Space, time, matter and kinematics of a point
Часть 2. Пространство, время, материя и кинематика точки

Valery Timin

(September 28, 2022)

Russia, RME

(Translated by Yandex Translator Яндекс–Переводчик)

Физика в современном естествознании играет огромную роль.

В данной работе рассматривается раздел «Кинематика». Моделью и целью изучения кинематики в данной работе будет описание механического движения материальной точки в пространстве во времени с геометрическим уклоном. При этом, как правило, не будут учитываться ее масса и другие материальные свойства, а также причины именно этого движения. Все, что имеет значение – это понятия координаты, траектории и связывающая их геометрия. Все остальное – производные от них.

Часть 1 в основном посвящена евклидову пространству, его преобразованиям и движению точки в ней. Часть 2 в основном посвящена описанию преобразованиям абсолютных типов пространств (АПВ) и в частности – галилеевым пространствам. Часть 3 будет посвящена законам движения м.т. по геодезическим в локально галилеевых пространствах.

Кинематика – это наиболее абстрактный раздел физики (и механики), очень близкий к абстрактной математике, задачей которой является описание возможных движений абстрактных физических объектов в пространстве и времени без учета реальных законов физики. Кинематика – более геометрия, чем физика и механика. Его объектами являются модели реальных физических объектов и описание их движения в абстрактном пространстве–времени (ПВ)[1].

Инструментами физика являются математика и эксперименты. С помощью экспериментов производится сбор фактических данных о взаимосвязях в физической реальности, затем формулируются абстрактные математические теории физической реальности, соответствующие проведенным экспериментам, далее опять же с помощью экспериментов проверяются эти теории на соответствие текущему уровню физических знаний и делаются предсказания за пределами текущих знаний. И все по кругу.

Хотелось бы определить законы кинематики. Но их нет. Кинематика – это математика с материальным, физическим оттенком с набором слов из физики и механики. Можно сказать только то, что эти законы могли бы следовать из трех основных законов динамики классической механики Галилея–Ньютона (КФМН) и специальной и общей теории относительности Эйнштейна (СТО и ОТО) – но и этого нельзя сказать. В ней нет понятия силы и, следовательно, причинности.

[1] Список всех сокращений см. в конце книги.

В принципе, вся кинематика умещается в одну формулу – формулу траектории:

$$\forall t, n \exists! \, q^i_{(n)} = q^i_{(n)}(t).$$

Здесь n – номер материальной точки (м.т.) Что говорит о том, что в любой момент времени м.т. может находиться только в одном месте 3–мерного подпространства пространства–времени. Ее можно усилить, дополнив постулатом причинности:

$$\frac{dS(t_0, {r_0}^i)}{dt} = \Phi[S(t, r^i)] \colon \begin{cases} t < t_0, \\ (t, r^i) \neq (t_0, {r_0}^i) r^i. \end{cases}$$

Это высказывание говорит о том, что событие (или состояние) $S(t_0, {r_0}^i)$ ПВ может изменяться только под воздействием уже произошедших в прошлом ($t < t_0$) событий и без самодействия в текущий момент в текущем месте ПВ. При полевом описании состояния физической системы под индексом n необходимо понимать каждую точку ПВ.

И три определения – 3–х или 4–мерной мировой линии (траектории):

$$r^i(t) \colon i \in \{1..3\},$$
$$q^i(u)) \colon i \in \{0..3\} \sim (t \sim i^0, r^i(t) \colon i \in \{1..3\}).$$

и следующих из нее 3–х или 4–мерных скорости и ускорения (и других производных определений), которые должны быть непрерывными функциями координат и времени.

$$v^i = \frac{dr(t)}{dt}, w^i = \frac{d^2 r(t)}{dt^2} \colon i \in \{1..3\},$$
$$V^i = \frac{dr(u)}{du}, W^i = \frac{d^2 r(u)}{du^2} \colon i \in \{0..3\}$$

И, конечно, уравнения движения как необходимого приложения к текущей действительности, включающей в себя координаты, скорости, ускорения,…:

$$\Phi_k \left(t, r(t), \frac{dr(t)}{dt}, \dots \frac{d^n r(t)}{dt^n} \right) = 0,$$

имеющей единственное решение в соответствии с теоремой Коши. Все остальное – это интерпретация и ее объяснение.

В случае использования геометрических условий появляется необходимость использования метрических пространств – галилеевых, евклидовых, римановых и с приставками "псевдо". В этом случае в кинематике появляются условия с использованием метрически определенных объектов типа прямой линии, круга, параллельности/перпендикулярности, и т.д.

Пространство, время, материя и кинематика точки

Оглавление

1 Введение

Физика в современном естествознании играет огромную роль.

В данной работе рассматривается ее теоретический раздел «Кинематика» с минимальным математическим багажом. Моделью и целью изучения кинематики в данной работе будет описание механического движения материальной точки и, частично, твердого тела в пространстве и времени с геометрическим уклоном (см. раздел 2.1 "Основные определения и понятия"). При этом, как правило, не будут учитываться ее масса и другие материальные свойства, а также причины именно этого движения, кроме геометрических. Все, что имеет значение – это понятия координаты, траектории и расстояния. Все остальное – производные от них.

Инструментами физика являются математика и эксперименты. С помощью экспериментов производится сбор фактических данных о взаимосвязях в физической реальности, затем формулируются абстрактные математические теории физической реальности, соответствующие результатам проведенного эксперимента, далее опять же с помощью экспериментов проверяются эти теории на соответствие текущему уровню физических знаний и делаются предсказания за пределами текущих знаний. И все по кругу.

Кинематика – это наиболее абстрактный раздел физики (и механики), очень близкий к абстрактной математике, задачей которой является описание возможных движений абстрактных физических объектов в пространстве и времени без учета реальных законов физики. Кинематика – более геометрия, чем физика и механика. Его объектами являются модели реальных физических объектов и описание их движения в абстрактном ПВ.

Хотелось бы определить законы кинематики. Но их нет. Можно сказать только то, что эти законы могли бы следовать из трех основных законов динамики КФМН:

1. **Первый закон Ньютона – Закон инерции** (впервые сформулирован и проверен экспериментально Галилео Галилеем), или: Материальная точка (тело) (м.т.), достаточно удаленная от всех других тел и не взаимодействующая с ними, будет сохранять свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения [5, с.24][2],[3].

На основе этого закона формулируется определение существования инерциальных систем отсчета (ИСО).

2. **Второй закон – Основной Закон динамики:** всякое изменение состояния движения, любое ускорение есть результат действия на движущееся [или покоящееся] тело со стороны других тел [5, с.28]. Если эту "прозу" записать формально, то – "Вектор[4] силы, действующий на м.т., численно равен произведению массы на вектор ускорения, возникающего под действием силы".

$$F = mw. \tag{1.1}$$

Этот закон по известным эталонам позволяет установить определенные соотношения между четырьмя основными единицами – длиной, временем, массой и силой. В СИ основ-

2 Зисман, Г. А. Тодес, О. М. Курс общей физики. В 3 томах, Т.1. Механика, молекулярная физика, колебания и волны. –М., Наука, 1974. – 336 с.

3 Список всей использованной литературы см. в конце книги.

4 Понятие "вектор" имеет очень широкое применение во многих отраслях науки и техники. В общем случае это набор из нескольких чисел, объединенных каким–либо объединяющим их признаком. Обычно в символьной записи оформляется как список в скобках, элементы которой разделены "разделителями" типа запятая, редко – пробел, и т.д., например: (1, 3, 6), [1 332 6/7)]. В математике векторы используют в геометрии, векторной алгебре, линейных векторных пространствах, … с аксиоматическим определением ее свойств.

ными единицами являются первые три – длина(метры), время (секунда) и масса (килограмм). Сила оказывается производной единицей – Ньютон [Н]: 1 [Н] = 1 $[кг]^1[м]^1[с]^{-2}$.

3. **Третий закон – Закон противодействия**: Если м.т. m_2 испытывает со стороны м.т. m_1 силу, равную F_{12}, то m_1 испытывает со стороны m_2 силу F_{21}, равную по величине и противоположную по направлению [5, с.29]. Для замкнутой системы взаимодействующих тел векторная сумма всех сил равна нулю:

$$\Sigma F_n = 0, \Sigma F_{nm} = 0. \tag{1.2}$$

Поскольку в ньютоновой динамике из кинематических величин именно ускорение играет основную роль (см. второй закон Ньютона), то все уравнения механики записываются одинаково в любой ИСО – иначе говоря, законы механики не зависят от того, в какой из ИСО мы находимся, и не зависят от выбора в качестве лабораторной какой–либо конкретной из ИСО. Этот вывод называется принципом относительности Галилея – в честь Галилео Галилея, исследовавшего экспериментально "инерцию" тел. Принцип относительности по Галилею формулируется так:

4. **Четвертый** – не закон, а **принцип относительности – Галилея**:

Если в двух замкнутых лабораториях, одна из которых равномерно прямолинейно (и поступательно) движется относительно другой, провести одинаковый механический эксперимент, результат будет одинаковым.

Из этого принципа также непосредственно следует, что пространство однородно и изотропно и законы классической физики и механики Галилея–Ньютона (КФМН) ковариантны в любой ИСО.

Этот принцип в несколько иной и более обобщенной формулировке действуют в релятивистских специальной (СТО) и общей (ОТО) теориях относительности Эйнштейна и практически всех современных физических теориях. В 1905 г. Эйнштейн опубликовал свой труд "К электродинамике движущихся тел, в котором расширил принцип относительности Галилея на электродинамические и оптические законы, создав Специальную теорию относительности" [18, с.7][5]:

"Не только в механике (по Галилею), но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя и даже, более того, для всех инерциальных координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, справедливы те же самые электродинамические и оптические законы".

Это значит, что если в двух замкнутых лабораторных системах отсчёта, одна из которых равномерно и прямолинейно (поступательно) движется относительно другой, провести одинаковый механический, электродинамический или оптический эксперимент, результат будет одинаковым.

Далее этот принцип вместе с принципом постоянства скорости света [6, §26, с.167][6] был обобщен и распространен на любые виды взаимодействий материи. Релятивистская механика СТО привнесла в физику два постулата, принятые А.Эйнштейном в качестве фундаментальных:

5. **Постулат 1** (принцип относительности Эйнштейна). Законы природы одинаковы во всех системах координат, движущихся прямолинейно и равномерно друг отно-

[5] Эйнштейн, А. “К электродинамике движущихся тел”, перевод, “Собрание научных трудов” под ред. И.Е. Тамма, М, Наука, 1966, т.1 стр. 7.
[6] Зисман, Г. А. Тодес, О. М. Курс общей физики. В 3 томах, Т.3: Физика атомов и молекул, физика атомного ядра и микрочастиц. –М., Наука, 1970. 500 с.

сительно друга. Это означает, что форма зависимости физических законов от пространственно–временных координат должна быть одинаковой во всех ИСО, то есть законы инвариантны относительно переходов между ИСО.

6. **Постулат 2** (принцип постоянства скорости света). Скорость света в вакууме одинакова во всех системах координат, движущихся прямолинейно и равномерно друг относительно друга.

Эти постулаты отличают релятивистские теории от КФМН. Если в механике Галилея–Ньютона взаимные скорости м.т. и ИСО в целом могут принимать любые значения от нуля и выше, то в релятивистских теориях взаимные скорости физических тел не могут достигать некоторой фундаментальной скорости[7] c – скорости света в вакууме примерно $3{\cdot}10^{-8}$ м/с. И описать такое положение дел в пределах галилеева ПВ невозможно. Поэтому интуитивный "здравый смысл" в релятивистской механике не работает: при рассмотрении релятивистских задач возникает много парадоксальных ситуаций и выводов. Для этого необходимо использовать ПВ Минковского с преобразованиями Лоренца–Пуанкаре–Эйнштейна[8] и "релятивистское" мышление. А в ней – парадокс близнецов, сокращение длин, замедление времени и многое другое.

Причиной возникновения СТО стали "отрицательные" результаты опытов Майкельсона–Морли и Морли–Миллера (ММ), ставивших с начала 1887 года в течение многих лет опыты по определению наличия эфира и эфирного ветра. "Отрицательные" в апострофах означает, что другие физики сочли результаты их опытов отрицательными, несмотря на получение ими ненулевых результатов, но значительно более маленьких, чем следовало из расчетов. Опыты, поставленные другими исследователями позже, подтвердили с большой точностью "отрицательные" выводы из опытов ММ.

Из постулатов А.Эйнштейна следует известный практически каждому человеку **принцип эквивалентности** массы M и энергии E:

$$E = Mc^2, \tag{1.3}$$

и зависимость энергии м.о. от ее скорости v:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \tag{1.4}$$

где m_0 – масса покоя м.о. принцип просто говорит о том, что энергия м.о. обладает инерцией. Второй закон Ньютона для релятивистского объекта записывается с учетом релятивистского коэффициента:

[7] С фундаментальной скоростью можно связать скорость распространения информации v_{inf} и скорость распространения фронта волны c. Если в контексте имеется периодическая тригонометрическая функция sin или cos или разложение на них, связанная с волной, – то это скорость распространения волны. Обычно с фундаментальной скоростью связывают скорость распространения света в вакууме света. Несмотря на то, что скорости света в вакууме в реальных эталонах длины и времени составляет примерно $3{\cdot}10^{-8}$ м/с, в теоретических работах принимают скорость света тождественно равной 1. В противном случае просто оставляют значение "c", без приписывания конкретного значения. И только в реальных расчетах присваивают конкретное значение.

[8] Лоренц Х. А. (18.07.1853 – 4.02.1928), Пуанкаре Жюль–Анри (1854 – 1912), А. Эйнштейн (14.03.1879–18.04.1955), Г. Минковский (18.06.164 – 12.01.1909) – это четыре человека, внесшие наибольший вклад в понимание специальных преобразований, соответствующих релятивистским пространствам, и которые названы в честь Лоренца.

$$F = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} w. \qquad (1.5)$$

Эта "эквивалентность" является причиной возникновения ядерной энергетики и источником ядерной энергии.

Следующий эффект – замедление хода движущихся часов (штрихованный параметр) по сравнению с покоящимися (без штриха):

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-(v/c)^2}. \qquad (1.6)$$

Это надо понимать следующим образом: движущийся наблюдатель, проходя мимо часов условно покоящейся[9] с.о., заметит, что его часы отстают.

Еще один эффект – сокращение длины движущихся объектов с т.з. покоящихся:

$$\Delta l = \Delta l'\sqrt{1-(v/c)^2}, \qquad (1.7)$$

Это надо понимать следующим образом: с т.з. условно покоящегося наблюдателя двигающийся быстро объект как бы "сокращается" в размерах. На самом деле эти эффекты относительны: с т.з. движущегося наблюдателя этим же эффектам подвержены часы и линейки условно покоящегося наблюдателя. Здравый смысл здесь спит! Здравый смысл релятивиста противоречий и парадоксов не видит.

Еще одним шагом в понимании законов Природы стал общий принцип эквивалентности, сформулированный А.Эйнштейном в 1915 году[10], примененный им как основополагающий в его Общей теории относительности (ОТО):

7. "**Закон равенства инертной и тяжелой масс** можно сформулировать очень наглядно следующим образом: в однородном гравитационном поле все движения происходят точно так же, как в равномерно ускоренной системе координат в отсутствии поля тяготения. Если бы этот закон выполнялся для любых явлений («принцип эквивалентности»), то это указывало бы на то, что **принцип относительности должен быть распространен на неравномерно движущиеся системы координат**, если стремится к естественной теории гравитационного поля."

Этим законом А.Эйнштейн сравнял между собой не только все ИСО, но и ускоренно движущиеся с.о. Эту эквивалентность А.Эйнштейн объяснял с помощью мысленного эксперимента, проводимого в закрытом лифте: человек, находящийся в свободно падающем лифте под действием гравитации Земли, не сможет отличить от случая своего нахождения в свободно двигающемся вдали от всех масс космическом пространстве. На практике это на деле постоянно "проверяют" космонавты на околоземной орбите.

---

[9] Условно покоящаяся с.о. – с.о., которую мы выделили из всех остальных. Например, потому, что это наша собственная с.о. В соответствии с принципом относительности как Галилея (в ГПВ), так и Эйнштейна (в СТО), все с.о. равноправны, и любую из них можно принять за покоящуюся. Условно – потому что мы в ней находимся, и она для нас выделена. Но в соответствии с принципом относительности она такая же, как и все остальные. В эфирных теориях это, конечно, не так.

[10] «Собрание научных трудов: Работы по теории относительности, 1905—1920» Под редакцией И. Е. Тамма, Я. А. Смородинского, Б. Г. Кузнецова. [1] — М., Наука, 1966. — Том 2. С. 404: «Некоторые замечания о возникновении общей теории относительности» = «Einiges über die Entstehung der allgemeinen Relativitätstheorie». George A. Gibson Foundation Lecture, Glasgow [20th June 1933. Glasgow–Jackson.] Гибсонова лекция, прочитанная в Университете Глазго.

Другим следствием этого принципа является замедление хода часов в сильном потенциальном гравитационном поле. Это, например, означает, что часы космонавтов должны "спешить" по сравнению с теми, что остались на Земле. Космонавт, вернувшийся с космического полета на околоземной орбите, должен быть более старым, чем если бы оставался на Земле. Этот эффект проявляется реально и учитывается при настройке часов спутников GPS: перед запуском на орбиту генераторы часов специально "замедляются", чтобы они ходили также, как и часы, остающиеся на Земле[11]. Еще одним следствием этого является красное смещение спектральных линий звезд (и Солнца – в т.ч.): энергия фотонов уменьшается при преодолении гравитационного поля звезды.

