

**- GRAVIMETRY AND THE  
ERA OF DEVELOPMENT -  
- LA GRAVIMETRIE ET  
L'ERE DU  
DEVELOPPEMENT -  
RAPPORT NATIONAL**

Par  
**Mohamed Hachemi BORTAL, Ingénieur Principal,  
1970**

Revu par **Abdelmajid BEN HADJ SALEM**

**Ingénieur Général à l'Office de la Topographie et de la  
Cartographie**

MARS 2026 - VERSION 4.

**Abstract :** In this fascicle, we give the national report about the gravimetry activity in Tunisia, of the year 1970.

**Résumé :** Dans ce fascicule, on présente le rapport national de l'activité gravimétrie en Tunisie, de l'année 1970.

Office de la Topographie et de la Cartographie

**Abdelmajid BEN HADJ SALEM**

e-mail : abenhadsalem@gmail.com

*A* la mémoire de mon Collègue  
Mohamed Hachemi Bortal,  
Ingénieur Général



# Table des matières

|          |                                                                                 |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>LA GRAVIMETRIE ET L'ERE DU DEVELOPPEMENT</b>                                 | <b>1</b>  |
| 1.1      | Esquisse de Quelques Problèmes Invoquant la Prépondérance de $g$ . . . . .      | 2         |
| 1.1.1    | Le Nivellement de précision et le rôle de $g$ . . . . .                         | 6         |
| 1.1.2    | Le Nivellement astro-géodésique et la prépondérance de $g$ . . . . .            | 7         |
| <b>2</b> | <b>L'ASTRO-GEODESIE ET LA GRAVIMETRIE</b>                                       | <b>11</b> |
| 2.1      | Le Nivellement de Précision et la Gravimétrie . . . . .                         | 13        |
| 2.2      | Le Contrôle des Ouvrages d'Art Soumis à une Pression Hydraulique . . . . .      | 14        |
| 2.3      | Prépondérance des Mesures Astronomiques . . . . .                               | 14        |
| 2.4      | L'Unification des Réseaux et Leur Homogénéisation par la Solution $g$ . . . . . | 15        |
| 2.4.1    | En Pratique . . . . .                                                           | 17        |
| <b>3</b> | <b>CONCLUSION</b>                                                               | <b>19</b> |
| 3.1      | La Référence Méditerranéenne et les Anomalies Isostatiques .                    | 21        |
| 3.2      | Les Fondements d'une Activité Gravimétrique en Tunisie . . .                    | 22        |
| 3.3      | Expression de Notre Vœu . . . . .                                               | 23        |



# Chapitre 1

## LA GRAVIMETRIE ET L'ERE DU DEVELOPPEMENT

L'absence d'une activité gravimétrique en Tunisie a creusé un vide insolite et d'autant plus préjudiciable que nos besoins en cette matière, pris alors dans un cadre évolutif général, sont venus à maturation et de ce fait devenus opportuns dès l'instant où la Tunisie eut cette sage et réaliste prise de conscience de plaider pour son développement, conformément aux recommandations contenues dans **la résolution 131 (VI) du Conseil Economique et Social du 19 Février 1948 de l'Organisation des Nations Unies** en faveur d'un déterminisme scientifique, liant le destin de sa planification économique et sociale, à l'établissement d'une carte de base, précise et de bonne qualité, dotée, à juste titre, d'un support géodésique adéquat moderne et homogène, débarrassé des séquelles et des postulats inconciliables d'un passé traumatisé et jalonné d'expédients; en un mot, doté d'une ossature géodésique accessible aux progrès scientifiques à l'honneur depuis plusieurs décennies qui, par le tournant décisif et systématique qu'ils prirent en faveur de la géodésie dynamique, de la géodésie sur satellite ou même de la géodésie tridimensionnelle, ont mis en cause les fondements de la géodésie classique vieille de 250 ans, dont le procès pour être ouvert, est loin d'être clos.

## 1.1 Esquisse de Quelques Problèmes Invoquant la Prépondérance de $g$

C'est donc sous cet aspect critique que la géodésie gravimétrique intervient par son caractère universel en faveur d'une géodésie planétaire où le rôle du champ de la pesanteur est, sinon déterminant, du moins prépondérant, notamment en nivellement astro-géodésique où est incluse la déviation de la verticale ou la ligne de force du champ de la pesanteur ( $\theta$ ) avec ses influences sur les observations d'angles bruts à réduire en angles ellipsoïdiques pour les besoins du calcul, moyennant des corrections ( $\xi, \eta$ ) suivant les composantes Nord-Sud et Est-Ouest de  $\theta$ , et avec ses perturbations, tributaires de plusieurs facteurs notoires et souvent incontenables. Ces effets interviennent en haute géodésie, où ils perturbent notamment la rigueur de **l'équation de Laplace** dans les contrôles d'orientation des réseaux, en affectant l'azimut astronomique, réputé être l'élément stable et référentiel pour contrôler et redresser l'orientation de l'ensemble du réseau, lancé géométriquement dans un enchaînement de calculs purement théoriques, allant à la dérive, d'où l'importance **des points de Laplace** qui, pour être des jalons de repérage et des nœuds de fermeture en azimut astronomique sont comparés à des phases de guidage dirigeant les longs itinéraires maritimes aux fins de destinations précises, sont-ils alors à déterminer avec une très haute précision et à entourer de toutes les précautions requises pour réduire l'effet accessoire des erreurs accidentelles, voire l'influence des équations personnelles qui, par leur caractère systématique, sont conséquentes?? Cette question a souvent donné des soucis à d'éminents savants rappelant la divergence d'opinion, qui a opposé les professeurs **Vening Meinesz** et **Baeschlin** quant à l'incidence des perturbations de la déviation de la verticale, plus particulièrement, la déviation de la longitude sur **l'équation de Laplace** au sujet de la transformation de l'azimut astronomique en azimut géodésique, propre au calcul (Bulletin géodésique n°21,24 et 27 en 1952-53); ces corrections, je le rappelle, sont données sous la forme suivante :

$$\theta_1 \sin(\alpha_{1,2}^g - \varepsilon_1^g) \cot \zeta_{1,2} + \frac{l''}{12} \cdot \frac{s^2}{a^2} e^2 \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha_{1,2}^g - l'' \cdot \frac{H_2}{2a} e^2 \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha_{1,2}^g. \quad (1.1)$$

