

One property of the Euler's Number e

Una propiedad del número e de Euler

Carlos Alejandro Chiappini

carloschiappini@gmail.com

ABSTRACT

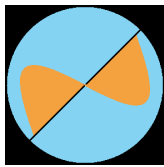
ENGLISH

Does something special happen when the exponent of a power is the inverse of the base? The analysis of the case led, unexpectedly, to a property of e and a simple way to define that number.

ESPAÑOL

¿ Sucede algo especial cuando el exponente de una potencia es la inversa de la base ? El análisis del caso condujo, inesperadamente, a una propiedad de e y a una manera sencilla de definir ese número.

Una Propiedad del número e de Euler



Formulo la potencia con exponente igual a la inversa de la base.

$$y = x^{\frac{1}{x}} \tag{1}$$

Hago una tabla de valores.

x	y	
1	1	El valor mayor de y que vemos en la tabla corresponde a $x = 3$. Exploremos las regiones $x < 3$ y $x > 3$.
2	1,414...	
3	1,442...	
4	1,414...	
5	1,379...	
6	1,348...	

x	y	
2,7	1,444655...	El valor mayor de y que vemos en la tabla corresponde a $x = 2,7$. Exploremos las regiones $x < 2,7$ y $x > 2,7$.
2,8	1,444439...	
2,9	1,443602...	
3	1,442249...	
3,1	1,440468...	
3,2	1,438332...	
3,3	1,435904...	

x	y	
2,4	1,440195...	El valor mayor de y que vemos en la tabla corresponde a $x = 2,7$.
2,5	1,442699...	
2,6	1,444126...	
2,7	1,444655...	
2,8	1,444439...	
2,9	1,443602...	
3	1,442249...	

Aunque podríamos refinar la exploración numérica, prefiero extraer un concepto de lo hecho. Evidentemente $x = 2,7$ da el mayor valor de y conseguido. Esto permite sospechar que la función $y = x^{\frac{1}{x}}$ tiene un máximo para un valor de x próximo a $2,7$. Podemos examinar eso aplicando la teoría de extremos del análisis matemático.

$$y = x^{\frac{1}{x}}$$

$$\ln y = \frac{1}{x} \ln x$$

Derivo ambos miembros respecto de x .

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2} \ln x + \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = y \frac{1 - \ln x}{x^2} \tag{2}$$

Igualo a cero el segundo miembro de (2) para investigar extremos.

$$y \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0$$

Pasaje de término.

$$y (1 - \ln x) = 0 x^2 \Rightarrow y (1 - \ln x) = 0$$

$$y \neq 0 \Rightarrow 1 - \ln x = 0 \Rightarrow \ln x = 1$$

Despejo x .

$$x = e^{\ln x} = e^1$$

$$x = e \leftarrow \text{en el extremo} \quad (3)$$

Calculemos el valor de y en el extremo.

$$y_{(extr)} = e^{\frac{1}{e}} \quad (4)$$

Obtengo la derivada segunda para averiguar la clase de extremo, mínimo o máximo. Repito aquí la ecuación (2) .

$$\frac{dy}{dx} = y \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

Derivo ambos miembros. Después opero y simplifico.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{y}{x} \quad (5)$$

Informa (6) que la derivada segunda es negativa. Consecuentemente el extremo es el máximo.

La ecuación (4) permite calcular el valor numérico del máximo.

$$K_e = 1,4446678610097661336583391085964(\dots) \quad (6)$$

He simbolizado K_e al máximo de la función, porque es una constante matemática completamente ligada a la constante e de Euler.

- ¿ Tiene k_e algún rol en física ? Si, dentro de lo que he podido averiguar.
- ¿ Cuál es el rol ? Determina la relación entre la unidad natural de masa elemental y las masas de las partículas subatómicas.
- ¿ Unidad natural de masa elemental alude a la u.m.a ? No, porque la u.m.a es convencional. Por convención es la doceava parte de la masa de un átomo de carbono 12 en condiciones específicas. La unidad natural de masa elemental está determinada únicamente por leyes físicas fundamentales.
- ¿ Está disponible algún documento que lo explique ? Sí. El documento está disponible en el enlace siguiente.

<https://vixra.org/pdf/1711.0313v1.pdf>

El ítem específico comienza en la página 112 , con el título CAPÍTULO 11 - Cohesión interna de una partícula. El capítulo 12 completa el tópico y muestra el valor en sistema MKS de la unidad natural de masa elemental m_s .

$$m_s = 1,568916065(\dots) 10^{-30} Kg$$

Quilmes

Provincia de Buenos Aires

Argentina

4 de marzo de 2023