Можно ли законы Ньютона и принципы относительности применить в кинематике? Этого нельзя сказать однозначно – силы и массы в кинематике не рассматриваются. Но что–то же должно быть!

В принципе, вся кинематика умещается в три постулата и/или условия (7 .. 9):

8. Формулу–условие траектории:

$$\forall t, n \exists! \, q^i_{(n)} = q^i_{(n)}(t). \tag{1.8}$$

(здесь n – номер м.т.), которая говорит о том, что в любой момент времени м.т. может находиться только в одном месте трехмерной[12] гиперплоскости пространства–времени. Которую можно усилить, дополнив ее

9. постулатом причинности:

$$\exists U(<, q^i_{(n)}) \colon (\forall n, t_1 < t_2 \colon q^i_{(n)}(t_1) < q^i_{(n)}(t_2). \tag{1.9}$$

Это высказывание говорит о том, что события $q_{(n)}{}^i$ в пространстве–времени событий упорядочены через понятие частичного упорядочения (U: q^i, <). Это упорядочение фактически есть упорядочение событий ПВ в соответствии с некоторой стрелой времени,

10. и уравнения движения м.т. с непрерывными производными

$$\Phi_k\left(t, r(t), \frac{dr(t)}{dt}, \dots \frac{d^n r(t)}{dt^n}\right) = 0. \tag{1.10}$$

имеющей единственное решение в соответствии с теоремой Коши[13]. И это решение должно удовлетворять первым двум условиям. Все остальное – это интерпретация и ее объяснение.

Все эти три последних постулата–условия требуют наличия основных определений кинематики, касающихся области ее абстрактного модельного определения:

11. Пространства, времени и координат O для их абстрактного описания:

$$\mathrm{O}\{t, r^i \colon i \in \{1..3\}\} \text{ или } \mathrm{O}\{q^i \colon i \in \{0..3\}\} \sim \mathrm{O}\{t, r^i \colon \} \tag{1.11}$$

---

[11] При этом учитывается и замедление хода быстро движущихся на орбите часов в соответствии с СТО.

[12] Далее вместо трехмерного, 4–мерного и других n–мерных "независимо чего" буду писать 3–мерный, 4–мерный и т.д. "чего–нибудь".

[13] Теорема Коши: Если уравнение $y^n = f(x, y, y', . , y^{(n-1)})$ и все ее частные производные до $\partial f/\partial y^{(n-1)}$ определены и непрерывны в некоторой области G изменения переменных x, y, . $y^{(n)}$, то для всякой внутренней точки (x_0, y_0 . $y_0^{(n-1)}$) этой области данное уравнение имеет единственное решение, принимающее заданное значение (y_0 . $y_0{}^{(n-1)}$) при $x = x_0$.

,обладающая свойством непрерывности. **Непрерывность**[14] параметризации пространства предполагает, что близкие точки имеют близкие координаты, и между любыми близкими точками имеются другие близкие точки. Если по–простому, то для любого значения координаты q^i из допустимой полной области ее значений в пространстве имеется соответствующая ей точка $P(q^i)$:

$$(\text{для})\ \forall q^i\ (\text{существует})\ \exists P(q^i). \tag{1.12}$$

Этим достигается соответствие между абстрактным математическим пространством и моделью реального физического пространства. При этом предполагается, что пространство чисел непрерывно по определению и более того – оно полно[15]. И это можно доказать абстрактно–математически.

Траектории (мировой линии), скорости и ускорения для описания движения материальной точки в ПВ и через нее самой м.т. как абстрактной модели элементарной, реальной физической материи, но не имеющей других параметров, кроме как словами "материальная точка", которая существует и движется в ПВ вдоль траектории с определенными скоростью и ускорением, и которая фактически в 4–мерном ПВ представляет собой мировую линию (и других производных определений):

$$\begin{gathered} r^i(t): \left\{ v^i = \frac{dr^i(t)}{dt}, w^i = \frac{d^2 r^i(t)}{dt^2} : i \in \{1..3\} \right\}, \\ q^i(t) \sim \left(t, r^i(t)\right): \left\{ V^i = \frac{dq^i(u)}{du}, W^i = \frac{d^2 q^i(u)}{du^2} : i \in \{0..3\} \right\}, \end{gathered} \tag{1.13}$$

которые должны быть непрерывными функциями координат[16].

И эти условия–постулаты действуют, естественно, и в механике – и классической, и релятивистской.

В случае использования геометрических условий появляется необходимость использования метрических пространств – галилеевых, евклидовых, римановых и с приставками "псевдо". Геометричность[17] можно было бы поставить в одно из постулатов–условий кинематики, т.к. физика абсолютно геометрична и тесно связана с физическими эталонами, но при решении задач кинематики от "геометричности" иногда можно и отказаться, "забыть" о ней – в силу действия принципа Оккама "не изобретай лишнего".

---

[14] Понятие "близкие " и "далекие" точки не имеют точного абстрактного математического определения, кроме, возможно, прилагательного "бесконечно" перед ними. Это скорее интуитивное, чем математическое, понятие, определяющее область применения или определения. Близость или далекость определяется в сравнении. Такими точками могут быть любые две точки, имеющие определенные координаты и/или расстояние между ними конечно. Но у непрерывности есть и точное определение через сечение Дедекинда.

[15] Полнота упорядоченного множества означает, что ее нельзя дополнить никаким другим элементом без нарушения этого свойства. В этом смысле целые числа упорядочены дискретно, рациональны числа не полны, а вещественные – полны (в смысле полноты по Дедекинду и Коши).

[16] Производные по времени (скорости, ускорения, …) буду обозначать строчными буквами, по скалярному параметру u (s, …) – прописными.

[17] "Геометричность", "геометрические", "метрические", "псевдометрические", и другие "гео" и "метры" в данной работе обозначают свойства, изучаемые в геометрии: прямые, окружности, длины, расстояния, параллельность, перпендикулярность, углы, расстояния и многое другое, где присутствует понятие "расстояния" или что–то заменяющее его.

2 Определение предмета "кинематика"

Долгое время понятия о движениях были основаны на работах Аристотеля, в которых утверждалось, что движение в отсутствие сил невозможно и скорость падения тела в поле притяжения тел Землей пропорциональна их весу. Инерция как таковая определялась тем, что всякое движущееся тело когда–нибудь остановится. Кинематика и динамика не разделялись.

Только в конце XVI века этим вопросом подробно занялся Галилео Галилей. Изучая свободное падение (знаменитые опыты на Пизанской башне) и инерцию тел, он доказал неправильность идей Аристотеля. Итоги своей работы по данной теме он изложил в книге «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению».

Рождением современной кинематики можно считать выступление Пьера Вариньона перед Французской Академией наук 20 января 1700 года. Тогда впервые были даны понятия скорости и ускорения в дифференциальном виде.

В XVIII веке Ампер первый использовал вариационное исчисление в кинематике.

Для начала дадим

2.1 Основные определения и понятия

Кинематика (от греч. *cinema* — движение) – раздел теоретической механики, в котором изучаются свойства, в т.ч. геометрические, механического движения материальных объектов без учёта их массы и действующих на них сил. Название этому разделу дано в 1834 г. знаменитым физиком и математиком Ампером (1775–1836 г.).

Целью кинематики является наиболее точное описание и изучение основных кинематических характеристик и законов движения материи в пространстве и времени: траектории движения, скорости и ускорения, как всего тела, так и отдельных его точек.

> Судя по всему, что "люди" научились общаться между собой еще в незапамятные времена. Ранее ученые были уверены, что люди научились говорить примерно 200 тысяч лет назад. Но в научном журнале Science Advances [22, с.200][18], приводят цифру 20 миллионов лет. Это кажется очень много и неправдоподобно – но многим животным природой дана способность издавать различные звуки и жестикулировать. И "коллективные" животные наверняка пользовались этой способностью с определенной целью. Они были понятны сородичам и служили их безопасности. Именно в те времена на нашей планете только–только появились человекообразные обезьяны гоминоиды. Насколько осмысленны были эти звуки и жесты?
>
> Сейчас можно считать, что первые полноценные языки начали формироваться примерно 150–350 тысяч лет назад. Первые языки в мире формировались на основе жестов — люди показывали на предметы рукой и издавали разные звуки, которые впоследствии превратились в полноценные слова. Вы наверняка знаете язык ребенка? Помните слова типа "бум–бум", "бип–бип", "гав–гав", "ух". Это называется звукоподражание. Возможно, примерно так и говорили первые люди. Это уже можно назвать осмысленными словами.
>
> Какое это имеет отношение к нашей теме? А прямое. Человек не знал и не понимал,

[18] Sci. Adv., 2019, 5 (12), eaaw3916. DOI: 10.1126/sciadv.aaw3916. Louis–Jean etc. Which way to the dawn of speech?: Reanalyzing half a century of debates and data in light of speech science. [Электронный ресурс] // URL: https://www.science.org/doi/10.1126/sciadv.aaw3916 // (Последняя загрузка: 09.10.2021) PDF: https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/sciadv.aaw3916, (Последняя загрузка: 09.10.2021)

что представляет собой окружающий его Мир. Но он вполне осознанно осваивал его звуками, жестами, словами. Чтобы осваивать этот Мир, нет необходимости знать и понимать ее абсолютно. Да и это невозможно – невозможно описать все абсолютно точно. Поэтому человек осваивает и строит модели окружающего его мира – через звуки, жесты, слова. Известное ему сравнивает, упорядочивает, находит связи. Учится считать – и получает абсолютный механизм для сравнения и упорядочения – числа. Структурирует их – и получает новые возможности для описания законов Природы.

Пространство реальное физическое – это та сущность, о существовании которого все мы догадываемся, в котором мы живем, и которое познаем через наши ощущения[19]. И которое мы разделяем на три структурные части.

1) Первое – это **Пространство**, характеризующееся своей протяженностью в трех направлениях, место, в которой происходит наше существование, вместилище всего того, что дано нам в наших ощущениях.

2) Второе – это **Время**. Наше достояние. Через нее познаем рождение и смерть, покой и движение.

3) Третье – это **Материя**. Это то, чем Мы является. Но не только.

Великие умы человечества на протяжении тысяч лет старались понять, что такое реальность в свете Пространства, Времени и Материи. Но этот вопрос так и остался не решенным до конца одним единственным образом. Не вдаваясь в философию, помимо только что сказанного, я определю эти понятия следующим образом.

Если **Пространство** можно связать с некоторым определенным моментальным срезом состояния "реальности", или одиночным "кадром" – по аналогии с кинематографом, то **Время** у нас с вами связано со словом "изменение", "движение", которое можно представить через непрерывную последовательность "кадров". И, наконец, **Материя** – без материи пространство и время пусты, нечему и негде вмещаться и изменяться. Все это называется **триединством Пространства–Времени–Материи** (ПВМ).

Все это – реальность. Триединство Пространства, Времени и Материи и есть наша настоящая **Реальность**. Она существовала, существует и будет существовать без нас. Хотя для каждого из нас она существует, пока мы живем.

Кроме физического пространства, которое существует безотносительно к нашему существованию, **существует абстрактное ПВМ**, которое существует объект субъект, через которое мы описываем то ПВМ, в котором мы существуем. Это

Пространство–Время–Материя (ПВМ) или **Пространство** – математическая модель реального физического 3–мерного пространства, дополненное одномерным временем, в котором происходит движение материальных объектов. Современная физика считает, что ПВМ неразделимы и не существуют по отдельности как физическая реальность. Абстрактно–математически ПВМ состоит из трех составляющих. Первые два – это собственно взятые по отдельности Пространство и Время. Третье – это материя.

Еще одним инструментом, уже не абстрактным, а вполне конкретным, физическим объектом являются технические эталоны. **Эталоны** – это объекты, с которыми сравниваются физические объекты и их свойства между собой. Основными эталонами являются

[19] Реальное физическое пространство, как мы ее воспринимаем своими органами чувств, 3–мерно. В нее мы не включаем "время" (или временную координату), т.к. она не ощущается органами чувств. Она воспринимается человеком не как пространственная сущность: "вправо – влево", "вперед – назад", вверх – вниз". У нее другое направление – будущее и прошлое. Человек четко разделяет пространственные направления от временного направления

эталоны длины, времени и массы. Именно эти три эталона связываются с понятиями пространство, время и материя как инструмент для их измерения, сравнения материальных объектов в пространстве и времени, определения абстрактных понятий однородности, изотропности и принципа относительности. При определении абстрактного через координаты ПВМ в физических теориях неявно присутствуют эталоны, т.к. с координатами связываются некоторые метрические отношения, которые можно проверить в экспериментах.

Триединство ПВМ может определяться по разному. Выше мы определили триединство через определение трех сущностей – Пространства, Времени и Материи. Но триединство можно определить и через одну обобщенную сущность. Этим методом воспользовался А.Эйнштейн в своей Общей Теории Относительности [19][20] (1915 – 1916 гг.). Он объединил все три сущности в одну единственную сущность – 4–мерное псевдориманово пространство, в которой материя определяется через метрику единого 4–мерного Пространства–Времени (ПВ). В КФМН эти сущности разделены – но без любой из составляющих ПВМ нет реальности. В СТО А.Эйнштейна [18][21] (1905 г.). Пространство и Время объединены – Материя как бы находится отдельно от них. Но она находится в них – и без нее также нет реальности. В обоих последних случаях Пространство–Время без Материи пусто и безжизненно.

2.1.1 Основные понятия физики

Пространство 3–мерно, Время одномерно. Пространство определяет свободы материального иметь три степени свободы. Математически абстрактно оно определяется тремя числами, например, в структуре (x, y, z), где x, y, z – вещественные числа. Эти числа называются координатами. Математически абстрактно эти три числа могут образовывать различные математические структуры.

Физически можно определять положение м.о. по отношению к другому произвольно выбранному м.о., который называется **телом отсчета**. Связывая с этим телом систему координат, в которой тело отсчета, естественно, покоится, получаем физическую **систему отсчета** положений м.о. **Системой отсчёта** в физике (механике) называется тело, относительно которого оценивается положение и движение объекта и его составляющих. С системой отсчёта связывают ту или иную систему координат (декартовую, полярную цилиндрическую и т.п.).

Время дает всего одну степень свободы и абстрактно определяется одним вещественным числом t, например, в структуре (t).

Пространство и Время совместно образуют Пространство–Время (ПВ) в 4–мерной структуре (t, x, y, z), представляющее собой объединение структур (x, y, z) и (t), которые называются координатами точки. В этом случае в этой структуре эти числа называются 4–мерными координатами точки, а каждая такая точка называется "событием" 4–мерного ПВ.

Часы (собственные) показывают время в точке как реального, так и абстрактного ПВ. Реальные часы считают количество генерируемых эталонным генератором периодов движущимися вместе с м.т. эталонными генераторами, в соответствии и синхронно с которыми происходят все физические явления. Абстрактные часы через метрические параметры связываются с координатой "время" физических теорий, позволяя сравнивать теорию с практикой. Связанные понятия: собственные координаты, собственная система от-

---

20 Эйнштейн, А. Основы общей теории относительности. Собр. науч. труд. в 4 томах, М., «Наука», 1965, т. 1, с. 457—460.

[21] Эйнштейн, А. “К электродинамике движущихся тел”, перевод, “Собрание научных трудов” под ред. И.Е. Тамма, М, Наука, 1966, т.1 стр. 7.

счета, связанная с м.т. с.о., и т.д. – определяются через понятия "эталоны" длины, времени и массы[22].

Линейки позволяют измерить расстояния между физическими объектами, а в абстрактных теориях через метрические параметры связываются с пространственными координатами (например, x, y, z) физических теорий.

Вопросы обывателя: можно ли "время" назвать координатой? Ее что – можно измерить линейкой? Как это – "время" тоже может быть координатой?

Такие вопрос обывателя очень закономерны. Действительно, время нельзя измерить линейкой. И ее свойства очень даже не совпадают со свойствами пространственных направлений. И вроде бы невозможно время обозначить тем же словом "координата", что и для пространственных направлений, т.к. их ну никак нельзя совместить на интуитивном уровне. Они – разные. Но математически эта абстракция назвать их одним именем очень даже законна. И то, и другое можно параметризовать через числа, что прекрасно практически доказывается наличием часов, циферблаты которых пронумерованы числами, и линейками, также пронумерованными числами. Следовательно, и пространственные, и временные сущности можно параметризовать числами, и назвать их координатами. В результате получим, что все, что нас окружает, вместе со временем – можно объединить в одном, но только 4–мерном Пространстве–Времени событий. Только надо понимать, что в них три координаты – это пространственные точки и направления, и одно – временные точки и направления. И эта разница реализуется в их единицах измерения.

Материя – это то, что может быть определено в пространстве–времени и иметь "свободы" в ней. "Свобода" может определяться как через функциональные свойства ПВ, так и ее геометрические и топологические особенности. В зависимости от этого можно различить два типа материи. Первая – это непрерывное заполняющее все пространство поле, вторая – как ее вещественная составляющая. Первая определяется через ее (гео)метрические[23] свойства, вторая – через топологические особенности[24].

Пространство–Время–Материя – еще одна математическая структура, моделирующая реальное ПВ совместно с находящейся в ней Материей как физической системы. В ней дополнительно определяются понятия "движение" и "состояние" физической системы.

