Lichtkegel und mitbewegte Objekte im Standardmodell der Kosmologie (ΛCDM-Modell)

English translation of the title: Light cones and comoving objects in the standard model of cosmology (ΛCDM model)

Abstract: This article traces the worldlines of comoving objects that were located on some selected light cones shortly after the Big Bang or alternatively at the time of the emission of cosmic microwave background (CMB) radiation.

Keywords: light cone, comoving object, ΛCDM, comoving distance, proper distance, event horizon, particle horizon, observable universe, worldline, Planck18

Zusammenfassung: Der hier vorliegende Artikel verfolgt die Weltlinien von mitbewegten Objekten, die kurz nach dem Urknall bzw. zum Zeitpunkt der Emission der kosmischen Hintergrundstrahlung (CMB) auf einigen ausgewählten Lichtkegeln gelegen waren.

Schlüsselwörter: Lichtkegel, mitbewegtes Objekt, ΛCDM, mitbewegte Distanz, Eigendistanz, Ereignishorizont, Partikelhorizont, Beobachtbares Universum, Weltlinie, Planck18

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbereitende Bemerkungen 2
1.1 Mitbewegte Objekte und Photonen 2
1.2 Koordinaten, physikalischer und mitbewegter Abstand, Zeit und Skalenfaktor 2
1.3 Lichtkegel und Partikelhorizont 3
2 Parametersatz, abgeleitete Werte, Formeln 3
2.1 Parametersatz Planck18 3
2.2 Verschiedene abgeleitete Werte 4
2.3 Verwendete Formeln 5
3 Eine neue Sicht auf Lichtkegel und mitbewegte Objekte 5
3.1 Vorbemerkungen zu den Zeitpunkten CMB und Urknall 6
3.2 Zeitpunkt CMB (a_{CMB}= 0.916590284E-03, t_{CMB}=371´127 Jahre nach dem Urknall) 6
3.3 Zeitpunkt Urknall 9
4 Interpretation der berechneten physikalischen Entfernungen 12
5 Verwendete Symbole und Abkürzungen 13
6 Literatur 14

1 Vorbereitende Bemerkungen

Der hier vorliegende Artikel verfolgt den Verlauf von mitbewegten Objekten, die kurz nach dem Urknall bzw. zum Zeitpunkt der Emission der kosmischen Hintergrundstrahlung auf einigen ausgewählten Lichtkegeln gelegen waren. Der Text liefert einige zusätzliche Ergebnisse zu Ausführungen, die in [2], [3] und [4] hergeleitet worden waren.

Wir gehen von einem im Hubble-Flow (siehe [4] Kap. 3.1) treibenden Beobachter aus, dessen heutiger Ort in der Milchstraße, zum Beispiel auf der Erde, gelegen ist. Lichtkegel und Ereignishorizont sind auf diesen Beobachter bezogen.

1.1 Mitbewegte Objekte und Photonen

Mitbewegte Objekte werden als ruhend und massebehaftet angenommen und entfernen sich allein aufgrund der Expansion des Universums voneinander und vom Beobachter. Diese Objekte senden Photonen in Richtung auf den Beobachter aus. Photonen sind masselos und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit auf den Beobachter zu.

Für die Zeit kurz nach dem Urknall verwenden wir den Konjunktiv: Photonen verhalten sich kurz nach dem Urknall so, als wenn sie von mitbewegten Objekten in Richtung auf den Beobachter emittiert worden wären und sich ungehindert ausgebreitet hätten. Wir vermeiden so Formulierungen wie die „Emission von mit Lichtgeschwindigkeit übermittelten Informationen“, wie sie in [2], [3] und [4] bisweilen gewählt wurden. Alle Erkenntnisse über Ereignisse am Rand des auf den Urknall bezogenen Beobachtbaren Universums sind theoretischer Natur.

Auf den Beobachter gerichtete Photonen, die zu einem bestimmten Zeitpunkt t diesseits des Ereignishorizonts (näher am Beobachter als der Ereignishorizont) liegen, erreichen den Beobachter zu einem Zeitpunkt $T<\infty$, den man über den Abstand der Photonen vom Beobachter zum Zeitpunkt t berechnen kann. Sind die Photonen jenseits des Ereignishorizonts gelegen, wird der Beobachter nie erreicht. Photonen auf dem Ereignishorizont erreichen den Beobachter zum Zeitpunkt ∞. Der kosmologische Ereignishorizont ist in [2] Kap. 7.3 erläutert. Das Erreichen zum Zeitpunkt ∞ ist in [2] Kap.7.3 und in [4] Kap. 3.2.4 genauer dargelegt.

1.2 Koordinaten, physikalischer und mitbewegter Abstand, Zeit und Skalenfaktor

Für Fragen der Kosmologie, bei denen wie im hier vorliegenden Artikel keine Raumwinkel beachtet werden müssen, kann man Berechnungen für den Abstand vom Beobachter auf die **radiale Koordinatenachse** beschränken und mit nur reellen Werten rechnen. Für eine erweiterte Einführung, die auch eine Begründung für die Beschränkung auf die radiale Koordinatenachse enthält, verweisen wir auf [2] Kap. 6.1. Vom räumlichen Koordinatensystem mit dem Beobachter in Zentrum bleibt nur die radiale Koordinatenachse mit dem Beobachter im Nullpunkt (Abstand vom Beobachter: NULL) übrig. In Zeichnungen wird im Weiteren die radiale Koordinatenachse als waagerechte Achse dargestellt. Dimension ist der physikalische oder mitbewegte Abstand d eines mitbewegten (in [2], [3] und [4]: ruhenden) Objekts oder eines Photons vom Beobachter in Mrd. Lichtjahren. In [2], [3] und [4] wird anstelle eines mitbewegten Objekts häufig der Begriff „Galaxie“ verwendet. Da wir aber im hier vorliegenden Artikel von Objekten im sehr frühen Universum ausgehen, soll dieser Begriff im Weiteren keine Verwendung finden.

Die Entwicklung des Universums kann über den Skalenfaktor a oder die Zeit seit dem Urknall t abgeleitet werden. t und a können gleichwertig verwendet werden und lassen sich aus der jeweils anderen Größe berechnen. Wir verweisen hier auf [4], Kap. 4.1. Es gibt die Vereinbarung, dass t=HEUTE mit a=1 korrespondiert - siehe [2] Kap. 4. Die mitbewegte Entfernung ist unabhängig vom gerade betrachteten Lichtkegel stets der physikalische Abstand vom Beobachter bei a=1. Für t wird mehrheitlich die Dimension von Mrd. Jahren nach dem Urknall verwendet. Die Zeitachse oder die Skalenfaktor-Achse wird in Zeichnungen im Weiteren als senkrechte Achse dargestellt.

