REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Equipement et de l'Habitat
Office de la Topographie et de la Cartographie

Réflexions sur la Mise en Place d'un Nouveau Système Géodésique Pour un pays neuf par la Technique Doppler

Abdelmajid BEN HADJ SALEM
Ingénieur Géographe Principal

Version1. Juin 1988

Abstract: This note, which I wrote in 1988, is a reflection on a methodology for setting up a geodetic system for a country without geodesy.

Résumé: Cette note que j'avais écrite en 1988, est une réflexion sur une méthodologie pour la mise en place d'un système géodésique pour un pays dépourvu de géodésie.

Réflexions sur la Mise en Place d'un Nouveau Système Géodésique Pour un pays neuf par la Technique Doppler

Abdelmajid BEN HADJ SALEM
Ingénieur Géographe Principal

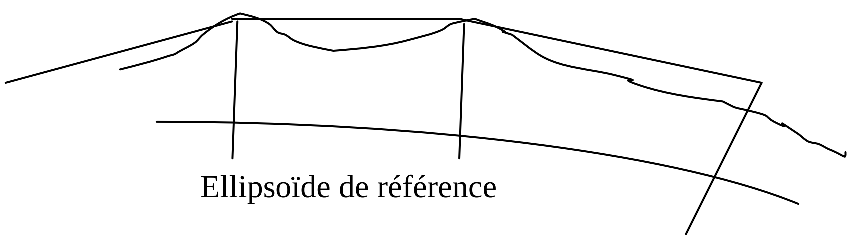
C'est lors d'une correspondance avec un collègue camerounais sur une méthodologie pour la mise en place d'un système géodésique pour un pays dépourvu de géodésie que j'ai écrit cette note.

La méthode proposée consiste à l'observation d'un certain nombre de points par la technique Doppler. En effet, le système géodésique défini par le Doppler est un système dont les axes sont parallèles au système astronomique, par suite l'orientation du système est acquise. La méthode Doppler donne les coordonnées dans un système géocentrique. Il y a deux choix à faire :

A – Adopter les coordonnées Doppler dans le système correspondant. On obtient les triplets $(X_D,Y_D,Z_D)_{i=1,n}$ et la transformation inverse donne $(\varphi_D, \lambda_D, H_D)_{i=1,n}$ avec

$$H_{Di} = h_i + N_i \qquad i = 1,n \qquad (1)$$

Si on connaît les altitudes orthométriques h_i, on détermine les hauteurs N_i du géoïde. A partir des n points Doppler, on densifie le réseau par des chaînes de triangles ou des lignes polygonales (ce cas a été utilisé en Libye par l'Institut Géographique National de France). Les points sont déterminés en altitudes ellipsoïdiques ce qui permet de réduire convenablement les distances observées à l'ellipsoïde de référence.



La densification se fera de proche en proche suivant les zones de première priorité.

Choisir une translation tridimensionnelle arbitraire :

$$\mathbf{X_D} = \mathbf{X_G} + \mathbf{T} \quad ==> \mathbf{X_G} = \mathbf{X_D} - \mathbf{T} \qquad (2)$$

Le système géodésique obtenu est parallèle au système géocentrique Doppler donc l'orientation est satisfaisante.

Aux points $(X_G, Y_G, Z_G)_{i=1,n}$, on cherche un ellipsoïde de référence défini par les paramètres (a,e) tels que :

$$\begin{aligned} X_G &= (N + H).\cos\varphi.\cos\lambda \\ Y_G &= (N + H).\cos\varphi.\sin\lambda \\ Z_G &= (N(1 - e^2) + H).\sin\varphi \end{aligned} \qquad (3)$$

avec N le 2ème rayon de courbure $= a(1-e^2\sin^2\varphi)^{-1/2}$ (4)

A un ellipsoïde (a,e) ça correspond (φ, λ, H). Là aussi le choix de (a,e) est arbitraire. En un point Doppler où on connaît l'altitude orthométrique h, on détermine φ_a et λ_a par les observations astronomiques. On choisit alors en ce point:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_a \\ \lambda &= \lambda_a \\ H &= h \end{aligned} \qquad (5)$$

avec h altitude orthométrique. A partir des formules (3), on détermine a et e comme suit:

$(N+H)^2 = (1+tg^2\varphi_a)(X_G^2 + Y_G^2)$ ==> $N + H = \sqrt{\dfrac{X_G^2 + Y_G^2}{\cos^2\varphi}} = \dfrac{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2}}{\cos\varphi}$

soit : $$N = \frac{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2}}{\cos\varphi} - H \qquad (6)$$

De $Z_G = (N(1-e^2) + h)\sin\varphi_a$ ==> $N(1-e^2) = \dfrac{Z_G}{\sin\varphi_a} - H$ (7)

(7) permet d'avoir e² en utilisant (6) soit :

$$1 - e^2 = \frac{\dfrac{Z_G}{\sin\varphi_a} - H}{\dfrac{\sqrt{X_G^2 + Y_G^2}}{\cos\varphi} - H} \qquad (8)$$

Ayant e² et N par (6), on calcule a par :

$$a = N\sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi_a} \qquad (9)$$

A partir de a et e calculés, on détermine φ_G, λ_G et H_G pour les autres points. Une meilleure détermination est d'avoir :

$$\sum_i (H_G - h)^2_i \text{ minimum} \qquad (10)$$

C'est-à-dire l'ellipsoïde géodésique de référence représente localement le géoïde.

(6) et (9) donnent respectivement:

$$dN = - dH \qquad (11)$$
$$dN = \alpha da + \beta de^2 \qquad (12)$$

d'où : $dH = - \alpha da - \beta de^2$ (13)

L'équation des moindres carrés est :

$$dH_i + H_i - h_i = v_i$$
$$- \alpha_i da - \beta_i de^2 + H_i - h_i = v_i \qquad (14)$$

H_i est calculé à partir de l'inversion de (3) et h_i supposés observés par le nivellement.

B – Le deuxième choix est plus délicat. Il suppose connues les altitudes orthométriques d'un certain nombre de points. Le procédé peut-être itératif. On recalcule le vecteur $\mathbf{T_1}$ par :

$$\mathbf{T_1} = \mathbf{X_D} - \mathbf{X_G} \qquad (15)$$

au point astronomique avec $\mathbf{X_G}$ calculé en utilisant les paramètres de l'ellipsoïde de référence déterminé par le système (14).

Dans les deux méthodes, il y'aura d'observer des azimuts pour orienter les chaînes de triangles ou les lignes polygonales.