Вопрос обывателя: можно ли материю определить через координаты? Есть разные математические способы введения материи в ПВ. Наиболее известны два способа. Первый – полевой. В этом случае в ПВ задается некоторая "полевая" функция $\varphi(t, r)$. В абстрактом смысле полевая функция – это дополнительная координата. Она не такая, как координата "время" или пространственная координат. Она определяет "материальную" составляющую ПВ через некоторое риманово пространство в единое целое. Второй – дискретный. В этом случае дискретный материальный объект задается своей координатой в ПВ. И для него определяется "траектория" или "мировая линия". Ее можно определить как задание единого ПВМ через ее топологию. Многокомпонентный способ – объединение первого и второго способов. В принципе, у каждой теории ПВМ – свой способ введения материи в ПВ. В ОТО А.Эйнштейна гравитационная составляющая материи вводится как метрическая функция ПВ + другие виды материальных составляющих. Квантовые. Есть многомерные

---

[22] И других технических эталонов, а также других эквивалентных по функциям процедур отношения и привязки, прямо или косвенно связанных с метризацией в различных физических и физико –математических теориях.
[23] Геометрические свойства определяются через метрические свойства пространства, в основе которых лежит понятие "метрика" или "расстояние" (см. также сноски 17 и 19).
[24] Топологические особенности – это то, что отличает одну область топологического пространства (окрестность точки) от другой. Есть окрестности, которые можно совместить некоторым непрерывным движением, и другие – особенные – которые невозможно совместить движением.

варианты ПВМ, объединяющие все известные 4 вида взаимодействий в одно многомерное с дополнительными циклическими измерениями. Струнные, ….

Другой вопрос имеет фундаментальный характер. Что такое Время и Пространство?

Если без философии, то Время и Пространство присутствуют в физике двойственно. Во–первых, как координаты. А во вторых – как метрические константы. В КФМН – раздельно, и в согласии с координатами ГПВ, в релятивистской – объединенно и в соответствии с принципом относительности Эйнштейна об их взаимной относительности и абсолютности при объединении. И это пугает и путает многих через их мнение об очевидном – по их мнению. Но это – просто разные ипостаси понятий Время и Пространство. И одна из причин этого кроется в существовании предельной скорости получения информации от удаленных точек ПВ и составлении мнения об окружающей Природе и Вселенной по этим сигналам. Другая причина – фундаментальность этой причины, по крайней мере на текущем уровне наших знаний о ней. Если понять это, то все остальное становится почти очевидным, во всяком случае – пытливому уму.

Материальной точкой (м.т.) называют простейшую модель материального тела любой формы, размеры которого достаточно малы и ими можно пренебречь, и которое можно принять за геометрическую точку, имеющую определённую массу, обычно обозначаемую через m или M, возможно, с индексами[25] (обычно с нижними[26]): m_1, M_2, m_i, $M_{(\mathrm{n})}$. Основным кинематическим параметром, описывающим м.т., являются ее координаты. Кроме положения, м.т. может обладать и другими параметрами, описывающими ее как целое. Например, масса. И/или заряд…

Системой м.т. называется система, состоящая из нескольких м.т., каждая из которых движется независимо от других или движение ограничено некоторым условием. Таким условием может быть геометрическое или силовое условие. Рассматривать в кинематике (да и механике) абсолютно независимую систему м.т. не имеет смысла – их можно рассматривать независимо. Обязательно должно быть условие, ставящее их во взаимную зависимость. Хотя бы так: есть две м.т., движущиеся независимо друг от друга по определенному закону. Задача: как изменяется расстояние между ними во времени?

Материальный объект может быть и не точкой и даже не системой м.т., не имеющих размеров. Тогда это – **сплошная среда**, занимающая объем, площадь или линию. Она может быть вещественной и полевой.

Полевая форма материи является еще одной формой, очень напоминающей сплошную среду. Но эта форма не является вещественной и не разделяется на атомы, как в твердых, жидких и газообразных средах. Эта форма изначально имеет "релятивистские" свойства, выражающиеся в уравнении ее движения (или состояния), называемой волновым уравнением. В однокомпонентном 4 –мерном представлении оно следующее:

---

[25] Идея использования индексов для именования отдельных объектов из оговоренного множества принадлежит Ньютону: m_1, M_2, … Ему же принадлежит идея обозначать точками над символом производные по времени: $\dot{x}$, $\ddot{y}$. Современная запись показателя степени — правее и выше основания — введена Декартом в его «Геометрии» в 1637 г. для целых чисел и степеней более двух, и распространена на все случаи (для любых чисел и степеней) И.Ньютоном.

[26] 1) В данном случае нижние индексы идентифицируют конкретную материальную точку, причем не обязательно в числовой интерпретации – возможно и символьное обозначение. Будет специально оговариваться или понятно по контексту.

2) Нижний индекс в математике обычно используется для определения нумерации так называемых ковариантных координат и индексов тензоров метрического риманова пространства.

3) При использовании (псевдо)декартовых координат вместо верхних контравариантных индексов также принято использовать нижние ковариантные индексы.

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\varphi}{c^2\partial {r^i}^2} = \mu^2\varphi.$$

Полевая материя "распространяется" с фундаментальной для нее скоростью c, μ – некая мера для "резонирующего", "дискретизирующего", "диспергирующего" свойства поля.

Примеры – гравитационное и электромагнитные поля. Ядерные и слабые взаимодействия также являются полевыми, но они не проявляются на уровне КФМН. Звуковое поле также обладает полевыми свойствами, но ограничена "покоящейся" сплошной средой (твердое, жидкое и газообразное).

Вещественным материальным объектом (м.о.) называется тело, движение которого оценивается. В кинематике независимым переменным, или аргументом, в функции которого определяются все другие величины, является время t. Объектами являются материальная точка, материальное тело, твердое тело, абсолютно твердое тело, сплошная среда, и в общем случае – материальное поле, которое может быть и не вещественным объектом.

Эфир – еще один вид материального объекта, которой придерживаются приверженцы альтернативной физики как среды, в которой происходят все физические явления. Свойства этого объекта зависят от того, какой "эфирной" теории придерживается конкретный "эфирный" теоретик. И даже вместо "эфира" может быть принято другое наименование, отличающее его от других "эфирных" теорий. Ортодоксальная физика пользуется понятием "вакуум"., которое может быть как пустым, так и наполненным "виртуальными" физическими объектами.

Вещественная сплошная среда может быть идеальной и реальной. Его основные измеримые свойства – плотность $\rho(q^i)$ и скорость движения $v^i(q^j)$. Идеальная с.с. не обладает вязкостью. Реальная обладает сжимаемостью и вязкостью. А также может быть твердой и не очень, пластичной, жидкой и газообразной, сыпучей. И даже плазмой. Сплошная среда в каждой своей точке обладает полем скоростей v^i и напряжений σ^{ik}. Для каждой точки r^i всегда можно найти с.о., в которой локально эта точка покоится, т.е. $v^i(r^i) = 0$. Уравнение движения с.с. в 3 –мерной форме следующая:

$$\begin{cases} \rho\dfrac{dv^i}{dt} - \nabla_k\sigma^{ik} - F^i = 0, \\ \quad\dfrac{d\rho}{dt} + \rho\nabla_k v^k = 0. \end{cases}$$

Здесь первое уравнение – уравнение движения с.с., эквивалентное второму закону Ньютона для м.о., второе – уравнение неразрывности тока с.с., говорящее о неуничтожимости вещества с.с.: "если где–то убыло, значит, где–то прибыло"[27].

Абсолютно твёрдым телом (а.т.т.) (идеальное т.т.) называют такое материальное тело, геометрическая форма которого и размеры не изменяются ни при каких механических взаимодействиях со стороны других тел, а расстояние между любыми двумя его точками остаётся постоянным. В связи с этим, отличие от м.т., для которой важны только координаты ее нахождения, а.т.т. имеет еще два 3–мерных дополнительных параметра – (кинематическую) ориентацию и (динамический) момент инерции

Твёрдое тело (т.т.) – физическое тело, характеризующееся стабильностью своей формы. В теоретической механике пренебрегают деформациями тел и вводят понятие абсолютно твёрдого тела (см. выше). При учете деформации т.т., кроме описания ее положе-

[27] "Если где –то убыло, значит, где –то прибыло" – так звучит закон сохранения вещества, который 16 июля 1748 года в письме математику Леонарду Эйлеру сформулировал великий русский ученый Михаил Васильевич Ломоносов.

ния, появляется полевая форма ее описания – описание ее деформации в каждой точке.

Кроме твердых тел, сохраняющих свою внешнюю и внутреннюю форму, имеются не твердые м.о. Это, жидкости, газы и их различные формы – плазма, электролит, и даже пластичные и сыпучие вещества.

Жидкости. Основным свойством жидкости, отличающим её от твердых тел, является способность неограниченно менять форму. Движение жидкости характеризуется тем, что каждая ее ограниченная область при движении практически сохраняет свой объём. При этом окрестность каждой точки жидкости при ограниченном времени движения остается ее окрестностью. Физически это означает, что плотность вещества жидкости остается постоянной. В жидкости есть диффузия, за счет чего появляется вязкость. Интерпретировать движение жидкости (и других т.т. и с.с.) можно двумя эквивалентными способами:

1) По методу Лагранжа – через движение составляющих жидкость непрерывно расположенных материальных точек – частиц жидкости (элементарных объемов жидкости). В соответствии с ним поток жидкости описывается совокупностью траекторий отдельных частиц;

2) По методу Эйлера. По этому методу описывается движение различных жидких частиц в фиксированных точках пространства через поле скоростей.

Жидкость может быть идеальной и реальной. Реальная жидкость обладает вязкостью, идеальная – нет.

Еще одна форма существования материального, вещественного – это

Газы. Основным свойством газа, как и жидкости, отличающим её от твердых тел, является способность неограниченно менять форму. Но, в отличие от жидкости, движение газа характеризуется тем, что каждая ее ограниченная область при движении может не сохранять свой объём. Но при этом окрестность каждой точки газа, как и жидкости, при ограниченном времени движения остается ее окрестностью. Физически это означает, что плотность вещества газа со временем может изменяться. В газе, как и жидкости, есть диффузия, за счет чего появляется вязкость. Поэтому газ, как и жидкость, может быть идеальной и реальной.

Реальный газ обладает вязкостью, идеальная – нет.

В идеальном газе ее частицы имеют предельно маленький, в идеале – нулевой размер, не взаимодействуют друг с другом, кроме как идеально упругими контактными соударениями. Вязкости нет – но диффузия присутствует априори, и вязкость при этом не проявляется[28].

Плазма от обычной с.с. отличается тем, что она является многокомпонентной с.с., компонентами которой являются свободные электрически заряженные компоненты, например, положительно– и отрицательно– заряженные ионы. Они подвержены раздельному взаимодействию с электромагнитным полем. Обычно это газы.

Жидкости со свободными электрически заряженными компонентами называются **электролитами**, а твердые тела – **проводниками**, (ферро)**магнитами** и **диэлектриками**.

Механическим движением называют изменение с течением времени положения в пространстве точек тела и тел относительно какого–либо основного тела, с которым скреплена система отсчёта.

Траектория движения материальной точки – линия в 3–мерном пространстве, по

[28] Требования противоречивые, но в учебных целях полезное допущение.

которой движется тело во времени, и представляющая собой множество точек, в которых находилась, находится или будет находиться материальная точка при своём перемещении в пространстве относительно выбранной системы отсчёта.

Событие – точка в 4–мерном пространстве–времени Минковского. Таким образом, каждой мировой точке (событии) соответствует момент времени и точка в 3–мерном пространстве. Не нужно путать понятие события с точкой на траектории частицы в 3–мерном (или 4–мерном) пространстве, которое является просто **мировой точкой.**

Мировая линия – "траектория" м.т. в 4–мерном пространстве–времени. Не нужно путать понятие мировой линии с обычной траекторией частицы в 3–мерном пространстве.

Скорость – это векторная величина, отражающая быстроту и направление изменения положения м.т. в пространстве.

Ускорение – это векторная величина, отражающая быстроту и направление изменения скорости м.т. в пространстве.

2.1.2 Основные понятия математики

Математика и ее методы являются инструментом научного познания нашей реальной действительности. Математика позволяет наиболее точно определить связи между элементами действительности. Наиболее фундаментальные законы Природы изучаются наукой "Физика". Есть и другие науки, изучающие Природу – это Астрономия, Химия, Ботаника, Биология. Философия. История и Обществоведение. Экономика… Все они – одни больше, другие меньше – пользуются математикой как своим инструментом.

Пространство математическое – множество, имеющее структуру, определяемую аксиоматикой свойств его элементов (например, точек в геометрии, векторов в линейной алгебре, событий в теории вероятностей и так далее).

Топологическое пространство [2][29],[8][30] – пространство, аксиоматически определяемое через аксиомы открытых и замкнутых "окрестностей" своих точек.

Число (целое, положительное, рациональное, вещественное) – исторически традиционные объекты математики.

Комплексные числа – расширение вещественных чисел до решения всех алгебраических уравнений, в частности – квадратных. Они все представляют числа вида $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\sqrt{-\mathbf{1}}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\boldsymbol{i}$ с мнимой частью i.

Координаты – совокупность чисел, определяющих положение конкретной точки в некоторой системе отсчета или системе координат. Графически координаты в пространстве можно определить как наложенную на нее "координатную" сетку, позволяющую "визуально"–абстрактно понять ее "связь" с пространством. Конечно, в пространстве этих сеток нет.

Абстрактно положение м.о. может быть определено по отношению к некоторой наложенной на ПВ **координатной сетке**.

Система координат (с.к.) – комплекс определений, реализующий метод координат, то есть способ определять положение и перемещение точки или тела с помощью чисел или других символов. Для точки A в записи вида (x, y, z) как 3–мерных координат координата x (на графике, рисунке) называется **абсциссой** точки A, координата y — **ординатой**

[29] Александрян Р. А. Мирзаханян, Э. А. Общая топология : учебное пособие. – М., Высшая школа, 1980. – 336 с.
[30] Келли, Дж. Л. Общая топология. М., Наука, 1981. Перевод с английского. Редактор Панькова Т. А. – 432 с.

точки A, а координата z — **аппликатой** точки A.

Метрика –скалярные функции, которые определяют аксиоматически определенные положительные "расстояния" между точками пространства. В "метрике" имеют место аксиомы:

1) аксиома тождества: $r(x, y) = 0$ тогда и только тогда, когда $x = y$;

2) аксиома симметрии: $r(x, y) \equiv r(y, x)$.

3) аксиома треугольника: $r(x, y) + r(y, z) \leq r(x, z)$;

Метрическое пространство[31] – пространство, в котором аксиоматически определена метрика (расстояние) между любыми ее точками.

В **псевдометрике** первая аксиома и условие положительности метрики не выполняются.

Псевдометрическое пространство – пространство, в котором аксиоматически определена псевдометрика (расстояние) между любыми ее точками. Псевдометрическое пространство отличается от метрического первой аксиомой, и, как следствие, расстояния в ней будут не обязательно положительно определенными.

Риманово и псевдориманово пространства – см. "метрическое" и "псевдометрическое" пространства.

Ортонормированность означает, что оси координат взаимно перпендикулярны, длины единицы каждой оси координат пространства нормированы и равны единице эталона длины, и все оси координат взаимно перпендикулярны. длина единицы оси времени также равна единице, В абсолютном пространстве–времени (на примере галилеева пространства–времени – далее ГПВ) можно говорить об ортонормированности пространственных осей координат в силу их евклидовости, но расширить ее на временную ось невозможно, т.к. единица продолжительности времени не сравнима с пространственной длиной. Взаимная ортонормированность пространственных и временной координаты АПВ (в т.ч. ГПВ) не может быть определена, в силу неопределенности 4–мерного расстояния, но она может быть принята по умолчанию для любых ИСО ГПВ – правда, без обоснования. Для определения сравнимости пространственных и временных координат необходимо определить способ их сравнения.

Линейная алгебра – раздел алгебры, изучающий объекты линейной природы: векторные (или линейные) пространства, линейные отображения, системы линейных уравнений, среди основных инструментов, используемых в линейной алгебре — определители, матрицы, сопряжение.

Тензорное исчисление и теория инвариантов обычно (в целом или частично) также считаются составными частями линейной алгебры. Такие объекты как квадратичные и билинейные формы, тензоры и операции как тензорное произведение непосредственно вытекают из изучения линейных пространств, но как таковые относятся к полилинейной алгебре.

Векторное (линейное) пространство* – пространство, элементами которого являют-

[31] Формально для изучения кинематики в объеме описания расположения, скорости и ускорения м.т. достаточно числового топологического пространства. Но ее физическая метризация вносит в нее много дополнительных красок и дополнительной геометрической красоты. Тем более, физическое пространство в модели является не просто топологическим непрерывным пространством с окрестностями, но и трижды метризуемым пространством. Это связано с существованием в ней эталонов. Как минимум – длины, времени и массы. А также физических энергии и импульса.

ся векторы, удовлетворяющие определенным аксиомам. В векторном пространстве определены сложение и вычитание векторов, нулевого вектора, и их умножение на число со свойствами коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности.

Векторная алгебра – строится в 2–х, 3–векторном и 4–мерном векторном пространствах с дополнительными операциями скалярного и векторного произведений.

Вектор*, или полярный вектор – (от лат. vector, «несущий») в простейшем случае математический объект, характеризующийся величиной и направлением. Записывается как список значений, заключенных в общую скобку с разделителями: $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$[32]. В большинстве научных статей и учебниках выделяется жирным начертанием и/или надстрочным диакритическим знаком в виде черточки или стрелки: $\overline{A}$, $\vec{\boldsymbol{B}}$. Является одним из основополагающих понятий линейной и векторной алгебры. В геометрии и в естественных науках вектор эквивалентен направленному отрезку прямой в (псевдо)евклидовом пространстве (или на плоскости) и может иметь длину через скалярное произведение. При преобразованиях координат значения элементов вектора изменяются – говорят, вектор "поворачивается". Свойства вектора определяются аксиомами.

