Formulas for calculating the terms of sequences of prime and composite numbers

Andrey Belov

Abstract:

The article contains formulas that can specify sequences of both simple and composite numbers. The existence of such formulas proves that the appearance of primes in a series of natural numbers can be predicted. This means that the problem of factoring large numbers can be solved without waiting for the creation of appropriate quantum computing devices.

For a number of reasons, a sequence of prime numbers cannot be defined analytically by a formula from the ordinal number of its member. It was also not possible to specify a sequence of prime numbers directly with a recurrent formula that expresses any member of the sequence, starting with some, in terms of the preceding terms. Therefore, in the paper [1], it was suggested that instead of a sequence of prime numbers, the recurrence formula should be used to define the sequence (1).

$$\begin{aligned}&0,\ 2,\ 3,\ 0,\ 5,\ 0,\ 7,\ 0,\ 0,\ 0,\ 11,\ 0,\ 13,\ 0,\ 0,\ 0,\ 17,\ 0,\ 19,\ 0,\ 0,\ 0,\\ &23,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 29,\ 0,\ 31,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 37,\ 0,\ 0,\ 0,\ 41,\ 0,\ 43,\\ &0,\ 0,\ 0,\ 47,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 53,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 59,\ 0,\ 61,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\\ &0,\ 67,\ 0,\ 0,\ 0,\ 71,\ 0,\ 73,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 79,\ 0,\ 0,\ 0,\ 83,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ldots\end{aligned} \qquad (1)$$

The numerical sequence (1) is a series of natural numbers in which all non-prime numbers are replaced by zeros. Such a numerical sequence can easily be converted to a sequence of prime numbers by removing all terms equal to zero. And it can be given by the trivial recurrent formula (2) [2].

$$a_1=0,\quad a_n=n\cdot 0^{\left[НОД\left(\prod_{1}^{n-1}\left(a_{n-1}+0^{a_{n-1}} \right),\ n \right)-1 \right]}, \qquad (2)$$

where a_n - is the value of a member of the sequence (1) with sequence number n, n - is the sequence number of members of the sequence (1), and *НОД* is the notation for calculating the greatest common divisor.

Just like the sequence of prime numbers, the formula failed to specify the sequence of composite numbers directly. However, instead of a sequence of composite numbers, you can use the recurrent formula to define a numerical sequence (3).

0, 0, 0, 4, 0, 6, 0, 8, 9, 10, 0, 12, 0, 14, 15, 16, 0, 18, 0, 20, 21, 22, 0, 24, 25, 26, 27, 28, 0, 30, 0, 32, 33, 34, 35, 36, 0, 38, 39, 40, 0, 42, 0, 44, 45, 46, 0, 48, 49, 50, 51, 52, 0, 54, 55, 56, 57, 58, 0, 60, 0, 62, 63, 64, 65, 66, 0, 68, 69, 70, 0, 72, 0, 74, 75, 76, 77, 78, 0, 80, 81, 82, 0, 84, 85, 86, 87, 88, ... (3)

The numerical sequence (3) is a series of natural numbers in which all non-composite numbers are replaced by zeros. Such a numerical sequence can easily be converted to a sequence of composite numbers by removing all terms equal to zero. And it can be given by the trivial recurrent formula (4).

$$s_1 = 0, \quad s_n = n \cdot \left(1 - 0^{\left(НОД\left(\prod_{1}^{n-1} \left(a_{n-1} + 0^{a_{n-1}} \right), \; n \right) - 1 \right)} \right), \qquad (4)$$

where s_n - is the value of a member of the sequence (3) with sequence number n, a_n - is the value of a member of the sequence (1) with sequence number n, n - is the sequence number of members of the sequence (1) and (3), *НОД* - is the notation for calculating the greatest common divisor, $s_1 = a_1 = 0$.

A special feature of formula (4) is that when calculating the values of the members of the sequence (3), the values of the members of the sequence (1) are used, which reduces the amount of calculations when applying it.

In formulas (2) and (4), the expression $\Pi_1^{n-1}(a_{n-1} + 0\text{^}a_{n-1})$ is actually the product of all the prime terms a_n sequence (1) from $a_2 = 2$ to a_{n-1} inclusive. For this product, a special notation *P#,* called the prime, that is, the product of all prime numbers that do not exceed a given prime number *P*.