1.3 Lichtkegel und Partikelhorizont

Lichtkegel sind in [2], [3] und [4] überall präsent. Als Einführung mag [2] Kap. 7.4 dienen. Ein Lichtkegel wird durch seinen Scheitelpunkt (des Rückwärts-Teillichtkegels) als Skalenfaktor a_S oder als Zeit nach dem Urknall T identifiziert. Wird die Zeit zur Identifizierung verwendet, wird im allgemeinen LK(T) geschrieben. LK(21) bezeichnet also den Lichtkegel mit einem Scheitel bei 21 Mrd. Jahren nach dem Urknall, LK(HEUTE) den Lichtkegel zum heutigen Zeitpunkt. Wird der Lichtkegel durch den Skalenfaktor bestimmt, wird dies in der Form LK($a=a_S$) dargestellt, z.B. LK(a=1.58210075). Es gilt übrigens LK(21)=LK(a=1.58210075) und LK(HEUTE)=LK(a=1).

In Kap. 2.3 sind verschiedene Abstandsformeln für Lichtkegel und verschiedene Horizonte aufzufinden. Genau wie in [4] Kap. 4.3 werden diese Formeln als Funktion von a betrachtet. In [2] Kap. 6.2 und in [3] hingegen werden die analogen Formeln als Funktionen von t dargestellt. Für den Abstand auf einem Rückwärts-Lichtkegel gelegener mitbewegter Objekte oder Photonen vom Beobachter werden positive reelle Werte verwendet, sie werden also vereinbarungsgemäß auf der positiven Halbachse der radialen Koordinatenachse angenommen. Mitbewegte Objekte, die sich nur aufgrund der Expansion des Universums vom Beobachter entfernen, verlassen diese positive Halbachse nie. Passieren Photonen den Scheitelpunkt eines Lichtkegels, werden Abstände im Anschluss auf der negativen Halbachse gemessen.

Lichtkegel werden durch ihren Scheitelpunkt identifiziert, Partikelhorizonte durch ihren Bezugszeitpunkt (Emissionszeitpunkt). Anstelle des Zeitpunkts kann auch der zugeordnete Skalenfaktor Verwendung finden. PH(CMB) bezeichnet z.B. den Partikelhorizont zum Bezugszeitpunkt der Emission der kosmischen Hintergrundstrahlung. Eine Definition ist in [3] Kap. 2 auffindbar.

2 Parametersatz, abgeleitete Werte, Formeln

2.1 Parametersatz Planck18

Wir setzen für alle Berechnungen den Parametersatz Planck18 (vgl. Planck 18 [1], Abstract) für das ΛCDM-Modell voraus. t steht für die kosmologische Zeit seit dem Urknall, a für den Skalenfaktor.

Im hier vorliegenden Artikel wird die Rotverschiebung z*, bezogen auf den Zeitpunkt HEUTE, ausschließlich in den Tabellen dieses Kapitels erwähnt. Eine Erläuterung findet man in [4] Kap. 4.2.

Tabelle 1: Planck18 –Parametersatz für das ΛCDM-Modell

H_0	Hubble-Parameter heute	67.4 km/Mpc/s
Ω_M	Materie-Anteil heute an der Materie/Energie-Dichte des Universums	0.315
Ω_R	Strahlungs-Anteil heute	0.9209605429E-04
Ω_Λ	Anteil dunkler Energie heute, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_M - \Omega_R$	0.6849079039

H_0, und Ω_M wurden durch Planck18 vorgegeben.

Alle Berechnungen wurden mit dem Kosmologie-Rechner WELTTABELLEN [4] durchgeführt. WELTABELLEN hat über die Stefan-Boltzmann-Konstante zusätzlich den Strahlungsanteil Ω_R ermittelt.

2.2 Verschiedene abgeleitete Werte

Tabelle 2: Berechnete Werte für t=HEUTE, a=1, Parametersatz = Planck18 [1]

Zeit seit dem Urknall	13.790687 Mrd. Jahre
Entfernung des Beobachters zur Hubblesphäre	14.507303 Mrd. Lichtjahre
Entfernung des Beobachters zum Ereignishorizont	16.679351 Mrd. Lichtjahre
Entfernung des Beobachters zum Partikelhorizont PH(Urknall)	46.132820 Mrd. Lichtjahre

Tabelle 3: Weitere berechnete Werte, Parametersatz = Planck18

Übergang von verlangsamter zu beschleunigter Expansion (Abbremsparameter q=0 – siehe Kap. 5) Entfernung des Beobachters zur Hubblesphäre (physikal.) (mitbewegt)	7.6931755 Mrd. Jahre nach dem Urknall (a=0.61284999) 10.122295 Mrd. Lichtjahre 16.516757 Mrd. Lichtjahre
Schnittpunkt des heutigen Lichtkegels mit der Hubblesphäre (größte frühere physikalische Entfernung von heute sichtbaren Photonen vom Beobachter) Entfernung des Beobachters zur Hubblesphäre (physikal.)	4.0534118 Mrd. Jahre nach dem Urknall (a=0.38645306, z*=1.576364) 5.8513981 Mrd. Lichtjahre

Tabelle 4: Zeitpunkt Emission der kosmischen Hintergrundstrahlung (Planck18)

Zeitpunkt t_{CMB} der Emission CMB CMB Last Scattering "z*=1090" (vgl. Planck 18 [1], Table 2, S. 16, dort keine weitere Erläuterung von „z*")	371´127 Jahre nach dem Urknall
Physikalische Entfernung des Beobachters zur Oberfläche Last Scattering t_{CMB}=371´127 Jahre nach dem Urknall, a=0.91659028E-03 (Oberfläche zum Zeitpunkt der Emission)	41.447549 Millionen Lichtjahre
Entfernung des Beobachters zur Oberfläche Last Scattering bei t=HEUTE bzw. a=1	45.219275 Mrd. Lichtjahre
Entfernung des Beobachters zum Partikelhorizont PH(CMB) bei t=HEUTE bzw. a=1	45.219275 Mrd. Lichtjahre

Der Skalenfaktor a für den Zeitpunkt t=HEUTE ist, wie bereits erwähnt, mit a=1 vereinbart. Wegen dieser Vereinbarung sind physikalische (Eigendistanz) und mitbewegte Entfernung für t=HEUTE identisch. Die (physikalische) Entfernung zu den Kugeloberflächen Hubblesphäre, Ereignishorizont und Partikelhorizont ist jeweils der Radius dieser Kugeloberflächen mit dem Beobachter im Zentrum.

