{\overrightarrow{n-1;n}}\right)\ \boxed{X' - \sum_{i=2}^{n-1} X_i}$$

<u>Exemple forme condensée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH_2P):</u>

Donnons la forme condensée de l'exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 3.1.2

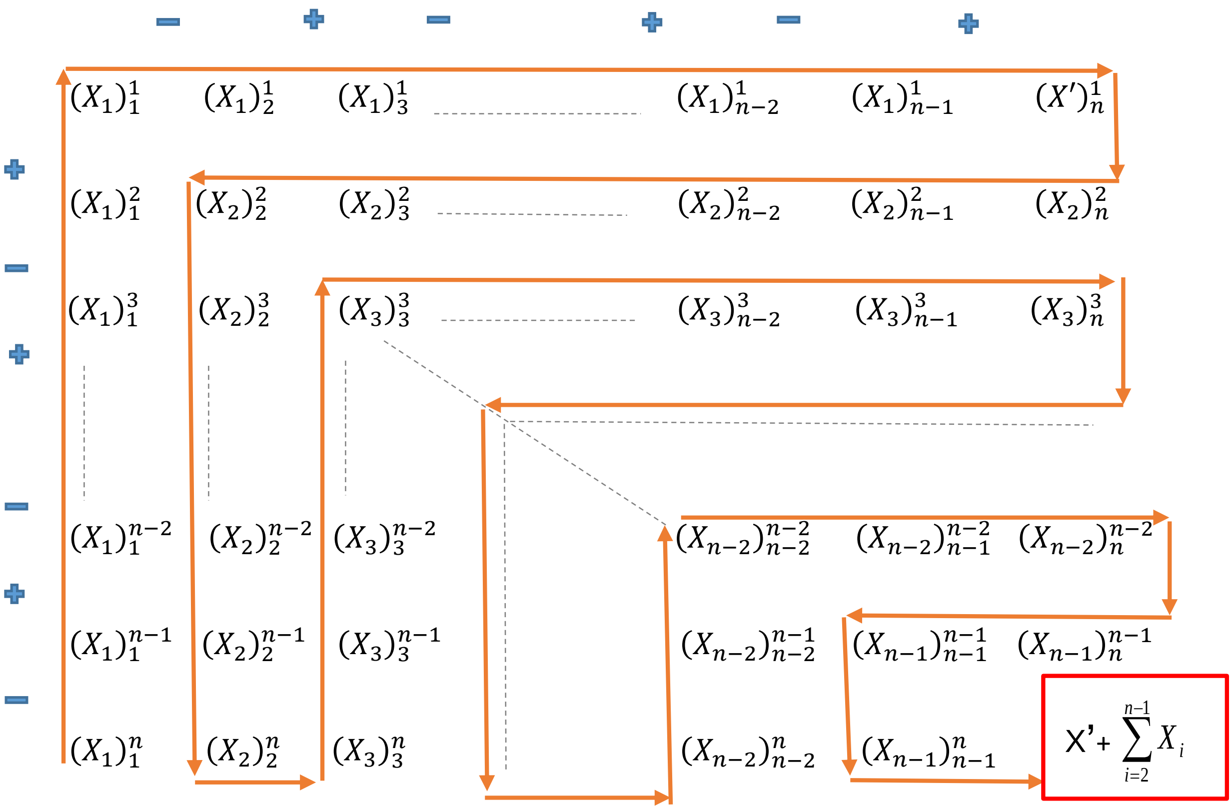
<u>Exemple N°1</u>

$$\begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & 2 & 2 & 2 & 0 \\ - & 2 & 1 & 1 & 1 \\ + & 2 & 1 & 3 & 3 \\ - & 2 & 1 & 3 & \boxed{-4} \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{c} (\sum Li = \sum Ci = 4) \\ \left(2^{\overrightarrow{1;4}}_{\overrightarrow{1;3}};\ 0^{1}_{4}\ ;\ 1^{\overrightarrow{2;4}}_{\overrightarrow{2;4}};\ 3^{\overrightarrow{3;4}}_{\overrightarrow{3;4}}\right)\ \boxed{-4} \end{array}$$

3.2. Matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH_2I) :

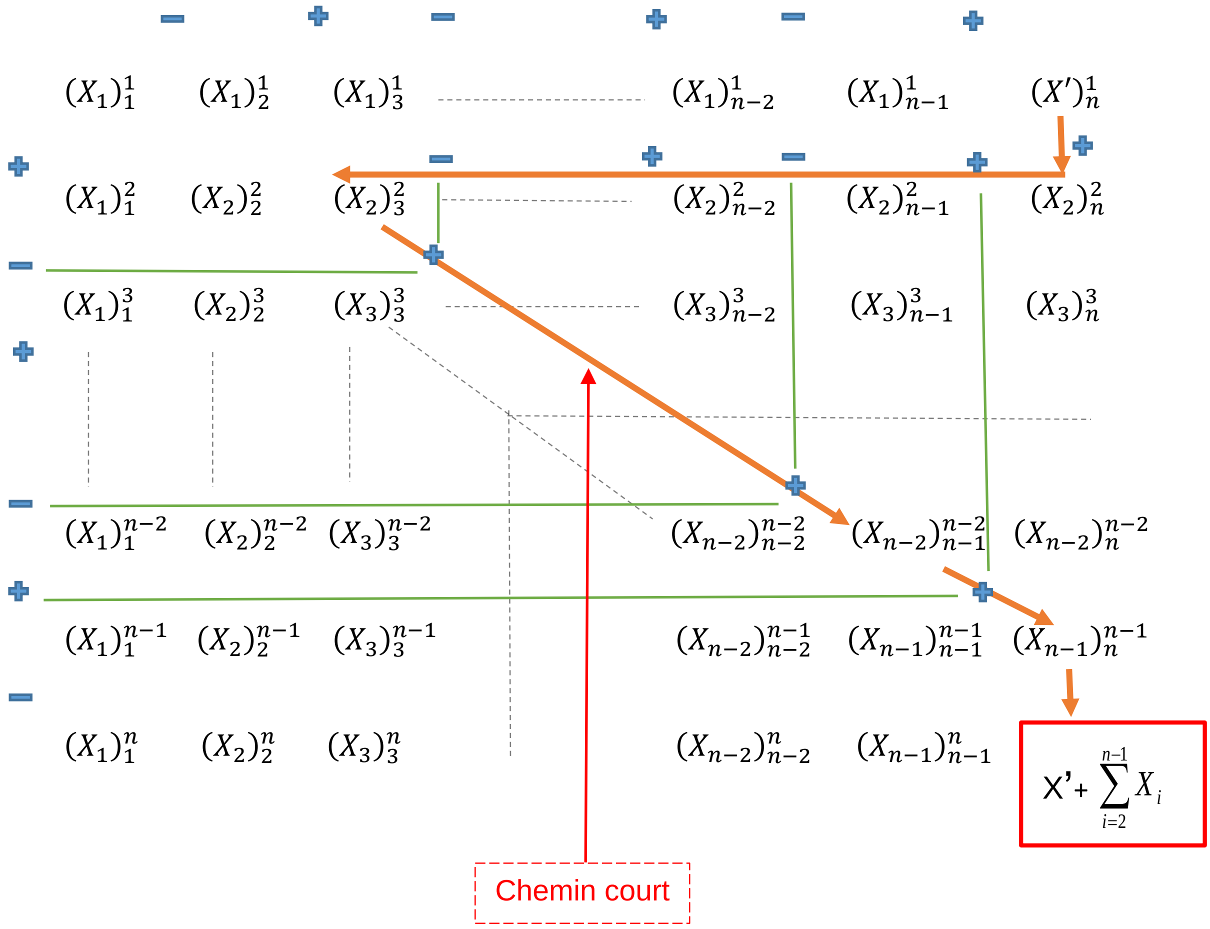
3.2.1. Forme détaillée d'un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH_2I)

Soient $X', X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2}$; $X_{n-1} \in R$ et n = nombre entier naturel impair ($n \geq 3$)



3.2.2. Propriété des matrégraphes hétérogènes de type 2 impair (MH_2I) :

Un matrégraphe hétérogène de type 2 impair a un chemin court pour effectuer des opérations internes et avoir rapidement le résultat interne. Ce chemin court qui relie la 1ère ligne – n^{ème} colonne à la n^{ème} ligne – n^{ème} colonne passe d'abord par une partie de la deuxième cornière et traverse ensuite les nombres indépendants les plus proches de la diagonale (allant au niveau du résultat interne) et situés au-dessus de cette dernière.



Démonstration du résultat interne = X'+ $\sum_{i=2}^{n-1} X_i$

Considérons le chemin court du matrégraphe ci-dessus, on a :

$$X' + \underbrace{X_2 + X_2 - X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots - X_2}_{= 0} + X_3 + \ldots\ldots. + X_{n-2} + X_{n-1} =$$

Il y a (n-3) termes qui sont opposés 2 à 2. n étant un nombre entier naturel impair et donc (n-3) devient pair. Alors les valeurs s'éliminent 2 à 2 et il ne restera que 0 comme résultat.

$$X' + X_2 + X_3 + \ldots\ldots. + X_{n-2} + X_{n-1} = X' + \sum_{i=2}^{n-1} X_i$$

Exemples forme détaillée d’un matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH_2I):

Exemple N°1

$$\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ & 3 & 3 & 2 \\ + & 3 & 1 & 1 \\ - & 3 & 1 & \boxed{3} \end{array}$$

Exemple N°2

$$\begin{array}{c|ccccc} & & - & + & - & + \\ & 5 & 5 & 5 & 5 & 4 \\ + & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ - & 5 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ + & 5 & 1 & 2 & 6 & 6 \\ - & 5 & 1 & 2 & 6 & \boxed{13} \end{array}$$

3.2.3. Forme condensée d’un matrégraphe hétérogène de type2 impair (MH_2I)

Soient $X', X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-2} ; X_{n-1} \in \mathbb{R}$ et n = nombre entier naturel impair $(n \geq 3)$

$$(\sum Li = \sum Ci = n)$$

$$\left((X_1)_{\overrightarrow{1;n-1}}^{\overrightarrow{1;n}} ; (X')_n^1 ; (X_2)_{\overrightarrow{2;n}}^{\overrightarrow{2;n}} ; (X_3)_{\overrightarrow{3;n}}^{\overrightarrow{3;n}} ; \dots ; (X_{n-1})_{\overrightarrow{n-1;n}}^{\overrightarrow{n-1;n}} \right) \rightarrow \boxed{X' + \sum_{i=2}^{n-1} X_i}$$

Donnons la forme condensée de l’exemple N°1 se trouvant dans la partie du sous-titre 3.2.2

Exemple N°1

$$\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ & 3 & 3 & 2 \\ + & 3 & 1 & 1 \\ - & 3 & 1 & \boxed{3} \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{c} (\sum Li = \sum Ci = 3) \\ \left(3_{\overrightarrow{1;2}}^{\overrightarrow{1;3}} ; 2_3^1 ; 1_{\overrightarrow{2;3}}^{\overrightarrow{2;3}} \right) \rightarrow \boxed{3} \end{array}$$

Conclusions:

- Dans les matrégraphes pairs, la diagonale reliant la 1ère ligne-1ère colonne à la n^{ème} ligne-n^{ème} colonne représente soit entièrement ou partiellement le chemin court à suivre pour effectuer les opérations internes et avoir rapidement le résultat interne.
- Dans les matrégraphes impairs, la ligne oblique contiguë à la diagonale (reliant la 1ère ligne-1ère colonne à la n^{ème} ligne-n^{ème} colonne) et située au-dessus de cette dernière représente le plus souvent soit entièrement ou partiellement le chemin court à suivre pour effectuer les opérations internes et avoir rapidement le résultat interne.

4. Exercices résolus:

Exercice N°1

On donne les matrégraphes suivants :

$$A=\begin{array}{c|ccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + \\
 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
- & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
- & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
- & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & \boxed{?}
\end{array}$$

$$B=\begin{array}{c|ccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\
+ & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
- & 0 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 0 & 4 & 1 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
- & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
+ & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
- & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 1 & 4 & 4 \\
- & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 1 & 4 & \boxed{?}
\end{array}$$

$$C=\begin{array}{c|ccccc}
 & & - & + & - & + \\
 & 81 & 81 & 81 & 81 & 81 \\
+ & 81 & 16 & 16 & 16 & 16 \\
- & 81 & 16 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 81 & 16 & 1 & 256 & 256 \\
- & 81 & 16 & 1 & 256 & \boxed{?}
\end{array}$$

$(\sum Li = \sum Ci = 3)$

$$D=\left(3^{\overrightarrow{1;3}}_{\overrightarrow{1;3}}\ ;\ -2^{\overrightarrow{2;3}}_{\overrightarrow{2;3}}\right) \longrightarrow \boxed{1}$$

$$
E=\begin{array}{c|cccccccc}
 & & + & - & + & - & + & - & + \\
 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 1 \\
- & 9 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
+ & 9 & 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & 9 & 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
- & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 0 & 5 & 5 \\
- & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 0 & 5 & \boxed{?}
\end{array}
\qquad
F=\begin{array}{c|cccc}
 & & + & - & + \\
 & 7 & 7 & 7 & 7 \\
- & 7 & 7 & 7 & 7 \\
+ & 7 & 7 & 7 & 7 \\
- & 7 & 7 & 7 & \boxed{?}
\end{array}
$$

$(\sum Li = \sum Ci = 10)$

$$
G=\left(1^{\overrightarrow{1;10}}_{1;9};\ 8^{1}_{10};\ 3^{\overrightarrow{2;10}}_{2;10};\ 6^{\overrightarrow{3;10}}_{3;10};\ 2^{\overrightarrow{4;10}}_{4;10};\ 2^{\overrightarrow{5;10}}_{5;10};\ 1^{\overrightarrow{6;10}}_{6;10};\ 6^{\overrightarrow{7;10}}_{7;10};\ 4^{\overrightarrow{8;10}}_{8;10};\ 5^{\overrightarrow{9;10}}_{9;10}\right)\ \boxed{-21}
$$

$$
H=\begin{array}{c|cccccc}
 & & + & - & + & - & + \\
 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
- & 2 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
+ & 2 & 5 & -3 & -3 & -3 & -3 \\
- & 2 & 6 & -3 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 2 & 6 & -3 & 0 & 2 & 2 \\
- & 2 & 6 & -3 & 0 & 2 & \boxed{?}
\end{array}
$$

1) Cocher la case correspondante dans le tableau ci-dessous :

	Matrégraphe homogène pair (MHP)	**Matrégraphe homogène impair (MHI)**	**Matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_1P)**	**Matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I)**	**Matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH_2P)**	**Matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH_2I)**
A						
B						
C						
D						
E						

F						
G						
H						

2) Compléter les matrégraphes A, B, C, E, F et H en donnant leurs résultats internes.
3) Donnez les formes détaillées des matrégraphes condensées D et G.
4) Comparer les matrégraphes A, B, C, D, E, F, G et H sur la base de leurs résultats internes.
5) Comparer les matrégraphes A, B, C, D, E, F, G et H sur la base de n (nombre de ligne et nombre de colonne).
6) Comparer les matrégraphes A, B, C, D, E, F, G et H sur la base de l'effectif de nombres réels qui sont traversés par le chemin court de chacun.