However, it is undesirable to use the prime in formulas (2) and (4) in order to reduce the volume of these formulas, since when working with large numbers, it becomes advisable to use a number of partial products of prime numbers, which was shown in the article [3].In addition, when applying formula (2)to calculate all consecutive primes in separate intervals, it is sufficient to use partial products of all the prime terms *of* a_n. This allows you to calculate prime numbers in parallel on different computing devices and reduce the amount of calculation. This, in turn, can provide the ability to factorize large numbers.

Numerical sequences (1) and (3) differ from each other in the presence of regularities in the distribution of their terms.

So in the numerical sequence (1)there are only two trivial terms: the first even and odd numbers, that is, two and three. The trivial terms of the numerical sequences (1) and (3) are here understood as non-zero terms and the simplicity or complexity of which can be checked without performing calculations. While in the numerical sequence (3), there are infinitely many trivial terms, these are all terms with even ordinal numbers and all terms with ordinal numbers greater than five and ending in five. In addition, the numerical sequence (3) contains an infinitely large number of arbitrarily large intervals consisting only of composite numbers between terms equal to zero. In the case of a sequence of natural numbers, this statement is written as the presence of arbitrarily large intervals between the primes consisting only of composite numbers. To calculate the terms of the sequence that makes up such intervals, the formula was proposed: (m!+2), (m!+3), (m!+4),... (m!+ m), where m - is any natural number [4]. There is also a more efficient version of this formula [5], which can be written in the following form: P#+2, P#+3, P#+4,... P#+(Q-1), where P# - is the prime of a prime number P, Q - is a prime number, the following for a prime number P.

It should be noted that the intervals of consecutive composite numbers calculated using these formulas will not always be located between prime numbers. So, if for P_5#=2*3*5=30 calculated interval of consecutive composite numbers: 32, 33, 34, 35, 36 if it is located between the numbers 31 and 37, both of which are prime, then for P_7#=2*3*5*7=210 calculated interval of consecutive multiples numbers: 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220 it will be located between the numbers 211 and 221, of which 221=13*17 is a composite number.

Thus, it can be argued that there are sequences of consecutive composite numbers consisting of at least Q-2 numbers. And these sequences can consist of an arbitrarily large number of numbers, since the sequence of prime numbers is infinite [5]. The smallest number of numbers in such a sequence of consecutive composite numbers can only be 5-2=3. Other lengths of such sequences can also be predicted, since they can only consist of Q-2 numbers. And using the formulas under consideration for different values of *the* P# primaries, it is impossible to calculate sequences of consecutive composite numbers of the same length.

In this case, for any value of *the prime* P#, the number of consecutive sequences of composite numbers of the same length will be infinite. This follows from the fact that the formula: P#+2, P#+3, P#+4,... P#+(Q-1) can always be written in the following form: j*P#+2, j*P#+3, j*P#+4,... j*P#+(Q-1), where j consistently takes the values of natural numbers starting from one and going to infinity. If j=1, the first interval of consecutive composite numbers will be obtained. For j=2 and so on, subsequent intervals will be obtained that have the same length as the first interval, and follow each other in increments equal *to* P#. Thus, the totality of these intervals will constitute an ordered infinite sequence of composite numbers, which will be a subsequence of a sequence of natural numbers or a sequence of composite numbers.

The beginning of such an ordered numeric sequence, with the smallest length of consecutive intervals of composite numbers, is shown below:

8, 9, 10, 14, 15, 16, 20, 21, 22, 26, 27, 28, 32, 33, 34, 38, 39, 40, 44, 45, 46, 50,
51, 52, 56, 57, 58, 62, 63, 64, 68, 69, 70, 74, 75, 76, 80, 81, 82, 86, 87, 88, 92,

93, 94, 98, 99, 100, 104, 105, 106, 110, 111, 112, 116, 117, 118, 122, 123, 124, 128, 129, 130, 134, 135, 136, 140, 141, 142, 146, 147, 148, 152, 153, 154, 158, 159, 160, 164, 165, 166, 170, 171, 172, 176, 177, 178, 182, 183, 184, 188, 189, 190, 194, 195, 196, 200, 201, 202, 206, 207, 208, 212, 213, 214, 218, 219, 220, 224, 225, 226, 230, 231, 232, 236, 237, 238, 242, 243, 244, 248, 249, 250, … (5)