Tabelle 5: Weitere Abstände vom Beobachter (Planck18)

Mitbewegt: Partikelhorizont PH(Urknall) bei t=∞ bzw. a=∞: $D_{PH}(\infty)$	62.812172 Mrd. Lichtjahre
Mitbewegt: Ereignishorizont EH bei t=0 bzw. a=0 (Urknall): $D_{EH}(0)$	62.812172 Mrd. Lichtjahre
Im hier vorliegendem Artikel wird gezeigt: Entfernung bei a=1 (HEUTE) eines mitbewegten Objekts, das kurz nach dem Urknall auf dem Ereignishorizont gelegen war – da a=1: physikalisch und mitbewegt.	62.812172 Mrd. Lichtjahre

2.3 Verwendete Formeln

Unter Verwendung des Ausdrucks (für H_0, Ω_R, Ω_M, Ω_Λ siehe Kap. 5)

$$d(a_1, a_2, a_3) = c\, a_3 \int_{a_1}^{a_2} \frac{d\alpha}{\alpha^2\ H(\alpha)}$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c, dem Hubble-Parameter $H(a) = H_0\ E(a)$ und der Dichtefunktion $E(a) = (\Omega_R\ a^{-4} + \Omega_M\ a^{-3} + \Omega_\Lambda)^{1/2}$ ergeben sich für den Beobachter im Ursprung des räumlichen Koordinatensystems beim Skalenfaktor a für den mitbewegten bzw. physikalischen Abstand zu den Kugeloberflächen von Partikelhorizont, Ereignishorizont und Hubblesphäre die folgenden Formeln:

Tabelle 6: Entfernung vom Beobachter für Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonte

Entfernung	**mitbewegt**	**physikalisch**
Partikelhorizont PH(Urknall)	$D_{PH}(a)=d(0, a, 1)$	$d_{PH}(a)=d(0, a, a)$
Ereignishorizont EH	$D_{EH}(a)=d(a, \infty, 1)$	$d_{EH}(a)=d(a, \infty, a)$
Hubblesphäre HS	$D_{HS}(a)=c\ /\ (a\ H(a))$	$d_{HS}(a)=c\ /\ H(a)$
Lichtkegel LK(a_S)	$D_{LK}(a_S, a)=d(a, a_S, 1)$	$d_{LK}(a_S, a)=d(a, a_S, a)$
Partikelhorizont PH(a_{min})	$D_{PH}(a_{min},a)=d(a_{min}),a,1)$	$d_{PH}(a_{min},a)= d(a_{min},a,a)$

Der physikalische Abstand vom Beobachter ist der Radius der jeweiligen Kugeln.

Die Formeln für den Lichtkegel LK(a_S) mit Scheitel bei beim Skalenfaktor a_S umschreiben den Abstand des Beobachters beim Skalenfaktor a von einem mitbewegten Objekt, von dem der Beobachter beim Skalenfaktor a_S des Lichtkegelscheitels mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Photonen empfängt, die beim Skalenfaktor a emittiert wurden. (Hier ist a ein beliebiger Skalenfaktor und a_S der Skalenfaktor des Scheitels des Rückwärts-Lichtkegels.)

In [2] (Tabelle 4) sind diese Formeln in Abhängigkeit von der kosmologischen Zeit auffindbar.

3 Eine neue Sicht auf Lichtkegel und mitbewegte Objekte

Wir betrachten auf den Beobachter bezogene Lichtkegel LK(7), LK (HEUTE), LK(21) und den Ereignishorizont EH=LK(∞) und betrachten weiter hypothetische mitbewegte Objekte a) mOb(7,CMB), mOb(HEUTE,CMB), mOb(21,CMB) und mOb(∞,CMB) sowie

b) mOb(7,Urknall), mOb(HEUTE,Urknall), mOb(21,Urknall) und mOb(∞,Urknall), die *a) zum Zeitpunkt CMB* und *b) kurz nach dem Urknall* auf den jeweiligen Lichtkegeln LK(7), LK(HEUTE), LK(21) und LK(∞) gelegen waren und mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Photonen in Richtung auf den Beobachter emittiert haben. Die Photonen erreichen also den Beobachter 7 Mrd, Jahre nach dem Urknall, HEUTE, 21 Mrd. Jahre nach dem Urknall bzw. zum Zeitpunkt ∞.

In Einklang mit den Quellen [2] und [3] haben wir die Lichtkegel über bestimmte Zeitpunkte identifiziert. Wir rechnen allerdings im Weiteren mit dem Skalenfaktor, nicht mit der Zeit. Zu diesem Zweck müssen die Zeitwerte für Lichtkegel-Scheitel und Partikelhorizont-Bezugszeitpunkte in korrespondierende Skalenfaktor-Werte umgerechnet werden.

Berechnungen erfolgen in der aus Skalenfaktor-Achse und radialer Koordinatenachse aufgespannten Ebene. Für Punkte in dieser Ebene sind die übliche koordinatenweise Addition und die Skalarmultiplikation definiert. Ist (a,d) ein Punkt dieser Ebene, so stellt für reelle positive $\beta \geq 0$ die Gesamtheit der Punkte $\beta * (a,d) = (\beta * a, \beta * d)$, $0 \leq \beta < \infty$ eine Gerade in dieser Ebene dar. a ist stets nichtnegativ, d ist für mitbewegte Objekte auch immer nichtnegativ.

3.1 Vorbemerkungen zu den Zeitpunkten CMB und Urknall

Ein mitbewegtes Objekt ist bekannt, wenn sein Abstand vom Beobachter in genau einem Punkt (a oder t, Abstand vom Beobachter bei diesem a oder t) bekannt ist. Als zweiter Punkt wird stets der Urknall (d.h. a=0 bzw. t=0, Abstand vom Beobachter = 0) angenommen. Die Weltlinie des mitbewegten Objekts ist mit a als erster Koordinate eine gerade Linie, die durch den Urknall-Nullpunkt und diesen einen weiteren Punkt verläuft. (In den Zeichnungen – außer Abbildung 2 - erscheint die Weltlinie nicht gerade, da auf der senkrechten Achse t und nicht a äquidistant abgetragen ist.)