Il s'en déduit que tout changement d'ellipsoïde déforme le réseau géodésique (ces corrections étant fonction des éléments propres à chaque ellipsoïde) créant une servitude d'autant plus absurde qu'elle semble provenir d'une conception inadéquate, dont la teneur consiste à projeter les points du réseau géodésique au niveau de la mer, non pas, au moyen de la verticale réelle, seul élément physique de référence et échelle des altitudes, mais



au moyen de la normale de l'ellipsoïde théorique, ce qui engendre une erreur de position généralisée sur l'ensemble du réseau. Il est alors évident que le vœu formulé par tous les pays d'œuvrer dans le sens de l'unification de tous les réseaux du monde, poserait cette précaution, souvent négligée, comme une condition essentielle, pour pouvoir généraliser en tout lieu de la terre, l'application de l'expression de ces corrections, que, une fois rendues indépendantes de l'ellipsoïde utilisé et réduites considérablement de leurs importances effets, favoriseraient l'emploi universel de l'ellipsoïde international de **Hayford** dont l'adoption fut recommandée à tous les pays lors de **la 2ème Assemblée Générale de l'UGGI (Union Géodésique et Géophysique Internationale)** à Madrid, octobre 1924. Les avantages et les motifs de cette adoption, dont nous sommes conscients, pour justifier notre choix, sont consignés comme pièces d'archives de grande valeur à la section de géodésie de l'Union.

C'est en effet le premier ellipsoïde orienté dans la voie ouverte par **Clairaut**, qui fut le premier à tenter la résolution de l'irréconciliable, en définissant par rapport au géoïde physique, un ellipsoïde équipotentiel, accessible au calcul, dont l'aplatissement serait une fonction de  $g$  pris sur la base théorique d'un modèle idéal configuratif de la terre. En posant :

$$\beta = \frac{g_{Ple} - g_{Eq}}{g_{Ple}} \quad (1.2)$$

on trouve :

$$\alpha = \frac{a - b}{a} \quad (1.3)$$

étant  $g = g_{Eq}(1 + \beta \sin^2 \varphi)$  et :

$$\alpha = \frac{5}{2} \frac{\omega^2 a}{g} - \frac{g_{Ple} - g_{Eq}}{g_{Ple}} \quad (1.4)$$

$g_{Eq}$  et  $g_{Ple}$  étaient calculées par dérivation de l'expression du potentiel  $W(r, \varphi)$  :

où :  $r$  distance du point potentié au centre de gravité des masses situées en dessous.

$\omega$  : vitesse de rotation de la terre.

$a$  : rayon équatorial.

$\varphi$  : latitude du point où  $g$  est calculé à la surface (du sphéroïde) équipotentielle  $W = cte$  justifiant :

$$W(a, 0) = W(b, \pi/2)$$

soit  $W_{Eq} = W_{ple}$ .

Ainsi, ce modèle géométrique et quasi-dynamique appelé sphéroïde, qui s'approche de l'ellipsoïde de révolution pour les besoins du calcul, demeure le premier compromis physico-géométrique, adéquat, définissant la terre par rapport au centre de gravité des masses qu'elle renferme, lesquelles, bien que douées de densités différentes et incontenables, se trouvent dans un état quasi hydrostatique, et dont la répartition et l'influence constituent la seule explication congruente et affine des anomalies de la pesanteur et des perturbations qui accusent la déviation des verticales ou lignes de force du champ de la pesanteur et leurs courbures non négligeables.

Ces hypothèses théoriquement rationnelles aboutissent à une conclusion fort intéressante pour soutenir que l'écran des irrégularités de la croûte terrestre n'est autre que le reflet des masses situées à l'intérieur du globe; ce fut une conclusion digne d'intérêt et a eu le mérite d'être développée pour aboutir à l'ellipsoïde de **Hayford** dit ellipsoïde d'approximations; en effet le seul moyen de réduire l'écart entre le géoïde et l'ellipsoïde le long des verticales et ainsi limiter les irrégularités entre les deux surfaces à quelques dizaines de mètres tout en préservant la géométrie de la surface du calcul, fut la généralisation des mesures de  $g$ . Cette nouvelle résolution a nécessité la connaissance exacte du géoïde au niveau moyen des mers (dite surface de contact horizontale) où  $g$  est modelée en intensité et en direction pour aboutir à cette figure géométrique potentiée; l'ellipsoïde de **Hayford** devient alors un ellipsoïde doté d'une masse à celle de la terre, et animé d'une rotation identique; notre planète est ainsi comparée à une matière dotée d'un degré de fluidité et qui serait en équilibre hydrostatique.

L'**Assemblée Générale de l'UGGI**, réunit à Stockholm en 1930 a fixé donc, d'une manière conventionnelle, pour ce corps idéal comparable à celui de la terre, la valeur de  $g$  à l'équateur à 978,0498 gal et par la formule de **Clairaut**, la valeur de  $g$  à la surface de l'ellipsoïde en fonction de la latitude conçue dans le système de **Potsdam** serait<sup>1</sup> :

$$g = 978.0498(1 + 0.0052884\sin^2\phi - 0.0000059\sin^2 2\phi) \quad (1.5)$$

dite formule internationale.

1. La formule de gravité de 1980 est  $g = 978.0327(1 + 0.0053024\sin^2\phi - 0.0000058\sin^2 2\phi)$ , Journal of Geodesy, Vol 74, n°1, février 2000.

