

Giovanni Di Savino

abstract

"A perfect number is a natural number which is equal to the sum of its divisors, also including the number one (but excluding the number itself)" and Euclid with an algorithm, $(2^n - 1) * 2^{(n-1)}$ states that even perfect numbers are the result of the multiplication between two powers that both have the number 2 as a base and the indices of the powers differ by 1, i.e.: a power is $2^n - 1$ which is a prime number with the other power, $2^{(n-1)}$ which is an even number. The algorithm for even perfect numbers can be extended to odd perfect numbers which are the result of the multiplication between two powers that both have the same odd number as a base and the indices of the powers differ by 1, i.e.: a power is an odd number $n - 2$ which is a prime number with the other power, $odd\ number^{(n-1)}$ which is an odd number. Perfect even or odd numbers are the result of multiplying the result between two powers one of which is a prime number (obtained from a power). The difference between even and dispar perfect numbers is: a) for even perfect numbers the prime number is the result of a power of two minus 1; b) for odd perfect numbers the prime number is the result of a power of one of the infinite odd numbers minus 2.

In the following table: the prime numbers which are the result of a power $2^n - 1$ generate the infinite even perfect numbers and, the infinite prime numbers which are the result of the power of an odd number $\geq 3^n \geq 2 - 2$ generate the infinite number of odd perfect

nb numero base	$(2^{ni} - 1) * 2^{(ni-1)}$	2	ni	3	ni	4	ni	5
↓		$(n \geq 3^{ni} - 2)^*$ $n \geq 3^{(ni-1)}$	esiste il numero indice successivo all'n.simo numero noto che è indice della potenza →					
2	+2	3	+4	7	+8	16	+16	32
1	1	1	1	1	1	15	1	1
pari perfetti →	$((4-1)^4/2$	6	$((8-1)^8/2$	28	0		$((32-1)^{32}/2$	496
3	+6	9	+18	27	+54	81	+162	243
2	3	7	3+9=	25	12+27=	79	39+81=	241
disp perfetti →	$(7+3)^2+1$	21	12	0	39	1	120	1
5	+10	25	+50	125	+250	625	+1250	3.125
4	3	23	5+25=	123	30+125=	623	155+625=	3.123
disp perfetti →	$(54+3)^2+1$	115	30	0	155	0	780	0
7	+14	49	+98	343	+686	2.401	+4802	16.807
6	3	47	7+49=	341	56+343=	2.399	399+2401=	16.805
disp perfetti →	$(161+3)^2+1$	329	56	0	399	1	2.800	0
9	+18	81	+162	729	+1458	6.561	+13122	59.049
8	3	79	9+81=	727		6.559	+6561=	59.047
disp perfetti →	$(352+3)^2+1$	711	0	0	0	0	6.561	0
11	+22	121	+242	1.331	+2662	14.641	+29282	161.051
10	3	119	11+121=	1.329	132+1331=	14.639	1463+14641=	161.049
disp perfetti →	0	0	132	0	1.463	1	16.104	0
13	+26	169	+338	2.197	+4394	28.561	+57122	371.293
12	3	167	182	2.195	2.379	28.559	2379+28561=	371.291
disp perfetti →	$(1082+3)^2+1$	2.171	0	0	0	0	30.940	0
15	+30	225	+450	3.375	+6750	50.625	+101250	759.375
14	3	223	15+225=	3.373	240+3375=	50.623	3615+50625=	759.373
disp perfetti →	$(1669+3)^2+1$	3.345	240	0	3.615	0	54.240	0
17	+34	289	+578	4.913	+9826	83.521	+167042	1.419.857
16	3	287	17+289=	4.911	306+4913=	83.519	5219+83521=	1.419.855
disp perfetti →	0	0	306	0	5.219	0	88.740	0
19	+38	361	+722	6.859	+13718	130.321	+260642	2.476.099
18	3	359	19+361=	6.857	380+6859=	130.319	7239+130321=	2.476.097
disp perfetti →	$(3407+3)^2+1$	6.821	380	0	7.239	0	137.560	0
21	+42	441	+882	9.261	+18522	194.481	+388962	4.084.101
20	3	439	21+441=	9.259	462+9261=	194.479	9723+194481=	4.084.099
disp perfetti →	$(4606+3)^2+1$	9.219	462	0	9.723	1	204.204	0
23	+46	529	+1058	12.167	+24334	279.841	+559682	6.436.343
22	3	527	23+529=	12.165	552+12167=	279.839	12719+279841=	6.436.341
disp perfetti →	0	0	552	0	12.719	0	292.560	0