Слово "вектор" широко применяется не только в математике и физике, но и других науках, и не обязательно естественнонаучных, для обозначения многокомпонентного объекта. Главное – есть "множественное" "направление".

Псевдовектор, аксиальный вектор – величина типа вектора, компоненты которой преобразуются как вектор при поворотах системы координат, но меняет свой знак на противоположный при любой инверсии (обращении знака) координат.

Скаляр* – величина или параметр, не изменяющий своего значения при преобразованиях координат.

Кватернион* – объект 4–мерного векторного пространства, представляет собой гиперкомплексное число $a + bi + cj + dk$, где i, j, k – гиперединицы.

Матрица – в математике – структура, записываемая обычно в виде двухмерной таблицы, состоящей из строк и столбцов, заполненных ее элементами, или символом с индексами: $A_{12,}$ B^i_{jk}. В математике она определена как основной структурный объект матричной алгебры или исчисления. Возможно расширение до многомерной матрицы: $A_{123,}$ B^i_{jk}.

Тензор* – многомерный "вектор" как основной объект тензорного исчисления с элементами, обозначенными символом с индексами: $A_{12,}$ B^i_{jk}.. Может иметь размерность от 0 – как скаляр, до любого целого N, вплоть до бесконечного.

Аффинное пространство* – можно представить как линейное векторное пространство со свободными векторами, а векторное пространство в исходном смысле является пространством с фиксированными в начале координат векторами. В аффинном пространстве из простейших геометрических объектов определены только прямые линии, отрезки, свойство их параллельности и проекция.

Пространство Евклидово* – это линейное пространство, свойства которого описываются аксиомами евклидовой геометрии. В этом случае предполагается, что пространство имеет размерность, равную 3, то есть является трёхмерным. В современном варианте он может иметь произвольную размерность и определяет однородное изотропное пространство, в котором все точки и все направления равноправны.

Интервал – псевдометрическая функция между точками в N–мерном псевдоевклидо-

[32] *Любой математический объект (любой!)может быть записан одним символом (или идентификатором) и без индексов, если в этом нет необходимости.

вом пространстве.

Время (промежуток времени) – "временная" координата, а также метрическая функция между точками ПВ.

Расстояние (2.1) – метрическая функция между точками в N–мерном евклидовом пространстве, а также в "пространственных" гиперплоскостях ПВМ (про "метрика" и гиперплоскость – см. далее).

С евклидовым пространством связывают **декартову систему координат** r^i (или r_i) в котором расстояние между любыми произвольными точками определяется в соответствии с формулой

$$\Delta l = \sqrt{(\Delta r^1)^2 + (\Delta r^2)^2 + .. + (\Delta r^n)^2}. \tag{2.1}$$

Здесь параметр n равен количеству измерений пространства.

Абсолютное время – координата абсолютного пространства, обладающая свойством:

$$t(q_{(1)}) = t(q_{(2)}) \rightarrow t(\varphi(q_{(1)})) = t(\varphi(q_{(2)})). \tag{2.2}$$

Это означает, что если время двух точек ПВ совпадает в одной из к.с.о., то и при любых допустимых преобразованиях координат эти времена будут совпадать.

Абсолютное расстояние – пространство, обладающее свойством:

$$\Delta l\big(q_{(1)}, q_{(2)}\big) = \Delta l\big(\varphi(q_{(1)}), \varphi(q_{(2)})\big). \tag{2.3}$$

Это означает, что расстояние между двумя точками ПВ при любых допустимых преобразованиях координат не будет изменяться. Обычно это свойство усиливается до условия использования одновременных точек, что осуществляется в ГПВ.

Абсолютное пространство–время (АПВ) – это пространство–время, в котором одна (или несколько) из координат не зависимы от других при допустимых преобразованиях координат. Такое пространство состоит из нескольких координатных кластеров, ортонормированные преобразования которых независимы друг от друга. Например, это – галилеево пространство, в котором координата "время" преобразуется независимо от пространственных:

$$\begin{cases} t' = t - t_0, \\ r'^i = r^i - v^i t - {r_0}^i. \end{cases} \tag{2.4}$$

Несмотря на то, что преобразования пространственных координат зависимы от времени, пространственные слои при этом не изменяются, оставаясь инвариантами, и в них вкладывается сущность абсолютности галилеевых преобразований координат ГПВ.

Пространство Галилеево (ГП, ГПВ) – абсолютное плоское линейное аффинное векторное пространство–время (ПВ), представляющее собой прямое произведение двух независимых (абсолютных) подпространств $P^1 \times P^3$, в котором определены галилеевы преобразования координат, и которые названы в честь итальянского физика, механика, астронома, философа, математика Галилéо Галилéя (15.02.1564 – 08.01.1642). Структурно оно состоит из независимых 3–мерного и одномерного пространств. И в ней определены две независимые метрики – пространственное 3–мерное "расстояние" (2.1) и одномерное временное "промежуток времени" Δt между точками:

$$\Delta t = t_{(2)} - t_{(1)}, \tag{2.5}$$

Причем "расстояние" (2.1) определено инвариантно только между точками слоя одновременных точек $t_{(1)} = t_{(2)}$, а "промежуток времени" – для любых двух произвольных точек $t_{(1)}$, $t_{(2)}$ ГПВ и независимо от значений пространственных координат x, y, z этих точек.

Пространство Минковского (ПМ) – 4–мерное линейное векторное плоское псевдоевклидово[33] пространство сигнатуры (+ – – –) (см. (2.6)), предложенное в качестве геометрической интерпретации ПВ СТО А.Эйнштейна со специальной метрикой "интервал".

Интервал[34] – псевдометрическая функция между произвольными точками в 4–мерном ПВ:

$$\Delta s = \sqrt{(\Delta t)^2 - [(\Delta r^1)^2 + (\Delta r^2)^2 + .. + (\Delta r^n)^2]}. \tag{2.6}$$

Сигнатурой "+" определяется "временное" подпространство а сигнатурой "–" (минус) – "пространственная" гиперплоскость. В ПМ определены преобразования координат Лоренца–Пуанкаре, определяющие релятивистское ПВ. Это пространство было рассмотрено Анри Пуанкаре в 1905 и Германом Минковским в 1908 году.

Гиперпространство – в математике 4–мерное евклидово пространство или более чем 4–мерное пространство–время.

Гиперплоскость — подпространство в векторном, аффинном или проективном пространстве с размерностью, на единицу меньшей, чем объемлющее пространство. В данной работе – гиперплоскость пространства Минковского – 3–мерное подпространство одновременных точек с $\Delta t = 0$ или потенциально одновременных точек (в физике – ИСО) с $\Delta s^2 \leq 0$.

Пространство – в математике имеет очень широкое применение. В данной работе по контексту может иметь значение как 3–мерное евклидово пространство или 3–мерная подпространство – гиперплоскость 4–мерного пространства–времени с пространственно–подобным метрическим интервалом между ее элементами.

Плоскость – двухмерное евклидово пространство.

Прямая (линия) – одномерное евклидово пространство.

Событие – точка 4–мерного ПВ Минковского (см. далее).

Плоское пространство – метрическое пространство с нулевой кривизной (евклидово, галилеево, минковского, цилиндрическое), в котором существует декартова с.к. с метрикой (2.6).

Не плоское пространство является метрическим неевклидовым пространством с ненулевой кривизной – положительной (риманово, например – сфера), отрицательной (Лобачевского, например – гиперболический цилиндр), неопределенной – например, тор: внутренняя поверхность – с отрицательной кривизной, внешняя – с положительной.

Пространство Риманово (ПР) – в общем случае не плоское координатное пространство с положительно определенной метрикой (++..+), в котором в каждой точке определена локальная дифференциальная метрика с помощью **метрического тензора** g_{ij}:

---

[33] Приставку "псевдо" в связи с "метрикой" применяю к пространствам со знакопеременной сигнатурой метрики, например, (+ – – –).
[34] "Интервал" наиболее просто формулируется в волновой теорий как инвариантная фаза распространяющейся в определенном направлении волн некоторой эталонной частоты – см. , стр. 114.

$$ds = \sqrt{\sum\nolimits_{i,j\in[1..n]}^{n} g_{ij} dr^i dr^j},$$
$$ds^2 = g_{ij} dr^i dr^j.^{35} \qquad (2.7)$$

Расстояние между произвольными точками определяется путем определения некоторой "прямой" между этими точками, представляющий собой линию наименьшей длины $\boldsymbol{L_{ab}} = \int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{ds}$ между этими точками, называемый "**прямой**" между этими точками. Метрическое "расстояние" ds является производной от более общей функции скалярного произведения $c = A{\cdot}B$ векторов в векторном (тензорном) пространствах.

$$p = A \cdot B = A_i B^i = g_{ij} A^i B^j. \qquad (2.8)$$

В физике наиболее востребованы не просто римановы пространства с положительно определенной метрикой, а пространства (пространства–время – ПВ) со смешанной сигнатурой метрического тензора, которые назовем псевдоримановыми.

Небольшое отступление: запись скалярного произведения векторов или интервала как метрического расстояния может записываться по разному. Для евклидова пространства и других пространств с положительно определенной ортонормированной метрикой "расстояние" применяется следующий способ записи.

$$dl = \sqrt{dr^i dr^i} = \sqrt{dr_i dr^i}. \qquad (2.9)$$

А в общем виде любая метрика записывается через ковариантный метрический тензор g_{ij} с соблюдением правила Эйнштейна для верхних и нижних индексов:

$$ds = \sqrt{g_{ij} dr^i dr^j}. \qquad (2.10)$$

С разделением на временную и пространственную части это же уравнение запишется так:

$$ds = \sqrt{g_{00} dt^2 + g_{0j} dt dr^j + g_{i0} dr^i dt + g_{ij} dr^i dr^j}. \qquad (2.11)$$

В дальнейшем, кроме этих "правильных" способов, соответствующих правилу Эйнштейна, я буду пользоваться и "неправильным" способом вычисления "интервала" псевдометрики (возможно, без уточнения):

$$ds = \sqrt{dt^2 - dr^i dr^i}, \qquad (2.12)$$

в котором не соблюдается правило Эйнштейна для свертки, т.к. при пространственной части интервала ставится явно знак "минус" как признак псевдоевклидовости[36] – он как бы опускает индекс последующего элемента, или

$$ds = \sqrt{dt^2 - dr_i dr^i}, \qquad (2.13)$$

[35] В физике, особенно в тензорных представлениях физики, двойные индексы в представленной форме без использования знака суммы "Σ" используются для сокращенной записи сумм, представленной в первой строке (2.7). Это соглашение называется соглашением о суммах Эйнштейна. Суммирование происходит по парным верхнему и нижнему индексам. В ортонормированном евклидовом пространстве положение индексов не имеет значения, поэтому не имеет значения, где находится индекс – сверху или снизу. В не ортонормированном и римановом пространствах имеет значение.

[36] Это эквивалентно применению вместо метрического тензора с сигнатурой (+– – –) сигнатуры (++++). Но при этом необходимо помнить об этой подмене. Эта подмена используется и далее!

в котором правило Эйнштейна для свертки соблюдается, но также присутствует символ "минус" как признак той же псевдоевклидовости.

2.2 Предмет кинематики

Кинема́тика [5, стр.5] – раздел механики, изучающий математическое описание движения материальной точки (м.т.) и других материальных объектов (м.о.) без объяснения причин этого движения. Движение м.т. происходит в пространстве и во времени. Основное пространство кинематики – непрерывное многомерное топологическое, возможно – метрическое и/или векторное, пространство–время (t, r), размеченное координатным или векторным способом, элементы которого представляют собой числа из некоторого числового поля, обычно – вещественного. Обязательный стандартный набор параметров движения – координаты (вектор), траектория, координатные (векторные)[37] скорость и ускорение. Соответственно, для анализа движения м.т. задаются поля траекторий движения $r(t, r_0)$, скорости $v(t, r)$ и ускорения $w(t, r)$. Степень детализации параметров движения может быть различной в зависимости от условий задачи.

Физика, в силу своей "приземленности", предполагает уже свою "метричность". Она скрывается в наличии различных реальных эталонов для измерения физических параметров пространства, времени и материи, которую претендует описать наиболее детализированным образом. И первые, наиболее известные эталоны "метричности" – это эталоны длины, времени и массы. А также более современное физическое понятие "интервал" – 4–мерное "расстояние". Это значит, что между любыми двумя событиями имеется определенный промежуток времени и интервал, между любыми точками 3–пространства – расстояние. По умолчанию, расстояние определяется между одновременными точками пространства, а время и интервал – между любыми точками ПВ. Но кинематика не обязана рассматривать только метрические пространство и время, если этого не требуется. Главное – что есть N–мерное пространство R^n и 1–мерное время t: T^1 (в общем случае – T^m).

И любое материальное имеет скалярную массу. Через массу в физике определяется понятие "действие", а через нее – наиболее общая форма уравнений движения с использованием принципа наименьшего действия. "Действие" в этом смысле определяет еще одну метрику – метрику, в которую органичным образом вплетается и материя пропорционально своей массе. Например, в СТО А.Эйнштейна действие для м.т. определяется уравнением

$$\begin{gathered} dS = mds = -m\sqrt{dt^2 - dr^2} = -m\sqrt{1 - v^2}dt = Ldt \rightarrow \\ L_{\text{сто}} = -m\sqrt{1 - v^2}, \end{gathered} \tag{2.14}$$

которое легко переносится в КФМН:

$$-m\sqrt{1 - v^2}_{(v \rightarrow 0)} \cong L_{\text{км}} = -m\left(1 - \frac{v^2}{2}\right)dt \rightarrow \frac{mv^2}{2}dt. \tag{2.15}$$

И даже потенциальное поле U м.т. легко включить в физическую теорию в "метрической" форме. Идем обратным путем – от классического к общерелятивистскому:

[37] Далее я не буду специально выделять и/или различать векторный и координатный способы задания пространства–времени, несмотря на их различие. Какой способ удобнее – тем и буду пользоваться.

$$L_{\text{км}} = m\left(\frac{v^2}{2} - U\right)_{(v\to 0)} dt \to -m\left((1+U) - \frac{v^2}{2}\right)_{(v\to 0)} dt \to$$
$$-m\sqrt{1+2U-v^2}dt \to -m\sqrt{(1+2U-v^2)dt^2} \to \tag{2.16}$$
$$L_{\text{сто}} = -m\sqrt{(1+2U)dt^2 - dr^2}.$$

Далее – различные "физические" интерпретации полученного уравнения для лагранжиана м.т. Одна из интерпретаций[38] – время в гравитационном поле вблизи материальных тел замедляется, а в пустом пространстве – максимально ускоряется.

Рассматриваемое в КФМН ПВ является абсолютным галилеевым ПВ евклидова 3–мерного пространства и 1–мерного времени. ПВ КФМН уже является частично метрическим пространством. В гиперплоскости определены "расстояния", а в подпространстве "время" определены промежутки времени. После создания А.Эйнштейном в 1905 г. СТО и ОТО в 1915–1916 гг., показывающих, что время и пространство не абсолютны и скорость имеет принципиальное ограничение, кинематика вошла в новый этап развития в рамках релятивистской механики. В пространстве СТО и ОТО дополнительно определяется метрический параметр "интервал" (2.6), объединяющий в себе и "расстояние", и "время", и ПВ становится (псевдо)метрическим. Метрический интервал объединяет 3–мерное пространство и время в одну общую 4–мерную конструкцию, которые нельзя рассматривать раздельно.

С созданием А.Эйнштейном общей теории относительности само ПВМ, ранее принимавшееся как плоское евклидово пространство, превратилось в (псевдо)риманово ПВ. "Материя" объединилась с пространством–временем и материализовалась в метрике искривленного псевдориманова пространства ОТО. Возможность использования риманова пространства в качестве модели ПВ имелось и ранее, но ее использование в принципе ограничивалось только вложенными в объемлющее евклидово плоское ПВ гиперповерхностями. С принятием ОТО это ограничение снялось само собой, т.к. используемое в ОТО псевдориманово пространство превращало ПВ ОТО в общем случае в произвольное непрерывное топологическое не плоское 4–мерное метрическое ПВ.

Еще одним очень важным понятием должно быть понятие системы отсчета и преобразований координат из одной с.о. в другую. Определение понятия система отсчёта в физике и механике включает в себя совокупность, которая состоит из тела отсчёта, системы координат и координаты времени. Именно по отношению к этим параметрам изучается движение материальной точки или же состояние её равновесия.

Если рассматривать все системы отсчета относительно кинематики – они равноправные. Все системы отсчета получаются из всех возможных преобразований (координат) систем отсчета между собой. В кинематике не указываются преимущества одной системы отсчета при сравнении с другой. Для удобства решения выбирается наиболее приемлемая или удобная для анализа система.

И все это – только кинематика. Куча определений – и все требуют своего определения. То ли еще будет. И по каждой из них написаны книги, учебники, монографии и диссертации на научные звания. Кто–то за это ругает физиков (за сложность, заодно и математиков, дающих свой "сложный" инструмент им), а кто–то жить не может без них. Не претендуя на охват всего, начну с

[38] Последний абзац, конечно, сплошные манипуляции, но через них проясняется тернистый путь физика в изучении законов Природы. Математика имеет много способ эквивалентно описать одно и то же абстрактное, а физика – интерпретировать это абстрактное.