Or le fait qu'il s'est agit, pour cet ellipsoïde non seulement d'une forme géométrique mais d'une surface de référence issue du champ de gravite, défini par ses surfaces horizontales de niveau, et ses verticales centrées sur le centre de la terre, exige pour son emploi judicieux, la généralisation de la mesure de *g* la multipliée des mesures astronomiques pour la connaissance des déviations de la verticale, c'est-à-dire, de l'angle entre la verticale vraie et la normale à la surface de référence; en un mot la connaissance des deux surfaces " Géoïde, Ellipsoïde " est d'autant plus nécessaire pour justifier l'emploi de l'ellipsoïde de **Hayford** que les écarts *N* qui, mesurés le long des verticales, séparent les deux surfaces définies essentiellement par une pesanteur réelle et une pesanteur conventionnelle et théorique, ne sont pas tout à fait indépendants ( $dN = \theta.ds$ ) ainsi donc la voie du dégel est entr'ouverte et l'écart *N* réputé insondable, est susceptible d'un traitement judicieux, dans l'optique d'un emploi tridimensionnel d'une surface géométrique de référence, potentiellement compatible avec la réalité physique du globe, et ce dans la limite des besoins bien compris; autrement dit, l'emploi authentique de l'ellipsoïde de **Hayford** est tributaire de la généralisation des mesures de *g* et la multiplicité des **points de Laplace**. Nous en sommes doublement conscients, pour avoir mesuré les avantages incommensurables que nous procurerait notre ralliement aux conventions internationales en vigueur, et pour ce faire, nous en avons cherché la voie d'accès en faisant le point, tout d'abord de notre situation actuelle en matière d'infrastructure scientifique et avons abouti hélas à cette conclusion que l'héritage du passé est trop suspect et inadéquat pour servir de support à des études de planification ou de développement national, il constitue encore moins un rapport plausible et sérieux, doué de quelque intérêt en matière de coopération ou de contribution aux efforts scientifiques déployés inlassablement par des communautés scientifiques internationales à l'exemple de l'UGGI, auprès desquelles nous sommes conscients de trouver conseils, assistance et encouragement; en bref, l'état dans lequel se trouve notre prétendue cartographie et tout particulièrement notre réseau géodésique, hérissé tout au long de l'occupation de notre pays, d'aberrations, de racolages, de fantaisie inconscientes, violant souvent les règles de base de la technique en vigueur tant de point de vue de l'exécution des travaux que des calculs; à cet état chaotique s'ajoutent la vétusté, la rapidité d'exécution au préjudice de la précision requise, la précarité des signalisations et du repérage des signaux et leur caractère éphémère destinés, il est vrai, à servir plutôt des besoins militaires de reconnaissance et de conquête, les fautes grossières étouffées ou réparties, l'absence de contrôle, l'insuffisance des bases, l'ignorance quasi-totale de la déviation de la verticale (jusqu'en 1910), l'absence quasi-totale de contrôle, de fermeture, le matériel rudimentaire traîné sans soin, ni entretien, la géométrie ambiguë de

figures sans contrainte, sont autant de déficiences et d'obstacles à toute tentative de replatrage ou de habilitation profitable, d'où notre conclusion en ces termes : le passé étant dépourvu de recettes valables, n'est guère susceptible de servir les projets de l'avenir; en ce sens que la Tunisie ne dispose à l'heure actuelle, ni de carte de base de qualité suffisante, à échelles variables comme il le devrait, pour servir avec souplesse et efficacité, la finalité des objectifs d'un plan de développement national qui se fait, et l'actualité permanente des besoins dits prioritaires et souvent incontenables, la Tunisie dispose encore moins d'un réseau géodésique national au sens moderne et scientifique du terme, susceptible de s'intégrer dans un réseau mondial et constituer un tronçon valable d'une géodésie planétaire où la gravimétrie, noyau de toutes les recherches géophysiques, et source d'alimentation et d'épanouissement des infrastructures économiques modernes, conquiert ainsi la place qui lui revient; son champ d'influence touche outre la sismologie, les mouvements des marées, l'attraction luni-solaire, la volcanologie, qui agissent en perturbateurs, la prospection en géologie, la prospection pétrolière sous-marine et la bathymétrie; la connaissance du champ de gravité joue un rôle déterminant dans le calcul des trajectoires des fusées et des satellites artificiels, qui fournissent à leur tour une moisson de données originales et utiles au profit des problèmes actuels d'activité relationnelles telles que la ceinturation des grands espaces par des liaisons géodésiques intercontinentales, par-dessus les immenses obstacles inaccessibles ou instables, pour ne citer que le domaine qui retient notre attention et ceux qui intéressent la Tunisie en particulier et qui constituent dans l'état où ils sont une pierre d'achoppement à toute reconversion à caractère scientifique, et à vocation économique, bref à tout progrès en général et on cite :

### 1.1.1 Le Nivellement de précision et le rôle de $g$

Notre nivellement de précision bien que récent (1959-62) et tout en témoignant d'un effort méritoire et d'une volonté de modernisation incontestable n'a cependant qu'une valeur locale et d'approximation arbitraire. Il est tout d'abord amputé du seul élément qui définit une altitude réelle, constante le long d'une surface horizontale à savoir la côte potentielle, et par conséquent de la correction dite de la pesanteur, et pour cause!! l'absence d'activité gravimétrique.

Ce nivellement de précision est, indépendamment de cette lacune majeure, douteux et pêche par ses fondements, en effet sur 1200 km de côtes dont

dispose la Tunisie, un seul médimarémètre servit à déterminer la surface de niveau moyen du bassin méditerranéen, sujet à troubles et à anomalies gravimétriques, singulièrement importantes (anomalies positives notamment) de plus cet appareil est encaissé au fond du Golfe de Tunis (à la Goulette) dans un étranglement suffisamment biscornu pour altérer la transmission des oscillations des eaux marines, quelque en soit l'origine motrice, de plus la sensibilité du médimarémètre aux ondes à longue période, n'a d'effet probant que s'il est placé au contact des zones étendues où les fluctuations du niveau de la mer sont saines et dégagées de toute influence parasite, il fut constaté en effet que le médimarémètre de la Goulette (près de Tunis) installé sur un bras de terre dont le socle rocheux sous-jacent, instable, s'affaisse régulièrement de quelques millimètres par un an sur une zone de quelques centaines de mètres d'étendue, accuse donc une surélévation du niveau moyen des eaux, de la même quantité, de plus l'encaissement des eaux du golfe, engendre des retombées parasites, dues à la réaction des côtes rocheuses bordant l'enclave du golfe; rappelons que la France a disposé d'une vingtaine d'appareils repartis sur tout le rivage côtier, le pont fondamental de Marseille est situé sur la pointe d'Endoune, engagée dans la mer, à l'abri de toute influence parasite, et repose sur un socle rocheux suffisamment stable pour justifier ce choix.

### 1.1.2 Le Nivellement astro-géodésique et la prépondérance de $g$

Le rôle de  $g$  est prépondérant surtout en nivellement astro-géodésique qui, complétant les valeurs de la déviation de la verticale issues des observations astronomiques, déterminent ensemble le vecteur  $N$ , en module et en direction, représentant l'écart entre les deux surfaces fondamentales sus évoquées; il ressort du traitement de  $N$  par les approximations de **Gauss** (méthode des moindres carrés), l'emploi judicieux de l'ellipsoïde potentielle de **Hayford**; appelé à juste titre, ellipsoïde d'approximation, pour signifier que son emploi local est tributaire d'un certain degré d'affinité, à définir en rapport avec les conventions de **Potsdam** et la morphologie potentielle du pays intéressé, tributaire autrement dit, de la généralisation des mesures de  $g$  et des observations astronomiques, or entre ce qui est, et ce qui devrait être, il y a place à un très bref et limite historique, que voit le réseau primordial Tuniso-Algérien, a été commencé en 1854 en Algérie, prolongé à la dérive en 1881 sur le sol Tunisien, achevé en 1934 dans le sens bien compris des besoins qu'il fut appelé à satisfaire en 1908; deux bases tunisiennes au Nord (Tunis) et au Sud (Médénine) furent mesurées et incorporées dans le réseau;

une tentative de calcul par bloc aurait eu lieu (1924-34), mais les calculs ne furent jamais publiés, et il semble à cet effet que les éléments originaux réutilisés, ne furent en grande partie, guère réutilisables.