2 (25) 24 disp perfetti →	+ 50 625 623 3 0	+ 1250 15.625 25 + 625 = 15.623 650 0	+ 31250 390.625 650 + 15625 = 390.623 16.275 0	+ 781250 9.765.625 16275 + 390625 = 9.765.623 406.900 0
2 (27) 26 disp perfetti →	+ 54 729 727 3 1 $(9811+3)*2+1$ 19.629	+ 1458 19.683 27 + 729 = 19.681 756 1 $(7172968+756)*2+1$ 14.347.449	+ 39366 531.441 756 + 19683 = 531.439 20.439 0	+ 1062882 14.348.907 20439 + 531441 = 14.348.905 551.880 0
2 (29) 28 disp perfetti →	+ 58 841 839 3 1 $(12162+3)*2+1$ 24.331	+ 1682 24.389 29 + 841 = 24.387 870 0	+ 48778 707.281 870 + 24389 = 707.279 25.259 0	+ 1414562 20.511.149 25259 + 707281 = 20.511.147 732.540 0
2 (31) 30 disp perfetti →	+ 62 961 959 3 1 $(14312622+992)*2+1$ 28.627.229	+ 1922 29.791 31 + 961 = 29.789 992 1 $(13219809202510+954304)*2+1$ 26.439.620.313.629	+ 59582 923.521 992 + 29791 = 923.519 30.783 0	+ 1847042 28.629.151 30783 + 923521 = 28.629.149 954.304 1
2 (33) 32 disp perfetti →	+ 66 1.089 1.087 3 1 $(17932+3)*2+1$ 35.871	+ 2178 35.937 33 + 1089 = 35.935 1.122 0	+ 71874 1.185.921 1122 + 35937 = 1.185.919 37.059 0	+ 2371842 39.135.393 37059 + 1185921 = 39.135.391 1.222.980 0
2 (35) 34 disp perfetti →	+ 70 1.225 1.223 3 1 $(21399+3)*2+1$ 42.805	+ 2450 42.875 35 + 1225 = 42.873 1.260 0	+ 85750 1.500.625 1260 + 42875 = 1.500.623 44.135 0	+ 3001250 52.521.875 44135 + 1500625 = 52.521.873 1.544.760 0
2 (37) 36 disp perfetti →	+ 74 1.369 1.367 3 1 $(25286+3)*2+1$ 50.579	+ 2738 50.653 37 + 1369 = 50.651 1.406 1 $(34669203+1406)*2+1$ 69.341.219	+ 101306 1.874.161 1406 + 50653 = 1.874.159 52.059 0	+ 3748322 69.343.957 52059 + 1874161 = 69.343.955 1.926.220 0
↓ esiste il numero successivo all'n.simo numero noto che è la base dispari della potenza				

Storia dei numeri perfetti:

- 500 a.C. I numeri perfetti (1) erano noti anche in culture antiche ed anche prima che Pitagora (2) li definisse: "sono un numero naturale (numero intero positivo) che è uguale alla somma dei suoi divisori, includendo anche il numero uno (ma escludendo il numero stesso)". Pitagora ed i suoi seguaci conoscevano solo quattro numeri perfetti pari: il 6, il 28, il 496, l'8128 e si posero due domande che formano quello che è considerato "il più antico problema matematico": a) quanti sono i numeri perfetti ? b) esistono numeri perfetti dispari ?
- 300 a.C. Euclide negli Elementi, (Libro VII, definizione 22), afferma: "Un numero perfetto è quello che è uguale alla somma delle sue parti" e (Libro X, proposizione 36) afferma: "se tutti i numeri che vogliamo a partire da un'unità sono disposti continuamente in doppia proporzione, finché la somma di tutti diventa un primo, e se la somma moltiplicata per l'ultimo forma un numero, il prodotto sarà perfetto", è la regola che determina che i numeri perfetti pari sono della forma: $(2^n - 1) * 2^{(n-1)}$ quando: il risultato di $2^n - 1$ è un numero primo.
- 100 a.C. Nicomaco di Gerasa nel suo lavoro "Introductio Arithmetica" riporta ma non dimostra alcuni risultati riguardanti lo studio dei numeri perfetti :
 - (1) L'ennesimo numero perfetto ha n cifre.
 - (2) Tutti i numeri perfetti sono pari.
 - (3) Tutti i numeri perfetti terminano alternativamente con 6 e 8 .
 - (4) L'algoritmo di Euclide, per generare numeri perfetti, darà tutti i numeri perfetti
 - (5) Ci sono infiniti numeri perfetti.
- XVI sec Viene trovato: il quinto numero perfetto $(2^{13} - 1) * 2^{(13-1)} = 33.550.336$, il sesto $(2^{17} - 1) * 2^{(17-1)} = 8.589.869.056$ ed il settimo $(2^{19} - 1) * 2^{(19-1)} = 137.438.691.328$; Mersenne ritiene che tutti i numeri della forma $2^n - 1$ fossero primi se 'n', l'indice della potenza, fosse un numero primo e, nonostante la sua congettura (errata), il suo nome è stato associato ai numeri primi che sono il risultato di $2^n - 1$ e, per definizione questi numeri primi sono chiamati numeri **primi di Mersenne o Mp**; Cartesio, in una lettera a Mersenne, scrisse: "... credo di poter dimostrare che non esistono numeri pari perfetti al di fuori di quelli di Euclide e che non esistono numeri perfetti dispari". (Allegato B)

XVII sec Eulero dimostra che: "qualsiasi numero perfetto pari deve essere scritto nella forma data da Euclide, con la condizione che il risultato di 2^n -1 sia primo e trova l'ottavo numero perfetto (2^31 -1)*2^(31-1) = 2.147.483.647 * 1.073.741.824.

2018 Patrick Laroche, il 7 dicembre 2018 e nell'ambito del progetto Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS), un'associazione con l'obiettivo di scoprire nuovi numeri primi di Mersenne servendosi di migliaia di computer di volontari sparsi in tutto il mondo e connessi in rete; trova il 51° primo di Mersenne con cui ottenere il 51° numero perfetto pari noto: (2^82 589 933 - 1) * 2^(82 589 933 -1) che è uguale ad un numero con 24.862.048 cifre decimali che, se lo si volesse stampare o scrivere su una striscia di carta scrivendo 5 cifre al secondo in uno spazio di 2,5 centimetri, dovremmo poter completare il lavoro in poco più di 58 giorni ottenendo, in questo modo, una striscia di carta o stampa continua che sarebbe lunga poco più di 124 chilometri. La caccia ai numeri primi di grandi dimensioni continua ma siamo limitati dalla "velocità della luce" che in contesti più tecnici si dice che è la velocità massima attraverso cui un'informazione è in grado di muoversi nell'Universo ed in una macchina, è di 299.792,458 km/s ma la si approssima a 300.000.000 metri/secondo in modo da facilitare i calcoli associati.