Die Begriffe „mitbewegtes Objekt“ und „ruhendes Objekt“ werden synonym verwendet. In Zeichnungen wird ein solches Objekt mit „mOb“ (m=mitbewegt) abgekürzt. Zeichnungen von [3] verwenden die Abkürzung „rOb“ (r=ruhend). Es sind aber in beiden Fällen die gleichen Objekte gemeint.

3.2 Zeitpunkt CMB (a_{CMB}= 0.916590284E-03, t_{CMB}=371´127 Jahre nach dem Urknall)

Ein mitbewegtes (oder ruhendes) Objekt entfernt sich allein durch die Expansion des Weltalls vom Beobachter.

Zuerst wollen den Zeitpunkt CMB der Emission der Hintergrundstrahlung behandeln. Wie bereits erwähnt, berechnet sich dieser Zeitpunkt gemäß dem Parametersatz Planck18 auf 371´127 Jahre nach dem Urknall. Es wird vereinfacht angenommen, dass die Emission zu diesem Zeitpunkt im gesamten Universum überall ausgelöst wurde.

Wir betrachten weiter mitbewegte Objekte, die zum Zeitpunkt CMB auf den Lichtkegeln LK(7), LK(HEUTE), LK(21) und auf dem Ereignishorizont EH=LK(∞) gelegen waren und verfolgen diese Objekte bis in die ferne Zukunft. Ein Teil dieser Ergebnisse ist bereits in [3] Kap. 6 aufzufinden. Allerdings fügen wir hier den Ereignishorizont hinzu und leiten die Ergebnisse zusätzlich aus der Linearität der Weltlinien in a ab.

Tabelle 7: Mitbewegte Objekte auf Lichtkegeln zum Zeitpunkt CMB

Mrd. Jahre nach Urknall	a	Mitbewegte Objekte, die zum Zeitpunkt CMB auf dem jeweiligen Lichtkegel liegen. Physikalischer Abstand in Mrd. Lichtjahren.				
		PH(CMB)	mOb auf LK(7)	mOb auf LK(HEUTE)	mOb auf LK(21)	mOb auf EH=LK(∞)
CMB	**0.916590284 E-03**	0	0.033267458	0.041447549	0.046720514	0.056735680
7	**0.570847956**	20.718810	20.718810	25.813331	29.097308	35.334705
HEUTE	**1.0**	45.219275	36.294796	45.219275	50.972080	61.898627
21	**1.58210075**	80.642966	57.422024	71.541449	80.642966	97.929864
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Die Ergebnisse der Tabelle 7 wurden von WELTTABELLEN [4] berechnet. Tabelle 8 verwendet für die grau unterlegten Zellen formale Konstanten und zeigt, wie die Entfernungen der mitbewegten Objekte vom Beobachter über diese formalen Konstanten berechnet werden können. Da man die Abstände d_i (d_7, d_{14} für den Zeitpunkt HEUTE, d_{21} und d_∞) für t=CMB bzw. $a=a_{CMB}$, also das Koordinatenpaar (a_{CMB},d_i), kennt, befindet sich das mitbewegte Objekt HEUTE bei (HEUTE, $(1/a_{CMB})*d_i$), wobei $(1/a_{CMB})*d_i$ zugleich mitbewegte Entfernung ist. Allgemein findet man das Objekt für den Skalenfaktor a_k bei (a_k, $(a_k/a_{CMB})*d_i$).

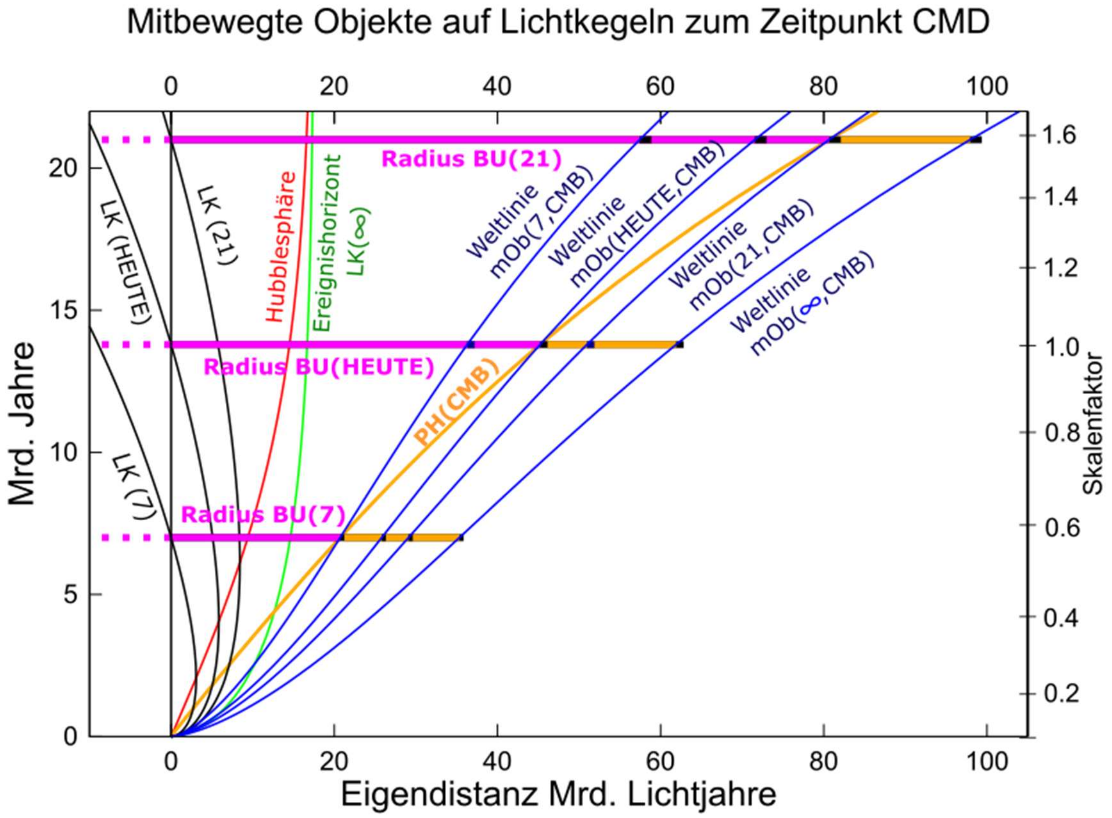
Die Werte $(a_i/a_{CMB})*d_i$ (gleicher Index) (gelb/hellrot unterlegte Diagonale der Tabelle) entsprechen dem Wert des Partikelhorizonts PH(CMB) beim Skalenfaktor a_i - siehe auch [3] Kap. 6.