2.3 Чем занимается кинематика

Определение кинематики со всеми вытекающими было дано выше. Поэтому коротко: **Кинематика м.т. — раздел механики, изучающий математическое описание движения м.т.**

Материальная точка изотропна. В модели материальной точки не рассматриваются не изотропные структурные характеристики частиц: момент инерции, дипольный момент, собственный момент, спин и др. Но эти параметры не являются предметом рассмотрения кинематики. Поэтому каждая м.т. сама по себе характеризуется набором только скалярных параметров – масса, электрический заряд и др.

Но скалярные параметры определяют только параметры самой м.т. Но м.т. существует в пространстве и времени. И это "сосуществование" определяется параметрами описания его "сосуществования". Такими параметрами являются параметры нахождения в пространстве через координаты, и его изменения (или движения) во времени через траекторию, векторные и координатные (тензорные) скорость и ускорение. Соответственно, для анализа движения м.т. задаются поля

1) траекторий движения $r(t)$,
2) скорости $v(t,r) = \frac{dr(t)}{dt}$,
3) ускорения $w(t,r) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt^2}$.

По отношению к преобразованиям с.о. координата r (точнее, ее дифференциал, или разности координат близких точек), скорость v и ускорение w ведут себя как контравариантные векторы: r^i, v^i, w^i.

Основной задачей кинематики является описание движения при помощи математического аппарата без выяснения причин, вызывающих это движение. Область определения кинематики – описание траектории движения материи, в отношении которых можно определить понятия координата, скорость, ускорение, не обязательно в метризованном и не обязательно плоском пространстве.

Задачи кинематики очень похожи на геометрические, но ее отличие заключается в существовании "офизичивающего" его параметра "время", и именно через нее определяется "движение", в отличие от геометрии. Каких либо ограничений на характер движения м.т. в пространстве, параметризацию и метрические соотношения этого пространства нет. Причина этого в том, что в кинематике нет законов движения, а есть только само движение:

$$r^i = r^i(t) \colon i \in \{1..3\}. \tag{2.17}$$

Ограничения появляются при наложении определенных условий на это движение. Эти ограничения определяются геометрией траектории – например, по прямой или по окружности, равномерно или неравномерно, прямолинейно или не прямолинейно, и топологией пространства движения – например, по поверхности сферы, цилиндра, окружности.

Модельными пространствами, применяемыми и рассматриваемыми в кинематике, могут быть ПВ без определенной метрики, но обладающие топологическими свойствами непрерывности, представляющие собой композицию 3–мерного пространства и 1–мерного времени. Такими пространствами являются произвольные координатно размеченные пространства, или координатные системы отсчета – КСО (к.с.о.), без каких либо особых свойств. Но очень часто появляется необходимость рассмотрения задач с конкретными "метрическими" условиями. Да и сама физика очень "метрична". И "просто пространства" обретают контекстную "метричность". Частными случаями таких пространств являются ГПВ и пространство Минковского, А также 4–мерное (4=3+1) риманово метрическое пространство произвольной топологии.

В метризованном пространстве появляются понятия вектора, тензора, внешнее и внутреннее (свертка) произведения векторов и тензоров, модуль вектора, скалярного и векторного произведения. Появляются дополнительные понятия, связанные с метрикой – прямой, окружности, равномерности, параллельности и перпендикулярности. Можно включить и понятие ИСО – но оно слишком материализует с.о., вводя в нее понятие "инерционности". А в кинематике этого не должно быть. В ИСО имеется понятие физической "причины" равномерного прямолинейного или криволинейного движения. Появляются понятия эталона и процесса измерения, длины и продолжительности, ортонормированности/искривленности применяемой системы координат. В связи с этими понятиями появляются дополнительные задачи, возлагаемые на кинематику. Но эти понятия можно ввести и в кинематику – для этого, правда, придется в кинематику вместо ИСО ввести понятия геометрической "прямой" риманова пространства и движения м.т. по прямой. Это не противоречит предмету кинематики как о движении м.т. без упоминания о его массе и силах, действующих на нее. По контексту, если есть метрика – есть и прямая, и ИСО. Об этом – в конце работы.

Задача кинематики в метризованном пространстве определяется метрическими условиями. Самые простые условия – метрические условия равномерного или равноускоренного движения по прямой или окружности в ортонормированном пространствах. Или движение во вращающейся с.о. В римановом пространстве в общем случае можно поставить вопрос о движении только по геодезической прямой. Любое другое движение является специфическим, если риманово пространство не плоское.

Несмотря на все мои старания исключить "физичность" кинематики и ее беспричинность, элементы "физичности" и "причинности" все же проявились. А это уже динамика. В некоторой степени "физичность" и "причинность" можно исключить применением метрических понятий в ПВ рассмотрением соответствующих алгебраических зависимостей – например, ее линейности, квадратичности, ...

2.4 Есть ли законы кинематики

Движение по прямой лежит в основе первого закона Ньютона, через которое определяется ИСО.

Первый закон Ньютона: Материальная точка (тело), достаточно удаленная от всех других тел и не взаимодействующая с ними, будет сохранять свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения [5, с.24]. Равномерное и прямолинейное движение м.т. при отсутствии внешних воздействий называется **движением по инерции**, а система отсчета, связанная с такой м.т., называется **инерциальной системой отсчета**. При этом покой следует рассматривать лишь как частный случай равномерного и прямолинейного движения, когда $v^i = 0$. И этот закон справедлив независимо от того, маленькое тело с маленькой массой, или тело большое и имеет большую массу.

Справедлив ли этот закон в кинематике? Т.к. кинематика не интересуется взаимодействием м.о. между собой, то этого закона в ней не может существовать. И единственное, что мешает сделать его законом кинематики – наличие слов "не взаимодействующая с другими телами". Можно ли снять это ограничение? Можно – но для этого кинематику надо рассматривать в пространстве с определенной метрикой. В таком пространстве это ограничение можно снять и сделать закон кинематическим, просто удалив упоминание на "взаимодействие":

Первый закон кинематики.

Материальная точка в пространстве и времени между двумя точками своей мировой линии движется равномерно и прямолинейно по наикратчайшему пути.

В пространстве без определения метрики ее определить невозможно. В ней нет ни прямых, ни наикратчайших траекторий. Есть только линии и траектории. И стрела времени. И в ней

Второй закон кинематики.

Материальная точка в пространстве и времени между двумя точками своей мировой линии движется по упорядоченной в соответствии со стрелой времени и непрерывной до своих производных мировой линии.

Если отказаться от этих постулатов, то кинематика превращается в чистую математику. Отказ от непрерывности уведет нас от классической кинематики в сторону квантовой. Отказ от стрелы времени разрешит беспричинные события, не предопределенные более ранними событиями и отказ от детерминированности. Отказ от наикратчайшего пути приведет нас к учету статистически определенных траекторий. Это опять сторона, связанная с квантовой механикой.

3 Пространство и материя

Кинематику и динамику движения м.т. можно разделить на несколько больших класса: классическую, релятивистскую, на метрических и не метрических пространствах, в плоском и не плоском пространствах различной размерности и топологии. В не метрических пространствах расстояния или заменяющие ее другие метрики не определены и такие пространства в физике практически не рассматриваются.

От размерности используемого пространства различают линейную (1–мерную), плоскую (2–мерную), пространственную (3–мерную) и т.д. В метрическом отношении пространство может быть евклидовым, псевдоевклидовым, римановым (псевдоримановым).

Классические кинематика и динамика определяются в плоском галилеевом абсолютном ПВ с использованием абсолютных эталонов, которые не зависят от состояния движения с.о. Возможно движение с произвольной ничем не ограниченной скоростью.

Релятивистская кинематика и динамика строятся в плоском пространстве Минковского с использованием релятивистских эталонов, которые зависят от их состояния движения. Это означает, что нельзя сравнивать взаимно подвижные материальные объекты без потери инвариантности отношения параметров. Особенностью этого пространства является ограничение на предельно допустимую скорость м.о. – не более скорости света. В силу этого определить, что понимать под релятивистской кинематикой, можно только на уровне соглашений. Например, что понимать под равноускоренным движением м.т.? Если под ним понимать классическое определение, то непременно выйдем за пределы разрешенной скорости. Поэтому в СТО под равноускоренным движением понимается постоянное, неизменяющееся ускорение в собственной с.о. м.т., т.е. локально покоящейся касательной относительно м.т. с.о. Да и определение релятивистской скорости довольно специфическое.

Динамика, базирующаяся на СТО Эйнштейна в плоском пространстве Минковского, также называется релятивистской. СТО – наиболее обобщенная форма законов Природы "классического" типа. Его отличие от КФМН в том, что устанавливаются релятивистский принцип относительности и эквивалентность между массой и энергией м.т.

В электродинамике, основой которой является все то же пространство Минковского, рассматривается движение м.т. под действием электромагнитных сил. Электромагнитное поле – это векторное силовое поле, через градиент (точнее, 4–ротор) которой определяется ее силовое действие на заряженные тела.

ОТО рассматривает движение м.т. в псевдоримановом пространстве под действием гравитационных сил, имеющих "метрическую" природу. Гравитационное поле – это симметричное 4–мерное тензорное поле ранга 2, определяющее кривизну ПВ, в которой движется м.т. Динамика движения м.т. в таком пространстве переходит в кинематику движения в римановом 4–мерном пространстве.

На уровне микромасштабов – молекулярном и атомном – появляется квантовая механика, исчезает материальная точка и ее кинематика и динамика, исчезает ее координата и сила, из механических понятий главными становятся энергия и момент импульса. Появляются понятия "состояние" и "вероятность состояния". Фактически, вместо м.т. остается дискретная система с дискретным множеством состояний. Динамика в микромасштабе – это изменение вероятности нахождения системы в определенном состоянии во времени и пространстве. В физике элементарных частиц[39] появляется совершенно новая ситуация – элементарные частицы при взаимодействии могут изменить "элементарную" сущность,

[39] Квантовую механику и физику элементарных частиц со всеми их подразделами объединю в общую "квантовую физику".

превращаясь в другие частицы.

В пределе нулевых расстояний и промежутков времени ПВ в классическом понимании вообще может исчезнуть вместе с причинностью и детерминизмом.

3.1 Пространство кинематики

Действительно ли КФМН определена в ГПВ, релятивистская – в пространстве Минковского, а ОТО – в псевдоримановом? Да, конечно. Исторически так сложилось. Отголоски от евклидова пространства и декартовых координат. В принципе, совершенно не важно, в каком пространстве они определены. Для КФМН важно, что в точке, любой точке, где находится материальная точка (объект), локально выполняются законы Ньютона с учетом сил инерции. Абсолютно то же самое и для релятивистской механики, основанной на специальной и общей теориях относительности (СТО, ОТО) А.Эйнштейна. И в ближайшей (доступной) окрестности выполняются точно так же законы Ньютона в классической и релятивистской формах. И в любом другом месте и его ближайшей окрестности – тоже. И в любом локальном ИСО и даже НСО.

Что может объединять любые две точки пространства, в которых законы механики, что ньютоновой, что релятивистской – выполняются? А объединяет их принцип относительности. В классической – галилеев принцип относительности, в релятивистской – релятивистский принцип относительности: ПВ однородно и изотропно и законы Природы одни и те же в любой точке ПВ.

Что это может означать с т.з. физики? Вы все знаете, что существуют эталоны. Эталоны длины, времени, массы. Принцип относительности говорит о том, что в каждой точке ПВ можно пользоваться одними и теми же эталонами без каких либо ограничений. А также то, что при перемещении эталонов из одной сточки ПВ в другую по любой траектории при их сравнении (в состоянии взаимного покоя) никаких отличий не будет. Что из этого следует?

А из этого следует, что пространство не обязано быть ни пространством галилеевым, ни пространством Минковского. Оно может быть любым метризованным пространством. Это всего лишь означает, что в любом месте ПВ однозначно определены расстояния и промежутки времени, и они полностью соответствуют эталонам. Местным эталонам. Что на Земле, что на Луне, что на Солнце. И в любой другой точке Космоса как в далеком пространстве, так и времени. И эти точки (а также их ближайшие окрестности), будучи сравниваемы с однажды определенными в каком либо месте эталонами, отличить друг от друга невозможно: все местные эталоны при совмещении совпадают.

Посмотрим, в каком пространстве определена общая теория относительности А.Эйнштейна. А она определена практически если не в любом, то, во всяком случае, метризованном пространстве. Римановом. Точнее – не плоском псевдоримановом. Метрика определяется распределением материи. Не только вещества – но полевой формы материи. И такое пространство называется римановым.

Если галилеево и Минковского пространства плоские, как и евклидово пространство, то риманово пространство не плоское – а искривленное. Пример искривленного пространства – сфера – это поверхность шара. Более того, в ней возможны особенности – "черные дыры". А ни искривленное пространство, ни пространство с черными дырами (или червоточинами – как пишут иногда) не противоречат условию "неизменности" эталона длины и времени при перемещениях в ПВ в соответствии с принципом относительности. Неизменность гарантирована определенностью метрических отношений через заданность или определенность метрического тензора. Неопределенность может скрываться только в неопределенности зависимости метрических отношений от распределения материи. И в дополнительных свойствах материи. Наиболее яркая из них – в существовании электромагнитных взаимодействий.

Ну а дальше – другая неопределенность. Наличие элементарных частиц. Квантовая неопределенность параметров материальных объектов. И наличие других типов взаимодействий.

3.2 Пространство: одна и та же точка? Событие

Пространство состоит из точек. Из множества точек. Целого континуума точек. И разные точки пространства как минимум отличаются друг от друга только тем, что они различимы. В математическом координатном представлении это отличие заключается в разных значениях координат. Если хотя бы одна координата – любая – отличаются, то имеется причина думать о них как о разных точках. В математике это не вызывает каких либо вопросов. Это с первого взгляда. Хотя …

Но в физике ситуация несколько меняется. И это связано с существованием дополнительных сущностей – материи и времени. Причем с одновременно раздельным и в то же время одновременным существованием и пространства, и времени, и материи. Действительно, возьмем какую–либо точку (x, y, z). Это пространственная точка. Можем предположить, что пространственная точка с координатами (x, y, z) во времени t остается всегда в одном и том же месте – если во времени эта точка покоится, точнее – движется, сохраняя свои пространственные координаты. И это, очевидно, "одна и та же пространственная точка во времени".

Но существует принцип относительности. Это значит, что преобразования координат никак не влияют на законы физики (и механики). И на определения тоже. Следовательно, мы должны предположить, что любые ИСО равноправны, и в движущейся со скоростью v ИСО также существует своя "одна и та же точка во времени". И она также должна покоиться. Если эти две точки в разных с.о. когда–то были одной и той же точкой, что очень возможно, то в разных ИСО они во времени пространственно расходятся, нарушая свойство "быть одной и той же точкой ПВ" и переходя в разряд "разных" точек. И это соображение подтверждается законом преобразования координат:

$$r^i(t) = {r_0}^i(t) - vt. \tag{3.1}$$

С другой стороны, некоторые две точки ПВ, определенные в своих двух ИСО в некоторый момент времени как "не одна и та же точка", со временем могут совместиться, превратившись в "одну и ту же точку":

$$r^i(t) + vt = {r_0}^i(t). \tag{3.2}$$

Вопрос: можно ли в пространстве и времени в свете вышесказанного определить инвариантное понятие "та же точка" и "другая точка"? Ответ заключается в следующем предложении: е**сли забыть первоначальную разметку ПВ, то уже будет невозможно восстановить "индивидуальность" определенной точки ПВ в пространстве и времени.**

Поэтому – Нет. Понятия "та же точка" и "другая точка" как пространственные точки можно определить для определенного момента времени в определенной с.о., но невозможно определить для разновременных точек. В ПВ все точки разные – и одновременно любые две точки можно сделать "одной и той же точкой" выбором с.о. Даже если эта точка находится в состоянии покоя (в какой–то с.о), сказать, что эта точка одна и та же точка ПВ в разные моменты времени, невозможно: для движущегося относительно этого объекта ИСО его положение постоянно меняется. Она не одна и та же. Она не инвариантна.

С 4–мерной т.з. понятие "событие" 4–мерного ПВ как точка ПВ определена не как одно и то же событие: они все различные. И они все равноправны. Определив класс эквивалентности "одна и та же точка ПВ" в свете вышесказанного как класс всех точек, которые можно соединить непрерывной координатной линией, мы получим класс связных точек ПВ. Множество всех таких точек определяет некоторое связное топологическое пространство. И такое топологическое пространство можно определить как однородное и изотропное в каждой своей точке ПВ.

3.3 А где материя? В чем она проявляется?

В свете сказанного – можно ли каждую точку ПВ объявить материальной? Ответ на этот вопрос требует определения, что такое "материя". Частично мы это определили в части **Основные понятия физики** как полевая и вещественная формы.

Из предыдущего рассмотрения понятия "одна и та же точка" можно сделать вывод, что свойство "быть материей", точнее – быть вещественной м.т., не может быть основано на свойстве однородности и изотропности ПВ. Вещественность предполагает "индивидуальность", "отличимость" точек ПВ или хотя бы тех, которые приняты как вещественные, в любой с.к. и любой с.о. Для этого в ней необходимо выделить особенность, обладающую свойством индивидуальности – и она не может быть выделена как локальная точка ПВ. Физически возможность выделения материи можно определить двумя способами.

1) Через задание в каждой точке некоторого "полевого" значения Φ как функции, зависящей от координаты точки:

$$\Phi = \Phi(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{r}) = \Phi(\boldsymbol{q}). \tag{3.3}$$

Этот способ широко применяется в физике. Таким образом задается, например, потенциальное гравитационное поле U:

$$U = U(t, r, m) = -g_{gr}\frac{m}{r}. \tag{3.4}$$

где g_{gr} – гравитационная постоянная,

m – гравитационная масса (заряд) тела,

r – расстояние от гравитирующего тела.