<u>Solution:</u>

1) On a 3 catégories de matrégraphe (matrégraphe homogène, matrégraphe hétérogène de type 1 et matrégraphe hétérogène de type 2) qui comptent chacune de 2 sous catégories (pair et impair) d'où le total de 6 sous catégories qui sont : **MHP, MHI, MH_1P, MH_1I, MH_2P et MH_2I** données dans le tableau ci-dessous. Nous allons à présent indiquer la sous-catégorie à laquelle appartient chacun des matrégraphes.

	Matrégraphe homogène pair (MHP)	**Matrégraphe homogène impair (MHI)**	**Matrégraphe hétérogène de type 1 pair (MH_1P)**	**Matrégraphe hétérogène de type 1 impair (MH_1I)**	**Matrégraphe hétérogène de type 2 pair (MH_2P)**	**Matrégraphe hétérogène de type 2 impair (MH_2I)**
A		×				
B						×
C				×		
D				×		
E					×	
F	×					
G					×	
H			×			

2) Complétons les matrégraphes en donnant leurs résultats internes :

$$A=\begin{array}{c|ccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
- & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
- & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
- & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & \boxed{-24}
\end{array}$$

$$B=\begin{array}{c|ccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\
+ & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
- & 0 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 0 & 4 & 1 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
- & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
+ & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
- & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 1 & 4 & 4 \\
- & 0 & 4 & 1 & 5 & 2 & 5 & 1 & 4 & \boxed{25}
\end{array}$$

$$C=\begin{array}{c|ccccc}
 & & - & + & - & + \\
\hline
 & 81 & 81 & 81 & 81 & 81 \\
+ & 81 & 16 & 16 & 16 & 16 \\
- & 81 & 16 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 81 & 16 & 1 & 256 & 256 \\
- & 81 & 16 & 1 & 256 & \boxed{354}
\end{array}$$

$$E=\begin{array}{c|cccccccc}
 & & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 1 \\
- & 9 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
+ & 9 & 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & 9 & 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
- & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 0 & 5 & 5 \\
- & 9 & 6 & 1 & 1 & 3 & 0 & 5 & \boxed{-15}
\end{array}$$

$$F=\begin{array}{c|cccc}
 & & + & - & + \\
\hline
 & 7 & 7 & 7 & 7 \\
- & 7 & 7 & 7 & 7 \\
+ & 7 & 7 & 7 & 7 \\
- & 7 & 7 & 7 & \boxed{-7}
\end{array}$$

$$
H = \begin{array}{c|cccccc}
 & & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
- & 2 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
+ & 2 & 5 & -3 & -3 & -3 & -3 \\
- & 2 & 6 & -3 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 2 & 6 & -3 & 0 & 2 & 2 \\
- & 2 & 6 & -3 & 0 & 2 & \boxed{-2}
\end{array}
$$

3) Les formes détaillées des matrégraphes D et G sont :

$$
D = \begin{array}{c|ccc}
 & & - & + \\
\hline
 & 3 & 3 & 3 \\
+ & 3 & -2 & -2 \\
- & 3 & -2 & \boxed{1}
\end{array}
$$

$$
G = \begin{array}{c|cccccccccc}
 & & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 8 \\
- & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
+ & 1 & 3 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
- & 1 & 3 & 6 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
+ & 1 & 3 & 6 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
- & 1 & 3 & 6 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 1 & 3 & 6 & 2 & 2 & 1 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
- & 1 & 3 & 6 & 2 & 2 & 1 & 6 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 1 & 3 & 6 & 2 & 2 & 1 & 6 & 4 & 5 & 5 \\
- & 1 & 3 & 6 & 2 & 2 & 1 & 6 & 4 & 5 & \boxed{-21}
\end{array}
$$

4) Comparaison des matrégraphes sur la base de leurs résultats internes :

Désignons par K le résultat interne d'un matrégraphe considéré.

A	<	G	<	E	<	F	<	H	<	D	<	B	<	C
(K=-24)		(K=-21)		(K=-15)		(K=-7)		(K=-2)		(K=1)		(K=25)		(K=354)

5) Comparaison des matrégraphes sur la base de **n** (nombre de ligne et nombre de colonne)

D	<	F	<	C	<	H	<	A	<	E	<	B	<	G
(n=3)		(n=4)		(n=5)		(n=6)		(n=7)		(n=8)		(n=9)		(n=10)

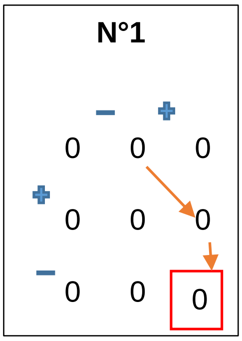
6) Comparaison des matrégraphes sur la base de l’effectif de nombres réels qui sont traversés par le chemin court de chacun.

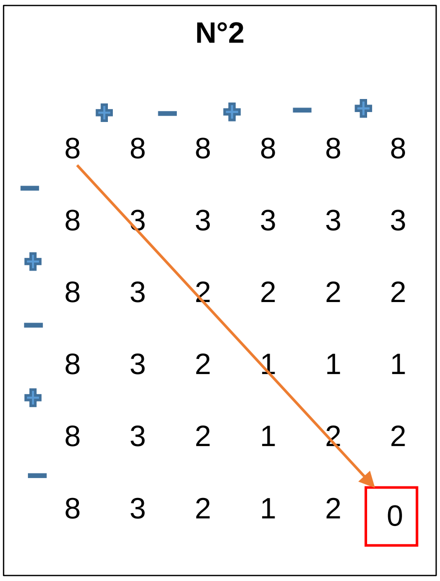
D	<	F	<	C	<	H	<	A	<	E	<	B	<	G
(2 réels traversés)		(3 réels traversés)		(4 réels traversés)		(5 réels traversés)		(6 réels traversés)		(13 réels traversés)		(14 réels traversés)		(17 réels traversés)

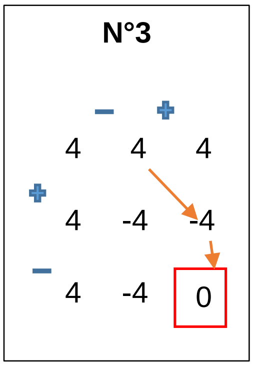
Exercice N°2:

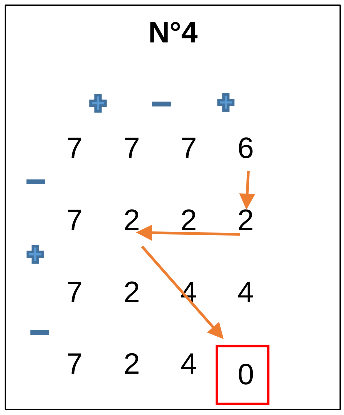
Donnez 5 matrégraphes différents dont le résultat interne de chacun est égal à 0.

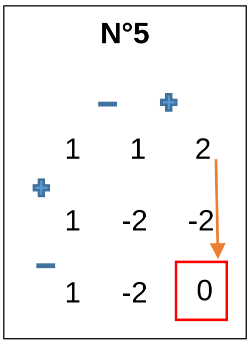
Solution :











NB :Il y a plusieurs autres solutions.

Exercice N°3 :

Donnez 4 matrégraphes différents dont leurs résultats internes sont des nombres réels consécutifs

Solution:

N°1

		+	−	+
	-2	-2	-2	-2
−	-2	-2	-2	-2
+	-2	-2	-2	-2
−	-2	-2	-2	$\boxed{2}$

N°2

		+	−	+
	-3	-3	-3	-3
−	-3	-3	-3	-3
+	-3	-3	-3	-3
−	-3	-3	-3	$\boxed{3}$

N°3

		+	−	+
	-4	-4	-4	-4
−	-4	-4	-4	-4
+	-4	-4	-4	-4
−	-4	-4	-4	$\boxed{4}$

N°4

		+	−	+
	-5	-5	-5	-5
−	-5	-5	-5	-5
+	-5	-5	-5	-5
−	-5	-5	-5	$\boxed{5}$

NB : Il y a plusieurs autres solutions.

Exercice N°4 : Matrégraphes et suite arithmétique

Soient A=MHP ; B=MHI ; C=MH_1P ; D=MH_1I ; E=MH_2P ; F=MH_2I des matrégraphes dont les résultats internes sont les termes d'une suite arithmétique de premier terme égal à 7 et de raison r=3.

Déterminer ces matrégraphes A ; B ; C ; D, E et F.

Solution:

A =

		+	−	+
	-7	-7	-7	-7
−	-7	-7	-7	-7
+	-7	-7	-7	-7
−	-7	-7	-7	$\boxed{7}$

B =

		−	+
	5	5	5
+	5	5	5
−	5	5	$\boxed{10}$

C =

		+	−	+	−	+
	-13	-13	-13	-13	-13	-13
−	-13	-5	-5	-5	-5	-5
+	-13	-5	-10	-10	-10	-10
−	-13	-5	-10	-4	-4	-4
+	-13	-5	-10	-4	-7	-7
−	-13	-5	-10	-4	-7	$\boxed{13}$

$$D = \begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 12 & 12 & 12 \\ + & 12 & 4 & 4 \\ - & 12 & 4 & \boxed{16} \end{array} \qquad E = \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 11 \\ - & 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & 0 & 1 & -9 & -9 \\ - & 0 & 1 & -9 & \boxed{19} \end{array} \qquad F = \begin{array}{c|ccccc} & & - & + & - & + \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 15 \\ + & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ - & 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ + & 1 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ - & 1 & 2 & 3 & 2 & \boxed{22} \end{array}$$

Ainsi, on a la suite arithmétique : 7 **; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22** r = 3

A B C D E F

<u>NB</u> : Il y a plusieurs autres solutions.

Exercice N°5: Matrégraphes et suite géométrique

Soient A=MHP ; B=MHI ; C=MH_1P ; D=MH_1I ; E=MH_2P ; F=MH_2I des matrégraphes dont les résultats internes sont les termes d'une suite géométrique de premier terme égal à 2 et de raison q=3.

Déterminer ces matrégraphes A ; B ; C ; D, E et F.

<u>Solution</u>:

$$A = \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & -2 & -2 & -2 & -2 \\ - & -2 & -2 & -2 & -2 \\ + & -2 & -2 & -2 & -2 \\ - & -2 & -2 & -2 & \boxed{2} \end{array} \qquad B = \begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 \\ + & 2 & 2 & 2 \\ - & 2 & 2 & \boxed{4} \end{array} \qquad C = \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 16 & 16 & 16 & 16 \\ - & 16 & 3 & 3 & 3 \\ + & 16 & 3 & 5 & 5 \\ - & 16 & 3 & 5 & \boxed{8} \end{array}$$

$$D = \begin{array}{cccccc}
 & & - & & + & \\
 & 12 & & 12 & & 12 \\
+ & & & & & \\
 & 12 & & 4 & & 4 \\
- & & & & & \\
 & 12 & & 4 & & \boxed{16}
\end{array}
\qquad
E = \begin{array}{cccccccc}
 & & + & & - & & + & \\
 & 6 & & 6 & & 6 & & 21 \\
- & & & & & & & \\
 & 6 & & 1 & & 1 & & 1 \\
+ & & & & & & & \\
 & 6 & & 1 & & -12 & & -12 \\
- & & & & & & & \\
 & 6 & & 1 & & -12 & & \boxed{32}
\end{array}
\qquad
F = \begin{array}{cccccccccc}
 & & - & & + & & - & & + & \\
 & 4 & & 4 & & 4 & & 4 & & 50 \\
+ & & & & & & & & & \\
 & 4 & & 10 & & 10 & & 10 & & 10 \\
- & & & & & & & & & \\
 & 4 & & 10 & & 3 & & 3 & & 3 \\
+ & & & & & & & & & \\
 & 4 & & 10 & & 3 & & 1 & & 1 \\
- & & & & & & & & & \\
 & 4 & & 10 & & 3 & & 1 & & \boxed{64}
\end{array}$$

Ainsi, on a la suite géométrique : **2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64** q = 2
A B C D E F

<u>NB</u> : Il y a plusieurs autres solutions.

Exercice N°6: Matrégraphe et équation à une variable.

Le matrégraphe **A** ci-dessous est un **MH$_1$P** à une variable. Déterminer la variable x.

$$A = \begin{array}{cccccccccccc}
 & & + & & - & & + & & - & & + & \\
 & 3 & & 3 & & 3 & & 3 & & 3 & & 3 \\
- & & & & & & & & & & & \\
 & 3 & & -2x & & -2x & & -2x & & -2x & & -2x \\
+ & & & & & & & & & & & \\
 & 3 & & -2x & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 \\
- & & & & & & & & & & & \\
 & 3 & & -2x & & 0 & & 4 & & 4 & & 4 \\
+ & & & & & & & & & & & \\
 & 3 & & -2x & & 0 & & 4 & & 0 & & 0 \\
- & & & & & & & & & & & \\
 & 3 & & -2x & & 0 & & 4 & & 0 & & \boxed{3x}
\end{array}$$

<u>Solution:</u>

Pour déterminer rapidement la variable x, considérons le chemin court du matrégraphe. En effet, on peut écrire : $3 + 2x - 0 - 4 - 0 = 3x \longrightarrow -1 = 3x - 2x \longrightarrow$

$\boxed{x = -1}$

Le matrégraphe est alors :

$$A=\begin{array}{c|cccccc} & & + & - & + & - & + \\ \hline & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ - & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ + & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & 3 & 2 & 0 & 4 & 4 & 4 \\ + & 3 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ - & 3 & 2 & 0 & 4 & 0 & \boxed{-3} \end{array}$$

III. Propriétés relatives à la fusion des matrégraphes :

Propriété N°1:

Si A et B sont deux matrégraphes de même catégorie et ayant même nombre de ligne et même nombre de colonne, alors en additionnant les nombres indépendants du matrégraphe A avec ceux du matrégraphe B dans leurs positions correspondantes (L_i ;C_i), on obtient un matrégraphe C appartenant à la même catégorie dont le résultat interne est la somme des résultats internes des deux premiers matrégraphes A et B.