The number of sequences similar to the sequence (5) is infinite, but since they are all ordered, they can all be given analytically by formula (6) from the ordinal number of the term.

$$s_n = \left[\frac{n+p_{k+1}-3}{p_{k+1}-2}\right]\cdot a + \left(n-(p_{k+1}-2)\left[\frac{n}{p_{k+1}-2}\right]+1\right)\cdot\left(1+(p_{k+1}-2)0^{\left(n-(p_{k+1}-2)\left[\frac{n}{p_{k+1}-2}\right]\right)}\right), \quad (6)$$

where ***n*** **-** is the ordinal number s_n of the number sn in a partial sequence of composite numbers, **[ ] -** is a sign denoting the integer part of the number or denotes the operation to discard the fractional part from the result of calculating an expression in square brackets (here and further in the text), $a = p_1 * p_2 * ... * p_k$, where p_k are prime numbers that follow in ascending order starting from $p_1 = 2$, ***k*** **-** is the ordinal number of a prime number in the sequence of prime numbers.

Formula (6) allows you to specify a numerical sequence with an infinite number of intervals of equal length of consecutive composite numbers, among which there will be an infinite number of non-trivial composite numbers. For example, in the numerical sequence (5), the first such non-trivial composite numbers will be the following numbers: 9, 21, 27, 33, 39, 51, 57, 63, 69, 81, 87, 93, 99, 111, 117, 123, 129, 141, 147, 153, 159, 171, 177, 183, 189, 201, 207, 213, 219, 231, 237, 243, 249, ...

To study numerical sequences defined by formula (6), there is a special computer program for calculating the terms of a numerical sequence with regular intervals of composite numbers [6]. This program allows you to calculate the value s_n any member of a numerical sequence with regular intervals of composite numbers for any values ***of a*** and p_k. Since the values ***of*** s_n grow very quickly with increasing ***a*** and ***n***, the program is adapted to work with large or long numbers.

For example, even if ***a***=1922760350154212639070 (the product of all primes from 2 to 59), the first ten terms of the numerical sequence with regular intervals of composite numbers look like this: 1922760350154212639072, 1922760350154212639073, 1922760350154212639074, 1922760350154212639075, 1922760350154212639076, 1922760350154212639077, 1922760350154212639078, 1922760350154212639079, 1922760350154212639080, 1922760350154212639081.

And for ***n***=999999999999998 s_n=3258915847719027285410934033031316l.

In general, formula (6) can return an arbitrarily large nontrivial composite number.

In addition to the existence of an infinite number of intervals of equal length of consecutive composite numbers, there are also intervals that can contain not only composite numbers, but also prime numbers. These intervals are also of equal length and follow each other indefinitely in increments *of P#*. Obviously, all prime numbers belong to these intervals. In each such interval consisting of at least ((*j*+1)**P*#+1)-(*j***P*#+(*Q*-1)) numbers that include natural series numbers from *j***P*#+*Q* to (*j*+1)**P*#+1. The set of such intervals makes up an ordered infinite sequence of numbers, which will be a subsequence of the sequence of natural numbers.

Obviously, the smallest length of the interval that can contain prime numbers will be at P_3#=2*3=6.P_3#. And will make up ((1+1)*6+1)-(1*6+(5-1))=3 numbers.

The beginning of an ordered numeric sequence with the shortest possible length of consecutive intervals of numbers, which may include prime numbers, is shown below:

5, 6, 7, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 23, 24, 25, 29, 30, 31, 35, 36, 37, 41, 42, 43, 47, 48, 49, 53, 54, 55, 59, 60, 61, 65, 66, 67, 71, 72, 73, 77, 78, 79, 83, 84, 85, 89, 90, 91, 95, 96, 97, 101, 102, 103, 107, 108, 109, 113, 114, 115, 119, 120, 121, 125, 126, 127, 131, 132, 133, 137, 138, 139, 143, 144, 145, 149, 150, 151, 155, 156, 157, 161, 162, 163, 167, 168, 169, 173, 174, 175, 179, 180, 181, 185, 186, 187, 191, 192, 193, 197, 198, 199, … (7)

It can also be noted that to obtain numerical sequences containing all prime numbers and part of composite numbers, it is more rational to use arithmetic progression systems. The rules for composing the most effective arithmetic progressions were given in the article [2]. And to obtain numerical sequences containing all prime numbers and the minimum number of composite numbers, together with systems of arithmetic progressions, you should use numerical sequences formed using formula (6).