Tabelle 8: Mitbewegte Objekte auf Lichtkegeln zum Zeitpunkt CMB (Berechnung)

Mrd. Jahre nach Urknall	a	Mitbewegte Objekte, die zum Zeitpunkt CMB auf dem jeweiligen Lichtkegel liegen. Physikalischer Abstand in Mrd. Lichtjahren.				
		PH(CMB)	mOb auf LK(7)	mOb auf LK(HEUTE)	mOb auf LK(21)	mOb auf EH=LK(∞)
CMB	a_{CMB}	0	d_7	d_{14}	d_{21}	d_∞
7	a_7	20.718810	$(a_7/a_{CMB})*d_7$	$(a_7/a_{CMB})*d_{14}$	$(a_7/a_{CMB})*d_{21}$	$(a_7/a_{CMB})*d_\infty$
HEUTE	a_{HEUTE}=1.0	45.219275	$(1.0/a_{CMB})*d_7$	$(1.0/a_{CMB})*d_{14}$	$(1.0/a_{CMB})*d_{21}$	$(1.0/a_{CMB})*d_\infty$
21	a_{21}	80.642966	$(a_{21}/a_{CMB})*d_7$	$(a_{21}/a_{CMB})*d_{14}$	$(a_{21}/a_{CMB})*d_{21}$	$(a_{21}/a_{CMB})*d_\infty$
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Abbildung 1 zeigt den Verlauf von Lichtkegeln und mitbewegten Objekten, die zum Zeitpunkt CMB auf den jeweiligen Lichtkegeln gelegen waren. Die Zeitpunkte von Tabelle 7 sind besonders markiert.

Abbildung 1: Mitbewegte Objekte auf Lichtkegeln zum Zeitpunkt CMB
- zeitäquidistant (t) – physikalische Abstände (d)

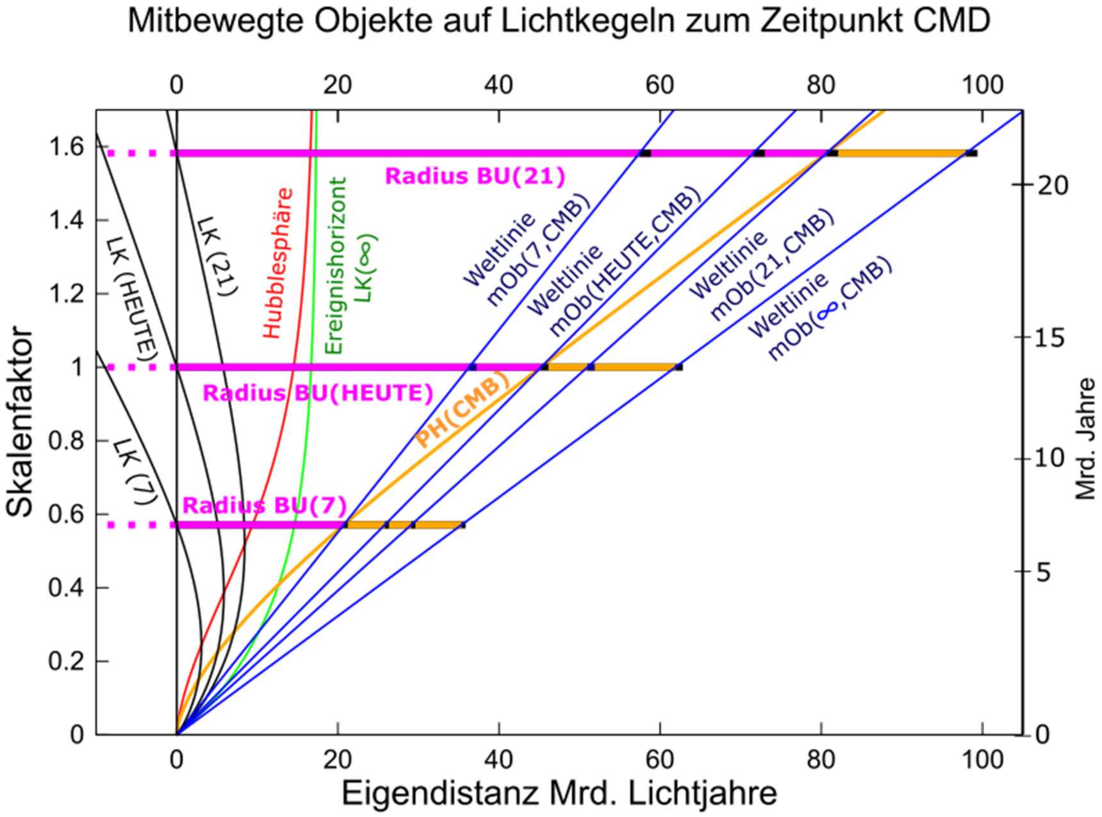


BU(T) in der Farbe magenta bezeichnet des Radius des Beobachtbaren Universums zum Zeitpunkt T. Am Ende der Linie in magenta sieht man noch ein kurzes Linienstück in schwarz. Die Linie in magenta ohne den schwarzen Anteil kennzeichnet das Beobachtbare Universum bezogen auf den Zeitpunkt CMB. Ist der schwarze Linienanteil eingeschlossen, bezieht sich das Beobachtbare Universum auf den Zeitpunkt Urknall. Aus Platzgründen in den Zeichnungen wurden die Zeitpunkte CMB und Urknall nicht in die Nomenklatur aufgenommen.

Auch andere Stellen der BU-Linien-Verlängerungen beziehen sich ohne kurzes schwarzes Linienstück auf den Zeitpunkt CMB, mit schwarzem Linienstück auf den Zeitpunkt Urknall. Bei t=HEUTE bzw. a=1 sieht man zugleich die mitbewegten Abstände der Objekte vom Beobachter.

Die Restlinie in orange umschreibt Entfernungen vom Beobachter, die jenseits des Partikel-horizonts des jeweiligen Zeitpunkts gelegen sind. Es gibt keinen vernünftigen Grund, die Existenz mitbewegter Objekte auf den Linien in orange in Frage zu stellen.

Abbildung 2: Mitbewegte Objekte auf Lichtkegeln zum Zeitpunkt CMB – Skalenfaktor-äquidistant (a) – physikalische Abstände (d)



Die linke senkrechte Achse beschreibt den jeweils äquidistanten Teil der Zeichnung. In der Skalenfaktor-äquidistanten Abbildung 2 sind die Weltlinien der mitbewegten Objekte geradlinig.