En 1950-51, l'**Army Map Survey** (AMS) effectua un calcul d'ensemble des triangulations primordiales de l'Afrique du Nord, conduit dans le cadre de la compensation européenne sur l'ellipsoïde de **Hayford**, ils en ressort deux lacunes :

1. L'utilisation pour cette fin, de documents anciens, douteux, erronés, destinés à l'origine à une géodésie de reconnaissance, de plus, la pénurie catastrophique des **points de Laplace** est là, il faut rappeler que les déviations de la verticale étaient ignorées ou traitées en erreurs accidentelles jusqu'en 1910, date bien postérieure à la pose, entre 1881 et 1908, du grillage fondamental de la charpente géodésique primordiale tunisienne, qui, pour avoir effectivement un caractère expédié, ne fut guère compensée avant 1950, c'est-à-dire, environ un demi siècle plus tard, pour se rendre à l'évidence qu'une telle compensation utilisant les mesures originales ne sont que dérision et vains efforts.
2. La 2ème lacune relève de l'emploi anticipé de l'ellipsoïde de **Hayford**, référé par convention au système gravimétrique de **Potsdam**, appuyé sur le réseau Nord Américain où **g** est mesuré convenablement et corrigé en direction et en intensité selon la théorie de l'**Isostasie de Wagner**, où, pour la première fois la correction des déviations de la verticale est introduite en fonction donc des apports de la gravimétrie, or malgré ces qualités incontestables, il ne faut pas perdre de vue que cette surface d'approximation est le résultat d'une équation intégrale dont l'exploitation est limitée aux confins de la zone d'étude où des mesures suffisantes de **g** et  $\theta$  eurent lieu, pour déterminer tous les coefficients influents du potentiel développé en fonction de la variable  $T$ , celle qui définit le champ dit perturbateur  $T = gZ$  où  $g$  est mesuré et  $Z$  = distance qui sépare la surface topographique de la surface d'intégration; c'est en effet la grande inconnue du problème; cette considération de convenance engendre fatalement une anomalie entre un **g** observé et un  $\gamma$  théorique, exprimée par :

$$\Delta g = g - \gamma \quad (1.6)$$

appelée anomalie gravimétrique; elle est traitée de manière à être influente, moyennant un choix judicieux de la surface d'intégration, de

manière donc à satisfaire :

$$g_{\text{observé}} \sim g \left( 1 + \frac{2Z}{R} \right)$$

Il paraît donc clair que l'adoption judicieuse de l'ellipsoïde d'approximation de **Hayford**, par un pays quelconque, doit faire penser au souci qu'introduit l'inconnue du champ perturbateur  $T$ , pour apprécier son effet plutôt que de la négliger, un sondage de mesures de  $g$ , permet de le calculer en des endroits sensibles à son pouvoir aberration.

Outre l'anomalie gravimétrique, il est utile de noter l'ingérence inévitable de l'anomalie de l'air libre de **Faye** qui entache la rigueur des mesures de  $g$ , rapportées à la surface de référence.

Pour faire le point de tout cela, rappelons que notre réseau géodésique primitif, calculé sur l'ellipsoïde géométrique de **Clarke** n'offre aucun lien d'affinité avec l'ellipsoïde potentielle de **Hayford**, théoriquement référé au centre de gravité de la terre, considérée comme une masse en équilibre hydrostatique en 1ère approximation.

### Illustration élémentaire par les formules

Pour élucider le point critique de notre argumentation, rappelons quelques règles fondamentales, en effet, notre réseau géodésique étant calculé sur l'ellipsoïde de **Clarke** (1880) défini par :

$$\begin{cases} \alpha = 1/293.5 \\ \text{et : } a = 6378.249 \text{ km} \end{cases}$$

ne peut se transporter sur un ellipsoïde potentielle et ce, pour la raison bien simple, à savoir, que l'application pour cette fin, de la formule fondamentale de la gravimétrie de **Stokes**, implique l'égalité des volumes du géoïde et de l'ellipsoïde choisi et là, je précise qu'il y a lieu de parler de quasi-géoïde ou de géoïde donné, doté d'anomalies et de références données aussi longtemps qu'il existe d'immenses étendues de la terre (notamment sur mer), dépourvues de mesures de  $g$ ; à défaut de quoi, on ne peut parler de "GEOÏDE MONDIAL à caractère universel", ceci dit, l'ellipsoïde de révolution de **Clarke**, à caractère géométrique, ne peut qu'être incompatible, pour ne point satisfaire la loi de l'équivalence sus évoquée, celle en vertu de laquelle, un changement d'ellipsoïde serait justifié et permet de poser :

$$\pi a^2 b = \pi a'^2 b' = \pi a^3 (1 - \alpha) = \pi a'^3 (1 - \alpha') = \text{constante}$$

ce qui, en différentiant doit satisfaire la condition :

$$3 \frac{da}{a} - \frac{d\alpha}{1-\alpha} = 0 \quad (1.7)$$

ou

$$d\alpha \# 3 \frac{da}{a} \# \frac{3}{a} \begin{pmatrix} dx_0 \\ dy_0 \\ dz_0 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

$dx_0, dy_0, dz_0$  étant les termes de reconversion.

à rappeler que  $\alpha$  et  $\alpha'$  adoptés à un géoïde donné, doivent satisfaire la formule de **Stokes**; or en faisant abstraction de cette servitude, une vérification par l'absurde donne :

Hayford :  $\alpha = \frac{1}{297}$  et  $a = 6378.388 \text{ km}$ .

Clarke :  $\alpha' = \frac{1}{293.5}$  et  $a' = 6378.249 \text{ km}$ , d'où :  $da = 0.139 \text{ km}$  et  $d|\alpha| = 3.5/87000$ .

$$d|\alpha| \approx \frac{3.5}{87000}; 3 \left| \frac{da}{a} \right| = 3 \frac{3.5}{53000}; |d\alpha| \# 3 \frac{|da|}{a} \quad (1.9)$$

### Conclusion

L'ellipsoïde de **Clarke** ne permet pas un transport de notre réseau géodésique ancien sur un autre support quelconque, à fortiori sur l'ellipsoïde de **Hayford**.