Euclide ed altri matematici hanno dimostrato che i numeri primi sono infiniti e pertanto esistono numeri primi con miliardi di cifre che non sono verificabili e documentabili perchè non disponiamo di tempo e spazio per gestire, in tempo utile, numeri con simili quantità di cifre. In termini di lunghezza, un anno luce è circa 9.460 miliardi di km ed equivale alla distanza che la luce percorre in un anno solare. I numeri primi non hanno fine ed in una distanza pari all'anno solare, potremmo scrivere un numero di cifre decimali consecutive lungo 9.460* 10^9 Km. Come per l'accennato n.simo Mp noto, scrivendo 5 cifre al secondo in uno spazio di 2,5 centimetri, le cifre di un numero che si possono riportare in una distanza come l'anno solare sono: (10^9 km/100.000 =10^14 cm) pertanto 9.460*10^14/5 =189.200.000.000.000.000. Un numero di 1.892 *10^14 cifre decimali, esiste, e scrivendo 5 cifre*2,5 cm, dovremmo poter completare il lavoro in poco più di 2.189.814.814.814 giorni, pari ad anni 5.999.492.643 e l'ipotesica e simbolica "striscia di carta" o "stampa continua" sarebbe lunga 4.730 miliardi di chilometri. Non potendo andare più veloci perchè "la velocità della luce è la velocità massima attraverso cui un'informazione è in grado di muoversi nell'Universo ed in una macchina", i tempi e gli spazi per elaborare numeri grandi non sono compatibili con i nostri cicli di vita media.

2022 Nella tabella sopra riportata e, generato da uno stesso file, allegati del "display & simulation" dei numeri perfetti pari ottenuti da infiniti numeri primi che sono il risultato di 2^n -1 e, "display & simulation" dei numeri perfetti dispari ottenuti da infiniti numeri primi che sono il risultato di ndispari≥3^n≥2 -2. Di seguito, le risposte al più antico problema matematico posto da Pitagora e seguaci 2500 anni fa:

a) quanti sono i numeri perfetti ? : INFINITI

i numeri perfetti pari sono generati da numeri primi che sono il risultato di tutte le potenze 2^∞primi -1; non è possibile verificare se i risultati di tutte le potenze 2^∞primi -1 siano uguali ad un numero primo o meno perchè non è noto quanti sono e che valore hanno i numeri primi. I numeri primi sono infiniti perchè nel numero dispari che Euclide ottiene con il prodotto dei primi noti, 2^n+1, ci sono numeri che non sono multipli dei numeri primi ≤ alla radice quadra del prodotto dei fattori; tra l'ennesimo e più grande numero primo noto ed il suo quadrato ci sono sempre nuovi numeri primi perchè non sono multipli dei numeri primi ≤ alla radice quadra del numeri dispari dato. I risultati delle infinite potenze 2^nprimo -1 saranno numeri primi se il risultato di 2^nprimo -1 non è multiplo dei numeri primi ≤ alla radice quadra di 2^nprimo.

b) esistono numeri perfetti dispari ? : SI e SONO INFINITI

I numeri perfetti dispari sono generati da numeri primi che sono il risultato di tutte le potenze ndispari≥3^n≥2 -2. Non è possibile verificare se i risultati di tutte le potenze ndispari≥3^n≥2 -2 siano uguali ad un numero primo o meno perchè non è noto quanti sono e che valore hanno i numeri primi. I numeri primi sono infiniti perchè tra l'ennesimo e più grande numero primo noto ed il suo quadrato ci sono sempre nuovi numeri primi perchè non sono multipli dei numeri primi ≤ alla radice quadra del numeri dispari dato. I risultati delle infinite potenze 2ndispari≥3^n≥2 -2 saranno numeri primi se il risultato di ndispari≥3^n≥2 -2 non è multiplo dei numeri primi ≤ alla radice quadra di ndispari≥3^n≥2.

Table with columns for perfect numbers (2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25) and rows for various mathematical properties and calculations. Includes a header: "Un numero è perfetto se la somma dei suoi divisori (escluso il numero stesso) è uguale al numero".

Eulero dimostra che: "qualsiasi numero perfetto pari deve essere scritto nella forma data da Euclide, con la condizione che n sia primo". I numeri primi di Euclide, successivamente a suo per definizione primi di Mersenne, diventano fondamentali per determinare i numeri perfetti pari, senza rischi di perderne qualcuno per strada e dimostra anche che tutti i numeri perfetti pari devono finire per 6 o per 8.