<u>Exemples:</u>

<u>Exemple N°1</u> :

$$A=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & -3 & -3 & -3 & -3 \\ - & -3 & -3 & -3 & -3 \\ + & -3 & -3 & -3 & -3 \\ - & -3 & -3 & -3 & \boxed{3} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & -2 & -2 & -2 & -2 \\ - & -2 & -2 & -2 & -2 \\ + & -2 & -2 & -2 & -2 \\ - & -2 & -2 & -2 & \boxed{2} \end{array} \xrightarrow{(A+B)}$$

$$C=\begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) \\ - & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) \\ + & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) \\ - & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & (-3)+(-2) & \boxed{-[(-3)+(-2)]} \end{array} \Rightarrow C=\begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & -5 & -5 & -5 & -5 \\ - & -5 & -5 & -5 & -5 \\ + & -5 & -5 & -5 & -5 \\ - & -5 & -5 & -5 & \boxed{3+2} \end{array} \Rightarrow$$

$$C=\begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & -5 & -5 & -5 & -5 \\ - & -5 & -5 & -5 & -5 \\ + & -5 & -5 & -5 & -5 \\ - & -5 & -5 & -5 & \boxed{5} \end{array}$$

<u>Exemple N°2</u>

$$A=\begin{array}{cccc} & & - & + \\ & 4 & 4 & 4 \\ + & 4 & -1 & -1 \\ - & 4 & -1 & \boxed{3} \end{array} \quad B=\begin{array}{cccc} & & - & + \\ & 2 & 2 & 2 \\ + & 2 & 3 & 3 \\ - & 2 & 3 & \boxed{5} \end{array} \xrightarrow{(A+B)} C=\begin{array}{cccc} & & - & + \\ & (4+2) & (4+2) & (4+2) \\ + & (4+2) & (-1+3) & (-1+3) \\ - & (4+2) & (-1+3) & \boxed{4+2-1+3} \end{array}$$

$$\Rightarrow C=\begin{array}{cccc} & & - & + \\ & 6 & 6 & 6 \\ + & 6 & 2 & 2 \\ - & 6 & 2 & \boxed{3+5} \end{array} \Rightarrow C=\begin{array}{cccc} & & - & + \\ & 6 & 6 & 6 \\ + & 6 & 2 & 2 \\ - & 6 & 2 & \boxed{8} \end{array}$$

Propriété N°2:

Soient A_1 ; A_2 ; A_3 ; …… ;A_n des matrégraphes de même catégorie et ayant même nombre de ligne et même nombre de colonne, alors en additionnant les nombres indépendants des matrégraphes A_i dans leurs positions correspondantes (L_i ; C_i), on obtient un matrégraphe B de la même catégorie dont le résultat interne est la somme des résultats internes de tous ces matrégraphes A_i.

<u>Exemple:</u>

$$\mathbf{A_1 =} \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 5 & 5 & 5 & 5 \\ - & 5 & 0 & 0 & 0 \\ + & 5 & 0 & -1 & -1 \\ - & 5 & 0 & -1 & \boxed{6} \end{array} \qquad \mathbf{A_2 =} \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & -2 & -2 & -2 & -2 \\ - & -2 & 3 & 3 & 3 \\ + & -2 & 3 & -6 & -6 \\ - & -2 & 3 & -6 & \boxed{1} \end{array} \qquad \mathbf{A_3 =} \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 10 & 10 & 10 & 10 \\ - & 10 & 7 & 7 & 7 \\ + & 10 & 7 & 1 & 1 \\ - & 10 & 7 & 1 & \boxed{2} \end{array}$$

$$\mathbf{A_4 =} \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 15 & 15 & 15 & 15 \\ - & 15 & 8 & 8 & 8 \\ + & 15 & 8 & 0 & 0 \\ - & 15 & 8 & 0 & \boxed{7} \end{array}$$

$$\xrightarrow{\mathbf{(A_1+A_2+A_3+A_4)}} \mathbf{B=} \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & (5-2+10+15) & (5-2+10+15) & (5-2+10+15) & (5-2+10+15) \\ - & (5-2+10+15) & (0+3+7+8) & (0+3+7+8) & (0+3+7+8) \\ + & (5-2+10+15) & (0+3+7+8) & (-1-6+1+0) & (-1-6+1+0) \\ - & (5-2+10+15) & (0+3+7+8) & (-1-6+1+0) & \boxed{6+1+15-15+5-3+10-3} \end{array}$$

$$\Longrightarrow \mathbf{B=} \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 28 & 28 & 28 & 28 \\ - & 28 & 18 & 18 & 18 \\ + & 28 & 18 & -6 & -6 \\ - & 28 & 18 & -6 & \boxed{6+1+2+7} \end{array} \qquad \Longrightarrow \mathbf{B=} \begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 28 & 28 & 28 & 28 \\ - & 28 & 18 & 18 & 18 \\ + & 28 & 18 & -6 & -6 \\ - & 28 & 18 & -6 & \boxed{16} \end{array}$$

Propriété N°3:

Si A et B sont deux matrégraphes de même catégorie et ayant même nombre de ligne et même nombre de colonne, alors en effectuant une soustraction des nombres indépendants du matrégraphe A avec ceux du matrégraphe B dans leurs positions correspondantes (L_i ;C_i), on obtient un matrégraphe C appartenant à la même catégorie dont le résultat interne est la différence des résultats internes des deux premiers matrégraphes A et B.

<u>Exemple:</u>

$$A=\begin{array}{cccccccc} & & + & & - & & + & \\ & 4 & & 4 & & 4 & & 8 \\ - & & & & & & & \\ & 4 & & 2 & & 2 & & 2 \\ + & & & & & & & \\ & 4 & & 2 & & 1 & & 1 \\ - & & & & & & & \\ & 4 & & 2 & & 1 & & \boxed{5} \end{array} \qquad B=\begin{array}{cccccccc} & & + & & - & & + & \\ & 12 & & 12 & & 12 & & 4 \\ - & & & & & & & \\ & 12 & & 0 & & 0 & & 0 \\ + & & & & & & & \\ & 12 & & 0 & & 1 & & 1 \\ - & & & & & & & \\ & 12 & & 0 & & 1 & & \boxed{3} \end{array} \xrightarrow{(A\ -\ B)}$$

$$C=\begin{array}{cccccccc} & & + & & - & & + & \\ & (4-12) & & (4-12) & & (4-12) & & (8-4) \\ - & & & & & & & \\ & (4-12) & & (2-0) & & (2-0) & & (2-0) \\ + & & & & & & & \\ & (4-12) & & (2-0) & & (1-1) & & (1-1) \\ - & & & & & & & \\ & (4-12) & & (2-0) & & (1-1) & & \boxed{8-4-2-1+1} \end{array} \Rightarrow C=\begin{array}{cccccccc} & & + & & - & & + & \\ & -8 & & -8 & & -8 & & 4 \\ - & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 2 & & 2 \\ + & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 0 & & 0 \\ - & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 0 & & \boxed{(8-2-1)-(4-1)} \end{array}$$

$$\Rightarrow C=\begin{array}{cccccccc} & & + & & - & & + & \\ & -8 & & -8 & & -8 & & 4 \\ - & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 2 & & 2 \\ + & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 0 & & 0 \\ - & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 0 & & \boxed{5-3} \end{array} \Rightarrow C=\begin{array}{cccccccc} & & + & & - & & + & \\ & -8 & & -8 & & -8 & & 4 \\ - & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 2 & & 2 \\ + & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 0 & & 0 \\ - & & & & & & & \\ & -8 & & 2 & & 0 & & \boxed{2} \end{array}$$

Propriété N°4:

Le matrégraphe de type 2 a la propriété d'absorber toute autre catégorie qui est différente de lui dans les opérations de fusion-addition et fusion-soustraction.

Exemples:

Exemple N°1

$$A=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 7 & 7 & 7 & 5 \\ - & 7 & 3 & 3 & 3 \\ + & 7 & 3 & 6 & 6 \\ - & 7 & 3 & 6 & \boxed{-4} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 9 & 9 & 9 & 9 \\ - & 9 & 9 & 9 & 9 \\ + & 9 & 9 & 9 & 9 \\ - & 9 & 9 & 9 & \boxed{-9} \end{array} \xrightarrow{(A+B)}$$

$$C=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 16 & 16 & 16 & 14 \\ - & 16 & 12 & 12 & 12 \\ + & 16 & 12 & 15 & 15 \\ - & 16 & 12 & 15 & \boxed{-13} \end{array}$$

Exemple N°2

$$A=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 3 & 3 & 8 \\ + & 3 & 4 & 4 \\ - & 3 & 4 & \boxed{12} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ + & 1 & 2 & 2 \\ - & 1 & 2 & \boxed{3} \end{array} \xrightarrow{(A\,-\,B)} C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 7 \\ + & 2 & 2 & 2 \\ - & 2 & 2 & \boxed{9} \end{array}$$

Propriété N°5:

Le matrégraphe de type 1 a la propriété d’absorber le matrégraphe homogène dans les opérations de fusion-addition et fusion-soustraction.

Exemple:

$$A=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 16 & 16 & 16 & 16 \\ - & 16 & 8 & 8 & 8 \\ + & 16 & 8 & 4 & 4 \\ - & 16 & 8 & 4 & \boxed{4} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \\ - & 2 & 2 & 2 & 2 \\ + & 2 & 2 & 2 & 2 \\ - & 2 & 2 & 2 & \boxed{-2} \end{array} \xrightarrow{(A+B)}$$

$$C=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 18 & 18 & 18 & 18 \\ - & 18 & 10 & 10 & 10 \\ + & 18 & 10 & 6 & 6 \\ - & 18 & 10 & 6 & \boxed{2} \end{array}$$

Propriété N°6:

Soient A et B deux matrégraphes quelconques. La multiplication du résultat interne de l'un d'entre eux par chacun des nombres indépendants de l'autre conduit à l'obtention d'un matrégraphe C dont le résultat interne est le produit des résultats internes de ces matrégraphes A et B.

<u>Exemples:</u>

<u>Exemple N°1</u>

$$A=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline + & 1 & 1 & 1 \\ - & 1 & 4 & 4 \\ & 1 & 4 & \boxed{5} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline + & 2 & 2 & 2 \\ - & 2 & 2 & 2 \\ & 2 & 2 & \boxed{4} \end{array} \xrightarrow{(5\times B)} C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline + & (5\times2) & (5\times2) & (5\times2) \\ - & (5\times2) & (5\times2) & (5\times2) \\ & (5\times2) & (5\times2) & \boxed{(5\times2)\times2} \end{array}$$

$$\Longrightarrow C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline + & 10 & 10 & 10 \\ - & 10 & 10 & 10 \\ & 10 & 10 & \boxed{5\times4} \end{array} \Longrightarrow C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline + & 10 & 10 & 10 \\ - & 10 & 10 & 10 \\ & 10 & 10 & \boxed{20} \end{array}$$

Exemple N°2

$$A=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 1 & 1 & 1 \\ + & 1 & 4 & 4 \\ - & 1 & 4 & \boxed{5} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 \\ + & 2 & 2 & 2 \\ - & 2 & 2 & \boxed{4} \end{array} \xrightarrow{(4\times A)} C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & (4\times1) & (4\times1) & (4\times1) \\ + & (4\times1) & (4\times4) & (4\times4) \\ - & (4\times1) & (4\times4) & \boxed{4\times(1+4)} \end{array}$$

$$\Rightarrow C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 4 & 4 & 4 \\ + & 4 & 16 & 16 \\ - & 4 & 16 & \boxed{4\times5} \end{array} \Rightarrow C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 4 & 4 & 4 \\ + & 4 & 16 & 16 \\ - & 4 & 16 & \boxed{20} \end{array}$$

Exemple N°3

$$A=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 8 & 8 & 8 & 8 \\ - & 8 & 1 & 1 & 1 \\ + & 8 & 1 & 1 & 1 \\ - & 8 & 1 & 1 & \boxed{6} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 \\ + & 2 & 3 & 3 \\ - & 2 & 3 & \boxed{5} \end{array} \xrightarrow{(6\times B)} C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & (6\times2) & (6\times2) & (6\times2) \\ + & (6\times2) & (6\times3) & (6\times3) \\ - & (6\times2) & (6\times3) & \boxed{6\times(2+3)} \end{array}$$

$$\Rightarrow C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 12 & 12 & 12 \\ + & 12 & 18 & 18 \\ - & 12 & 18 & \boxed{6\times5} \end{array} \Rightarrow C=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 12 & 12 & 12 \\ + & 12 & 18 & 18 \\ - & 12 & 18 & \boxed{30} \end{array}$$

Exemple N°4

$$A=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 8 & 8 & 8 & 8 \\ - & 8 & 1 & 1 & 1 \\ + & 8 & 1 & 1 & 1 \\ - & 8 & 1 & 1 & \boxed{6} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|ccc} & & - & + \\ \hline & 2 & 2 & 2 \\ + & 2 & 3 & 3 \\ - & 2 & 3 & \boxed{5} \end{array} \xrightarrow{(5\times A)} C=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & (5\times8) & (5\times8) & (5\times8) & (5\times8) \\ - & (5\times8) & (5\times1) & (5\times1) & (5\times1) \\ + & (5\times8) & (5\times1) & (5\times1) & (5\times1) \\ - & (5\times8) & (5\times1) & (5\times1) & \boxed{5\times(8-1-1)} \end{array}$$

$$\Longrightarrow\ C=\begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & 40 & 40 & 40 & 40 \\ - & 40 & 5 & 5 & 5 \\ + & 40 & 5 & 5 & 5 \\ - & 40 & 5 & 5 & \boxed{5\times 6} \end{array} \qquad \Longrightarrow\ C=\begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & 40 & 40 & 40 & 40 \\ - & 40 & 5 & 5 & 5 \\ + & 40 & 5 & 5 & 5 \\ - & 40 & 5 & 5 & \boxed{30} \end{array}$$

IV. Champs d'application de la théorie des matrégraphes :

La théorie trouve son application en physique, chimie, informatique, télécommunications, électricité, cryptographie, mécanique, transport, ….etc

Les matrégraphes peuvent être utilisés pour représenter des grandeurs physiques telles que : l'espace, le temps, la vitesse, l'accélération, la masse, le volume, la pression, la température, la fréquence ….etc ou représenter des choses ou personnes à qui ces grandeurs sont associées. On peut en effet se servir des matrégraphes pour :

- étudier des positions ou des états dynamiques ou statiques.
- étudier certaines formes géométriques
- étudier les tracés de projets linéaires : route, autoroute, chemin de fer …etc

1. Exercices résolus:

Exercice N°1:

Soient (x ; y) les coordonnées d'un point P dans l'espace à 2 dimensions. Quelle est la position de ce point P sachant que la somme (x+y) est le résultat interne du matrégraphe A et la différence (x-y) est quant à elle le résultat interne du matrégraphe B.

$$A=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 3 & 3 & 3 & 3 \\ - & 3 & 3 & 3 & 3 \\ + & 3 & 3 & 3 & 3 \\ - & 3 & 3 & 3 & \boxed{x+y} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & 10 & 10 & 10 & -2 \\ - & 10 & 1 & 1 & 1 \\ + & 10 & 1 & 4 & 4 \\ - & 10 & 1 & 4 & \boxed{x-y} \end{array}$$

<u>Solution:</u>

En faisant les opérations arithmétiques internes sur le chemin court du matrégraphe A, on obtient l'équation suivante : 3 – 3 – 3 = x + y $\Longrightarrow$ x + y = -3 (équation N°1)

Les opérations arithmétiques internes sur le chemin court du matrégraphe B nous emmènent à l'équation suivante : –2 – 1 + 1 – 1 – 4 = x – y $\Longrightarrow$ x – y = -7 (équation N°2)

Pour déterminer les coordonnées du point P, résolvons le système des 2 équations à 2 inconnues suivant :

$$\begin{cases} \text{équation N°1} \\ \text{équation N°2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x + y = -3 \\ x - y = -7 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases} \Longrightarrow$$

P (-5 ; 2)

Exercice N°2:

Soient (x ; y ; z) les coordonnées d'un point P dans l'espace à 3 dimensions.