## Chapitre 2

# L'ASTRO-GEODESIE ET LA GRAVIMETRIE

Soit  $\theta$  la déviation de la verticale en un lieu A,  $z$  et  $Z$  les altitudes en un point B, proche de A, respectivement au dessus du géoïde et de l'ellipsoïde de référence,  $dv$  : différence des distance zénithales issue de la station A sur le point B.

$dH$  étant la distance horizontale, projection de  $AB$  sur le géoïde dans un espace infinitésimal donné (**Fig. 2.1**).

On écrit la relation différentielle suivante :

$$dz = dZ + dv.dH = dZ + \theta_A.dH \quad (2.1)$$

$$d(z - Z) = \theta_A.dH \quad (2.2)$$

Ce qui représente le taux de variation de l'altitude du géoïde par rapport à l'ellipsoïde de référence, à partir de la déviation de la verticale, d'où la formule dite du nivellement astro-géodésique qui permet de tracer en 1ère approximation et par rapport à un ellipsoïde donné le profil du géoïde correspondant, dans une direction donnée, connaissant les déviations de  $\theta$  c'est-à-dire.

$$\Delta(z - Z)_B^A = -dH \frac{(\theta_A + \theta_B)}{2} \quad (2.3)$$

Ce qui illustre l'importance des observations astronomique en géodésie, or si l'ellipsoïde de **Hayford** est défini à partir d'un potentiel théorique, et le

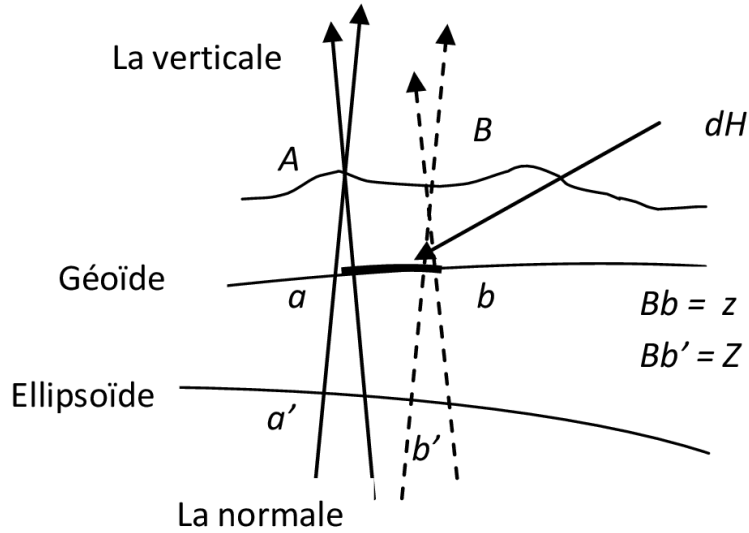


FIGURE 2.1 – La verticale physique

géoïde est issu du potentiel réellement observé par développement intégral du champ de la pesanteur on peut exprimer la quantité linéaire entre les deux surfaces par  $dz$  :

$$dz = \frac{W_{théorique} - W_{observé}}{g} \quad (2.4)$$

qui traduit la forme de la terre par rapport à la surface de référence, c'est ainsi que l'on peut établir la carte du géoïde.

D'une manière générale, si la surface de référence est une équipotentielle, on peut écrire la relation suivante entre deux surfaces de niveau et pour un petit déplacement :

$$W_a - W_b = \mathbf{g} \cdot \mathbf{ab} = \mathbf{g} \cdot \mathbf{dh}$$

En généralisant il vient :

$$W_B - W_A = \int_A^B \mathbf{g} \cdot \mathbf{ds} = - \int_A^B \mathbf{g} \cdot \mathbf{dH} \quad (2.5)$$

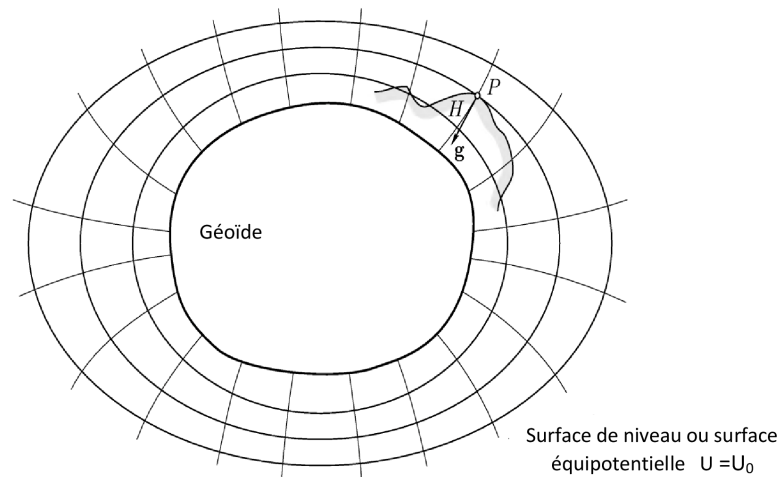


FIGURE 2.2 – Les surfaces équipotentielles

$dH$  compté en sens inverse à celui de la pesanteur : sens des altitudes (Fig. 2.2).

**NOTA :** Ceci est valable en 1ère approximation seulement car les verticales épousant, les lignes de force du champ  $g$ , accusent une courbure non négligeable.

## 2.1 Le Nivellement de Précision et la Gravimétrie

La valeur de la côté potentielle entre deux points d'altitudes  $H_A$  connue  $H_P$  inconnue, est donnée par la formule :

$$H_P = H_A + \sum_A^P \Delta H + C_P \quad (2.6)$$

$C_P$  : dite correction potentielle ou de la pesanteur,

$\Delta H$  : résultat du nivellement géométrique,

$g_c$  : arbitraire (carte),

$g$  : mesurées aux différents points au moyen de gravimètres ( par mesures

relatives ou d'interpolations).

On calcule  $C_P$  pour avoir les altitudes réelles, exactes au dessus du géoïde, pris au niveau moyen de la mer et appelé conventionnellement niveau zéro, or une référence exacte au géoïde référentielle suppose l'existence d'un réseau gravimétrique national, voire d'une carte gravimétrique et d'une carte des anomalies!

