Релятивистская структура вращающейся сферы в световом цилиндре

Alexander Rozenkevich[1]

Adam Street, Building 3, Apartment 4, Jerusalem, Israel

Аннотация

В данной работе представлена релятивистская модель вращающейся сферы из пыли без гравитации, в которой геометрическая деформация обусловлена исключительно кинематикой. За основу расчётов принята методика, использованная автором статьи для расчёта релятивистского диска. Исходя из аналитического выражения вертикальной деформации как функции радиуса, угла и угловой скорости, анализируется влияние вращения на геометрию, периметры и объём сферы. Особое внимание уделено асимметрии расширения между экваториальной и полярной областями.

1. Введение

Достаточно хорошо изучены жёсткие диски [1,2,3,4,5,6], чего нельзя сказать о чисто кинематических моделях вращающихся дисков и тем более сфер из пыли — частиц без внутреннего давления, сцепления и гравитации.

Вращающиеся тела в специальной теории относительности проявляют сложные деформации даже при отсутствии гравитационных взаимодействий и поэтому требуют, по мнению автора, отдельного рассмотрения.

Следует отметить, что вся картина деформации в этой статье рассматривается с точки зрения неподвижного наблюдателя, находящегося в центре сферы. В данной модели исследуется метрика как наблюдаемая геометрическая структура, деформируемая без источников тензора энергии-импульса — только за счёт кинематики.

Вращение нарушает симметрию метрики в направлении оси Z, и псевдоинтервал будет зависеть от вертикального вложения:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2 - (\omega, r, \theta) dz^2$$

[1] Email alexroz2008@gmail.com

2. Геометрия вертикальной деформации

В работе [7] удалось найти зависимость геометрии z=f(x,ω)= f(y,ω) пылевидного диска от угловой скорости :

$$z=-\frac{\sqrt{3}c}{2\omega}\ln\left(1-\frac{x^2\omega^2}{c^2}\right) \qquad (1)$$

Используя уравнение (1) запишем аналитическое выражение вертикального отклонения z поверхности вращения сферы , наблюдаемого из центра вдоль оси вращения :

$$z=r\cos(\theta)-\frac{\sqrt{3}c}{2\omega}\ln\left(1-\frac{r^2\sin^2(\theta)\omega^2}{c^2}\right) \qquad (2)$$

Где:

- r : радиальная координата
- θ: полярный угол
- ω: угловая скорость
- c: скорость света (далее в модели принимается равной 1)

Замечаем, что c/ω = R – радиус светового цилиндра, при R=1 получаем:

$$z=r\cos(\theta)-\frac{\sqrt{3}}{2}\ln\left(1-r^2\cdot\sin^2\theta\right) \qquad (3)$$

Как видно из рис. 1, при вращении сферы происходит "вздутие" ее поверхности в направлении оси вращения. Эта деформация резко зависит от радиуса сферы и тем больше, чем больше радиус сферы приближается к радиусу светового цилиндра, а значит зависит так же от ω и θ.

3. Периметры: экваториальный и вертикальный

3.1 Горизонтальный (экваториальный) периметр:

Экваториальный периметр (в плоскости XY) при $0 < z \le 0.01$ определяется из формулы (1):

$$PXY(\omega) = 2\pi \frac{1}{\omega} \sqrt{1 - e^{\frac{-2z\omega}{\sqrt{3}}}} \qquad (4)$$

3.2 Вертикальный (меридианный) периметр:

Во втором порядке приближения:

$$PZX(\omega) \approx 2\pi\,(1 + 3\omega^2/8). \qquad (5)$$

---

4. Аппроксимация объёма

Предполагая симметрию деформации в плоскостях ZX и ZY, объём вращающейся сферы во втором приближении по угловой скорости ω можно выразить в общем виде как:

$$V(\omega) \approx (\sqrt{3}\cdot\pi / 8) \cdot \omega \cdot r^4 + (\sqrt{3}\cdot\pi / 32) \cdot \omega^3 \cdot r^6 \qquad (6)$$

При $r = 1$, выражение упрощается :

$$V(\omega) \approx (\sqrt{3}\cdot\pi / 8) \cdot \omega + (\sqrt{3}\cdot\pi / 32) \cdot \omega^3 \qquad (7)$$

5. Сравнение роста геометрических характеристик

На графике 2 сравниваются нормированные отношения объемов и периметров:

- V/V0
- PXY/P0
- PZX/P0
- А так же отношения: V/PXY, V/PZX

 - V0 и P0 - объем и периметр сферы по экватору до вращения.

 - V=Vrel - приращение объема сферы .