Déterminer la position de ce point P à partir de ces 3 matrégraphes (MH_1P) suivants :

$$A=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & x & x & x & x \\ - & x & y & y & y \\ + & x & y & z & z \\ - & x & y & z & \boxed{6} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & y & y & y & y \\ - & y & x & x & x \\ + & y & x & z & z \\ - & y & x & z & \boxed{4} \end{array} \qquad C=\begin{array}{c|cccc} & & + & - & + \\ \hline & z & z & z & z \\ - & z & y & y & y \\ + & z & y & x & x \\ - & z & y & x & \boxed{2} \end{array}$$

<u>Solution:</u>

Effectuons les opérations arithmétiques internes sur les chemins courts de ces matrégraphes, on a :

- pour le matrégraphe A : $x - y - z = 6$ (équation N°1)
- pour le matrégraphe B : $-x + y - z = 4$ (équation N°2)
- pour le matrégraphe C : $-x - y + z = 2$ (équation N°3)

Pour trouver les coordonnées du point P, résolvons le système de 3 équations à 3 inconnues suivantes :

$$\begin{cases} \text{équation N°1} \\ \text{équation N°2} \\ \text{équation N°3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y - z = 6 \\ -x + y - z = 4 \\ -x - y + z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \\ z = -5 \end{cases} \Rightarrow$$

P(-3 ; -4 ; -5)

Exercice N°3:

a) Quel matrégraphe pourrons nous envisager pour un mobile ayant une vitesse initiale égale à 5 m/s et qui doit atteindre la vitesse de 40 m/s au bout de 4s ?

(Les nombres réels du matrégraphe envisagé doivent représenter les vitesses atteintes par ce mobile seconde après seconde pendant son déplacement)

b) Déterminer l'accélération de ce mobile.

<u>Solution:</u>

a) Envisageons pour le mobile le matrégraphe suivant :

$$A = \begin{array}{c|ccccc} & & - & + & - & + \\ \hline & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ + & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ - & 5 & 8 & 12 & 12 & 12 \\ + & 5 & 8 & 12 & 15 & 15 \\ - & 5 & 8 & 12 & 15 & \boxed{40} \end{array} \quad \text{(m/s)}$$

<u>NB</u>: Il y a plusieurs autres solutions.

b) Déterminons l'accélération du mobile :
   Considérons le chemin court du matrégraphe

$$A=\begin{array}{c} \\ \\ + \\ - \\ + \\ - \end{array}\begin{array}{ccccc} & - & + & - & + \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 5 & 8 & 12 & 12 & 12 \\ 5 & 8 & 12 & 15 & 15 \\ 5 & 8 & 12 & 15 & \boxed{40} \end{array}$$

(*Les valeurs sont en m/s*)

Chemin court

$$5 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow \boxed{40} \quad \textbf{(Vitesse)}$$

$$t=0 \quad t=1s \quad t=2s \quad t=3s \quad t=4s \quad \textbf{(temps)}$$

L'accélération est alors : $a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \frac{40-5}{4-0} = 8{,}75 \text{ m/s}^2$

Exercice N°4:

a) Quel matrégraphe pourrons-nous envisager pour un véhicule roulant à la vitesse de 50 m/s et qui doit s'arrêter au bout de 5s ?

(Les nombres réels du matrégraphe envisagé doivent représenter les vitesses du véhicule seconde après seconde)

b) Calculer la décélération de ce véhicule.

c) Le véhicule s'est arrêté à l'instant t = 5s et demeure immobile jusqu'à l'instant t = 9s. Quel est le nouveau matrégraphe du véhicule?

Solution:

a) Envisageons pour le véhicule le matrégraphe suivant :

$$A=\begin{array}{c} \\ \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \end{array}\begin{array}{cccccc} & + & - & + & - & + \\ 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 50 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 \\ 50 & 30 & 12 & 12 & 12 & 12 \\ 50 & 30 & 12 & 5 & 5 & 5 \\ 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 3 \\ 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & \boxed{0} \end{array} \quad \text{(m/s)}$$

<u>NB</u>: Il y a plusieurs autres solutions.

b) Calculons la décélération du véhicule
   Considérons le chemin court du matrégraphe :

$$A=\begin{array}{c|cccccc} & + & - & + & - & + & \\ - & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ + & 50 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 \\ - & 50 & 30 & 12 & 12 & 12 & 12 \\ + & 50 & 30 & 12 & 5 & 5 & 5 \\ - & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 3 \\ & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

Chemin court

50	30	12	5	3	$\boxed{0}$	**(Vitesse)**
t=0	t=1s	t=2s	t=3s	t=4s	t=5s	**(temps)**

(*Les valeurs sont en m/s*)

La décélération du véhicule est alors : $a = \frac{V_f - V_i}{t_f - t_i} = \frac{0-50}{5-0} = -10\ m/s^2$

c) Le nouveau matrégraphe du véhicule est :

$$B=\begin{array}{c|cccccccccc} & + & - & + & - & + & - & + & - & + & \\ - & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ + & 50 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 \\ - & 50 & 30 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 12 \\ + & 50 & 30 & 12 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ - & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ + & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ + & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 50 & 30 & 12 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \end{array} \quad \text{(en m/s)}$$

Le chemin court du matrégraphe nous montre la vitesse du véhicule à chaque seconde

50	30	12	5	3	0	0	0	0	$\boxed{0}$	**(Vitesse)**
t=0	t=1s	t=2s	t=3s	t=4s	t=5s	t=6s	t=7s	t=8s	t=9s	**(temps)**

en mouvement (t=0 à t=5s) — *immobile* (t=5s à t=9s)

Exercice N°5:

Soient A ; B ; C trois villages reliés par 2 tronçons de route AB et BC ayant respectivement pour longueur 2,5 Km et 1,5 Km.

1) Quel matrégraphe pourrons nous attribuer à A ; B et C afin d'avoir un modèle qui répond à la situation telle qu'elle est décrite en haut ?
2) Représenter le modèle.

__**Solution:**__

1) AC étant une route composée de 2 tronçons AB et BC. Alors AC = AB + BC = 2,5 Km + 1,5 Km = 4 Km.

Le village A étant l'origine de la route, attribuons lui le matrégraphe A.

B est le village suivant, situé à 2,5 Km du village A. Attribuons au village B le matrégraphe B.

Et enfin, C'est le village qui vient en dernière position. Il est situé à 1,5 Km du village précédent B et à 4 Km du village A. Attribuons à ce village C le matrégraphe C.

$$A= \begin{array}{ccc} & & + \\ & 0 & 0 \\ - & 0 & \boxed{0} \end{array}$$

$$B = \begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & 6 & 6 & 6 & 6 \\ - & 6 & 1{,}5 & 1{,}5 & 1{,}5 \\ + & 6 & 1{,}5 & 2 & 2 \\ - & 6 & 1{,}5 & 2 & \boxed{2{,}5} \end{array}$$

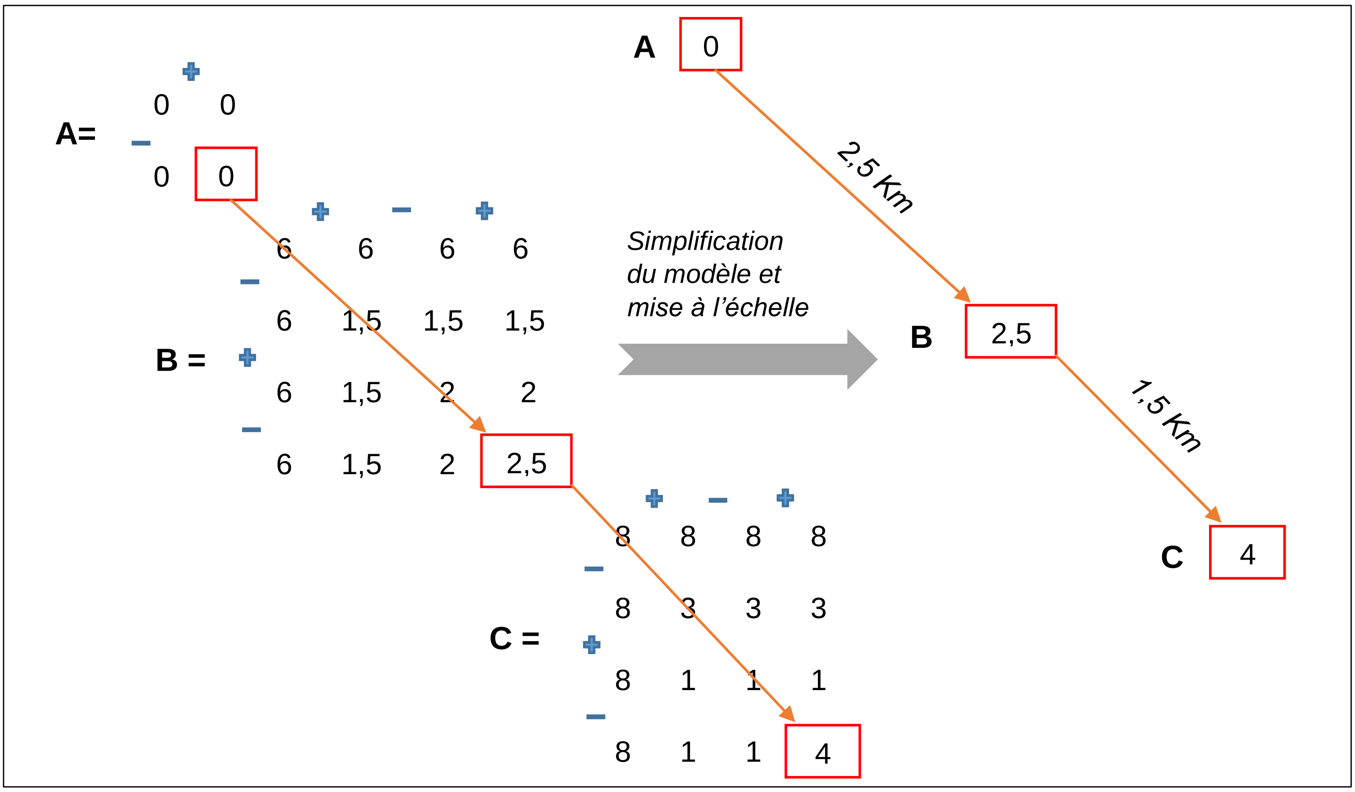
(*toutes les valeurs sont en Km*)

$$C = \begin{array}{ccccc} & & + & - & + \\ & 8 & 8 & 8 & 8 \\ - & 8 & 3 & 3 & 3 \\ + & 8 & 3 & 1 & 1 \\ - & 8 & 3 & 1 & \boxed{4} \end{array}$$

(*toutes les valeurs sont en Km*)

NB: Il y a plusieurs autres solutions.

2) Pour représenter le modèle, rapprochons les 3 matrégraphes A ; B et C et relions leurs chemins courts.



Exercice N°6 :

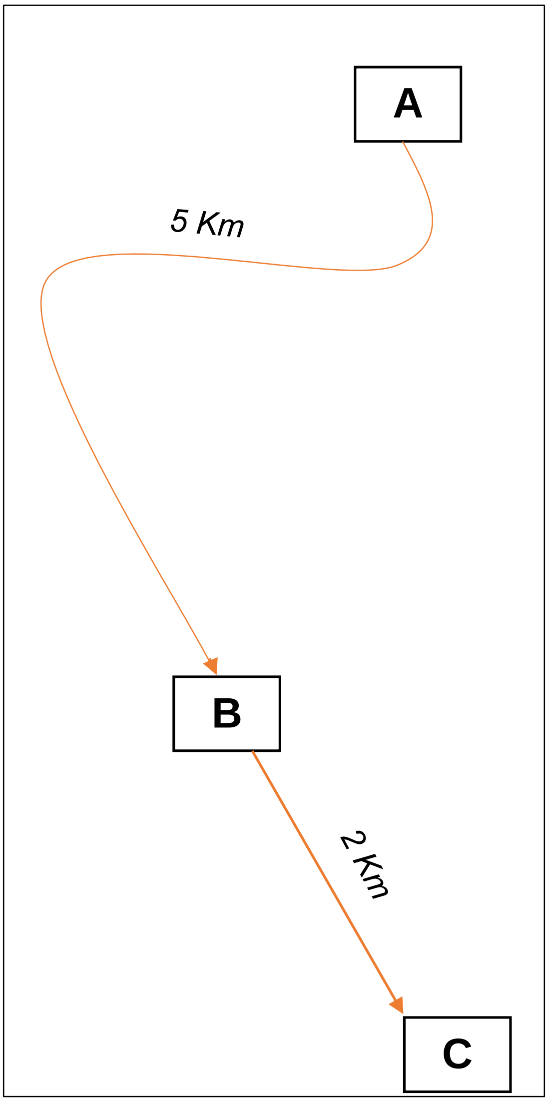
Un vue aérienne montre 3 villages A ; B et C qui sont reliés par deux tronçons de route AB et BC :

- AB est un linéaire de 5 Km comportant 2 virages.
- BC est un tronçon droit d'une longueur de 2 km.

1) Quel matrégraphe pourrons nous attribuer à A ; B et C afin d'avoir un modèle qui répond à la situation décrite en haut ?

2) Représenter le modèle.

3) Un automobiliste parcourt la distance AC.
   a) Quelle est la durée de parcours du tronçon AB sachant que le mouvement étant uniforme (la vitesse du véhicule est $V_A = V_B = 40$ Km/h) ?
   b) Quelle est l'accélération moyenne du véhicule sur le tronçon BC sachant que la durée de parcours de ce tronçon est 2mn20s et la vitesse en C est VC = 50 Km/h ?

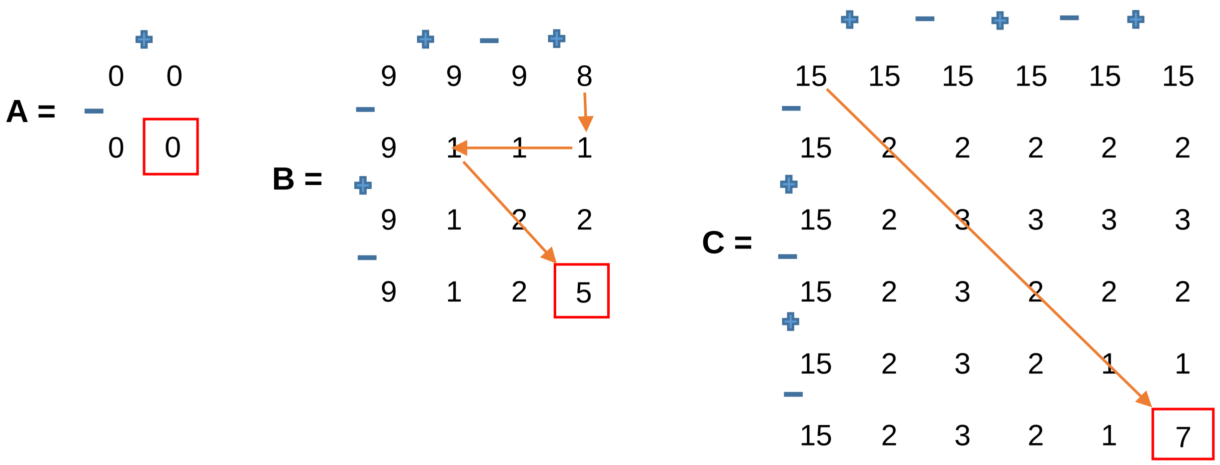


Solution:

AC étant une route de longueur totale 7 Km composée du tronçon AB = 5 Km et BC = 2 Km.