References:

1. A. M. Belov. Number theory: prime numbers and universal equation [Electronic resource]. - Internet address: http://stob2.narod.ru/2s.htm, 2003.
2. A. M. Belov. Task of numerical series and sequences with prime numbers and formulas of prime numbers [Electronic resource]. - Internet address: http://stob2.narod.ru/40s.htm, 2022.
3. A. M. Belov. Deterministic Fermat's primality test and an efficient factorization algorithm for large numbers [Electronic resource]. - Internet address: http://stob2.narod.ru/41s.htm, 2022.
4. Ya. I. Perelman Entertaining algebra. - The eleventh edition, Moscow: Nauka Publ., 1967, 201 p.
5. Intervals between prime numbers [Electronic resource]. - Internet address: https://ru.wikipedia.org/wiki://ru.wikipedia.org/wiki/Интервалы_между_простыми_числами, 2024.
6. A. M. Belov. Program for calculating members of a numerical sequence with regular intervals of composite numbers [Electronic resource]. - Internet address: http://stob2.narod.ru/17p.htm, 2024.

The translation of this article into English may not be of sufficient quality, as it was performed by an automatic translator. Therefore, below is a copy of the article in Russian.

Формулы для вычисления членов последовательностей простых и составных чисел

Андрей Белов

Аннотация

В статья приведены формулы способные задавать последовательности, как простых, так и составных чисел. Существование таких формул доказывает, что появление простых чисел в ряду натуральных чисел можно предсказать. А это означает, что задачу факторизации больших чисел можно решить не дожидаясь создания соответствующих квантовых вычислительных устройств.

По ряду причин последовательность простых чисел не удаётся задать аналитически формулой от порядкового номера её члена. Непосредственно не удалось задать последовательность простых чисел и рекуррентной формулой, которая любой член последовательности, начиная с некоторого, выражает через предшествующие члены. Поэтому в статье [1] было предложено вместо последовательности простых чисел задавать рекуррентной формулой последовательность (1).

0, 2, 3, 0, 5, 0, 7, 0, 0, 0, 11, 0, 13, 0, 0, 0, 17, 0, 19, 0, 0, 0,
23, 0, 0, 0, 0, 0, 29, 0, 31, 0, 0, 0, 0, 0, 37, 0, 0, 0, 41, 0, 43,
0, 0, 0, 47, 0, 0, 0, 0, 0, 53, 0, 0, 0, 0, 0, 59, 0, 61, 0, 0, 0, 0,
0, 67, 0, 0, 0, 71, 0, 73, 0, 0, 0, 0, 0, 79, 0, 0, 0, 83, 0, 0, 0, 0,... (1)

Числовая последовательность (1) представляет собой ряд натуральных чисел, в котором все числа, не являющиеся простыми, заменены нулями. Такая числовая последовательность легко может быть преобразована в последовательность простых чисел путём изъятия всех членов равных нулю. И при этом она может быть задана тривиальной рекуррентной формулой (2) [2].

$$a_1=0,\ \ a_n=n\cdot 0^{\left(НОД\left(\prod_1^{n-1}\left(a_{n-1}+0^{a_{n-1}}\right),\ \ n\right)-1\right)}, \qquad (2)$$

где a_n - значение члена последовательности (1) с порядковым номером n, n – порядковый номер членов последовательности (1), НОД – обозначение вычисления наибольшего общего делителя.

Так же, как и последовательность простых чисел не удалось формулой задать и непосредственно последовательность составных чисел. Однако вместо последовательности составных чисел можно задавать рекуррентной формулой числовую последовательность (3).

