콜라츠 추측 증명

저자 배준영

이메일 mazack123@naver.com

초록

콜라츠 추측은 Lothar Collatz가 1937년에 제기한 추측이다.

이는 지금까지 증명되지 않는 난제로 남아있고

본문은 이 난제가 해결가능 한 것임을 증명을 하고자 한다.

도입

콜라츠 추측 설명

임의의 수를 n 라고 했을 때

n가 짝수라면 2로 나눈다

n가 홀수라면 3을 곱한 뒤 1을 더한다

임의의 수에 이 과정을 반복하면 1,2,4를 무한 루프 하는 수열이 되고 최소로 수렴하는 수는 1이 된다는 추측이다

Ex)

n이 3이라면

3 – 10 – 5 – 16 – 8 – 4 – 2 – 1 - 4 – 2 – 1 - .....

n이 8이라면

8 – 4 – 2 – 1 – 4 – 2 – 1 - ....

콜라츠는 이 과정을 반복하면 모든 수는 1에 수렴한다는 추측을 하였고

현재까지 수학은 콜라츠 추측이 맞는지 혹은 틀렸는지에 대한 증명을 해내지 못하고 있다

그 이유는 수는 무한하며 콜라츠 추측에 무한한 수를 대입하여 일반화하는 것이 불가능 하기 때문이다

하지만 본 저자는 아래와 같은 규칙을 발견하였다

시작 수열	분기
6n+1	6n+4
6n+2	6n+1,6n+4
6n+3	6n+4
6n+4	6n+2,6n+5
6n+5	6n+4
6n+6	6n+3,6n+6

임의의 수에 콜라츠 추측을 대입하면 6n+1 ~ 6n+6의 수열에서 분기하며

수열의 행을 순환하다 수열의 첫번째 행으로 도착한다.

이것을 다시 12n+1 ~ 12n+12의 수열로 묶는다

임의의 수에 콜라츠 추측을 대입하여 나온 수열의 행이 이동한 값을 모두 합한 값이

임의의 수가 속한 행에 따라 규칙적인 값을 가지게 되는데 이를 콜라츠 상수라고 정의하였다

그리고 수열의 시작한 행과 콜라츠 상수를 합하게 되면 도착한 행이 된다는 것을 발견했다

콜라츠 상수는 콜라츠 추측을 일반화하는데 중요한 열쇠가 된다

콜라츠 상수 설명

수열의 행을 N이라고 표기한다

수열은 12n+1 ~ 12n+12의 범위이다

콜라츠 추측을 대입해 나온 수열의 행이 이동한 값의 합을 콜라츠 상수라고 정의하고 이것을 C라고 표기한다

콜라츠 추측 수열	행(N)	이동 값
3	1	
10	1	0
5	1	0
16	2	1
8	1	-1
4	1	0
2	1	0
1	1	0
이동한 행의 합(C)		0

이동값

이전 행의 수와 비교해 같으면 0

이전 행의 수와 비교해 커지면 커진 만큼의 수를 양수로 표기

이전 행의 수와 비교해 작아지면 작아진 만큼의 수를 음수로 표기

3은 1행에 속한 수이고 1행의 콜라츠 상수는 0이다

콜라츠 상수는 행이 1행 증가할 때 마다 -1씩 감소한다

1행 일 때 콜라츠 상수는 0을 갖게 된다

2행 일 때 콜라츠 상수는 -1을 갖게 된다

3행 일 때 콜라츠 상수는 -2를 갖게 된다

각 행은 콜라츠 상수를 갖게 된다

이는 콜라츠 상수가 귀납법칙의 적용이 가능하다는 것이다

.

아래는 이해를 돕기 위한 표이다

수열의 행을 N

콜라츠 추측을 대입했을 때 행이 이동한 값의 합을 C 라고 표기했다

	6n+1	6n+2	6n+3	6n+4	6n+5	6n+6	6n+1	6n+2	6n+3	6n+4	6n+5	6n+6	
N	12n+1	12n+2	12n+3	12n+4	12n+5	12n+6	12n+7	12n+8	12n+9	12n+10	12n+11	12n+12	C
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	0
2	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	-1
3	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	-2
4	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	-3
5	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	-4
6	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	-5
7	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	-6
8	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	-7
9	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	-8
10	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	-9
11	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	-10
12	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	-11
13	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	-12
14	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	-13
15	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	-14
16	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	-15
17	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	-16
18	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	-17
19	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	-18

콜라츠 상수 정리

수열의 행을 N

콜라츠 상수를 C라고 표기한다

C는 수열이 이동한 행의 총합이며 이 값은 –(N-1)의 값과 같다

C=이동한 행의 합=-(N-1)

C=-(N-1)이 된다

증명

12n+1 ~ 12n+12의 범위에서

시작한 행의 값과 콜라츠 상수의 합은 도착한 행의 값이 된다

시작한 행으로부터 도착한 행을 구하는 식은

N+C=도착한 행의 값

N+C=N-(N-1)=N-N+1=1

N+C=N-(N-1)=1

N+C=1

12n+1 ~ 12n+12의 범위에서 각 N과 C의 합은 항상 1이 되므로

모든 행은 1행에 수렴한다는 것이 증명된다

1행의 수는 1에 수렴하므로

모든 수는 1에 수렴한다는 것이 증명된다