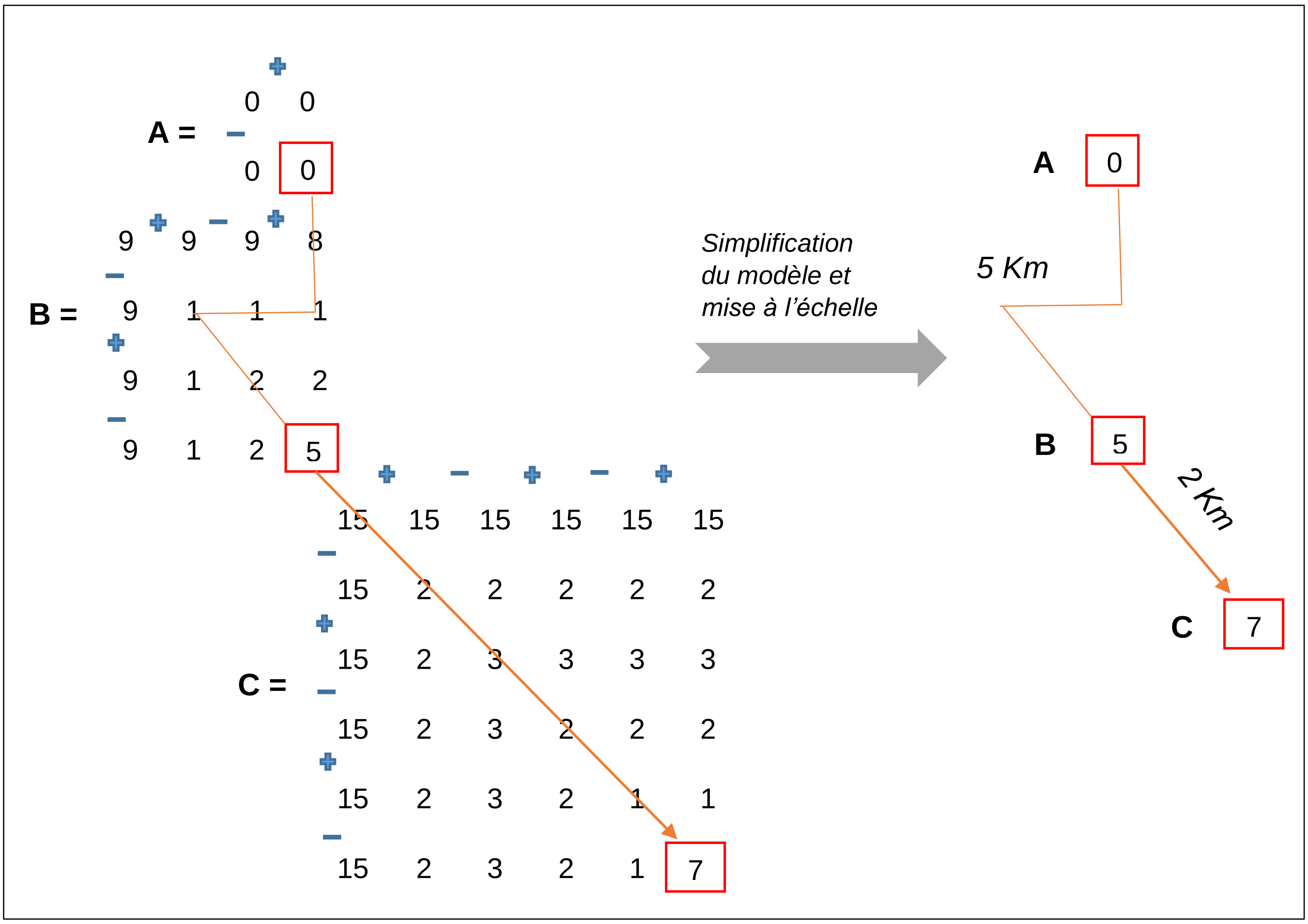
1) Les matrégraphes :

Attribuons les matrégraphes A ; B ; C respectivement aux villages A ; B et C.



NB: Il y a plusieurs autres solutions.

2) Représentons le modèle en rapprochant les 3 matrégraphes A ; B et C et en reliant leurs chemins courts.



3) Un automobiliste parcourt la distance AC :

a) Déterminons la durée de parcours du tronçon AB (**t_{AB}**) :

Sur le tronçon AB, le mouvement étant uniforme, $V_A = V_B = 40$ Km/h = 11,11 m/s

On a : $V_B = \frac{d_{AB}}{t_{AB}} \Longrightarrow t_{AB} = \frac{d_{AB}}{V_B} = \frac{5000}{11{,}11} = 450$ s

b) Déterminons l'accélération moyenne du véhicule sur le dernier tronçon (BC)

$V_B = 11{,}11$ m/s ; $V_C = 50$ Km/h $= 13{,}89$ m/s ; $t_{BC} = 2$mn20s $= 140$ s

$$a = \frac{V_C - V_B}{t_{BC}} = \frac{13{,}89 - 11{,}11}{140} = 0{,}02 \text{ m/s}^2$$

Exercice N°7:

Décrivez le relief d'une zone donnée à l'aide des matrégraphes ci-dessous dont les nombres indépendants indiquent les côtes du terrain naturel (en mètre).

$$A = \begin{array}{c|ccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\
+ & 150 & 140 & 140 & 140 & 140 & 140 & 140 \\
- & 150 & 140 & 130 & 130 & 130 & 130 & 130 \\
+ & 150 & 140 & 130 & 120 & 120 & 120 & 120 \\
- & 150 & 140 & 130 & 120 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 150 & 140 & 130 & 120 & 0 & 0 & 0 \\
- & 150 & 140 & 130 & 120 & 0 & 0 & \boxed{540}
\end{array}$$

(en mètre)

$$B = \begin{array}{c|ccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\
+ & 150 & 170 & 170 & 170 & 170 & 170 & 170 \\
- & 150 & 170 & 190 & 190 & 190 & 190 & 190 \\
+ & 150 & 170 & 190 & 210 & 210 & 210 & 210 \\
- & 150 & 170 & 190 & 210 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 150 & 170 & 190 & 210 & 0 & 0 & 0 \\
- & 150 & 170 & 190 & 210 & 0 & 0 & \boxed{720}
\end{array}$$

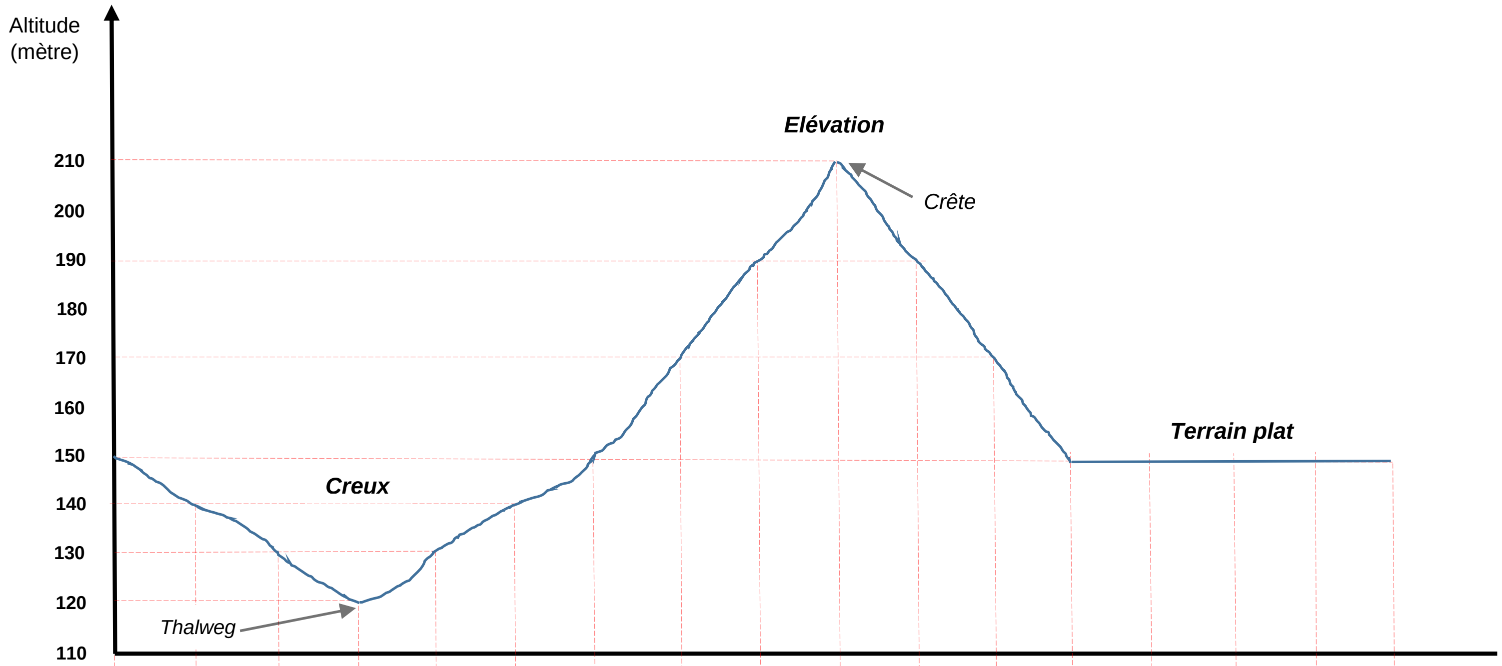
$$C = \begin{array}{c|ccccc}
 & & - & + & - & + \\
\hline
 & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\
+ & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\
- & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\
+ & 150 & 150 & 150 & 150 & 150 \\
- & 150 & 150 & 150 & 150 & \boxed{600}
\end{array}$$

(en mètre)

(en mètre)

Solution:

On commencera tout d'abord par réunir les trois matrégraphes A ; B et C. Et ensuite, nous allons considérer les nombres formant les deux demi diagonales supérieures dans chaque matrégraphe. En joignant tous ces nombres (qui sont les côtes terrain pour rappel), du matrégraphe A au matrégraphe C en passant par B on aura enfin le relief de la zone en question (voir page suivante).



B =

150	150	150	150	150	150	**150**
150	**170**	170	170	170	**170**	170
150	170	**190**	190	**190**	190	190
150	170	190	**210**	210	210	210
150	170	190	210	0	0	0
150	170	190	210	0	0	0
150	170	190	210	0	0	$\boxed{720}$

A =

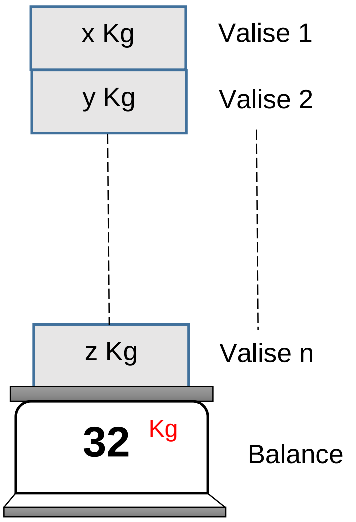
150	150	150	150	150	150	**150**
150	**140**	140	140	140	**140**	140
150	140	**130**	130	**130**	130	130
150	140	130	**120**	120	120	120
150	140	130	120	0	0	0
150	140	130	120	0	0	0
150	140	130	120	0	0	$\boxed{540}$

C =

150	150	150	150	**150**
150	**150**	150	**150**	150
150	150	**150**	150	150
150	150	150	150	150
150	150	150	150	$\boxed{600}$

Exercice N°8:

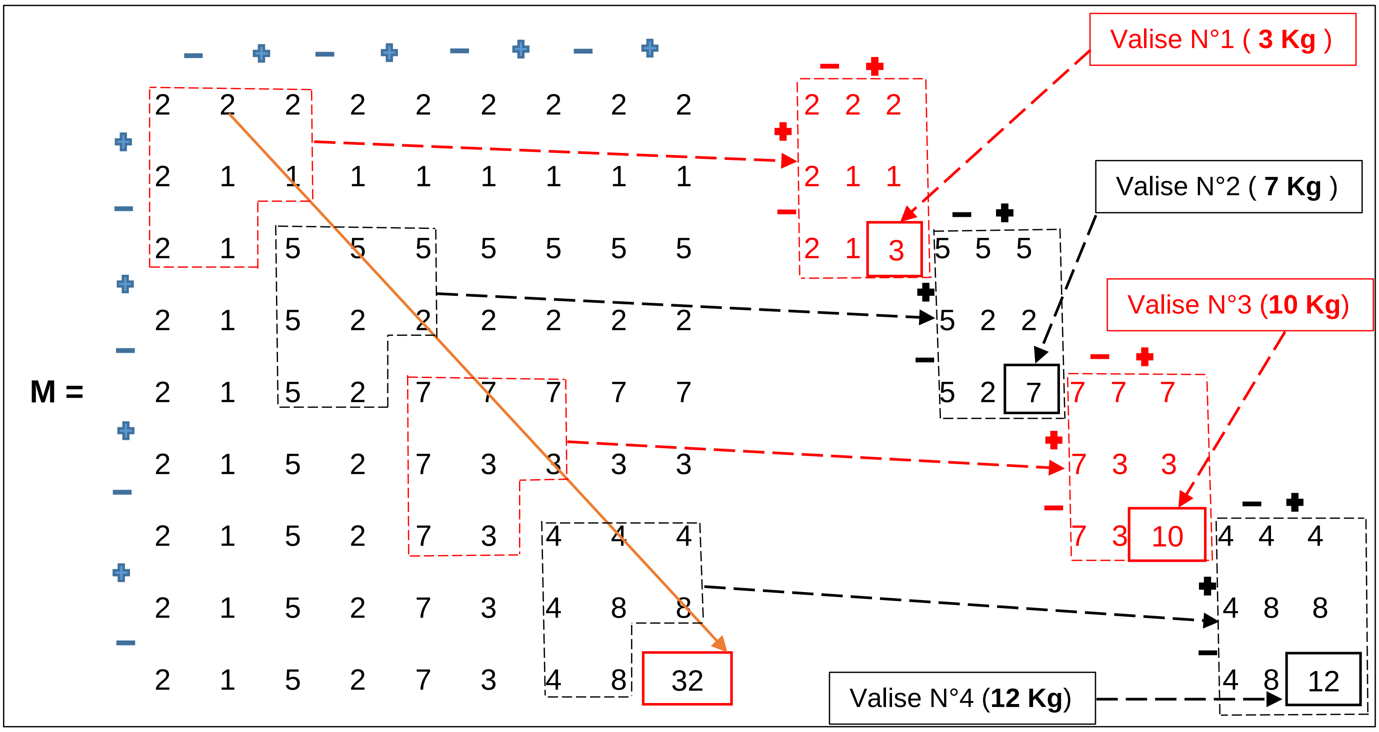
Plusieurs valises se trouvent superposées les unes sur les autres. Déterminer à partir du matrégraphe M ci-dessous le nombre total de valise et la masse de chacune sachant que chaque valise est représentée au sein du matrégraphe M par un sous matrégraphe de 3 lignes et 3 colonnes. Et en plus, notons que le résultat interne du matrégraphe M désigne la masse totale de l'ensemble des valises en Kg (Voir figure en bas).



$$M = \begin{array}{c|ccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
+ & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
- & 2 & 1 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
+ & 2 & 1 & 5 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
- & 2 & 1 & 5 & 2 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\
+ & 2 & 1 & 5 & 2 & 7 & 3 & 3 & 3 & 3 \\
- & 2 & 1 & 5 & 2 & 7 & 3 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 2 & 1 & 5 & 2 & 7 & 3 & 4 & 8 & 8 \\
- & 2 & 1 & 5 & 2 & 7 & 3 & 4 & 8 & \boxed{32}
\end{array} \quad \text{(en Kg)}$$

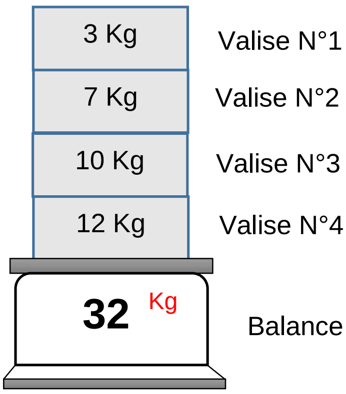
Solution:

Suivons le chemin court du matrégraphe M et dissocions les différents sous matrégraphes (3 lignes – 3 colonnes) de sorte que la somme de leurs résultats internes soit égale au résultat interne du matrégraphe entier M.