0, 0, 0, 4, 0, 6, 0, 8, 9, 10, 0, 12, 0, 14, 15, 16, 0, 18, 0, 20, 21, 22, 0, 24, 25, 26, 27, 28, 0, 30, 0, 32, 33, 34, 35, 36, 0, 38, 39, 40, 0, 42, 0, 44, 45, 46, 0, 48, 49, 50, 51, 52, 0, 54, 55, 56, 57, 58, 0, 60, 0, 62, 63, 64, 65, 66, 0, 68, 69, 70, 0, 72, 0, 74, 75, 76, 77, 78, 0, 80, 81, 82, 0, 84, 85, 86, 87, 88, ... (3)

Числовая последовательность (3) представляет собой ряд натуральных чисел, в котором все числа, не являющиеся составными, заменены нулями. Такая числовая последовательность легко может быть преобразована в последовательность составных чисел путём изъятия всех членов равных нулю. И при этом она может быть задана тривиальной рекуррентной формулой (4).

$$s_1=0,\ \ s_n=n\cdot\left(1-0^{\left(НОД\left(\prod_1^{n-1}\left(a_{n-1}+0^{a_{n-1}}\right),\ \ n\right)-1\right)}\right), \qquad (4)$$

где s_n - значение члена последовательности (3) с порядковым номером n, a_n - значение члена последовательности (1) с порядковым номером n, n – порядковый номер членов последовательности (1) и (3), НОД – обозначение вычисления наибольшего общего делителя, $s_1= a_1=0$.

Особенностью формулы (4) является то, что в ходе вычисления значений членов последовательности (3) используются значения членов последовательности (1), что обеспечивает сокращение объёма вычислений при ее применении.

В формулах (2) и (4) выражение $\Pi_1^{n-1}(a_{n-1} + 0$^$a_{n-1})$ фактически представляет собой произведение всех простых членов a_n последовательности (1) от $a_2 = 2$ до a_{n-1} включительно. Для данного произведения относительно недавно было введено специальное обозначение $P\#$, получившее название праймориал, то есть произведения всех простых чисел, не превосходящих заданное простое число P.

Однако использовать праймориал в формулах (2) и (4) в целях сокращения объёма этих формул нежелательно, так как при работе с большими числами становится целесообразным применение ряда частичных произведений простых чисел, что было показано в статье [3].Кроме этого при применении формулы (2) для вычисления всех простых чисел подряд в отдельных интервалах достаточно использовать частичные произведения всех простых членов $a_{n.}$ Что позволяет производить вычисление простых чисел параллельно на различных вычислительных устройствах и сократить объём вычисления. Это, в свою очередь, может обеспечить возможность факторизации больших чисел.

Числовые последовательности (1) и (3) отличаются друг от друга по наличию закономерностей в распределении их членов.

Так в числовой последовательности (1) имеются только два тривиальных члена это первое чётное и нечётное числа, то есть два и три. Под тривиальными членами числовых последовательностей (1) и (3) здесь понимаются члены отличные от нуля и простоту или составность, которых можно проверить без выполнения вычислений. В то время как в числовой последовательности (3), имеется бесконечно много тривиальных членов, это все члены с чётными порядковыми номерами и все члены с порядковыми номерами больше пяти и заканчивающимися на пять. Кроме этого числовая последовательность (3) содержит между членами равными нулю бесконечно большое число сколь угодно больших интервалов состоящих только из составных чисел. В случае последовательности натуральных чисел это утверждение записывается как наличие между простыми числами сколь угодно больших интервалов состоящих только из составных чисел. Для вычисления членов последовательности составляющей такие интервалы была предложена формула: (m!+2), (m!+3), (m!+4),… (m!+ m), где m – любое натуральное число [4]. Так же существует более эффективный вариант этой формулы [5], которая может быть записана в следующем виде: $P\#+2$, $P\#+3$, $P\#+4$,… $P\#+(Q-1)$, где $P\#$ - праймориал простого числа P, Q – простое число, следующее за простым числом P.

Необходимо отметить, что вычисленные по этим формулам интервалы подряд идущих составных чисел не всегда будут располагаться между простыми числами. Так, если для $P_5\#=2*3*5=30$ вычисленный интервал подряд идущих составных чисел: 32, 33, 34, 35, 36 будет располагаться между числами 31 и 37, оба которых простые, то уже для $P_7\#=2*3*5*7=210$ вычисленный интервал подряд идущих составных чисел: 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220 будет располагаться между числами 211 и 221, из которых число 221=13*17 является составным.