Гравитационный потенциал не является вещественной формой материи. Но и вещественные формы материи можно описать таким же образом. Например, поле плотности и скорости непрерывной сплошной среды (с.с.) (ρ, p^i) описывается 4–мерным векторным полем:

$$(\rho, V) = \left(\rho(t,r), p^i(t,r)\right) = \rho(t,r)\cdot\left(1, v^i(t,r)\right). \tag{3.5}$$

Здесь $\rho(t, r)$ – скалярное поле плотности с.с.,

$v^i(t, r)$ – 3–мерное векторное поле скоростей с.с.

А сами полевые функции могут иметь произвольную математическую форму и/или структуру, в частности – числовую. Выше определили скалярную и конечномерную векторную числовые формы.

2) Другой способ – через выделение "особой" "выколотой" точки в пространстве (возможно, и ПВ[40] – !) или другой топологической особенности. С одной стороны – она не может быть точкой ПВ – она из нее "выколота". Т.е. "материальная точка" или "особенность" выделяется и индивидуализируется топологически[41] – и при этом не принадлежит ей. Например, как "выколотая" точка или "удаленная" область пространства произвольной формы и размерности из некоторого объемлющего пространства – такая область, в принципе, уже не принадлежит полученному пространству. Но является ее предельным, граничным, объектом.

С другой стороны – можно не только "выкалывать", но и "сшивать" особенности или уже иметь готовую особенность, присутствующую в топологических характеристиках исходного пространства. Такими особыми формами являются двухмерные сфера и тор. И определенную таким образом топологическую "особенность" можно определить как точку, являющуюся "материальной точкой" или более сложным объектом. И при преобразованиях координат (т.е. при смене с.о.) она (форма) не должна терять свойство "быть выделенной " в силу своей постулированной материальности, что заключается в отличии свойства выделенности быть выделенным и в силу этого наблюдаемым и/или детектируемым. Относительно нее можно определить законы материальной природы. И она будет обладать определенными координатами, скоростью, ускорением при координатном представлении Пространства. Возможно, переменными – в зависимости от времени. Такими примерами можно считать так называемые "черные" ("белые") дыры и "кротовые норы".

И выделенная материальная точка ("дыра", "нора", объект) или сшиваемая область в нее вкладывается, делая ее не однородным[42].

Вкладывается. Вкладывается? Значит, м.о., пространство и время существуют раздельно от материи. Ну а как быть с триединством ПВ–материи? Триединство, или реляционность описания материи и пространства, при этом никуда не девается. Слово "вкладывается" не совсем верное. ПВ в каждой своей точке в этом смысле не обладает свойством материальности. Но оно однородно и изотропно. И симметрично. А ее "материальность" проявляется в ее особенностях. Структурных, топологических – некоторые из которых можно определить как "вырезание" или "вкладывание" особенности в ТП. Другие – как "сшивание" особенностей с границами.

С т.з. метрики – точнее, "псевдометрики" – в метрическом ПВ возможно существование трех различающихся типов векторных объектов. Они определяются знаками своих метрических характеристик (точнее, их квадратов) – т.е. они могут быть положительно и отрицательно определенными и равными нулю. Причем "свойства определенности" таких векторов при преобразованиях координат не могут измениться. И их можно связать с видами материи:

1) Объекты с положительно определенными "метриками" можно связать с вещественными объектами – только их можно "остановить" и перевести в состояние "покоя" выбором системы координат и локализовать. "Интервалы" в этом случае становятся чисто "временными" и причинно–связанными. Есть ход времени между концами вектора.

[40] В этом случае можно постулировать возможность изменения со временем количества материальных точек в результате "аннигиляции" и обратного к нему процесса. И даже закон Гюйгенса "каждая точка ПВ является вторичным источником волны" вполне в это вписывается.

[41] Такое выделение может осуществляться автоматически в точках и областях сингулярности при полевом задании особенности.

[42] Однородность, конечно, сохраняется во внутренних точках топологического пространства. Но особенности при этом никуда не деваются – они остаются особенностями. Но эти точки (области) будут обладать особыми предельными свойствами в пределах собственно топологических пространств, являясь пределами соответствующих последовательностей окрестностей как множества связных предельных точек.

2) Нуль–определенные связать с полевой материей – ни при каких преобразованиях координат их невозможно перевести в состояние покоя и локализовать. Очень похоже на решение вопроса "одна и та же точка?" "Интервалы" в этом случае становятся нейтральными нулевыми.

3) Отрицательно определенные – их можно связать с гипотетическими "тахионами" или просто назвать тахионоподобными. "Интервалы" в этом случае становятся чисто пространственными и не связанными причинно в традиционном понимании. Насчет их реальности и связи с какой–либо материей у физики пока нет ответа.

3.4 Понятие материального объекта

Ранее[43] я описал, что такое материальная точка (м.т.), система материальных точек (с.м.т.), сплошная среда (далее "с.с."), твердое тело (т.т.) и вообще что такое материальный объект (далее "м.о.").

Математически материальность пространства (или ее области) описывается функцией плотности, имеющей смысл "количества материального (количества м.т. или чего–то еще) в единице объема физического пространства". Мощность этого материального в любой области пространства может быть конечной, счетной и континуальной и в принципе более чем континуальной[44].

М.т. и состоящие из них с.м.т., и с.с., и т.т., и м.о. – все это, конечно, идеализированные физические материальные объекты (м.о.). М.т. – наиболее элементарная из них. Физически материальная точка – это материальное тело или другой физический объект, размерами и внутренней структурой которого можно пренебречь при описании его движения. При определении координатной системы каждая м.т. получает определенные значения координат. С точки зрения математического описания, м.т. – это выделенная точка геометрического пространства, которому приписаны материальные свойства, и она обладает свойством неделимости. С.м.т. – это несколько м.т. Материальные точки из с.м.т. можно нумеровать (индексировать).

С.с. – это уже область геометрического пространства, где каждой ее "континуальной" точке приписываются материальные и кинематические свойства, и она обладает предельными свойствами "плотности". Наиболее известными параметрами с.с. являются газ, жидкость и т.т. Каждая точка с.с. может иметь свои кинематические параметры движения, при этом форма ограниченной с.с. может меняться во времени как внешне, так и внутренне. И такое изменение структуры с.с. не может происходить чисто кинематически. Такое изменение происходит под действием внутренних сил, называемых "давлением". И, возможно, внешних сил. Т.к. кинематика не изучает внутренние силы, то движение газа и жидкости исключаем из рассмотрения.

Но т.т. можно оставить. Точнее, абсолютно твердое тело (а.т.т.) – это та же с.с. в форме т.т., но она, в отличие от с.с., не может изменять своей формы, как внешней, так и внутренней. И ее положение вполне можно определить через кинематические параметры максимум не более четырех принадлежащих ей точек, связанных не изменяющейся геометрической связью "расстояние" и ориентацией.

И вообще, с математической точки зрения м.о. – это особые выделенные структурированные объекты пространства. Их взаимосвязь с самим ПВ, в котором они находятся, может быть различным. Они могут быть как структурной частью ПВ как топологического, так и вложениями в нее как отдельных "вкладываемых" объектов. На них в некотором

[43] Основные типы м.о. были рассмотрены в разделе 2.1.1 "Основные понятия физики".
[44] Множество всех возможных функций плотности в пространстве–времени имеет мощность более чем континуум. Но не всякая функция плотности может соответствовать реальности.

смысле нарушается однородность и изотропность пространства, эти точки и области пространства отличаются от других, не материальных, областей.

3.5 Свойства материи

Физическая материя является "вложенным" в ПВ (но неразрывно соединенным, объединенным с ним) объектом и имеет особые свойства. Она обладает индивидуальностью, ей можно приписать координаты, скорость и ускорение, в то время как область пространства не обладает этим свойством. Любые две области ПВ как окрестности точки ТП, можно, конечно, выделить, и даже отследить их перемещения при преобразованиях, но их невозможно индивидуализировать. Если забыть первоначальную разметку ПВ, то уже будет невозможно восстановить ее "индивидуальность". В частности, м.т. является особенностью пространства, его особой, реперной точкой. И поэтому эту м.т. в связи с ее "физической", "материальной" выделенностью невозможно потерять как "м.т.". Ее материальная структура не потеряется. И невозможно ее окрестности спутать с другими окрестностями. Произвольная однородная изотропная точка ПВ таким свойством не обладает.

Вопрос: насколько реальны физические пространство, время, материя?

Ответ: настолько, насколько мы можем воспринимать их и изучать, измерять и сравнивать, помнить прошлое и предвосхищать будущее. Т.е., они реальны. Восприятие физического пространства у нас отождествляется с математическим числовым 3–мерным евклидовым пространством. Материя воспринимается нами как вложенные в это пространство "материальные объекты" в интерпретации "выделенная объемная особенность пространства"[45], обладающая некоторым предельным свойством, отличающим ее от других, которая в каждый момент времени t находится в конкретной точке (ограниченной области) пространства, определяемой координатами (x, y, z). Этот факт может быть записан в форме уравнения движения (см. далее):

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t). \tag{3.6}$$

или в эквивалентной форме с индексами:

$$r^i = r^i(t), \tag{3.7}$$

где индекс i пробегает значения от 1 до 3. Эта запись эквивалентна следующей[46]:

$$x = r^1 = r^1(t), y = r^2 = r^2(t), z = r^3 = r^3(t). \tag{3.8}$$

3.6 Взаимоотношения ПВ и материи

То, что мы рассматривали ранее, никаким образом не касалось геометрии (и косвенно – физики) процесса движения. Оно касалось только общего математического описания этого движения в непрерывных координатах, причем достаточно произвольного. В ней невозможно определить тип траектории движения, потому что нет инструментов для этого. В ней невозможно определить движение по прямой линии, по окружности или по дру-

[45] Это определение разрушает однородность и изотропность пространства, выделяя в ней некоторую "материальную точку". Но не времени. Эта точка в пространстве может быть определена топологически как "выколотая", не принадлежащая пространству, но идентифицирующая ее "предельную" особенность.

[46] Верхний индекс в математике обычно используется для 1) обозначения показателя степени и 2) определения нумерации так называемых контравариантных координат и индексов тензоров метрического риманова пространства. 3) Свободная интерпретация маловероятна, но возможна и будет специально оговорена или понятна по контексту.

гим типам траектории: все траектории движения одинаково равноправны. Для такого описания необходимы дополнительные определения, а именно – метрических отношений типа "расстояния" и "промежутков времени", параллельных, угла и перпендикуляра.

На практике довольно часто встречаются задачи на движение м.т. по определенного типа траектории. Примеры: движение по прямой, окружности, параболе. "Движение по прямой", "движение по окружности", "криволинейное движение", а также движение по любой другой траектории с определенными заранее свойствами, предполагает наложение на форму траектории некоторых алгебраических условий и уже по определению предполагает определенные геометрические свойства пространства описания движения, оставляющие эти свойства инвариантными относительно некоторых преобразований.

В реальной кинематике кроме 3–мерного пространства, еще рассматривается и 1–мерное время. В связи с этим появляется еще два понятия – равномерность и неравномерность, и связанное с ним метрическое понятие "промежуток времени". И дополнительные кинематические понятия типа "равномерное и неравномерное" движение.

Вместе с этими свойствами появляется вопрос – каковы свойства применяемого нами математического пространства и времени? Оказывается, самым общим свойством применяемого нами математического пространства и времени как образа реального является ее метризуемость. А также их однородность и изотропность. Как известно из школьной геометрии, "метризуемость через "расстояния" позволяет сравнивать геометрические, а следовательно, и физические объекты, у которых есть геометрические свойства. А возможность сравнивать – основное свойство физического объекта. Недаром придуманы эталоны, основная роль которых – сравнение сравнимых. А просто пространство и время и их объекты – несравнимы. Со сравнениями связаны и координатные системы, которые накладываются на ПВ с целью ее изучения.

И эти описания даются геометрией. Именно в ней определены понятия прямой, плоскости, угла и многих других производных от них понятий. А также метрические понятия – расстояния, длины, А через нее – и окружности. И даже промежутка времени.

4 Координаты в пространстве–времени и их преобразования. Абстрактный подход

Основным понятием кинематики является положение, движение и параметры положения и движения материального объекта в пространстве и времени. Движение однозначно определяется через ее положение, скорость, ускорение и т.д.

Определять положение и другие параметры м.о. по отношению к пустому ПВ невозможно [5, с.15]. Имеет смысл определять положение м.о. только по отношению к некоторой выбранной с.о. Абстрактно положение м.о. может быть определено по отношению к некоторой наложенной на ПВ **координатной сетке**. Физически можно определять положение м.о. по отношению к другому произвольно выбранному м.о., который называется **телом отсчета**. Связывая с этим телом систему координат, в которой тело отсчета, естественно, покоится, получаем физическую **систему отсчета** положений м.о.

Для полного описания положения и движения м.т. применяются специальные модельные математические пространства, способные адекватно описать любое его состояние и движение в любой выбранной с.о. Обычно такими пространствами являются n–мерные топологические метрические (или метризуемые, непрерывные, полные, плотные) числовые пространства. Положение м.т. в каждый момент времени t определяется координатами $\{t, r^i\}$: $i \in \{1..3\}$. Каждая пространственно–временная точка (t, r^i) называется событием. Множество 3–мерных точек пространства $\{r^i\}$ составляет траекторию м.т., а множество 4–мерных точек ПВ $\{q^i\}$ составляет мировую линию м.т. В случае обобщенных координат q^i: $i \in \{0..3..\}$ (соответствие не обязательно) можно говорить о траектории при соответствии $q^0 \sim t$, иначе можно говорить только о мировой линии. Точка с нулевыми значениями координат $\{t, r^i\} = (0, 0)$ называется началом с.к. и с.о.

Параметризация с помощью числового поля предполагает, что пространство является топологическим числовым метризуемым пространством. База топологии может быть определена через n–мерные параллелепипеды, где n – размерность пространства. Физически к параметризации предъявляются некоторые дополнительные требования. Это ее непрерывность и по возможности без сингулярностей. Непрерывность[47] параметризации пространства предполагает, что близкие точки имеют близкие координаты, и между любыми близкими точками имеются другие близкие точки (1.12). Если по–простому, то для любого значения координаты q^i из допустимой области ее значений в пространстве имеется соответствующая ей точка $P(q^i)$:

$$\text{(для) } \forall q^i \text{ (существует) } \exists P(q^i). \tag{1.12}$$

Этим достигается соответствие между абстрактным математическим пространством и моделью реального физического пространства. При этом предполагается, что пространство чисел непрерывно по определению и более того – оно полно[48]. И это можно доказать абстрактно–математически.

В связи с тем, что начало координат и направления осей координат могут быть выбраны произвольно, возникает задача преобразования координат из одной с.к. в другую. При этом должны удовлетворяться некоторые условия, соответствующие свойствам ре-

[47] Понятие "близкие точки" и "далекие" точки не имеют точного абстрактного математического определения. Это скорее интуитивное, чем математическое, понятие. Близость или далекость определяется в сравнении. Такими точками могут быть любые две точки, имеющие определенные координаты и/или конечное расстояние между ними. Но у непрерывности есть и точное определение через сечение Дедекинда.
[48] Полнота упорядоченного множества означает, что ее нельзя дополнить никаким другим элементом без нарушения этого свойства. В этом смысле целые числа упорядочены дискретно, рациональные числа не полны, а вещественные – полны (в смысле полноты по Дедекинду и Коши).

ального физического пространства. Первым условием является непрерывность новой параметризации и ее соответствие прежней: близкие точки должны остаться близкими. Другие свойства следуют из опытных данных о свойствах ПВ, изученных и постулированных учеными физиками. Наиболее известными свойствами являются свойства, постулированные в КФМН и механике специальной теории относительности: ее 3–мерная евклидовость, абсолютность и пространства, и времени, их однородность и изотропность, относительность.

4.1 Общие и частные виды преобразований координат пространства–времени

Преобразования координат есть преобразования из одной системы пространственных координат *K* в другое *K*': $K \to K'$: $\{q^i\} \to \{q^{\prime i}\}$. Преобразованные координаты – это просто другая параметризация точек пространства. Преобразования координат должны удовлетворять тому же условию (1.12) – непрерывности: близкие точки должны отображаться в близкие же точки, без разрушения топологических окрестностей и непрерывности параметров скорости и ускорения.

4.1.1 Общий вид преобразований координат

Наиболее простыми преобразованиями координат "время" и "расстояние", удовлетворяющими выдвинутым условиям, являются общие линейные преобразования координат аффинного ПВ:

$$\begin{cases} t^{0\prime} = \alpha_0^0 t^0 - \lambda_i^0 r^i - t_{(0)}{}^0, \\ r^{\prime i} = -\gamma_0^i t^0 + \beta_j^i r^j - r_{(0)}{}^i. \end{cases} \tag{4.1}$$

Здесь временной координате *t* соответствует индекс 0, а пространственным осям координат ненулевые значения. Параметры $t_{(0)}$ и $r_{(0)}{}^i$ соответствуют смещению начала координат новой с.о. в точку с координатами ($t_{(0)}$, $r_{(0)}{}^i$). При преобразованиях координат такие параметры преобразуются по законам преобразования тензоров ранга 2. Параметры преобразования α, β, λ и γ являются многокомпонентными объектами, состоящими из вещественных чисел, и могут иметь произвольные значения.