Il y a au total 4 valises dont la masse totale est : 3Kg + 7Kg + 10Kg + 12Kg =32Kg (c'est le résultat interne du matrégraphe M).

On peut ainsi présenter la figure ci-dessous :



Exercice N°9 :

Donner le matrégraphe correspondant à la fonction $X(t) = 6\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ lorsque le mouvement d'oscillation dure 2,75 secondes. Représenter le graphique en vous servant de votre matrégraphe.

(Vous allez travailler sur une échelle allant de t = 0s correspondant à la $2^{ème}$ colonne du matrégraphe à t = 2,75 s correspondant à la $13^{ème}$ colonne de ce matrégraphe)

<u>Solution</u> :

– Le matrégraphe correspondant à la fonction $X(t) = 6\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ lorsque le mouvement d'oscillation dure 2,75 secondes.

A l'instant t=0s ; $X(t=0s) = 6\sin(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}) = 6$

A l'instant t=0,25s ; $X(t=0{,}25s) = 6\sin(2\pi.0{,}25 + \frac{\pi}{2}) = 0$

A l'instant t=0,50s ; $X(t=0{,}50s) = 6\sin(2\pi.0{,}50 + \frac{\pi}{2}) = -6$

A l'instant t=0,75s ; $X(t=0{,}75s) = 6\sin(2\pi.0{,}75 + \frac{\pi}{2}) = 0$

A l'instant t=1s ; $X(t=1s) = 6\sin(2\pi.1 + \frac{\pi}{2}) = 6$

A l'instant t=1,25s ; $X(t=1{,}25s) = 6\sin(2\pi.1{,}25+ \frac{\pi}{2}) = 0$

A l'instant t=1,50s ; $X(t=1{,}50s) = 6\sin(2\pi.1{,}50 + \frac{\pi}{2}) = -6$

A l'instant t=1,75s ; $X(t=1{,}75s) = 6\sin(2\pi.1{,}75 + \frac{\pi}{2}) = 0$

A l'instant t=2s ; $X(t=2s) = 6\sin(2\pi.2 + \frac{\pi}{2}) = 6$

A l'instant t=2,25s ; $X(t=2{,}25s) = 6\sin(2\pi.2{,}25 + \frac{\pi}{2}) = 0$

A l'instant t=2,50s ; $X(t=2{,}50s) = 6\sin(2\pi.2{,}50 + \frac{\pi}{2}) = -6$

A l'instant t=2,75s ; $X(t=2{,}75s) = 6\sin(2\pi.2{,}75 + \frac{\pi}{2}) = 0$

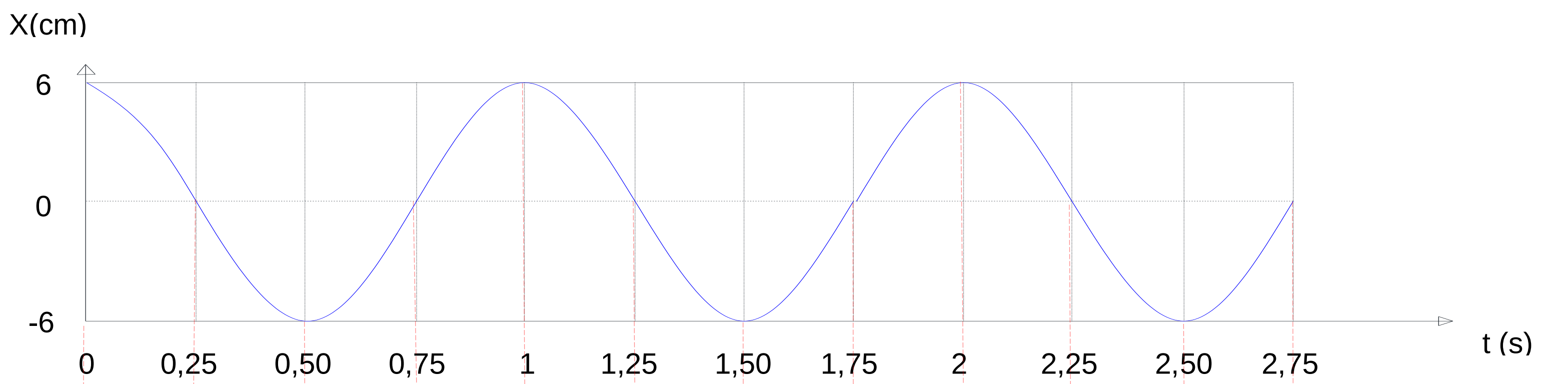
Formons à présent *les cornières* du matrégraphe à l'aide des valeurs obtenues ci-dessus. En effet, on aura au total 12 cornières. La $1^{ère}$ *cornière* sera occupée par X(t=0s) = **6** ; la $2^{ème}$ *cornière* par X(t=0,25s) = **0** ; la $3^{ème}$ *cornière* par X(t=0,50s)

= **-6** et ainsi de suite jusqu'à la 12ème *cornière* occupée par la 12ème valeur X(t=2,75s) = 0.

Le matrégraphe correspondant à la fonction X(t) = 6sin(2π.t + $\frac{\pi}{2}$) lorsque le mouvement d'oscillation dure 2,75 secondes est alors :

$$A = \begin{array}{c|ccccccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
+ & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 6 & 0 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 \\
+ & 6 & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
+ & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 \\
+ & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
+ & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & -6 & -6 \\
+ & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 0 \\
- & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & \boxed{0}
\end{array}$$

– Représentation graphique (voir page suivante)



- + - + - + - + - + - +

$$
\mathbf{A=}\quad
\begin{array}{c}
+\\ -\\ +\\ -\\ +\\ -\\ +\\ -\\ +\\ -\\ +\\ -\\ \\
\end{array}
\begin{array}{ccccccccccccc}
6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 & -6 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & -6 & -6 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 0 \\
6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & 6 & 0 & -6 & 0 & \boxed{0}
\end{array}
$$

Exercice N°10:

a) Montrer le lien qui existe entre la fonction $X(t) = 4\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ et la série de matrégraphes ci-dessous.

$$A_1 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 4 & 4 \\ - & 4 & \boxed{4} \end{array} \quad A_2 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 0 & 0 \\ - & 0 & \boxed{0} \end{array} \quad A_3 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & -4 & -4 \\ - & -4 & \boxed{-4} \end{array} \quad A_4 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 0 & 0 \\ - & 0 & \boxed{0} \end{array} \quad A_5 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 4 & 4 \\ - & 4 & \boxed{4} \end{array}$$

$$A_6 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 0 & 0 \\ - & 0 & \boxed{0} \end{array} \quad A_7 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & -4 & -4 \\ - & -4 & \boxed{-4} \end{array} \quad A_8 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 0 & 0 \\ - & 0 & \boxed{0} \end{array} \quad A_9 = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 4 & 4 \\ - & 4 & \boxed{4} \end{array} \quad A_{10} = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 0 & 0 \\ - & 0 & \boxed{0} \end{array}$$

$$A_{11} = \begin{array}{ccc} & + & \\ & -4 & -4 \\ - & -4 & \boxed{-4} \end{array} \quad A_{12} = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 0 & 0 \\ - & 0 & \boxed{0} \end{array} \quad A_{13} = \begin{array}{ccc} & + & \\ & 4 & 4 \\ - & 4 & \boxed{4} \end{array}$$

b) Représenter le mouvement d'oscillation qui peut être généré à l'aide de la série de matrégraphes ci-dessus.

c) Le matrégraphe A ci-dessous permet de dissiper un mouvement d'oscillation à partir de t = 1,75 s. Représenter le graphique.
(Vous allez travailler sur une échelle allant de t = 0s correspondant à la 2ème colonne du matrégraphe à t = 2,75 s correspondant à la 13ème colonne de ce matrégraphe)

$$
A=\begin{array}{c}
\\ \\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ -
\end{array}
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0}
\end{array}
$$

d) Déterminer un matrégraphe qui permet de retarder le commencement du mouvement d'oscillation jusqu'à t = 0,75 s. Représenter le graphique.

e) Déterminer un matrégraphe permettant d'interrompre le mouvement d'oscillation dans l'intervalle de temps allant de t = 0,75 s à t = 1,75 s. Représenter le graphique.

f) Déterminer un matrégraphe permettant d'annuler le mouvement d'oscillation de t = 0 s à t = 2,75 s.

<u>Rappel</u> : vous allez travailler sur une échelle allant de t = 0s correspondant à la 2ème colonne des matrégraphes que vous aurez fournis à t = 2,75 s correspondant à la 13ème colonne de ces matrégraphes.

<u>Solution</u> :

a) Nous allons montrer le lien qui existe entre la fonction $X(t) = 4\sin(2\pi.t + \frac{\pi}{2})$ et la série de matrégraphes donnée.

A l'instant t=0s ; $X(t=0s) = 4\sin(2\pi.0 + \frac{\pi}{2}) = 4$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_1}$

A l'instant t=0,25s ; $X(t=0{,}25s) = 4\sin(2\pi.0{,}25 + \frac{\pi}{2}) = 0$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_2}$

A l'instant t=0,50s ; $X(t=0{,}50s) = 4\sin(2\pi.0{,}50 + \frac{\pi}{2}) = -4$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_3}$

A l'instant t=0,75s ; $X(t=0{,}75s) = 4\sin(2\pi.0{,}75 + \frac{\pi}{2}) = 0$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_4}$

A l'instant t=1s ; $X(t=1s) = 4\sin(2\pi.1 + \frac{\pi}{2}) = 4$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_5}$

A l'instant t=1,25s ; $X(t=1{,}25s) = 4\sin(2\pi.1{,}25 + \frac{\pi}{2}) = 0$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_6}$

A l'instant t=1,50s ; $X(t=1{,}50s) = 4\sin(2\pi.1{,}50 + \frac{\pi}{2}) = -4$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_7}$

A l'instant t=1,75s ; $X(t=1{,}75s) = 4\sin(2\pi.1{,}75 + \frac{\pi}{2}) = 0$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_8}$

A l'instant t=2s ; $X(t=2s) = 4\sin(2\pi.2 + \frac{\pi}{2}) = 4$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_9}$

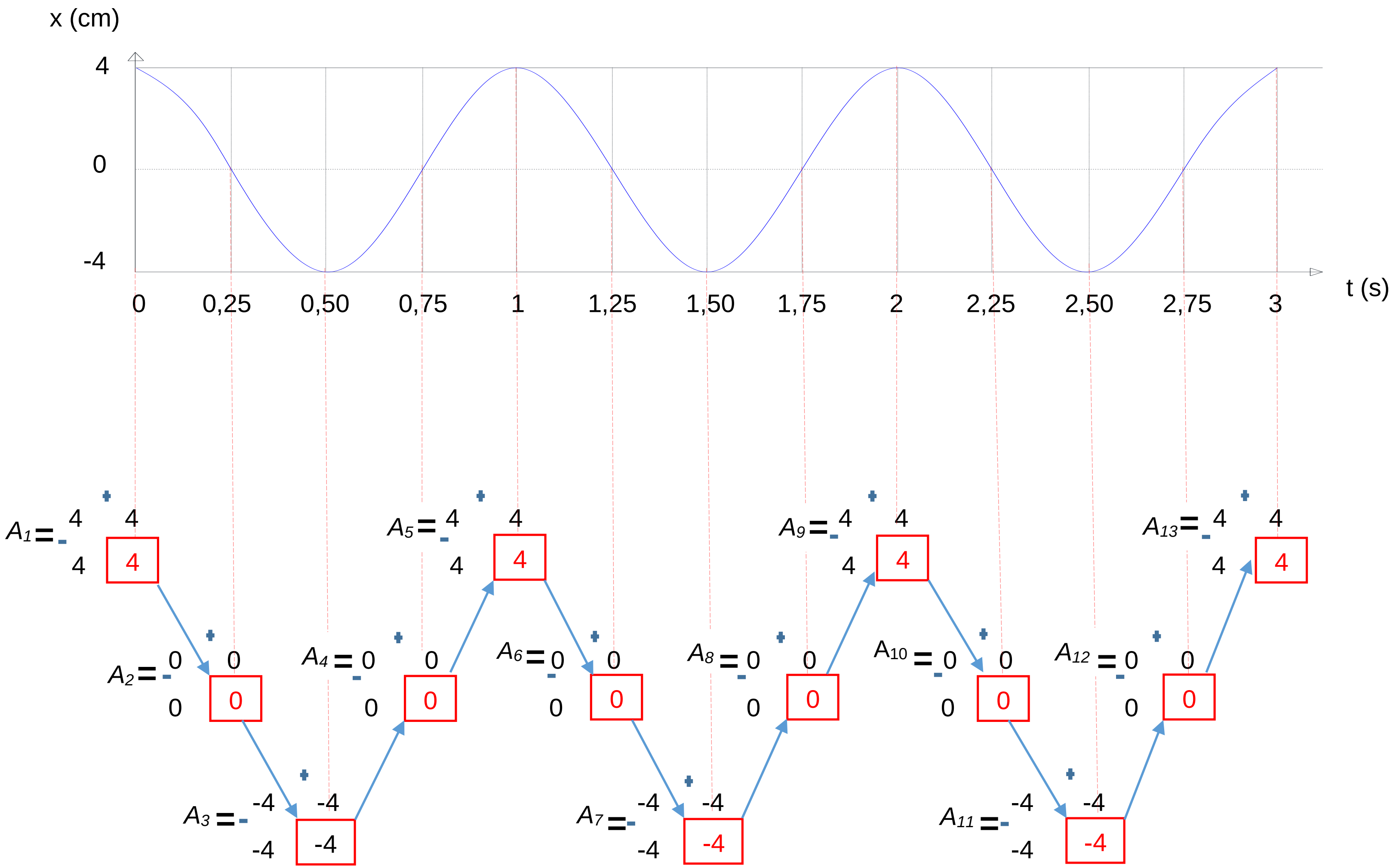
A l'instant t=2,25s ; $X(t=2{,}25s) = 4\sin(2\pi.2{,}25 + \frac{\pi}{2}) = 0$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_{10}}$