Таким образом, можно утверждать, что существуют последовательности подряд идущих составных чисел состоящие не меньше, чем из Q-2 чисел. И эти последовательности могут состоять из сколь угодно большого числа чисел, так как последовательность простых чисел бесконечна [5]. Наименьшее число чисел в такой последовательности подряд идущих составных чисел может быть только 5-2=3. Иные длины таких последовательностей так же можно предсказать, так как они могут состоять только из *Q*-2 чисел. И при помощи рассматриваемых формул для различных значений праймориалов *P#* невозможно вычислить последовательности подряд идущих составных чисел одинаковой длины.

При этом для любого значения праймориала *P#* число последовательностей подряд идущих составных чисел одинаковой длины будет бесконечным. Это следует из того обстоятельства, что формулу: *P#*+2, *P#*+3, *P#*+4,… *P#*+(*Q*-1) всегда можно записать в следующем виде: *j***P#*+2, *j***P#*+3, *j***P#*+4,… *j***P#*+(*Q*-1), где *j* последовательно принимает значения чисел натурального ряда начиная с единицы и до бесконечности. При *j*=1 будет получен первый интервал подряд идущих составных чисел. При *j*=2 и так далее будут получаться последующие интервалы, имеющие одинаковую длину с первым интервалом, и следующие друг за другом с шагом равным *P#*. Таким образом, совокупность этих интервалов будет составлять упорядоченную бесконечную последовательность составных чисел, которая будет являться подпоследовательностью последовательности натуральных чисел или последовательности составных чисел.

Начало такой упорядоченной числовой последовательности, с наименьшей длинной интервалов подряд идущих составных чисел, приведено ниже:

8, 9, 10, 14, 15, 16, 20, 21, 22, 26, 27, 28, 32, 33, 34, 38, 39, 40, 44, 45, 46, 50,
51, 52, 56, 57, 58, 62, 63, 64, 68, 69, 70, 74, 75, 76, 80, 81, 82, 86, 87, 88, 92,
93, 94, 98, 99, 100, 104, 105, 106, 110, 111, 112, 116, 117, 118, 122, 123, 124,
128, 129, 130, 134, 135, 136, 140, 141, 142, 146, 147, 148, 152, 153, 154, 158,
159, 160, 164, 165, 166, 170, 171, 172, 176, 177, 178, 182, 183, 184, 188, 189,
190, 194, 195, 196, 200, 201, 202, 206, 207, 208, 212, 213, 214, 218, 219, 220,
224, 225, 226, 230, 231, 232, 236, 237, 238, 242, 243, 244, 248, 249, 250, … (5)

Число последовательностей подобных последовательности (5) бесконечно, но так как все они являются упорядоченными, то все они могут быть заданы аналитически формулой (6) от порядкового номера члена.

$$\mathrm{s_n}=\left[\frac{n+p_{k+1}-3}{p_{k+1}-2}\right]\cdot a+\left(n-(p_{k+1}-2)\left[\frac{n}{p_{k+1}-2}\right]+1\right)\cdot\left(1+(p_{k+1}-2)0^{\left(n-(p_{k+1}-2)\left[\frac{n}{p_{k+1}-2}\right]\right)}\right),\quad (6)$$

где $\boldsymbol{n}$ – порядковый номер числа $\boldsymbol{s_n}$ в частичной последовательности составных чисел, **[ ]** – знак, обозначающий целую часть числа или обозначает операцию по отбрасыванию дробной части от результата вычисления выражения, стоящего в прямоугольных скобках (здесь и далее по тексту), $\boldsymbol{a= p_1*p_2*…*p_k}$, где $\boldsymbol{p_k}$ простые числа, следующие в порядке их возрастания начиная с $\boldsymbol{p_1} = 2$, $\boldsymbol{k}$ – порядковый номер простого числа в последовательности простых чисел.

Формула (6) позволяет задать числовую последовательность с бесконечным числом интервалов равной длины подряд идущих составных чисел, среди которых будет бесконечное число нетривиальных составных чисел. Например, в числовой последовательности (5) первыми такими нетривиальными составными числами будут следующие числа: 9, 21, 27, 33, 39, 51, 57, 63, 69, 81, 87, 93, 99, 111, 117, 123, 129, 141, 147, 153, 159, 171, 177, 183, 189, 201, 207, 213, 219, 231, 237, 243, 249, …

Для исследования числовых последовательностей, задаваемых формулой (6), существует специальная компьютерная «Программа вычисления членов числовой последовательности с регулярными интервалами составных чисел» [6]. Данная программа позволяет вычислить значение $\boldsymbol{s_n}$ любого члена числовой последовательности с регулярными интервалами составных чисел для любых значений $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{p_k}$. Так как значения $\boldsymbol{s_n}$ очень быстро растут с увеличением $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{n}$, то программа адоптирована для работы с большими или длинными числами.