В 4–мерном пространстве здесь может быть задействовано до 4·4=16 независимых значений (чисел). В математической абстракции они не имеют какого либо специального значения, кроме как элементов преобразования числовых многокомпонентных В физической интерпретации они имеют вполне определенное физическое содержание. Если это преобразования координат модели физического ПВ, то эти параметры могут зависеть от параметра, интерпретируемого как взаимная "скорость" двух систем отсчета (ИСО) и угол поворота пространственных осей координат. Именно потому, что в данной работе мы эти преобразования применяем в физической интерпретации, при элементах λ и γ стоит знак "–". В этом случае скорость новой с.о. $v^{\prime i}$ будет определяться с положительным знаком при движении начала координат новой с.о. вдоль соответствующей оси координат. В физических приложениях размерность координаты t – секунда [с], r – метры [м]. Параметр λ выражается в единицах, обратных скорости – в [с/м] (секунды на метр), γ – в единицах скорости – [м/с], параметр α и β безразмерны.

Если быть менее строгим, то коэффициенты α, β, λ и γ могут быть представлены как скаляр, векторы и матрица преобразования координат: $\alpha \sim \alpha^0{}_0$, $\beta \sim \beta^0{}_0$, $\lambda \sim \lambda^0{}_0$, $\gamma \sim \gamma^0{}_0$. В этом случае временную координату *t* необходимо писать без индекса. Но при этом надо помнить, что они являются элементами матрицы:

$$\begin{cases} t' = \alpha t - \lambda_i r^i - t_{(0)}, \\ r'^i = -\gamma^i t + \beta^i_j r^j - {r_{(0)}}^i. \end{cases} \qquad (4.2)$$

В связи с возможностью записи координат в векторной и тензорной формах может возникнуть естественный вопрос: а насколько законно координаты точки пространства можно использовать как векторы? Действительно, вектор при любых преобразованиях координат в векторном пространстве не может обнулиться, а нулевой вектор не может стать не нулевым. А при произвольном выборе начала отсчета новых координат пространства преобразование смещения координат придаст нулевому исходному значению координат ненулевое значение, равное смещению (см. (4.2)). Поэтому интерпретация координат пространства как векторного пространства не совсем или не всегда корректна. Но всегда возможно использовать индексную нотацию, применяемую в векторном и тензорном исчислении, без претензий на ее векторность. Для законного использования индексной нотации векторного и тензорного исчислений пространство совместно с преобразованиями координат должно подчиняться требованиям (аксиомам) векторного и тензорного пространств. Для этого необходимо фиксировать начало ее координатной системы. Это же может относиться к скорости и ускорению – преобразованием перехода в ИСО, движущуюся со скоростью движения м.т. в исходном ИСО скорость можно обнулить. А это также противоречит свойствам векторного и тензорного исчислений. И даже ускорение переходом в ускоренную с.о. – а это ничем не запрещено – можно обнулить. Поэтому, прежде чем использовать векторное и тензорное исчисления с ее нотацией в кинематике и вообще в отношении к ПВ в физике, необходимо осознавать особенности их использования и быть готовым к неожиданным "следствиям". Но – разность полноразмерных координат двух разных точек пространства (или ПВ) невозможно обнулить и их можно использовать в качестве вектора. Но не полные координаты (частичные координаты, например, разновременные пространственные координаты двух точек) всегда можно обнулить выбором ИСО, начало координат которой проходит через обе точки.

В аффинном пространстве из геометрических объектов определены только прямые линии, отрезки, свойство их параллельности и проекция. В евклидовых пространствах дополнительно определено понятие "расстояния" и много других, связанных с ним определений и понятий, в т.ч. перпендикулярность прямых и отрезков, окружность и его радиус, и т.д. Далее мы рассмотрим преобразования координат пространств [23][49] без смещения[50]: $i,j \in \{1..3\}$, удовлетворяющие выдвинутым нами условиям. Они следующие[51]:

[49] Timin, Valery. Space, Time, Matter and Kinematics of a Point.
Пространство, время, материя и кинематика точки. Часть 1. [Электронный ресурс] // URL: viXra:2209.0108, (Последняя загрузка: 2022–09–24).
Timin, Valery. Часть 2. Физика без поля. Кинематика точки в пространстве–времени. (Последняя загрузка: 2022).
Timin, Valery. Часть 3. Физика без поля. Кинематика точки в пространстве–времени. (Последняя загрузка: 2022).
Timin, Valery. Output of Formulas for Transforming the Coordinates of Physical Space. Вывод формул преобразования координат физического пространства. [Электронный ресурс] // URL: https://vixra:2103.0143 , (Последняя загрузка: 2021–10–13).
[50] Дальнейшие уравнения преобразования координат по умолчанию также не учитывают смещения начал координатных с.о..
[51] В дальнейшем при использовании нескольких ИСО при параметрах ИСО буду использовать штрихи в количестве, соответствующем количеству штрихов при обозначении соответствующего ИСО, например, ИСО', ИСО'' $\to$ v, v', v'', α, α', α'', β, β', β'', и т.д. В аббревиатуре ИСО{штрихи} штрихи могут и опускаться – если понятно из контекста.

$$\begin{cases} t' = \alpha t - \lambda_i r^i, \\ r'^i = -\gamma^i t + \beta^i_j r^j. \end{cases} \tag{4.3}$$

Обратными к ним преобразованиями являются следующие:

$$\begin{cases} t = \dfrac{\|\alpha\| t' + \|\lambda_i\| r'^i}{\mathrm{Det}\|M\|}, \\ r^i = \dfrac{\|\gamma^i\| t' + \|\alpha\| r'^i}{\mathrm{Det}\|M\|}. \end{cases} \tag{4.4}$$

Здесь в двойных кавычках определены детерминанты матриц–дополнений к элементу под кавычкой. M – полная матрица преобразования.

Обратными преобразованиями[52] в двухмерном[53] случае являются следующие:

$$\begin{cases} t = \dfrac{\beta t' + \lambda r'}{\alpha\beta - \lambda\gamma} = \dfrac{\beta t' + \lambda r'}{\mathrm{Det}\|M\|}, \\ r = \dfrac{\gamma t' + \alpha r'}{\alpha\beta - \lambda\gamma} = \dfrac{\gamma t' + \alpha r'}{\mathrm{Det}\|M\|}. \end{cases} \tag{4.5}$$

При преобразованиях пространственных координат ПВ без пространственных поворотов пространственные координаты r^i удобно разделять на параллельную $r_{\|}^{\,i}$ (или продольную) и перпендикулярную $r_{\perp}^{\,i}$ (поперечную) к направлению скорости преобразования v^i составляющие. Впервые метод разделения на перпендикулярную и параллельную (или продольную/коллинеарную и поперечную) составляющие при преобразованиях координат по отношению к произвольному вектору скорости v^i движения ИСО был использован Герглоцем[54] для релятивистских преобразований координат.

В силу симметрии ПВ продольные и поперечные координаты преобразуются независимо друг от друга. При таком подходе уравнения преобразования координат можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} t' = \alpha t - \lambda_i r^i, \\ r_{\|}{}'^i = -\gamma^i t + \beta^i_j r_{\|}{}^j, \\ r_{\perp}{}'^i = -\gamma^i t. \end{cases} \tag{4.6}$$

В конкретных реальных случаях эти уравнения значительно упрощаются в силу зависимо-

52. Употребление без индексов говорит о преобразовании двухмерного ПВ или пространственно–временного буста при преобразовании точек ПВ в продольном к скорости v^i направлении. Преобразование координат в поперечном направлении требует отдельного рассмотрения и зависит от скорости течения эталонного времени и выбора способа ее синхронизации (не обязательно технически осуществимого).

53 Преимущественно двух измерений или двухмерных бустов ПВ многомерных пространств, проходящих через начало координат. Использование индексов при этом совершенно не обязательно и при наличии такового будет чисто формальным, указывающим на вектор пространственного направления буста, совпадающего с направлением движения ИСО. Это правило будет использоваться и далее.

54 Густав Херглотц (2 февраля 1881 г. – 22 марта 1953 г.) – немецкий чешский физик. Он наиболее известен своими работами по теории относительности и сейсмологии (см. [Электронный ресурс] Википедия; URL: https://translated.turbopages.org/proxy_u/en –ru.ru.068e11b9 –61ed3e85 –4a9437f2 – 74722d776562/https/en.wikipedia.org/wiki/History_of_Lorentz_transformations#Herglotz_(1911), последняя загрузка 23.01.2022).

сти параметров преобразования только от скорости преобразования v^i и ее квадрата v^2.

4.1.2 Преобразования координат абсолютного ПВ

Есть еще одна группа преобразований координат, принципиально отличающаяся от этих. Это преобразования типа "галилеевых" и Тангерлини [20][55]:

$$\begin{cases} t' = \alpha t, \\ r'^i = -\gamma^i t + \beta^i_j r^j. \end{cases} \tag{4.7}$$

В принципе этот случай можно представить как предельный случай от (4.3) при $\lambda \equiv 0$. Но он имеет и самостоятельный интерес.

Обратными к ним преобразованиями в двухмерном случае являются следующие:

$$\begin{cases} t = \dfrac{t'}{\alpha}, \\ r^i = \dfrac{\gamma^i t' + \alpha r'^i}{\alpha\beta} = \dfrac{\gamma^i}{\alpha\beta} t' + \dfrac{1}{\beta} r'^i = \dfrac{1}{\beta}\left(\dfrac{\gamma^i}{\alpha} t' + r'^i\right). \end{cases} \tag{4.8}$$

4.1.3 Физическая интерпретация

Преобразования (4.3) – (4.8) в представленном абстрактном виде не несут какой–либо полезной информации о физическом ПВ: это – просто набор возможных абстрактных математических линейных преобразований координат без какого–либо полезного (геометрического или физического) смысла. В случае предположения о геометрической ортонормированности данных преобразований для придания смысла необходимо определить геометрический смысл ортонормированности (см. стр. 18 "ортонормированность"). В случае предположения о каком–либо физическом смысле данных преобразований необходимо определить физический смысл и/или их интерпретацию. Эти смыслы кроются в геометрических/физических понятиях времени и расстояния[56], а также параллельности, перпендикулярности и эквивалентности, что отображается в (или через) эталонах длины и времени. Физическим следствием этих абстрактных преобразований координат как ортогональных является следующая физическая интерпретация: если в исходной с.к. эталонные часы и линейки, примененные к двум событиям a и b показывают значения t и r (или разности координат событий Δt и Δl) то в штрихованной с.к. эти же часы (или такие же) и линейка покажут значения t' и r' ($\Delta t'$ и $\Delta l'$) [57]. Результат может показаться абсурдным: часы и линейки могут замедляться и сокращаться, и это может быть положено в основу определения некоторого принципа относительности. И наоборот – сначала принцип относительности, затем – преобразования координат с.о., соответствующие им. А в общем – неважно, что раньше.

Может встать вопрос: относительно чего могут сокращаться и замедляться? Не отно-

---

[55] Якута, А. А. Механика. Лекции. //Редактор Алексей Александрович Якута (конспект подготовлен студентами, не проходил проф. редактуру и может содержать ошибки). – МГУ имени М.В. Ломоносова, Физический факультет. – 157 с. [Интернет–ресурс]. URL: https://teach–in.ru/file/synopsis/pdf/mechanics–yakuta–M.pdf . Последняя загрузка: 21.10.2021.

[56] Непосредственно через (4.3) – (4.8) этот смысл можно задать через использование метрических тензоров. Такой способ используется при использовании тензорного исчисления. Для однородных изотропных пространств удобнее пользоваться ортонормированными преобразованиями координат.

[57] Здесь рассматривается модель физического ПВ как плоского линейного пространства–времени. Геометрия реального ПВ может быть не только плоским, но и римановым пространством, как в ОТО А.Эйнштейна, в которой невозможно синхронизировать часы и расстояния с координатами.

сительно себя, конечно. Должны быть другие эталоны, с кем они сравниваются. Ответ – тривиален: конечно, другие эталоны, но взятые в другой с.о. А сравнение должно быть динамическим. Часы сравниваются в одной общей точке ПВ, линейки – в одной точке ПВ в одно и то же время при одной и той же ориентации в 3–мерном пространстве. Эталоны отличающихся точек ПВ сравнимы только при их совмещении в одной точке ПВ. Этот принцип вполне применим как к галилееву ПВ, так ПВ СТО. В ГПВ все эталоны независимо от состояния взаимного движения оказываются равными (абсолютными), в СТО – зависящими от относительной скорости и, следовательно, относительными.

Еще одно принципиальное условие, применимое к эталонам, следующее. Равные в состоянии относительного покоя эталоны должны оставаться равными независимо от того, какой путь они проходят между двумя процедурами сравнения.

В абстрактном математическом ПВ роль эталонных часов и линеек могут определять метрические тензоры.

Замечание: часы и линейки предполагаются эталонными и покоящимися в соответствующей с.о., а их показания соответствуют показаниям соответствующих проекций на соответствующие им оси координат математической абстрактной модели физической реальности.

4.1.4 Выводы

В физической интерпретации преобразований (4.3)..(4.8):

- коэффициент α совместно с λ_i (в преобразованиях координат АПВ $\lambda \equiv 0$) напрямую ответственен за скорость хода (замедление/ускорение) и степень относительности времени в ИСО относительно исходной.
- параметр $\lambda_i \neq 0$ ответственен за "относительность" понятий "время" и "пространство" ПВ. Абстрактно–математически смысл смешения заключается в смешении с временными пространственных направлений ПВ некоторой линейной функцией – см. (4.3):1. В результате координата "время" (а с ним и пространственная координата) перестает быть абсолютной.
- коэффициент γ^i отвечает за движение начала координат ИСО в исходной с.о., за счет чего также происходит смешение уже с пространственными временных координат. Эта "относительность" обычно никем и никак не отмечается.
- коэффициент β^i_j отвечает за "деформацию" пространственных координат ИСО, которая состоит из двух частей: 1) вращение и 2) деформацию пространства. Деформация может представлять собой сокращение или ее растяжение, а также смещение пространственных слоев. В изотропном пространстве это явление можно подразделить на две части: продольную – вдоль направления движения ИСО, и две радиально–поперечные, перпендикулярные к направлению движения ИСО;
- физически все параметры могут зависеть от скорости v^i физического ИСО – см. далее. Абстрактно такой зависимости может и не быть, т.к. параметры математически определенного преобразования координат не связаны с физически определенной скоростью другой с.к. Математика – это еще не физика. Физика – не только математика.

В здравом уме и твердой памяти можно объяснить только те значения этих коэффициентов, которые соответствуют преобразованиям галилеева пространства (см. 5.1 "Галилеево пространство"). Все остальные интерпретации не очевидны и не объяснимы здравым умом. Но Природа богаче, чем воображают наши мозги, и здравый смысл не всегда и не каждому человеку может помочь понять ее. И новые интерпретации абстрактных преобразований координат модельного математического ПВ для описания реального ПВ начали появляться и осмысливаться в трудах великих ученых только в конце XIX – начале XX веков.

4.2 Связь параметров со скоростью v^i преобразования координат ИСО в физической интерпретации

Здесь рассмотрим физическую интерпретацию преобразований (4.3) для случая ПВ[58] (t, r^i). Исходно в математической абстракции преобразования (4.3) не имеют связи с физикой, хотя физика пользуется понятиями координаты пространства и времени и ее ортонормированных преобразований. Для физической интерпретации свободные параметры α, β, λ и γ преобразований необходимо связать с преобразованиями координат из одного ИСО в другое, движущееся со скоростью v' относительно первого, и связь с ортогональностью и нормированностью осей координат. И поэтому параметры α, β, λ и γ с необходимостью должны быть связаны с этой скоростью ИСО. Интуитивно прямой связи между этими параметрами и скоростью в уравнениях (4.2), (4.7) не имеется. Но есть некоторые подсказки.

4.2.1 Связь параметра γ со скоростью v^i ИСО'

Для начала рассмотрим влияние скоростного параметра v'^i на второе из уравнений (4.3):2. Влияние скорости на преобразования координат должно отражаться на коэффициентах β и γ:

$$r'^i = -\gamma^i(v'^i)t + \beta_{ij}(v'^i)r^j. \tag{4.3)*:2}$$

Подсказка заключается в том, что начала координат новой системы координат (r'^i, t') (ИСО) в старой (r^i, t) должны находиться на линии $r^i = v'^i t$, и притом эта линия одновременно является осью координат t' новой ИСО. А это возможно при соблюдении следующего условия:

$$v'^i = \frac{\gamma^i}{\beta}. \tag{4.9}$$

Это – тангенс угла наклона уравнения этой линии движения начала координат штрихованного ИСО по отношению к временной оси. Из него следует отношение:

$$\gamma^i = v'^i \beta. \tag{4.10}$$

И окончательно для пространственной координаты r^i имеем следующее преобразование:

$$r'^i = -\beta(v'^i)v'^i t + \beta(v'^i)r^i = \beta(v'^i)\left(-v'^i t + r^i\right). \tag{4.11}$$

Связи с ортонормированностью осей координат здесь нет. Для АПВ $\alpha\beta = 1$, поэтому можем записать с использованием параметра преобразования α:

$$r'^i = \frac{-v'^i t + r^i}{\alpha(v'^i)}. \tag{4.12}$$

4.2.2 Связь параметра λ со скоростью vi ИСО'

Рассмотрим также влияние скоростного параметра на первое из уравнений (4.3). Влияние скорости на преобразования координат должно отражаться на коэффициентах α и λ:

$$t' = \alpha\left(v'^i\right)t - \lambda_i\left(v'^i\right)r^i = \alpha\left(t - \frac{\lambda_i r^i}{\alpha}\right) = \alpha\left(t - \lambda''_i r^i\right). \tag{4.3)*:1}$$

Из этого уравнения следуют следующие напрашивающиеся выводы.