A l'instant t=2,50s ; $X(t=2{,}50s) = 4\sin(2\pi.2{,}50 + \frac{\pi}{2}) = -4$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_{11}}$

A l'instant t=2,75s ; $X(t=2{,}75s) = 4\sin(2\pi.2{,}75 + \frac{\pi}{2}) = 0$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_{12}}$

A l'instant t=3s ; $X(t=3s) = 4\sin(2\pi.3 + \frac{\pi}{2}) = 4$ $\Longrightarrow$ *c'est le résultat interne de* $\boldsymbol{A_{13}}$

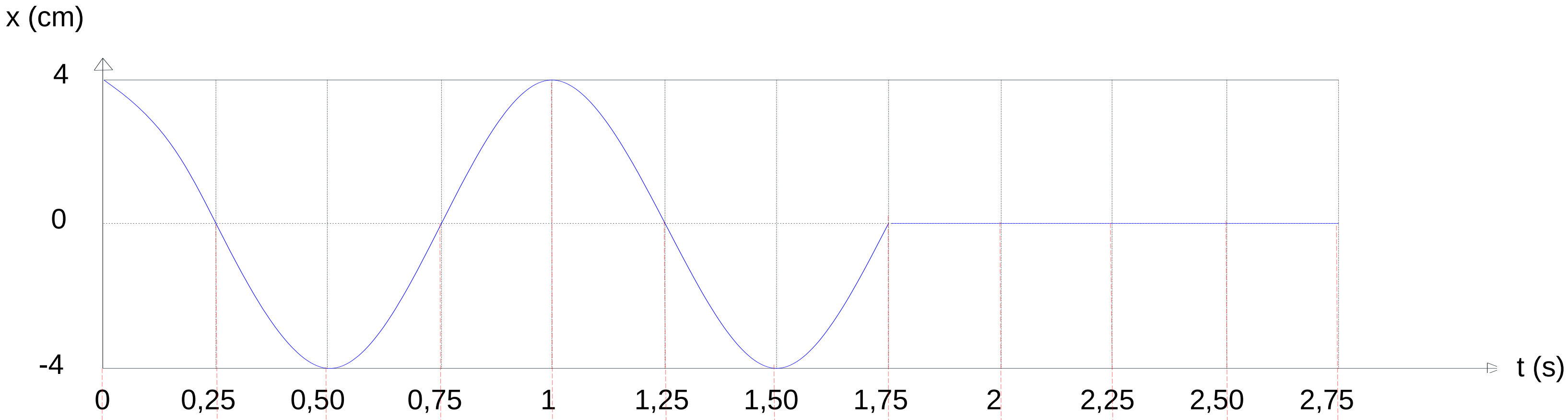
b) Représentation graphique (voir page suivante)


x (cm)
4
0
-4
0
0,25
0,50
0,75
1
1,25
1,50
1,75
2
2,25
2,50
2,75
3
t (s)
A1
A2
A3
A4
A5
A6
A7
A8
A9
A10
A11
A12
A13

c) Le matrégraphe **A** ci-dessous permet de dissiper un mouvement d'oscillation à partir de t = 1,75 s.

$$A=\begin{array}{c|ccccccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0}
\end{array}$$

Représentons le graphique (voir page suivante).



- + - + - + - + - + - + - +

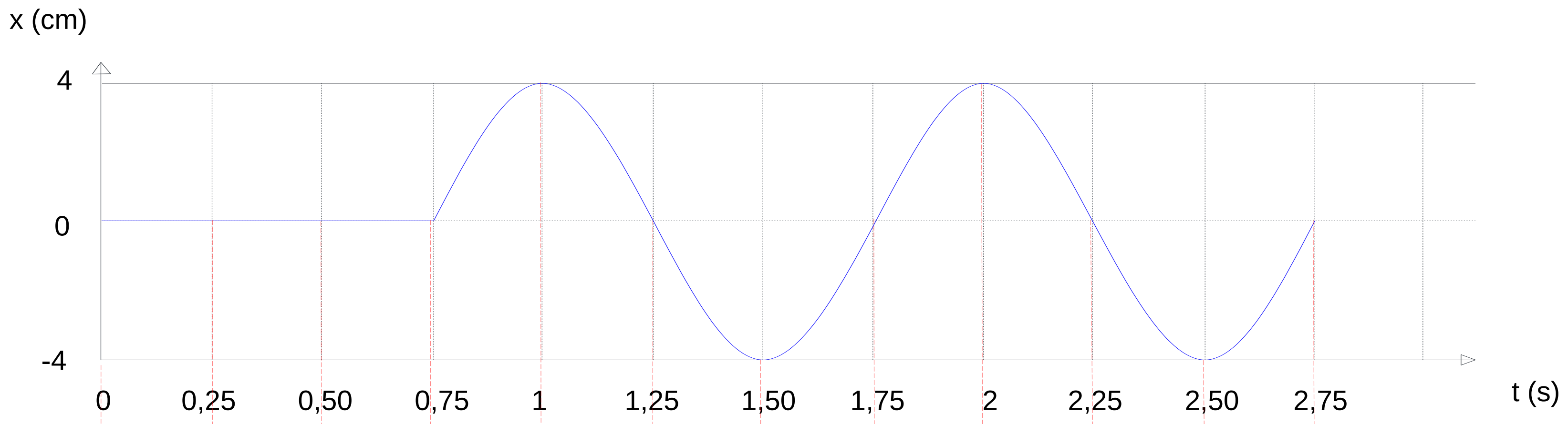
A=

	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
+	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
+	4	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4
+	4	0	-4	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
+	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
+	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	0
-	4	0	-4	0	4	0	-4	0	0	0	0	0	$\boxed{0}$

d) Le matrégraphe **B** ci-dessous permet de retarder le commencement du mouvement d'oscillation jusqu'à t = 0,75 s.

$$
B=\begin{array}{c|ccccccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & \boxed{0}
\end{array}
$$

Représentons le graphique (voir page suivante).

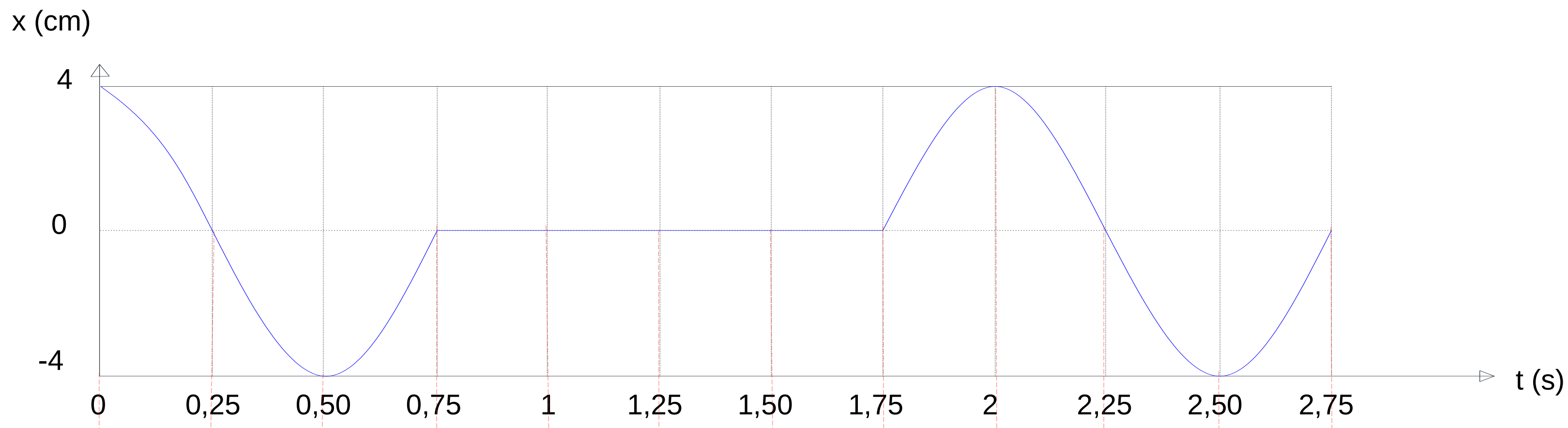


$$
B=\begin{array}{c|ccccccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 \\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & \boxed{0}
\end{array}
$$

e) Le matrégraphe **C** ci-dessous permet d'interrompre le mouvement d'oscillation dans l'intervalle de temps allant de t = 0,75 s à t = 1,75 s.

$$
C = \begin{array}{c|ccccccccccccc}
 & & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + \\
\hline
 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4 \\
+ & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 \\
- & 4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & \boxed{0}
\end{array}
$$

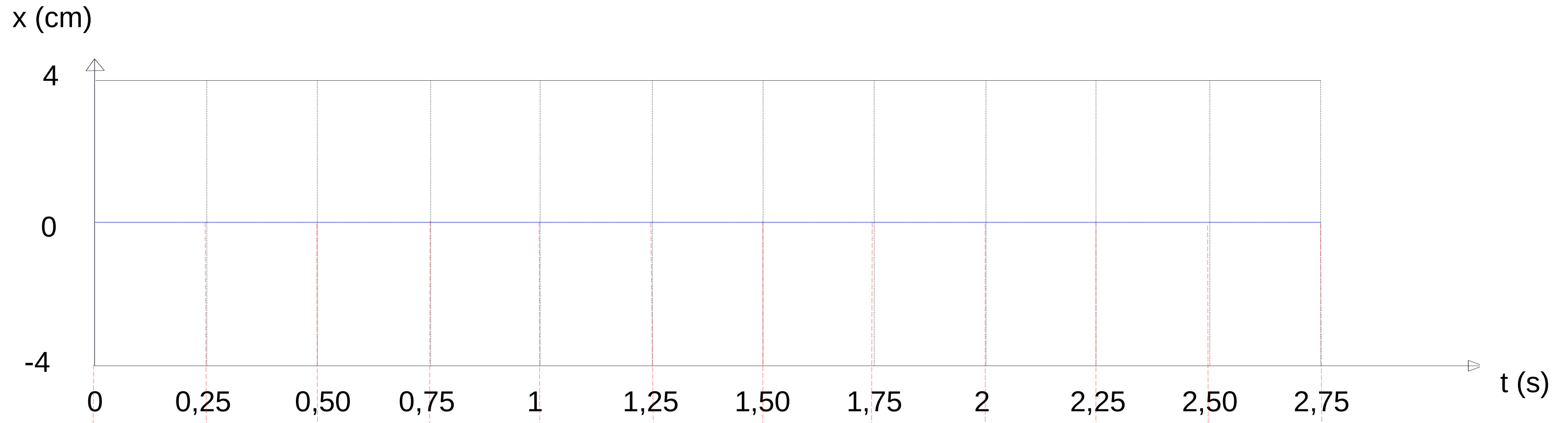
Représentons le graphique (voir page suivante).



$$
C=\begin{pmatrix}
4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4\\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 & -4\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & -4 & -4\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & 0\\
4 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -4 & 0 & \boxed{0}
\end{pmatrix}
$$

f) Le matrégraphe **D** ci-dessous permet d'annuler le mouvement d'oscillation de $t = 0$ s à $t = 2{,}75$ s

$$
D=\begin{array}{c|ccccccccccccc}
 & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & - & + & \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0}
\end{array}
$$



$$
\begin{array}{c}
- \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad +
\end{array}
$$

$$
D=\begin{array}{c}
\\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ - \\ + \\ -
\end{array}
\begin{array}{ccccccccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0}
\end{array}
$$

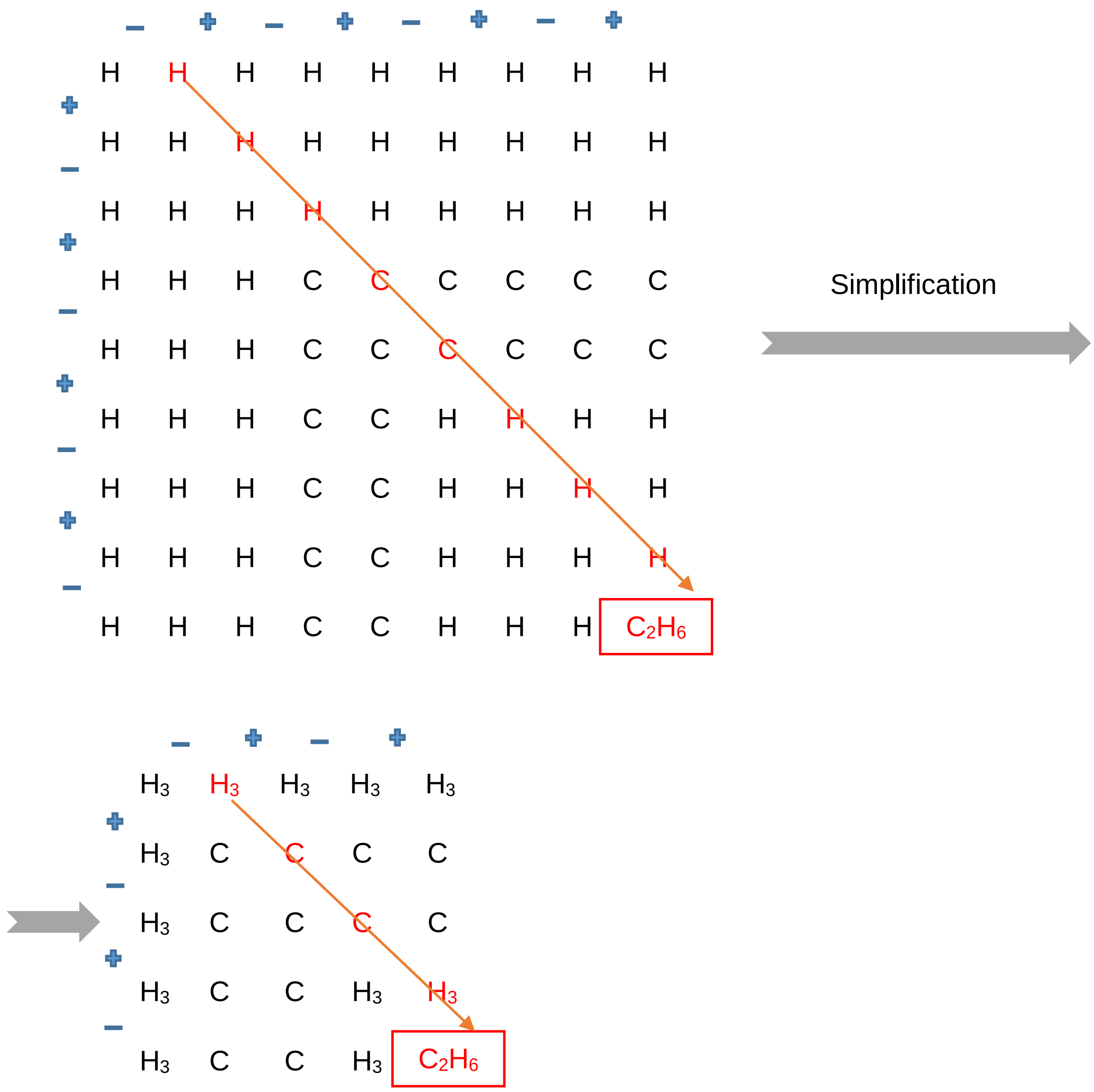
Exercice N°11:

Soient les composés chimiques suivants : C_2H_6 et H_2O
Donnez pour chacun un matrégraphe qui est exprimé en fonction des espèces chimiques qui entrent en jeu dans la formation du composé considéré. Exprimer ces matrégraphes en fonction des masses molaires des différentes espèces chimiques qui y figurent *(utiliser au besoin le tableau périodique des éléments)*.