3.3 Zeitpunkt Urknall

Wir definieren t_{NUL}=0.75585097E-29 Mrd. Jahre, in Sekunden t_{NUL}=0.23852842E-12 sec nach dem Urknall als den zu a_{NUL}=0.1E-15 gehörigen t-Wert.

Zunächst muss dargelegt werden, was unter „kurz nach dem Urknall" zu verstehen ist.

In der folgenden Tabelle haben wir die Lage der mitbewegten Objekte für a_{NUL}=0.1E-15 (gleich 1.0E-16) auf den vier betrachteten Lichtkegeln berechnet. Alle anderen Werte können dann nach dem Vorbild von Tabelle 8 berechnet werden.

Mit (a_{NUL}, d_{NUL}), wobei d_{NUL} für den physikalischen Abstand des jeweiligen Lichtkegels bei a_{NUL} steht, sind für beliebiges reelles $\beta \geq 0$ auch alle β * (a_{NUL}, d_{NUL}) auf der zu (a_{NUL}, d_{NUL}) gehörigen Weltlinie gelegen. Wählen wir β = 0.1E+17 (gleich 1.0E+16), so erhalten wir die Koordinaten (a=1, d= d_{NUL}*1.0E16). Mit anderen Worten: wir erhalten die in der Tabelle grün bzw. hellrot unterlegten physikalischen Abstände für a=1 / t=HEUTE, die zugleich die mitbewegten Abstände darstellen. Diese mitbewegten Abstände können alternativ auch als mitbewegte Abstände mittels $D_{LK}(a_S, 0)$=d(0, a_S, 1) berechnet werden. Es ist klar, dass die gesamte Tabelle auch aus diesen alternativ ermittelten Werten abgeleitet werden könnte.

Tabelle 9: Mitbewegte Objekte auf Lichtkegeln zum Zeitpunkt t_{NUL} (a_{NUL}=1.0E-16)

Mrd. Jahre nach Urknall	a	Mitbewegte Objekte, die zum Zeitpunkt t_{NUL} auf dem jeweiligen Lichtkegel liegen. Physikalischer Abstand in Mrd. Lichtjahren.				
		PH(Urknall)	mOb auf LK(7)	mOb auf LK(HEUTE)	mOb auf LK(21)	mOb auf EH=LK(∞)
t_{NUL}	0.1E-15	0.15117019 E-28	0.37208341 E-14	0.46132820 E-14	0.51885625 E-14	0.62812172 E-14
CMB	0.916590284 E-03	0.83734635 E-03	0.034104804	0.042284895	0.047557860	0.057573026
7	0.570847956	21.240306	21.240306	26.334826	29.618803	35.856200
HEUTE	1.0	46.132820	37.208341	46.132820	51.885625	62.812172
21	1.58210075	82.088286	58.867344	72.986769	82.088286	99.375184
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Darf man einfach den Wert von a_{NUL} anstelle des Urknall-Wertes a=0 verwenden?

Zunächst wollen wir hier festhalten, dass WELTTABELLEN für a_{NUL} = 0.1E-16, 0.1E-15 und 0.1E-14 auf 13 Stellen genau die mittels $D_{LK}(a_S,0)$ ermittelten Werte berechnet. Ist man mit den achtstelligen Werten der obigen Tabelle zufrieden, werden bis a_{NUL} = 0.1E-10 hinunter die gleichen Werte geliefert.

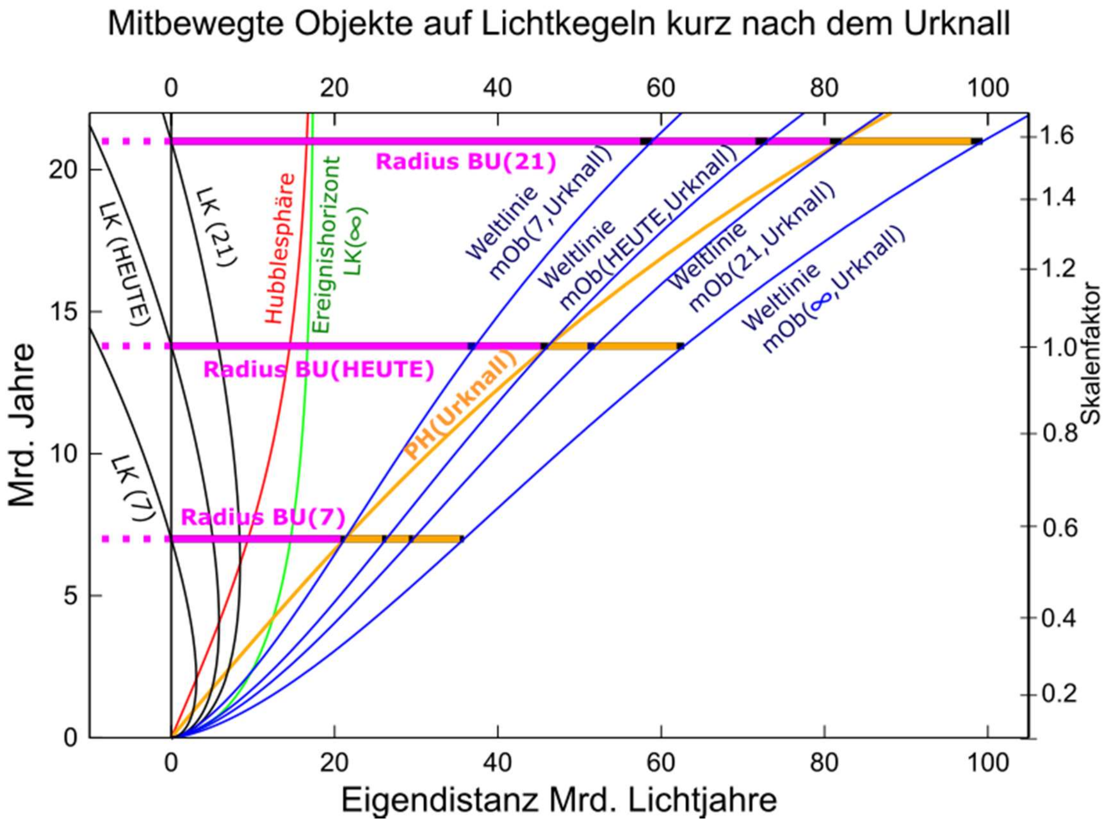
Der Skalenfaktor a und die physikalischen Abstände d auf der positiven radialen Koordinatenachse spannen eine Koordinatenebene (a, d) auf.

