Complément dimensionnel de la solution mathématique au problème de la constante cosmologique.

Stéphane Wojnow
wojnow.stephane@gmail.com

29 avril 2023

Résumé

Nous avons proposé une solution mathématique au problème de la constante cosmologique avec une tentative d'explication physique. Nous proposons ici un complément de cette solution pour valider l'hypothétique valeur de la densité d'énergie de la constante cosmologique dans la théorie quantique des champs (TQC), en montrant que la méthode dimensionnelle utilisée peut s'appliquer pour trouver la densité d'énergie critique du modèle ΛCDM.

Keywords : Cosmologie, théorie quantique des champs, problème de la constante cosmologique, catastrophe du vide, constante cosmologique, énergie du point zéro, densité d'énergie critique, modèle ΛCDM.

Introduction .

Ce document présente un complément à la solution mathématique proposée au problème de la constante cosmologique, dans le but de valider la valeur hypothétique de la densité d'énergie de la constante cosmologique dans la théorie quantique des champs. La méthode proposée utilise l'analyse dimensionnelle pour trouver la densité d'énergie critique du modèle ΛCDM. Le document rappelle la solution mathématique et définit les paramètres pertinents, notamment la masse de Planck, la longueur de Planck et la constante de Hubble. Il présente ensuite la formule proposée pour la densité d'énergie critique quantique de l'univers et démontre comment elle peut être utilisée pour calculer la densité d'énergie critique du modèle ΛCDM.

Rappel du résultat de la solution mathématique au problème de la constante cosmologique.

Nous définissons ici des paramètres avec m_p comme masse de Planck, l_p comme longueur de Planck, $\hbar$ constante de Planck réduite, c vitesse de la lumière dans le vide, G comme constante de Newton, $\boldsymbol{\Lambda}$ comme constante cosmologique, $\boldsymbol{A}$ comme densité de l'énergie du point zéro dans la théorie quantique des champs [1], $\boldsymbol{B}$ comme densité d'énergie du vide supposée pour la constante cosmologique en TQC [2], H_0 comme contante de Hubble, et ρ_c comme densité d'énergie critique du modèle ΛCDM.

La densité d'énergie du vide quantique en unités de Planck, i.e. celle du point zéro de la TQC est :

$$A = \frac{m_p c^2}{l_p^3} = \hbar(l_p^{-2})^2 c \quad (1)$$

$$A = \frac{c^7}{G^2 \hbar} \quad (2)$$

Par analyse dimensionnelle, on peut proposer cette hypothétique une densité d'énergie quantique de la constante cosmologique en TQC [2] :

$$B = \frac{1}{(8\pi)^2} \hbar(\Lambda_{m^{-2}})^2 c \quad (3)$$

pour démontrer que la constante cosmologique *C* en J/m³ est [2] :

$$C = \sqrt{\hbar(l_p^{-2})^2 c} \sqrt{\frac{1}{(8\pi)^2} \hbar(\Lambda_{m^{-2}})^2 c} \quad (4)$$

$$C = \sqrt{A}\sqrt{B} \quad (5)$$

Complément dimensionnel de la solution mathématique au problème de la constante cosmologique.

Considérons H_0 le paramètre de Hubble (ou constante de Hubble) de dimension $[T^{-1}]$

Nous voulons une dimension en $[L^{-2}]$ pour remplacer $\Lambda_{m^{-2}}$ de l'égalité Eq(3),

Puisque c^2 est utilisé pour convertir $\Lambda_{s^{-2}}$ en $\Lambda_{m^{-2}}$ en écrivant

$$\Lambda_{m^{-2}} = \frac{\Lambda_{s^{-2}}}{c^2} \quad (6)$$

, nous écrirons

$$\frac{H_0^2}{c^2} \quad (7)$$

afin d'écrire une formule ***B'*** comme « densité d'énergie critique quantique pour H_0» supposée en TQC avec Eq(7) de dimension $[L^{-2}]$:

$$B' = \frac{3^2}{(8\pi)^2} \hbar(\frac{H_0^2}{c^2})^2 c \quad (8)$$

$$B' = \frac{9\hbar}{(8\pi)^2} \frac{H_0^4 c}{c^4} \quad (9)$$

Considérons enfin la densité d'énergie critique du modèle ΛCDM pour H_0 :

$$\rho_c = \frac{3\ c^2 H_0^2}{8\pi G} \quad (10)$$

On a :

$$\rho_c = \sqrt{A}\sqrt{B'} \quad (11)$$

Démonstration en utilisant Eq(2) et Eq(9) :

$$AB' = \frac{c^7}{G^2\hbar}\frac{9\ \hbar H_0^4 c}{(8\pi)^2 c^4} \tag{12}$$

$$AB' = \frac{c^7}{G^2}\frac{9\ H_0^4 c}{(8\pi)^2 c^4} \tag{13}$$

$$AB' = \frac{9\ c^4 H_0^4}{(8\pi)^2 G^2} \tag{14}$$

$$\sqrt{A}\sqrt{B'} = \frac{3\ c^2 H_0^2}{8\pi G} = \rho_c \tag{15}$$

Eq(15) est la définition de la densité d’énergie critique du modèle ΛCDM pour un univers plat Eq(10).

CONCLUSION

La même méthodologie dimensionnelle, pour supposer d'une part la densité d'énergie quantique hypothétique de la constante cosmologique QFT, d'autre part la densité d'énergie critique quantique hypothétique de la QFT, permet de trouver leurs équations dans le modèle ΛCDM via leur moyenne géométrique avec la densité d'énergie du point zéro. En plus d'essayer de donner un sens physique aux racines carrées de la densité d'énergie en tant que paramètre de solubilité de Hidebrandt [2], la reproductibilité de la méthode renforce réciproquement les deux résultats obtenus. Ce résultat pourrait ouvrir une nouvelle approche de la cosmologie,

REFERENCES

[1] L. J. P. L. B. Lombriser, "On the cosmological constant problem," vol. 797, p. 134804, 2019.

[2] Wojnow, S. (2022). A simple mathematical solution to the cosmological constant problem.: Cosmology. *Hyperscience International Journal*, *2*(3), 57–59. https://doi.org/10.55672/hij2022pp57-59