## 2.2 Le Contrôle des Ouvrages d'Art Soumis à une Pression Hydraulique

Une des charges les plus délicates du service de la géodésie demeure le contrôle des déplacements périodiques des barrages, cependant faute de mesures gravimétriques, les micro-géodésiques pratiqués pour cette fin ne constituent guère une estimation réelle de ce qui menace la stabilité, voire la santé de ces ouvrages, la catastrophe du barrage de "Malpasset" tire en partie, paraît-il, de cette négligence, en effet le contrôle de l'équilibre hydrostatique d'un barrage soumis à une pression dynamique de l'eau doit nécessairement se référer à ses côtes potentielles pour constituer une sonde de sécurité authentique.

## 2.3 Prépondérance des Mesures Astronomiques

La valeur de  $\theta$  : déviation de la verticale et l'incidence de ses courbures, mises en évidence par le professeur **Kobold** :

- 1 - constituent un reflet authentique de la répartition des densités sous la croûte terrestre,
- 2 - permettent le traitement de l'écart  $N$  entre le géoïde et l'ellipsoïde de référence tel que  $dN = \theta.ds$ .

Le traitement de  $N$  par les moindres carrés par l'approximation de **Gauss**, doit satisfaire la condition :

$$\min \sum dN^2 \quad (2.7)$$

qui définit l'ellipsoïde de plus proche de la forme de la terre.

Par ailleurs l'équation de *Laplace* :

$$Az_g = Az_a + (\lambda_g - \lambda_a) \cdot \sin \varphi \quad (2.8)$$

permet de calculer l'influence de  $\theta$  sur les angles horizontaux soit :

$$c = (\xi \cdot \sin Az - \eta \cdot \cos Az) \cdot \cot g Z \quad (2.9)$$

et sur les angles verticaux soit :

$$\Delta Z = -(\xi \cdot \cos Az + \eta \cdot \sin Az) \quad (2.10)$$

$\xi$  et  $\eta$  étant les composantes relatives méridienne et transversale de  $\theta$  avec :

$$\xi = \varphi_a - \varphi_g \quad (2.11)$$

$$(2.12)$$

$$\eta = (\lambda_g - \lambda_a) \cdot \sin \varphi = \frac{\theta}{\sin Az_0} \quad (2.13)$$

$\varphi$  : latitude,

$Az_0$  : azimut en un lieu connu,

$Az$  : azimut au point visé,

$Z$  : distance zénithale au point de station.

### **Conclusion :**

L'intensification des mesures astronomiques est une condition essentielle qui, pour être à la base du nivellement astro-géodésique, augmente la précision des géodésies locales, affine le traitement numérique des éléments constitutifs du " PUZZLE " en faveur d'un emboîtement précis de tous les réseaux nationaux dans une ossature continentale ou mondiale, complète enfin les mesures gravimétriques pour déterminer les courbes et tracer la carte du géoïde.

## **2.4 L'Unification des Réseaux et Leur Homogénéisation par la Solution *g***

Nous savons, enfin que la gravimétrie se propose, en premier lieu, de connaître toutes les surfaces horizontales réelles, dites équipotentielles qui se découpent

sur le relief topographique et déterminent ainsi les irrégularités qui l'accusent, or ce gauchisme, rappelons le, reflète, de cause à effet, de la répartition par ordre de densités croissantes des masses internes, contrées sur le centre de gravité de la terre et qui, par leur état de semi fluidité donc de mobilité, entreprennent d'une manière permanente une action déformatrice sur la croûte terrestre, physiquement peu rigide ou élastique à un certain degré, sous l'action conjuguée de plusieurs forces telles que (les tensions internes dues à la pression des gaz, l'attraction newtonienne, l'attraction luni-solaire, l'action des marées, le mouvement diurne etc.), dont la résultante vectorielle assure et rétablit d'une manière permanente l'équilibre hydrostatique de la masse gravitationnelle de la terre sans l'altérer, la vitesse relative de gravitation étant si faible que l'énergie utile dépensée pour cette fin, échappe à la théorie de la relativité, c'est-à-dire n'engendre aucune perte de masse, en d'autres termes : masse conservée, masse inerte, la loi de la dynamique s'applique en même temps que celle de **Newton**, sans altérer le principe fondamental de la loi de croissance de densités, qui découle de l'état hydrostatique dans lequel se trouverait la terre ; cette précieuse hypothèse expliquerait l'affinité qui existe entre l'inégale distribution de ces densités d'une part, les anomalies de  $g$  et les perturbations de  $\theta$  d'autre part : effet selon **Newton** : la loi de l'attraction universelle s'exprime par :

$$g = \frac{G.M}{R^2} = G \cdot \frac{4.\pi.R.\mu_M}{3} = f(\mu_M) \quad (2.14)$$

$M$  : masse de la terre,

$G = 6.67.10^{-8}$  (C.G.S),

$\mu_M$  : la densité volumique moyenne de la masse terre.

Selon cette même loi, le flux total qui envoûte la terre considérée comme une surface fermée, contenant des masses attirantes, serait par définition :

$$\Phi = g \cdot \sum d\sigma \quad (2.15)$$

$$\Phi = g.4\pi R^2 = 4\pi GM = 4\pi G\mu_M. \quad \text{Volume de la terre} \quad (2.16)$$

L'élément principal attirant étant le gradient vertical de la pesanteur (selon **Newton**) :

$$\mathbf{g} = \text{grad}W$$

$\mathbf{g}$  dérive d'un potentiel dont la variation exprimée dans un espace tridimensionnel serait, selon l'équation de Laplace :

$$\Delta W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \begin{cases} 0 & \text{dans le vide} \\ 0 & \text{le point à l'infini} \\ -4\pi G\mu_M & \text{en milieu attirant} \end{cases} \quad (2.17)$$

Le gradient vertical (relatif à la dimension z (altitude)) serait :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{\partial g}{\partial z} = \frac{\partial \left( \frac{GM}{(R+z)^2} \right)}{\partial z} = -2 \frac{GM}{D^3} = -2 \frac{g}{D} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial g}{\partial z} = -2 \frac{G}{D^3} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot R^3 \mu_M}{3} = -\frac{8\pi G \mu_M}{3} \left( 1 - \frac{z}{R} + \frac{z^2}{R^2} - \dots \right)^3 \quad (2.19)$$

$$D = z + R \quad (2.20)$$

L'ordre de grandeur au voisinage du sol moyen :

$$\frac{dg}{dz} \# 0.308 \text{ mgal} / m$$

**Conclusion** Les merveilles de cette théorie seraient vaines si la mesure de g n'aurait été rendue possible grâce à l'usage courant de gravimètres sensibles et de pendules précis; rappelons en effet que la période d'oscillations d'un pendule pris dans les conditions d'étalonnage, de température, de mesure de temps, convenables, et débarrassé de l'influence de la dérive, est liée à g par la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2.21)$$

telle que d'une station à une autre, on peut écrire le rapport :

$$\left( \frac{T_1}{T_2} \right)^2 = \left( \frac{g_2}{g_1} \right) \quad (2.22)$$

$l$  est la longueur du pendule.