Wir betrachten nun jeweils für in der Tabelle genannten Lichtkegel-Scheitelpunkte T=7, HEUTE, 21 und die zugehörigen Skalenfaktor-Scheitelpunkte $a_s=a_7$, a_{HEUTE} und a_{21}
und verfolgen in der durch a und d aufgespannten Koordinatenebene die Weltlinien-Gerade durch $(a, d_{LK}(a_S, a))=(a, d(a, a_S, a))$. Weiter betrachten wir den Grenzwert a →0. Für jedes a liegt $(a, d(a,a_S,a))$ auf der gleichen Weltlinie wie $1/a * (a, d(a,a_S,a)) = (1, D_{LK}(a_S,a))$. Konvergiert a gegen 0, so konvergiert die Folge der Geraden gegen jene Weltlinie, die durch $(1, D_{LK}(a_S, 0))$ verläuft. $D_{LK}(a_S, 0)$ ist der mitbewegte Abstand vom Beobachter beim Scheitelpunkt a_S.

Mittels analoger Überlegungen kommt man zum Ergebnis, dass die Weltlinie eines mitbegten Objekts, das kurz nach dem Urknall auf dem Ereignishorizont gelegen ist, durch den Punkt $(1, D_{EH}(a_S))$ verläuft.

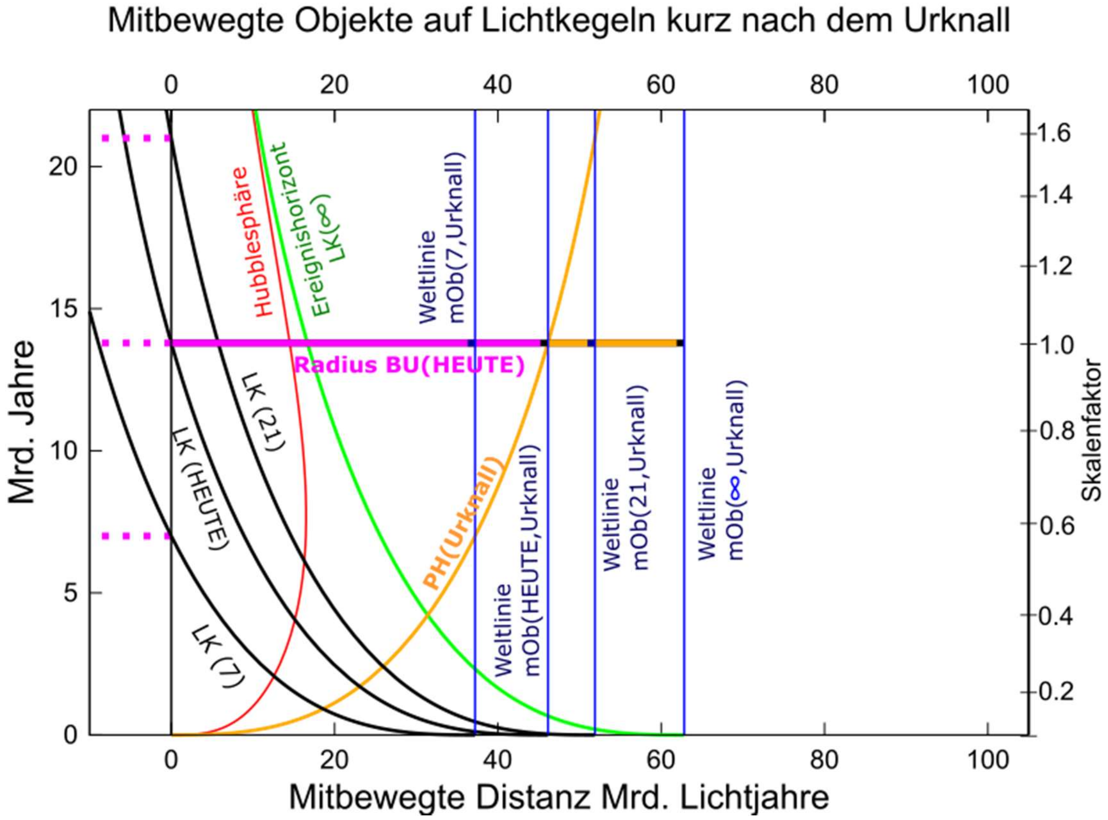
Man sieht übrigens durch Vergleich der Tabellen 7 und 9 als ein Nebenergebnis, dass der physikalische Abstand vom Beobachter eines mitbewegten Objektes, das kurz nach dem Urknall auf einem bestimmten Lichtkegel liegt, bei t=CMB etwas größer ist als der Abstand eines mitbewegten Objekts, das bei t=CMB auf jenem Lichtkegel gelegen ist. Würde man also t=CMB in die Zeichnung aufnehmen, gäbe es in der folgenden Abbildung 3 auch dort den kurzen schwarzen Balken zwischen Objekten zur Basis CMB und solchen zur Basis Urknall. (In [3], Abbildung 4, ist übrigens der Zeitpunkt CMB für die dort betrachteten Objekte behandelt.)

Abbildung 3: Mitbewegte Objekte auf Lichtkegeln kurz nach dem Urknall - zeitäquidistant (t) – physikalische Abstände (d)



Abschließend soll für den Fall von mitbewegten Objekten kurz nach dem Urknall noch der Fall der mitbewegten Abstände vom Beobachter zeichnerisch aufbereitet werden. Das Beobachtbare Universum ist nur für den Fall t=HEUTE dargestellt. (Schnittpunkte zwischen den Weltlinien der mitbewegten Objekte und dem Beobachtbaren Universum zu anderen Zeitpunkten liefern keine interpretierbaren Werte.) Man sieht, dass sich die Weltlinien der mitbewegten Objekte oberhalb der Nullpunkte der Lichtkegel in mitbewegten Koordinaten aufrichten. (Die roten Pünktchen im negativen Abstandsbereich wurden belassen, um die in anderen Zeichnungen behandelten Lichtkegel-Scheitelpunkte bei t=7 und t=21 weiter zu kennzeichnen.).