Например, уже при $\boldsymbol{a}$=1922760350154212639070 (произведение всех простых чисел с 2 по 59) первые десять членов числовой последовательности с регулярными интервалами составных чисел выглядят следующим образом: 1922760350154212639072, 1922760350154212639073, 1922760350154212639074, 1922760350154212639075, 1922760350154212639076, 1922760350154212639077, 1922760350154212639078, 1922760350154212639079, 1922760350154212639080, 1922760350154212639081.

А при $\boldsymbol{n}$=999999999999998 $\boldsymbol{s_n}$=3258915847719027285410934033031 3161.

Вообще формула (6) способна возвращать сколь угодно большое нетривиальное составное число.

Кроме существования бесконечного числа интервалов равной длины подряд идущих составных чисел существуют так же и интервалы, которые могут содержать не только составные числа, но и простые числа. Эти интервалы так же имеют равную длину и бесконечно следуют друг за другом с шагом равным $P\#$. Очевидно, что все простые числа принадлежат этим интервалам. В каждый такой интервал, состоящий не менее чем из $((j+1)*P\#+1)-(j*P\#+(Q-1))$ чисел, входят числа натурального ряда от числа $j*P\#+Q$ по число $(j+1)*P\#+1$. Совокупность таких интервалов составляет упорядоченную бесконечную последовательность чисел, которая будет являться подпоследовательностью последовательности натуральных чисел.

Очевидно, что наименьшая длина интервала, который может содержать простые числа, будет при $P_3\#=2*3=6$. И составит ((1+1)*6+1)-(1*6+(5-1))=3 числа.

Начало упорядоченной числовой последовательности, с наименьшей длинной интервалов подряд идущих чисел, среди которых могут быть простые числа, приведено ниже:

5, 6, 7, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 23, 24, 25, 29, 30, 31, 35, 36, 37, 41, 42, 43, 47, 48, 49, 53, 54, 55, 59, 60, 61, 65, 66, 67, 71, 72, 73, 77, 78, 79, 83, 84, 85, 89, 90, 91, 95, 96, 97, 101, 102, 103, 107, 108, 109, 113, 114, 115, 119, 120, 121, 125, 126, 127, 131, 132, 133, 137, 138, 139, 143, 144, 145, 149, 150, 151, 155, 156, 157, 161, 162, 163, 167, 168, 169, 173, 174, 175, 179, 180, 181, 185, 186, 187, 191, 192, 193, 197, 198, 199, … (7)

Можно так же отметить, что для получения числовых последовательностей, содержащих все простые числа и часть составных чисел, более рационально использовать системы арифметических прогрессий. Правила составления наиболее эффективных таких арифметических прогрессий были приведены в статье [2]. А для получения числовых последовательностей, содержащих все простые числа и минимальное количество составных чисел, совместно с системами арифметических прогрессий следует использовать числовые последовательности, формируемые при помощи формулы (6).

Литература:

1. А.М. Белов. Теория чисел: простые числа и универсальное уравнение [Электронный ресурс]. - Интернет адрес: http://stob2.narod.ru/2s.htm, 2003.
2. А.М. Белов. Задание числовых рядов и последовательностей с простыми числами и формулы простых чисел [Электронный ресурс]. - Интернет адрес: http://stob2.narod.ru/40s.htm, 2022.
3. А.М. Белов. Детерминированный тест простоты Ферма и эффективный алгоритм факторизации больших чисел [Электронный ресурс]. - Интернет адрес: http://stob2.narod.ru/41s.htm, 2022.
4. Я.И. Перельман Занимательная алгебра. – Издание одиннадцатое. – М.: Наука, 1967. – 201 с.
5. Интервалы между простыми числами [Электронный ресурс]. - Интернет адрес: https://ru.wikipedia.org/wiki/Интервалы_между_простыми_числами, 2024.
6. А.М. Белов. Программа вычисления членов числовой последовательности с регулярными интервалами составных чисел [Электронный ресурс]. - Интернет адрес: http://stob2.narod.ru/17p.htm, 2024.