### 2.4.1 En Pratique

La rigueur de ce rapport et la précision à assurer à g sont tributaires du degré de perfectionnement des instruments accessoires utilisés et qui font l'objet par conséquent d'une amélioration constante. L'utilisation des dispositifs chronométriques destinés à écourter la durée de la mesure, la comparaison directe avec les émissions radio, destinée à augmenter la précision des coïncidences dans la mesure du temps, le perfectionnement des horloges à quartz, assure également une plus grande précision du temps d'oscillation du pendule etc..., ce qui a permis d'assurer aux pendules, une précision de l'ordre de  $3 \text{ mgal}$  dans la mesure absolue de g, et aux gravimètres, la sensibilité de  $10^{-2} \text{ mgal}$  (ou précision dans la mesure des variations de g entre stations consécutives).





# Chapitre 3

## CONCLUSION

Le géoïde ou plus spécialement la forme d'une surface de référence équipotentielle, prise au niveau moyen des mers, par pure convenance, serait, selon la solution Laplacienne, justifiable par la formule de **Stokes** et ainsi déterminée, si on connaît en tout point de la terre, la valeur du gradient vertical de la pesanteur, corrigée des anomalies de toute nature ; pour ce faire, il y a lieu de disposer pratiquement, d'une liste des anomalies de la pesanteur, ainsi que de leur répartition sur tout le relief de la planète ; c'est alors que la détermination du géoïde mondial serait un fait réel et l'adoption de cette surface équipotentielle, de référence désormais internationale pour être destinée à définir correctement et communément l'échelle des altitudes, aurait un caractère authentiquement universel ; or la réalisation de ce vœu clé, qui ouvre confinement toute voie d'accès à l'unification des géodésies locales, à l'universalisation des méthodes, des conventions des tables, des corrections fondamentales, des applications diverses au profit des grands œuvres économiques et sociales, bref au progrès et à la coopération, demeure conditionné à la base par la généralisation des mesures de  $g$ , rendues possibles grâce à l'usage simple et précis des gravimètres dont l'emploi accru sur de grands espaces, serait long, pénible et usant, si ce n'est l'intervention récente des méthodes solutionnaires de la dynamique des satellites, conçues précisément par l'entremise de l'écran des étoiles, pour couvrir de grandes étendues d'observation qui, grâce à des mesures précises sol-satellite, notamment au LASER, assure pour la première fois une précision inégalée au développement du potentiel, qui en traitant toute la surface couverte, a d'office accès à tous ses coefficients ; cet exploit demeure l'instrument de précision du jour

et d'homogénéité car de l'ellipsoïde potentielle convenu, on détermine des termes de transmission au géoïde au moyen de  $W(r, \varphi, \lambda)$  en traçant ses ondulations. Cependant, des grands espaces aux petits, le gravimètre retrouve de nouveau le poids de sa mesure et complète par des mesures d'interpolation, la finalité du géoïde et de ses ondulations, aux endroits inaccessibles aux méthodes satellitaires :

$r$  = distance du point potentié au centre de gravité attirant,

$\varphi$  et  $\lambda$  : latitude et longitude de la station.

Parmi les travaux louables à retenir, rappelons :

1) Le calcul à base gravimétrique d'un géoïde mondial par Monsieur **Levallois** de l'IGN français, à partir de la formule de **Stokes** et des anomalies à l'air libre de Mr. **Uotila** en (1957-62).

2) La compensation **EUROPE 50** relevant de l'AMS (voir plus haut) a permis l'établissement de la carte du géoïde de l'Europe dite du brigadier **Bomford**; cette carte fut prolongée en Afrique du Nord et contrôlée à l'issue de la liaison spatiale (France-Afrique du Nord) en 1965 par photos synchrones du satellite **ECHOS**; il s'agit alors de préciser la valeur et la cohérence scientifique de cette compensation outre-mer, pour définir un binôme plus adéquat du bloc " France-Afrique du Nord " - gravimétrique astro-géodésique!! à repenser et établir dans le sens bien compris d'une harmonisation valable et durable avec le réseau gravimétrique mondial; cette étude est d'autant plus souhaitable qu'elle permettrait l'amélioration voire l'harmonisation de tous les travaux géodésiques et astronomiques exécutés dans nos pays et d'ouvrir la voie à leur unification; une lacune demeure pourtant et mérite d'être signalée, à savoir que le géoïde n'est corrigé ni de la courbure de la terre, ni des anomalies gravimétriques (corrections dites de **Molodensky**), de plus, il est (géoïde) valable au même degré que l'ellipsoïde de **Hayford**, qui a servi à l'établir et dont nous avons jugé l'emploi fragile et expéditif en Afrique du Nord.

Il semble toutefois que la carte de ce géoïde aurait fait l'objet d'une réduction, pour les besoins du MAGHREB mais nous ne disposons d'aucune précision à ce sujet!!

**NOTE :** La géodésie dynamique sur satellite de l'époque moderne (Vanguard, Spoutnik 2 entre 1950-65), qui détient le régime de la perfection du jour, dans la définition de l'ellipsoïde de référence, le mieux adopté à la forme réelle de la terre, vient confirmer la première et grand révélation de **CHRISTOPHE COULOMB** selon laquelle, la terre aurait la forme d'une poire boursouflée au pôle boréal et déprimée au pôle austral!!

### 3.1 La Référence Méditerranéenne et les Anomalies Isostatiques

La connaissance de la Méditerranée est un préalable à toute perspective d'unification des réseaux Euro-Africains ou Euro-Maghrébins en particulier, il est alors pertinent de retenir que les études et expériences faites sur des mers formant bassins, à l'exemple de la méditerranée auraient révélé la présence de multiples anomalies à caractère notamment positif, qui constituent de ce fait, une source de perturbations et d'erreurs difficiles à contenir, et dont il faut tenir compte dans la détermination de la surface moyenne des oscillations des vagues qui accompagnent le courant des marées or, fait singulier, le professeur **Vening Meinesz**, a soupçonné en Méditerranée, la présence d'une bande médiane d'anomalies négatives qu'il attribue à la substitution de la croûte terrestre fond marine par une couche de magma : il soupçonne donc un phénomène d'inversion de croissance des densités!!!