Надо отметить, что изменения вертикальных периметра и объема хорошо коррелируют между собой при небольших угловых скоростях вращения сферы, что указывает на приемлемую аппроксимацию этих параметров. Но этого недостаточно для выявления простой пропорциональности вида V~ R^3, так как форма с приближением к границе светового цилиндра все больше отклоняется от сферической, а ее объем увеличивается примерно до 20 процентов.

Картина выброса оболочки сферы, представленная на рис. 1, наводит на мысль, что этот выброс, его скорость по направлению оси вращения Z должна зависеть не только от радиуса, полярного угла, но и от ускорения угловой скорости. И действительно, производная $\partial z/\partial \omega$ существует и показывает такую зависимость:

$$\partial z/\partial \omega = \frac{\sqrt{3}}{2\omega^2}\ln\left(1-r^2\omega^2\sin^2\theta\right)+\frac{\sqrt{3}r^2\omega\sin^2\theta}{1-r^2\omega^2\sin^2\theta} \qquad (8)$$

Если ввести радиус светового цилиндра и принять его равным R=1, то из уравнения (3) получим более простое выражение для производной:

$$\frac{dw}{dr}=\cos(\theta)+\frac{\sqrt{3}r\sin^2(\theta)}{1-r^2\sin^2\theta} \qquad (9)$$

Приближаясь к радиусу светового цилиндра R=c/ω , производная резко возрастает, что может быть связано с выбросами оболочек или нестабильностью метрики. Наибольшая скорость изменения метрики (см. график 3) наблюдается, как и ожидалось, на экваторе.

7. Обсуждение

Асимметричное вздутие, сильная зависимость от углового ускорения в отсутствии гравитационного источника позволяют говорить о чисто кинематических деформаций метрики.

Следует ожидать, что вектор касательной (тангенциальной) скорости получает дополнительное искажение от изменения геометрии вдоль перпендикулярного направления. Поэтому наблюдается возможное движение самой метрики, причём в направлении вверх , в направлении оси вращения, оси Z. Движение любого материального объекта внутри этой движущейся геометрии не может не оказывать влияние на его траекторию. В такой анизотропной, динамической метрике могут наблюдаться признаки неэквивалентных времён вдоль разных направлений.

8. Принципы геометрического перераспределения как гипотеза.

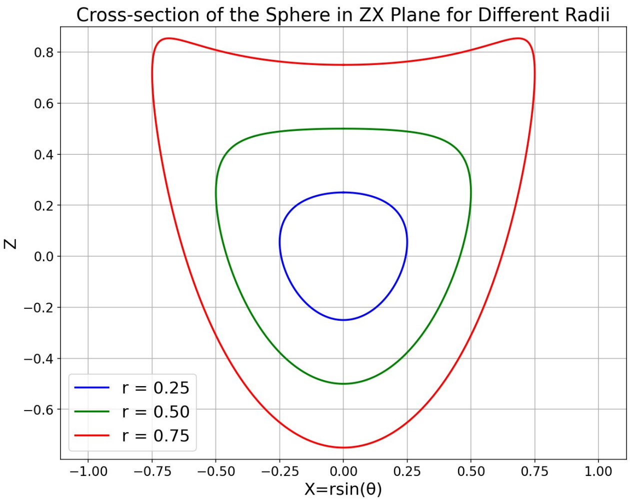
На основе аналитических выражений для периметров можно проследить важную закономерность: с ростом угловой скорости ω происходит уменьшение экваториального периметра PXY при одновременном увеличении вертикального PZX периметра.

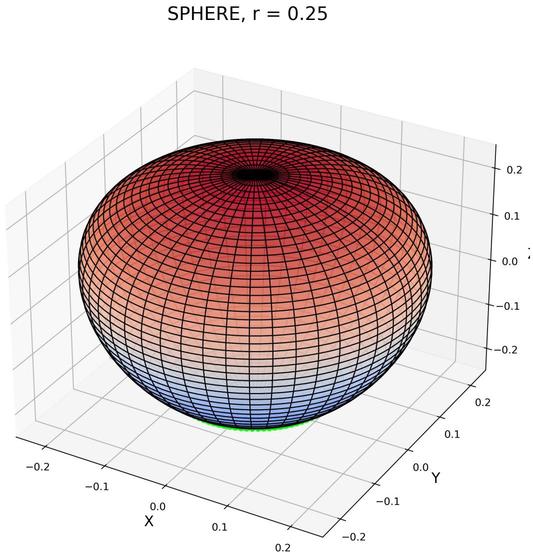
Такое поведение указывает на перераспределение геометрии метрики: сжатие вдоль одного направления компенсируется отчасти или полностью расширением в другом. Здесь не проявляется закона сохранения в классическом смысле , но в геометрическом плане может напоминать анизотропное расширение метрики.