Solution:

1) L'éthane C_2H_6 ou $H_3C\text{-}CH_3$

– Le matrégraphe en fonction des espèces chimiques :



– Le matrégraphe en fonction des masses molaires des espèces chimiques
La masse molaire de l'Hydrogène est $M_H = 1$ g/mol
La masse molaire du Carbone est $M_C = 12$ g/mol

Remplaçons dans le matrégraphe précédent les espèces chimiques par leur masse molaire. Ceci nous conduit à l'obtention du matrégraphe ci-dessous :

3	3	3	3	3
3	12	12	12	12
3	12	12	12	12
3	12	12	3	3
3	12	12	3	$\boxed{30}$

(en g/mol)

2) $H_20_{(l)}$

Considérons l'équation de formation d'eau :

$$H^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow H_20_{(l)} \quad (\,l = liquide\ ;\ aq = aqueux\,)$$

– Le matrégraphe en fonction des espèces chimiques :

$H^+_{(aq)}$	$H^+_{(aq)}$	$H^+_{(aq)}$
$H^+_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$
$H^+_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$	$\boxed{H_2O_{(l)}}$

– Le matrégraphe en fonction des masses molaires des espèces chimiques
La masse molaire de $H^+_{(aq)}$ = 1 g/mol
La masse molaire de $HO^-_{(aq)}$ = 17 g/mol

Remplaçons dans le matrégraphe précédent les espèces chimiques par leur masse molaire. On obtient le matrégraphe ci-dessous :

$$
\begin{array}{cccc}
 & & - & + \\
 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 1 & 17 & 17 \\
- & 1 & 17 & \boxed{18}
\end{array}
\quad \text{(en g/mol)}
$$

Exercice N°12:

Un soluté est représenté par le matrégraphe suivant :

$$
\mathbf{A} = \begin{array}{ccc}
 & & + \\
 & 58{,}45 & 58{,}45 \\
- & 58{,}45 & \boxed{58{,}45}
\end{array}
$$

dans lequel 58,45 désigne la masse molaire de ce soluté ($M_{soluté}$ = 58,45 g/mol).

La dissolution de ce soluté dans un solvant (eau) donne un mélange homogène. L'équation de la dissolution du soluté est la suivante :

$$\text{Soluté}_{(s)} \xrightarrow{H_2O} \text{Cation}_{(aq)} + \text{Anion}_{(aq)}$$

Identifier le soluté, le $\text{cation}_{(aq)}$ et $\text{l'anion}_{(aq)}$. Justifier votre réponse à l'aide des matrégraphes.

__**Solution:**__

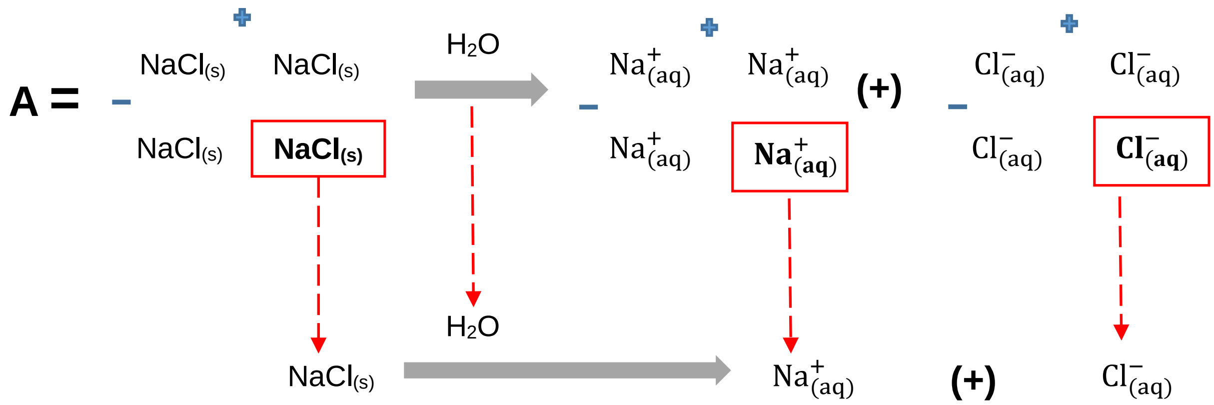
Décomposons le matrégraphe A

$$
\mathbf{A} = \begin{array}{ccc}
 & & + \\
 & 58{,}45 & 58{,}45 \\
- & 58{,}45 & \boxed{58{,}45}
\end{array}
= \begin{array}{ccc}
 & & + \\
 & (23+35{,}45) & (23+35{,}45) \\
- & (23+35{,}45) & \boxed{(23+35{,}45)}
\end{array}
= \begin{array}{ccc}
 & & + \\
 & 23 & 23 \\
- & 23 & \boxed{23}
\end{array}
\;(+)\;
\begin{array}{ccc}
 & & + \\
 & 35{,}45 & 35{,}45 \\
- & 35{,}45 & \boxed{35{,}45}
\end{array}
$$

23 est la masse molaire du cation **Na^+**

35,45 est la masse molaire de l'anion **Cl^-**

En effet, le soluté qui est dissout dans l'eau est le NaCl (sel de cuisine)



Exercice N°13:

Le produit d'une réaction chimique est composé de 2 corps **C***(gazeux)* et **D***(liquide)*. Le matrégraphe M donné ci-dessous représente le produit de cette réaction chimique et cache les corps **C** et **D** numériquement parlant.

$$M = \begin{matrix} 14 & 14 & 14 & 14 & 14 \\ 14 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 14 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 14 & 3 & 2 & 16 & 16 \\ 14 & 3 & 2 & 16 & \boxed{35} \end{matrix} \quad \text{(en g/mol)}$$

Où les nombres indépendants désignent les masses molaires des espèces chimiques contenues dans les corps **C** et **D**. Le résultat interne (35) désigne quant à lui la masse molaire totale du produit de cette réaction chimique.

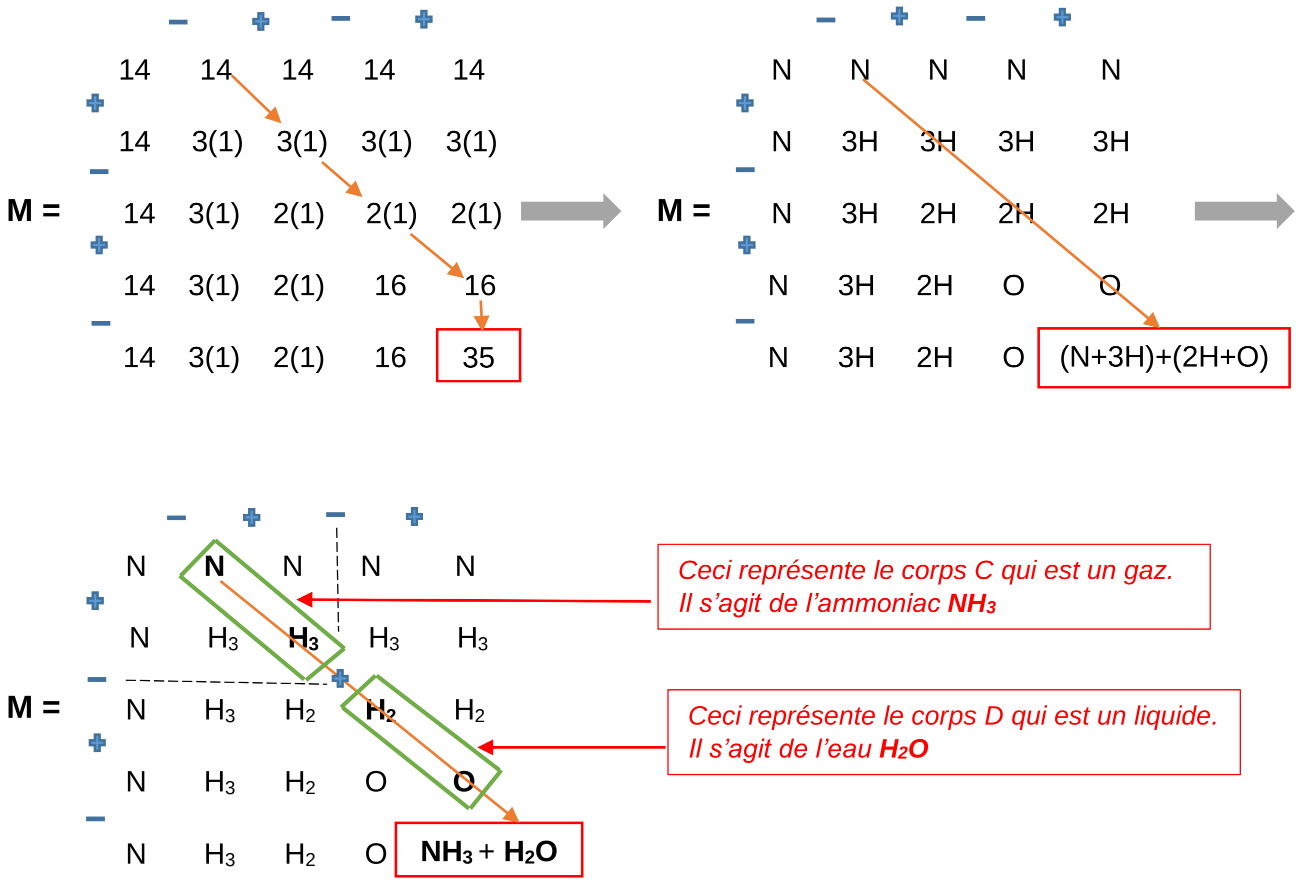
a) Donnez les noms et formules brutes des corps **C** et **D**. Justifier votre réponse en vous appuyant sur le matrégraphe M.

b) Identifiez les corps **A** et **B** ayant réagi et conduit à l'obtention des corps **C** et **D** sachant que **A** = Cation(aq) et **B** = Anion(aq). Vérifier votre réponse à l'aide de l'équation de la réaction : **A** + **B** ⟶ **C** + **D**

Solution:

a) Noms et formules brutes des corps C et D :

Cherchons tout d'abord à connaître les différentes espèces chimiques qui sont cachées dans le matrégraphe M :



b) Le produit de la réaction chimique est composé du corps C = $NH_{3(g)}$ et du corps D = $H_2O_{(l)}$. Ainsi, les ions qui entrent en jeu sont : A = $NH4^+_{(aq)}$ (cation) et B = $HO^-_{(aq)}$ (anion) car ces derniers justifient bien l'équation :

$NH4^+_{(aq)}$ + $HO^-_{(aq)}$ ⟶ $NH_{3(g)}$ + $H_2O_{(l)}$ *(aq = aqueux ; l = liquide ; g = gazeux)*

Conclusion:

Le matrégraphe est un outil mathématique multifonction qui rassemble, agence et fait communiquer des nombres réels pour atteindre son objectif qui est ‘‘ logé ’’ à la $n^{\text{ème}}$ ligne et $n^{\text{ème}}$ colonne. Il utilise des opérations arithmétiques élémentaires (addition et soustraction) pour résoudre des problèmes parfois complexes.

Le matrégraphe a un caractère paradoxal : il présente toujours en son sein une option de calcul rapide et une option de calcul lent ou une option de cheminement court et celle de cheminement long pour atteindre son but.

C'est un outil intelligent qui nous donne toujours la possibilité de reconnaître aisément parmi des millions ou des milliards de nombres réels identiques (c'est-à-dire égaux) ceux qui se trouvent dans des positions favorables et qui sont à utiliser pour atteindre le plus rapidement possible un objectif.

On a étudié 3 catégories et 6 sous catégories (pairs et impairs) de matrégraphe. Les 3 catégories sont : matrégraphe homogène, matrégraphe hétérogène de type 1 et matrégraphe hétérogène de type 2 (dans l'ordre du plus faible au plus puissant). La catégorie hétérogène de type 2 ‘‘ écrase ’’ les 2 autres catégories pour imposer sa forme dans les opérations de fusion-addition et fusion-soustraction. La catégorie hétérogène de type 1 domine quant à elle la catégorie homogène.

Le matrégraphe est un modèle mathématique qui se montre assez flexible pour introduire dans son univers divers problèmes de sciences et d'ingénierie en y proposant des solutions.

Bibliographie:

- Ayres, F. (1973), *Matrices – Cours et problèmes*, McGraw-Hill-(Serie Schaum), 218p.
- Bapat, RB. (2010), *Graphs and Matrices*, Springer, 171p.
- Beauguitte, L., Beauguitte, P. (2011), *Opérations matricielles et analyse de graphe*, HAL, halshs – 00632078, 11p.

Index alphabétique

Biographie de l'auteur

Abdoul Kader ADAMOU *est un nigérien né le 11 juin 1986 à Niamey au Niger. Après avoir décroché en 2006 son baccalauréat scientifique série D au lycée Bosso de Niamey, il part en République de Guinée pour faire des études supérieures à l'Institut Polytechnique de l'Université Gamal Abdel Nasser de Conakry. Il y étudia les sciences de l'ingénieur et accordait un intérêt particulier aux mathématiques. Il obtient en 2011 le diplôme d'Ingénieur en Génie Civil – Option Ponts et Chaussées. En 2014, suite à l'obtention d'une bourse d'étude, il quitte son pays pour des études à l'Université Libre de Bruxelles en Belgique d'où il sort en 2015 avec un mastère en Gestion des Transports. Cette formation l'a conduit à étudier la recherche opérationnelle qui le lance dans l'univers des graphes.*

Il éprouve une grande passion pour les Mathématiques appliquées et décida d'entreprendre des recherches dans ce domaine et ce, à travers son projet personnel I**R**eMa**iN** *(Recherche Maths & Innovation) pour ainsi contribuer au développement des sciences et de la technologie.*