Ces particularités méditerranéennes, en instance d'élucidation constitueront-elles un sujet d'études scientifiques, légitimement captivant pour enrichir la science d'une moisson de renseignements utiles dont cette zone privilégiée et féconde en troubles à caractère géophysique garde le secret? le tracé des isogames est nécessaire, pour être plus que profitable à tout égard, aux nombreux pays limitrophes auxquels, il appartiendrait alors de se concerter autour de ce bien commun et d'entreprendre intensément des mesures gravimétriques, favorablement accessibles par ailleurs à tous les procédés en vigueur (par bateau, par sous-marin, par avion) un vœu qui a rang d'idéal serait à réaliser, à savoir, l'adoption un jour, d'un point fondamental de niveau zéro, commun à tous les pays qui trempent dans ce bassin.

### 3.2 Les Fondements d'une Activité Gravimétrique en Tunisie

La Tunisie, qui s'est dotée, d'un réseau de nivellement moderne et localement suffisant pour les besoins locaux des techniques de consommation, certes bien limitées, qu'elle pratique, a prouvé sa volonté de se moderniser et sa détermination de voler de ses propres ailes, et ainsi jusqu'aux extrêmes abords de ce qui dépasse la portée de ses moyens; j'entends bien là les mesures gravimétriques; toujours est-il que celles-ci, grâce à ce réseau de nivellement trouveront le support altimétrique nécessaire et qui convient; la précision des altitudes qu'il fournit est suffisante pour le calcul de l'**anomalie de Bouguer** dont elle est tributaire; à préciser que cette anomalie n'est autre que le sous-produit de l'action conjuguée des masses situées sous le géoïde et de celles situées entre le géoïde et la surface topographique; cette dernière demi-anomalie engendre une correction  $P$ , dite du Plateau. L'**anomalie de Bouguer** engendre une réduction estimative, exprimée par :

$$\text{Réduction Bouguer} = 2\pi G\rho h - \frac{2g}{R}h$$

avec :

$\rho$  : densité des couches superficielles,

$G$  : constante de gravitation,

$h$  : altitude potentielle approchée ou altitude de la station.

On en déduit que, moyennant des mesures de  $g$ , il est possible de calculer l'**anomalie de Bouguer**, propre à toutes les stations de notre nivellement, de même que la côte potentielle et la correction  $C_P$  qui en découlent.

Il apparaît clairement que, tout compte fait, notre résolution en faveur des solutions exactes dont nous avons lancé les bases, n'est pas le fait du hasard ou de l'improvisation, elle découle, pour ce qui à trait à l'avenir des sciences géographiques dans notre pays et au rang qui lui revient, en leur qualité de sciences mères, placées à la base de l'épanouissement de toutes les autres activités techniques et économiques du sol d'une étude approfondie réaliste et perspicace visant à rechercher parmi toutes les voies du profit, celles qui se révèlent les mieux aptes à vaincre les étapes et les obstacles du sous-développement et nous mener, dans le sillage du progrès, au rivage du

salut; notre résolution n'a d'égale que notre confiance en l'avenir et notre conviction que :

- 1) Tous les travaux de planification ne peuvent que dégénérer en confusion et efforts stériles tant qu'ils ne sont pas issus d'une carte de base, précise et suffisamment détaillée.
- 2) Le coût d'une telle infrastructure ne représente qu'une partie minime de celui nécessaire à l'exécution du programme de développement.
- 3) La solution clé pour encourager, affermir et favoriser l'assistance technique et la coopération serait d'adopter les mêmes méthodes de travail; les mêmes conceptions scientifiques et les mêmes conventions, fixées et recommandées par les grandes organisations scientifiques internationales, ainsi, nos projets de développement, seraient matière à études et à expérimentation douées d'originalité, de complexité et d'intérêt, profitables non seulement à l'offre et à la demande, mais aussi à la science convertie au service de la terre patrie de tous les hommes qui le servent où qu'ils sont; les frontières demeurent ce qu'elles sont, une conception de l'esprit; l'œuvre accomplie par la mission cartographique américaine en Ethiopie en une année (1964-65), n'est-elle pas un témoignage vivant et fervent de solidarité internationale et un exemple frappant de résorption d'un retard séculaire et de modernisation?? à notre mémoire de retenir que sur cette terre africaine, la géodésie par trilatération (**procédé HIRAN**) a vu le jour en Afrique et prouvé le poids de sa mesure; l'efficacité du gravimètre **WORDEN** a fait également ses preuves.

### 3.3 Expression de Notre Vœu

Un rapport d'information sur une activité absente, aurait été de cause à effet, néant!! or une telle logique pour être simpliste, serait contraire à nos intérêts à nos convictions et à nos besoins et équivaut à une ignorance totale et inexcusable du rôle désormais privilégié, qu'occupe aujourd'hui la gravimétrie au sein des sciences de la terre, pour être à la base de leur détermination, cette conjoncture relationnelle offre matière à réflexion; ainsi, en évoquant nos besoins, en matière d'astro-géodésie, de nivellement de précision, et de toute une gamme de technique accessoire à repenser, à moderniser, voire refaire, nous avons saisi, je l'espère, les fondements du choix unanime, fondements justifiés par les progrès scientifiques actuels en faveur de la géodésie gravimétrique ou d'une infrastructure gravimétrique à servir de support de base à toutes les autres sciences géophysiques; et pour y ajouter notre

voix, nous avons tenté, esquivant un rapport d'information, dénué d'intérêt et pour cause?? un essai de compréhension, de synthétisation des variantes et des déterminations de nos besoins aidant à définir une stratégie de solutionnement, qui demeure inéluctablement fonction de l'ampleur de l'assistance, et de la contribution internationales, cet essai qui est destiné en fin de compte à l'attention de la 15<sup>e</sup> assemblée de l'**AIG** (Association Internationale de Géodésie) qui se teindra dans la capitale soviétique en 1971, exprime notre vœu, et nous l'espérons, procure de l'intérêt et nous recueille favorablement et sans ménagement; critique constructive, conseils et propositions substantielles au profit de nos projets (sus-évoqués). Ce modeste essai, qui demeure à la mesure de nos moyens, serait susceptible d'imperfections et ce, pour de multiples raisons, nous nous en excusons...

# Bibliographie

1. Bulletin géodésique, **Vol.** 21, 24 et 27. 1952-1953.
2. Journal of Geodesy, **Vol.** 74, N°1, février 2000. Springer.