Abbildung 4: Mitbewegte Objekte auf Lichtkegeln kurz nach dem Urknall - zeitäquidistant (t) – mitbewegte Abstände (d mitbewegt)



4 Interpretation der berechneten physikalischen Entfernungen

mOb(CMB,T) bzw. mOb(Urknall,T) sind mitbewegte Objekte, die zum Zeitpunkt CMB bzw. kurz nach dem Urknall auf dem Lichtkegel mit dem Scheitelpunkt T (T=7, HEUTE, 21, ∞) gelegen waren und zu diesem Zeitpunkt mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Photonen in Richtung des Beobachters emittiert haben, die den Beobachter zum Zeitpunkt T erreichen. Der in den Tabellen 7 und 9 aufgeführte physikalische Abstand vom Beobachter, dort bezogen auf T=7 Mrd. Jahre nach dem Urknall, T=HEUTE und T=21 Mrd. Jahre nach dem Urknall, bezeichnet den physikalischen Abstand der Objekte vom Beobachter zum Zeitpunkt T.

In [3] wird gezeigt, dass Photonen, die zum Zeitpunkt CMB oder kurz nach dem Urknall vom Ort des Beobachters (physikalische Entfernung vom Beobachter: NULL) in Richtung der positiven radialen Koordinatenachse emittiert wurden, mit den Objekten mOb(CMB,T) bzw. mOb(Urknall,T) zum Zeitpunkt T zusammentreffen. Die beweglichen Photonen haben insbesondere den gleichen physikalischen Abstand vom Beobachter wie die zuvor erwähnten ruhenden Objekte.

Es wird in [3] gezeigt, dass die Partikelhorizonte PH(CMB) und PH(Urknall) die Vorwärts-Lichtkegel von Lichtkegeln mit dem Scheitel CMD bzw. „kurz nach dem Urknall“ der Rückwärts-Lichtkegel sind. Am Scheitel emittierte Photonen folgen also dem jeweiligen Partikelhorizont. Die Schnittpunkte zwischen Partikelhorizonten und Objekten sind in den Abbildungen 1-3 ablesbar.

Die zuletzt hergeleiteten Ergebnisse könnte man auch einfach aus Symmetrieüberlegungen ableiten. Betrachten wir ein mitbewegtes Objekt, das bei einem Skalenfaktor a_S durch einen physikalischen Abstand d auf der positiven radialen Koordinatenachse identifiziert werden kann, so können wir dieses Objekt durch die Gerade $\beta * (a_S,d)$, $\beta \geq 0$, bis zum Urknall zurückverfolgen. Nichts spricht im isotropen Universum dagegen, den Beobachter nun auf diese alternative Gerade und in den Nullpunkt eines alternativen räumlichen Koordinatensystems mit einer positiven radialen Koordinatenachse in Umkehrrichtung zu verlegen. Lichtkegel und Horizonte müssen nun auf die neuen Koordinaten bezogen werden.

5 Verwendete Symbole und Abkürzungen

ΛCDM	Lambda Cold Dark Matter
ΛCDM-Modell	Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie
H_0	Hubble-Parameter heute
Ω_R	Strahlungs-Anteil heute an der Materie/Energie-Dichte des Universums
Ω_M	Materie-Anteil heute
Ω_Λ	Anteil dunkler Energie heute
Ω	Anteilmäßige Gesamtdichte $\Omega = \Omega_R + \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ des räumlich flachen ΛCDM-Modells
CMB	Zeitpunkt der Emission der kosmischen Mikrowellen-Hintergrund-strahlung (von englisch: cosmic microwave background). In Einzelfällen kann auch der zugehörige Skalenfaktor gemeint sein.
mOb	In Zeichnungen Abkürzung für *mitbewegtes* Objekt. Die Begriffe *mitbewegtes* Objekt und *ruhendes* Objekt (Abkürzung rOb in [3]) werden synonym gebraucht.
Mitbewegtes Objekt Mitbewegte Entfernung Physikalische Entfernung	Ein mitbewegtes (oder ruhendes) Objekt entfernt sich allein aufgrund der Expansion des Universums vom Beobachter. Die *mitbewegte Entfernung* dieses Objekts vom Beobachter ändert sich durch die Expansion nicht. Die *physikalische Entfernung* oder *Eigendistanz* bildet hingegen den durch die Expansion bedingten Distanzunterschied zum Beobachter ab.
a	Symbol für den Skalenfaktor, a(HEUTE)=1
t	Symbol für die Zeit seit dem Urknall in Mrd. Jahren
a_S, T, Scheitel(punkt)	Scheitelpunkt (des Rückwärts-Teillichtkegels) eines Lichtkegels in a bzw. t. Wird der Scheitel bei einem Skalenfaktor betrachtet, wird dies in der Form LK(a_S) oder LK(a =…) kenntlich gemacht. Wird der Parameter eines Lichtkegels ohne Zusatz verwendet, so ist damit stets die Zeit in Mrd. Jahren nach dem Urknall gemeint.
LK(T)	Lichtkegel mit Scheitel (des Rückwärts-Teillichtkegels) beim Zeitpunkt T
LK(a_S), LK(a=…),	Lichtkegel mit Scheitel beim Skalenfaktor a_S oder im Fall LK(a=…) beim a zugewiesenen Wert
Scheitel des heutigen Lichtkegels	Scheitel bei a=1 bzw. t=HEUTE. Scheitel von LK(HEUTE) oder LK(a=1).
PH(t_{min}) oder PH(a_{min})	Partikelhorizont zum Bezugspunkt (oder Emissionspunkt) t_{min} (Zeit) oder a_{min} (Skalenfaktor) – siehe [3], Kap. 2 und Kap. 5
EH	Ereignishorizont
HS	Hubblesphäre
q	Abbremsparameter $q(t) = - a(t)\, a''(t) / a'(t)^2$, siehe [2] Kap. 7.1
km / Mpc / s	Kilometer pro Megaparsec pro Sekunde: km * Mpc^{-1} * s^{-1}
Mrd.	Milliarden

6 Literatur

[1] N. Aghanim et al.: Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters, arXiv 1807.06209v4, August 2021, https://arxiv.org/pdf/1807.06209.pdf

[2] W. Lange: Von Lichtkegeln im Standardmodell der Kosmologie (ΛCDM-Modell), viXra 2212.0155, https://vixra.org/abs/2212.0155

[3] W. Lange: Der Partikelhorizont als Lichtkegel im Standardmodell der Kosmologie (ΛCDM-Modell), viXra 2305.0146, https://vixra.org/abs/2305.0146

[4] Kosmologie-Rechner WELTTABELLEN - Weltlinien des Standardmodells der Kosmologie (ΛCDM-Modell) in Tabellenform, viXra 2209.0113, https://vixra.org/abs/2209.0113