Title: Deflexión de fotones en campo gravitatorio

Abstract
Prueba del modelo MGF respecto a la deflexión de fotones. Se va repetir la calibración del modelo (estimar la velocidad de las ondas de materia) usando como estimador la deflexión de los fotones a su tránsito junto al sol. El cálculo de la deflexión de fotones se realiza al estilo Soldner.

Autor: Enrique Domínguez Pinos.
Ingeniero Industrial.

Email: enrique_pinos@yahoo.es

Málaga, 14 de Noviembre de 2021

Table of Contents

Introduccion....................1
Ecuaciones de modelado mecánico....................1
Integración de las EDO en el espacio de estados....................2
Condiciones iniciales....................3
Deflexión....................4
Referencias....................4

Introduccion

La predicción de la deflexión de fotones en campo gravitatorio es un test clásico de relatividad general (1). Vamos a realizar el cálculo usando el lagrangiano mecánico suponiendo los fotones bajo la restricción de la relatividad especial, esto es, sujetos a desplazarse a velocidad constante igual a c.

Realizaremos el cálculo al estilo Soldner(2), esto es, suponiendo el fotón partiendo tangencialmente al sol desde su ecuador y calculando la deflexión al alejarse al infinito. La desviación total será el doble de la calculada con éste procedimiento.

Ecuaciones de modelado mecánico

Si se toma como sistema de referencia el baricentro del sol y usamos coordenadas cartesianas; el potencial en su entorno queda,

$$V=\frac{-G\,M_s}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

Siendo G la constante de la gravedad de Newton y Ms la masa del sol.

La energía cinética de un fotón será,

$$T=\frac{1}{2}(\dot{x}^2+\dot{y}^2)$$

Y la restricción, de relatividad especial, respecto a la velocidad constante,

$$\dot{x}^2+\dot{y}^2=c^2$$

Con esto, construimos del lagrangiano del fotón,

$$L=T-V$$

Que queda,

$$L=\frac{1}{2}(\dot{x}^2+\dot{y}^2)+\frac{G M_s}{\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{1}{2}\lambda(\dot{x}^2+\dot{y}^2-c^2)$$

Aplicando la ecuación de Euler-Lagrange para cada variable,

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}-\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i})=0\,,\, q_i=\{x\,,\, y\,,\, \lambda\}$$

Obtenemos las tres ecuaciones,

$$\frac{-G M_s x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}-\frac{d}{dt}[(1+\lambda)\dot{x}]=0$$

$$\frac{-G M_s y}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}-\frac{d}{dt}[(1+\lambda)\dot{y}]=0$$

$$\dot{x}^2+\dot{y}^2-c^2=0$$

Integración de las EDO en el espacio de estados

Si definimos las variables de estado, para la integración,

$$p=\dot{x}(1+\lambda) \tag{1}$$

Y,

$$q=\dot{y}(1+\lambda) \tag{2}$$

las tres ecuaciones nos quedan,

$$\dot{p}=\frac{-G M_s x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}$$

$$\dot{q}=\frac{-G M_s y}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}$$

$$\frac{p^2}{(1+\lambda)^2}+\frac{q^2}{(1+\lambda)^2}=c^2$$

Despejando es esta última para 1+λ y tomando el signo positivo de la raíz,

$$\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{c}=1+\lambda$$

podemos sustituir en las (1) y (2) despejando las derivadas de x e y,

$$\dot{x}=\frac{p\,c}{\sqrt{p^2+q^2}}$$

y,

$$\dot{y}=\frac{q\,c}{\sqrt{p^2+q^2}}$$

Que nos completa el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas en p, q, x, y,

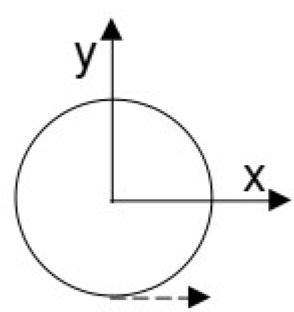
$$\dot{p}=\frac{-G\,M_s\,x}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}},$$
$$\dot{q}=\frac{-G\,M_s\,y}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}},$$
$$\dot{x}=\frac{p\,c}{\sqrt{p^2+q^2}},$$
$$\dot{y}=\frac{q\,c}{\sqrt{p^2+q^2}},$$

Si deseamos considerar fuerzas adicionales, como la MGF, las incluimos en las dos primeras ecuaciones. Las dos últimas sólo permiten realizar el cálculo de modo que se mantenga la restricción de velocidad.

Condiciones iniciales

Para t=0, x=0, y=-Rs, p=c, q=0.

Siendo Rs el radio del sol.



Suponemos que el fotón avanza inicialmente en la dirección del eje x y que λ=0.

Se realiza la integración hasta que p/q es sensiblemente constante. Esto pasa, en la práctica, cuando el tiempo de tránsito alcanza los 600 segundos.

Deflexión

Para el ángulo de deflexión tenemos,

$$\delta = 2\, atan\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

o,

$$\delta = 2\, atan\left(\frac{q}{p}\right)$$

Con δ=0.875 arcosegundos para una deflexión debida sólo a la gravedad de Newton.

Ajustando el modelo de ondas de materia(3) para la velocidad de dichas ondas, se obtiene cm=1,195,765 m/s, para una deflexión δ=1.7502 arcosegundos.

Referencias

(1) https://es.wikipedia.org/wiki/Pruebas_de_la_relatividad_general

(2) Mignonat, M. (2018) Soldner Had Found in 1802 the Deflection of the Light by the Sun as the General Relativity Shows. Journal of Modern Physics, 9, 1545-1558. https://doi.org/10.4236/jmp.2018.98095

(3) Mass wave model and speed propagation estimation. https://vixra.org/abs/2211.0020