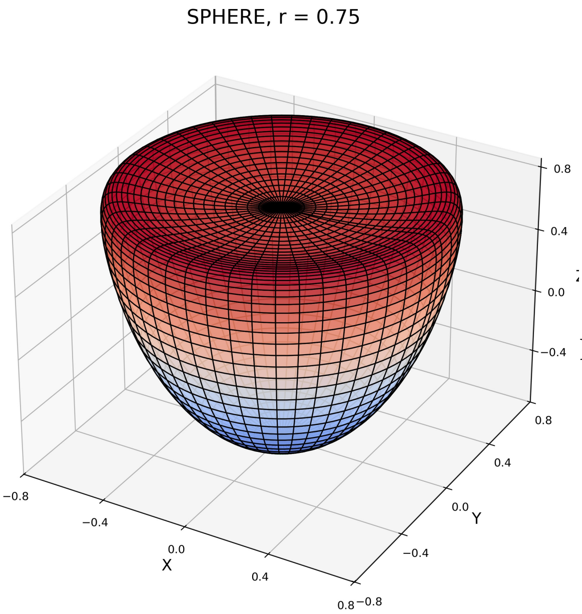
Для центрального наблюдателя (находящегося в центре сферы), подобное нарушение равномерности движения метрики эквивалентно локализованному расширению Вселенной вдоль определённого направления.

9. Возможность наблюдения анизотропии в космологии

В качестве гипотезы: направленное изменение метрики при наличии вращения приводят к неравномерному распределению плотности материи в ортогональных направлениях.







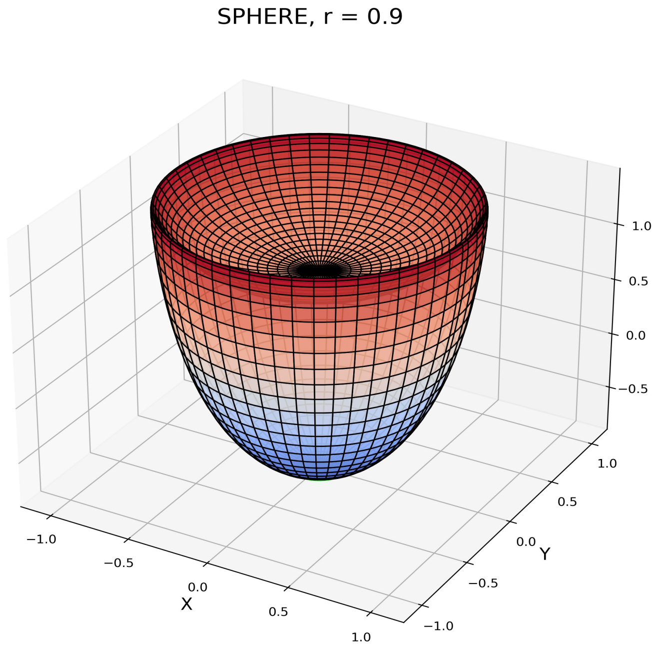


Рис.1

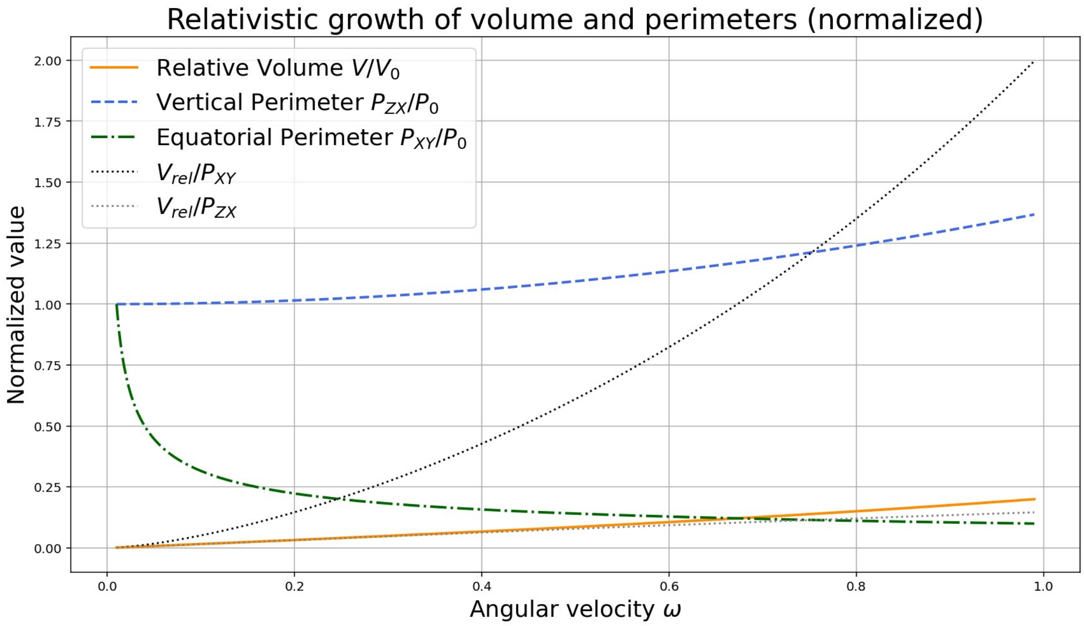

Relativistic growth of volume and perimeters (normalized)
Relative Volume V/V_0
Vertical Perimeter P_{ZX}/P_0
Equatorial Perimeter P_{XY}/P_0
V_{rel}/P_{XY}
V_{rel}/P_{ZX}
Normalized value
Angular velocity ω
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

Рис.2

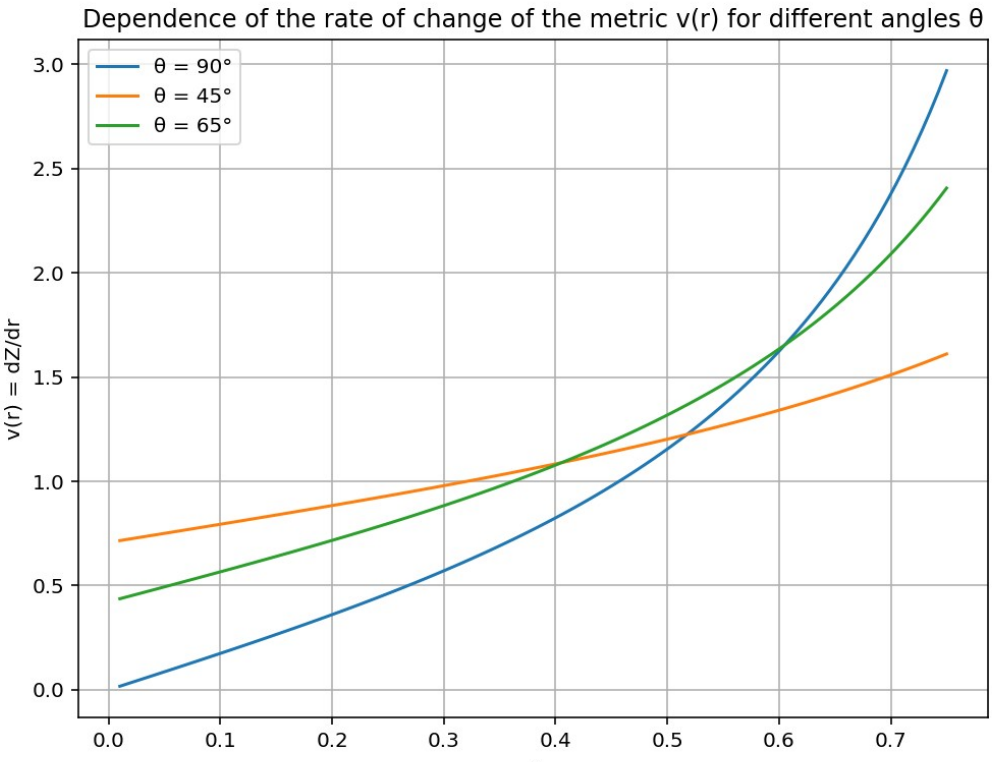

Dependence of the rate of change of the metric v(r) for different angles θ
θ = 90°
θ = 45°
θ = 65°
v(r) = dZ/dr
r
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7

Рис. 3

Заключение :

Аппроксимации аналитических выражений, построение графиков и визуализация релятивистской деформации сферических и дисковых моделей выполнены с использованием языков программирования C++ и Python 3.12, с применением стандартных библиотек численного анализа и графических модулей.

Литература

1. Einstein, A. (1911). “Zum Ehrenfesten Paradoxon”. Phys. Zeitschrift 12:509

2.Ø. Grøn, Relativistic description of a rotating disk. Am. J. Phys. 43, 869-976 (1975)

3. M. Born, *Ann. Phys. (Leipzig)* 30, 1 (1909).

4. L. D. Landau and E. M. Lifschitz, *The Classical Theory of Fields,* 3rd. ed. (Pergamon Press, 1971), pp. 233, 234.

5. Jri Bicak and Tomas Ledvinka, Relativistic disks as sources of the Kerr metric

6 .Phys. Rev. Lett. 71, 1669 – Published 13 September, 1993

7. A. Rozenkevich , Rigidly Rotating Disk Dust in the Special Relativity: https://vixra.org/abs/1107.0010, 2011