[58] Для евклидова пространства интерпретация будет другой – см. далее.

1). Если в этом уравнении зафиксируем значение координаты времени t', то уравнение будет давать множество слоев одновременности штрихованной с.к., соответствующие зафиксированным значениям времени t' ИСО, и соответствующее скорости ИСО v'. Причем одновременность ИСО' – это не то же самое, что является одновременностью исходного УАИСО.

2). При тождественном преобразовании координат $t = t'$ значение λ/α тождественно равно нулю – по определению, что возможно только при $\lambda{:}\{v' = 0\} = 0$. Т.к. это преобразование соответствует скорости ИСО $v' = 0$, то это возможно только при $\alpha{:}\{v' = 0\} = 1$.

3). Т.к. при малых значениях скорости ИСО' это уравнение должно быть линейным от изменения координат, то параметры преобразования λ и α должны линейно зависеть от скорости. Как результат этих размышлений, в ближайшей окрестности скорости $v' \sim 0$ уравнение должно быть линейным с коэффициентом линейности k от координат t и r:

$$t' = t(1 + k_t v') - kv'^i r^i = t'':$$
$$\begin{cases} 1 + k_t v' = \alpha, \\ kv'^i = \lambda''^i = \dfrac{\lambda^i}{\alpha}. \end{cases}$$

Здесь t'' – система координат, соответствующая преобразованиям координат в ближайшей окрестности скорости $v' = 0$. Т.к. в силу изотропности ПВ зависимость изменения координаты t' не должна зависеть от направления скорости v' ИСО', то коэффициент k_t должен быть равен нулю, а связанный с ним параметр α может зависеть от v' только в высшей, как минимум – второй, степени от скорости, поэтому в ближайшей окрестности $v' = 0$ им можно пренебречь. В результате в окрестности $v' = 0$ имеем:

$$t' = t - kv'^i r^i = t'' = \varphi. \tag{4.13}$$

Свободным членом здесь является коэффициент k. При $k \neq 1$ это уравнение представляет собой уравнение распространения фазы φ некоторого периодического волнового процесса в направлении движения ИСО' и формально связывает пространственные и временные координаты, делая их относительными и позволяя их сравнивать:

$$A = \sin(t'') = \sin\left(\varphi\left(t, r^i\right)\right) = \sin\left(t - kv'^i r^i\right). \tag{4.14}$$

Возможность сравнения позволяет определить их ортогональность. Правда, специальную, не евклидову ортогональность.

При $k = 0$ это уравнение, в противоположность предыдущему случаю, не дает механизмов для сравнения пространственных и временных координат, но знание из предыдущего случая возможности их сравнения дает право определить процедуру для их сравнения и определения ортогональности в АПВ и его противоположности через уравнения (4.14). Это право будет ущербным, но чего не сделаешь ради ~~альтернативы~~ с целью анализа, зная, что это возможно. Первый случай соответствует 1) дорелятивистским преобразованиям, а также 2) преобразованиям Лоренца, а второй – преобразованиям координат АПВ, в частности – 1) галилеевым и 2) Тангерлини.

Фактически уравнение (4.13) представляет собой условие синхронизации времени в ИСО' с использованием вместо (эталонных) часов фазы распространяющейся волны. Неважно какой – материальной, абстрактной или информационной.

Для выяснения физического смысла синхронизации времени проведем некоторые манипуляции. При учете не единичной фундаментальной скорости распространения информации (волны) $c \sim c_{inf} \neq 1$ с $k = 1$ уравнение (4.13) может быть записано в виде:

$$t'' = \left(t - \frac{v'^i}{c^2} r^i\right). \tag{4.15}$$

Проведя замену:

$$r^i = \frac{r^i}{t} t = v'^i t, \tag{4.16}$$

соответствующее уравнению линии оси координат *t*', мы получим новое уравнение:

$$t'' = t - \frac{v'^i}{c^2} v'^i t = \left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right) t. \tag{4.17}$$

Этот результат говорит о том, что в абсолютном ИСО" с двумя штрихами скорость хода времени в окрестности $v = 0$ безусловно замедляется. И это замедление времени хотя и мало, но оно принципиально существует, изотропно и по своему значению точно соответствует замедлению времени прохождения сигнала в ИСО" УАИСО при его двустороннем распространении в продольном направлении "туда" и "обратно" по сравнению с временем прохождения в исходной не штрихованной УАИСО.

Найдем условие синхронизации часов в ИСО', или уравнение плоскости одновременности с представителем T_0. Одновременные точки должны удовлетворять условию:

$$\begin{gathered} t'' = t - \frac{v'^i}{c^2} r^i = T_0 = \text{const} \rightarrow \\ t = T_0 + \frac{v'^i}{c^2} r^i. \end{gathered} \tag{4.18}$$

Тогда имеем следующее уравнение для пространственной координатной линии начала координат ИСО':

$$t = \frac{v'^i}{c^2} r^i. \tag{4.19}$$

Одним из представителей класса таких плоскостей является точка начала координат T_0 = 0.

В общем случае больших скоростей необходимо восстановить присутствие параметра α. Найдем окончательное уравнение для элемента λ из сопоставления (4.15) и (4.3):1. Из них следует, что

$$\begin{gathered} t' = \alpha(v'^i) t - \lambda^i(v'^i) r^i = \alpha\left(t - \frac{\lambda^i r^i}{\alpha}\right) \rightarrow \\ \lambda^i = \alpha \frac{v'^i}{c^2} \rightarrow v'^i = \frac{\lambda^i c^2}{\alpha} \end{gathered} \tag{4.20}$$

Окончательно имеем следующее преобразование временной координаты t:

$$t' = \alpha\left(t - \frac{\lambda^i r^i}{\alpha}\right) = \alpha\left(t - \frac{v'^i}{c^2} r^i\right). \tag{4.21}$$

4.2.3 Преобразования координат с использованием скорости v^i ИСО'

Для ПВ общего типа

На основании проведенного анализа зависимости параметров общего преобразования координат (4.3) и (4.7) от скорости v'^i ИСО' из четырех параметров (без индексов!) можно оставить только два – α и β, а в АПВ – всего лишь один параметр α. Совместно со скоростными параметрами (скоростью ИСО v^i и фундаментальной скоростью c) – опять те же четыре (в АПВ – три). Физика накладывает ограничение – количество параметров преобразования координат должна состоять всего лишь максимум – из двух (v и c) (пример – релятивистское ПВ – см. ниже (4.27)), минимум – из одного параметра – v (пример – галилеево ПВ – см. ниже (4.28)). Именно параметр скорости v является определяющим для преобразования, а параметр c – ее ограничением. Параметры α и β должны зависеть от них.

Модифицированные уравнения с соответствующими им обратными будут следующими. Для общего случая с использованием не единичной скорости $c \neq 1$ уравнения преобразования координат запишутся в следующем виде (без промежуточных выкладок):

$$\begin{cases} t' = \alpha\left(t - \frac{v'^i}{c^2} r^i\right), \\ {r_{||}}'^i = \beta\left(-v'^i t + {r_{||}}^i\right), \\ 1) {r_\perp}'^i = \frac{{r_\perp}^i}{\alpha}, \\ 2) {r_\perp}'^i = \frac{{r_\perp}^i \sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}{\alpha}. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\alpha\left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right)}\left(t' + \frac{\alpha v'^i}{\beta c^2} r'^i\right), \\ {r_{||}}^i = \frac{1}{\beta\left(1 - \frac{v'^2}{c^2}\right)}\left(\frac{\beta v'^i}{\alpha} t' + {r_{||}}'^i\right), \\ 1)\ {r_\perp}^i = \alpha {r_\perp}'^i, \\ 2)\ {r_\perp}^i = \frac{\alpha {r_\perp}'^i}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}. \end{cases} \tag{4.22}$$

Здесь 1) и 2) (и далее) – варианты распространения волны в поперечном направлении – 1) волновой вариант как в АПВ и 2) корпускулярно–волновой в общем случае. Ну и плюс, конечно, параметры смещения по времени $\Delta t_{(0)}$ и преобразования пространственных координат – смещения на вектор $\Delta s_{(0)}{}^i$ и поворота вокруг единичной оси θ^i на угол $\Delta\varphi$.

Приведу промежуточные выкладки. Из (4.22):1.1 имеем:

$$t' = \alpha\left(t - \frac{v'^i}{c^2} r^i\right) \rightarrow t = \frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} r^i.$$

Найдем r^i из (4.22):1.2:

$${r_{||}}'^i = \beta\left(-v'^i t + {r_{||}}^i\right) \rightarrow {r_{||}}^i = \frac{{r_{||}}'^i}{\beta} + v'^i t.$$

Вместо t подставим ее значение из предыдущего уравнения:

$$r^i = \frac{r'^i}{\beta} + v'^i\left(\frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} r^i\right) = \frac{r'^i}{\beta} + v'^i \frac{t'}{\alpha} + v'^i \frac{v'^i}{c^2} r^i \rightarrow$$

$$r^i\left(1 - \frac{{v'^i}^2}{c^2}\right) = \frac{r'^i}{\beta} + v'^i \frac{t'}{\alpha} \rightarrow$$

$$r^i = \frac{\frac{r'^i}{\beta} + v'^i \frac{t'}{\alpha}}{1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}} = \frac{\frac{\beta v'^i}{\alpha} t' + r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)}. \tag{4.23}$$

Для вывода уравнения преобразования координаты времени t подставим это решение в первое из уравнений:

$$t = \frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \cdot \frac{\frac{\beta v'^i}{\alpha} t' + r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} = \frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{\frac{\beta v'^i}{\alpha} t'}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} =$$

$$= \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{\frac{\beta v'^i}{\alpha}}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)}\right) t' + \frac{v'^i}{c^2} \frac{r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{\frac{\beta v'^i}{\alpha}}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)}\right) t' + \frac{v'^i}{c^2} \frac{r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} =$$

$$= \left(1 + \frac{v'^i}{c^2} \frac{\beta v'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)}\right) \frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} = \left(1 + \frac{v'^{i2}}{c^2\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)}\right) \frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} \frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{r'^i}{\beta\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} \left(\frac{t'}{\alpha} + \frac{v'^i}{c^2} \frac{r'^i}{\beta}\right) \rightarrow$$

$$t = \frac{1}{\alpha\left(1 - \frac{v'^{i2}}{c^2}\right)} \left(t' + \frac{\alpha v'^i}{\beta c^2} r'^i\right). \tag{4.24}$$

Для общего случая с использованием фундаментальной скорости $c \equiv 1$ эти же преобразования координат запишутся в следующем, несколько измененном, без явного использования скорости $c \equiv 1$, виде:

$$\begin{cases} t' = \alpha\left(t - v'^i r^i\right), \\ r_{||}'^i = \beta\left(-v'^i t + r_{||}{}^i\right), \\ 1) r_{\perp}'^i = \frac{r_{\perp}{}^i}{\alpha}, \\ 2) r_{\perp}'^i = \frac{r_{\perp}{}^i \sqrt{1 - v'^2}}{\alpha}. \end{cases} \rightarrow \qquad \begin{cases} t = \frac{1}{\alpha(1 - v'^2)}\left(t' + \frac{\alpha v'^i}{\beta} r'^i\right), \\ r_{||}{}^i = \frac{1}{\beta(1 - v'^2)}\left(\frac{\beta v'^i}{\alpha} t' + r_{||}'^i\right), \\ 1)\ r_{\perp}{}^i = \alpha r_{\perp}'^i, \\ 2)\ r_{\perp}{}^i = \frac{\alpha r_{\prime\perp}{}^i}{\sqrt{1 - v'^2}}. \end{cases} \tag{4.25}$$

Для формального получения уравнений (4.25) достаточно в уравнениях (4.23) и (4.24) принять $c \equiv 1$.

Для ПВ абсолютного типа

Для АПВ (без промежуточных выкладок) остается всего один параметр – скорость течения времени α, а совместно с фундаментальным скоростными параметрами v и c – те же три:

$$\begin{cases} t' = \alpha t, \\ r_{||}{'}^{i} = \dfrac{-v'^{i}t + r_{||}{}^{i}}{\alpha}, \\ 1) r_{\perp}{'}^{i} = \dfrac{r_{\perp}{}^{i}}{\alpha}, \\ 2) r_{\perp}{'}^{i} = \dfrac{r_{\perp}{}^{i}\sqrt{1-v'^{2}}}{\alpha}. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{t'}{\alpha}, \\ r_{||}{}^{i} = \dfrac{v'^{i}t'}{\alpha} + \alpha r_{||}{'}^{i}, \\ 1)\ r_{\perp}{}^{i} = \alpha r_{\perp}{'}^{i}, \\ 2)\ r_{\perp}{}^{i} = \dfrac{\alpha r_{\perp}{'}^{i}}{\sqrt{1-v^{2}}}. \end{cases} \quad (4.26)$$

Для вывода (получения) уравнений (4.26):2 достаточно в уравнениях (4.23) и (4.24) принять $c = \propto$.

Скорость v^i ИСО для наблюдателя ИСО' во всех случаях в соответствии с (4.9) определяется как $\beta v'^{i}/\alpha$. А в соответствии с (4.20) определяется как $\alpha v'^{i}/\beta$. Если примем, что эти скорости должны быть равными (что, в общем, разумно, но пока ниоткуда не следует), то приходим к равенству параметров α и β, γ и λ.

На первый взгляд (4.26) и (4.25) не являются ковариантными уравнениями, т.к. уравнения прямого и обратного преобразований по форме сильно отличаются. Но в этой общей нековариантности есть "лучики" ковариантности. И их можно найти. Для этого необходимо эти уравнения преобразований координат просто решить с учетом некоторых условий по отношению к параметрам, соответствующим принципу ковариантности.

Из этих уравнений, применив принцип ковариантности между прямым и обратным преобразованиями, уже можно сделать некоторые выводы об уравнениях преобразования координат.

Из уравнения (4.25) принцип ковариантности требует равенства между α и 1/α.Тогда (4.25) можно записать в виде (также без промежуточных выкладок):

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{1}{\alpha(1-v'^{2})} \\ \alpha = \dfrac{1}{\beta(1-v'^{2})} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha^{2} = \dfrac{1}{1-v'^{2}} \\ \alpha = \beta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1-v'^{2}}} \\ \alpha = \beta \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t' = \dfrac{t - v'^{i}r^{i}}{\sqrt{1-v'^{2}}}, \\ r_{||}{'}^{i} = \dfrac{-v'^{i}t + r_{||}{}^{i}}{\sqrt{1-v'^{2}}}, \\ \cancel{1) r_{\perp}{'}^{i} = \dfrac{r_{\perp}{}^{i}}{\sqrt{1-v'^{2}}}}, \\ 2) r_{\perp}{'}^{i} = r_{\perp}{}^{i}. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{t' + v'^{i}r'^{i}}{\sqrt{1-v^{2}}}, \\ r_{||}{}^{i} = \dfrac{v'^{i}t' + r_{||}{'}^{i}}{\sqrt{1-v^{2}}}, \\ \cancel{1)\ r_{\perp}{}^{i} = \dfrac{r_{\perp}{'}^{i}}{\sqrt{1-v^{2}}}}, \\ 2)\ r_{\perp}{}^{i} = r_{\perp}{'}^{i}. \end{cases} \quad (4.27)$$

Вариант 1), соответствующий волновому закону распространения поперечной волны, не соответствует принципу ковариантности, а вариант 2), соответствующий корпускулярно–волновому закону распространения поперечной волны, при котором перпендикулярные направления не изменяют своих значений, является ковариантным. Эти преобразования точно соответствуют релятивистским преобразованиям Лоренца РП.

Из уравнения (4.26) принцип ковариантности требует равенства между α и 1/α. Для этого необходимо их приравнять единице. Тогда (4.26) можно записать в виде (также без подробных промежуточных выкладок):

$$\alpha = 1/\alpha \rightarrow \alpha = 1 \rightarrow$$

$$\begin{cases} t' = t, \\ {r_{||}}'^{i} = -v'^{i}t + {r_{||}}^{i}, \\ 1) {r_{\perp}}'^{i} = {r_{\perp}}^{i}, \\ \cancel{2) {r_{\perp}}'^{i} = {r_{\perp}}^{i}\sqrt{1 - v'^{2}}}. \end{cases} : i \in \{1..3\} \rightarrow \begin{cases} t = t', \\ {r_{||}}^{i} = v'^{i}t' + {r_{||}}'^{i}, \\ 1) {r_{\perp}}^{i} = {r_{\perp}}'^{i}, \\ \cancel{2) {r_{\perp}}^{i} = \frac{{r_{\perp}}'^{i}}{\sqrt{1 - v'^{2}}}}. \end{cases} \qquad (4.28)$$

Эти преобразования точно соответствуют галилеевым преобразованиям ГПВ. Вариант 1) для перпендикулярных направлений является ковариантным, а вариант 2), соответствующий корпускулярно–волновому закону распространения перпендикулярной волны, и не соответствует принципу ковариантности.

4.3 Группа общих преобразований координат

Группа общих преобразований координат определяется уравнениями (см. (4.3) и (4.4)) с ненулевыми параметрами.

4.3.1 Условия ортонормированности пространств общего типа

Среди всех преобразований имеется группа ортонормированных преобразований координат. В случае уравнения преобразования координат общего типа пространств (4.3) и (4.4) первая строка будет определять условие синхронизации часов в новой системе координат и относительную скорость ее хода, определяя этим слой одновременности, а вторая – перемещение начала координат во времени и ее новую разметку, через которую определяются расстояния. При этом подпространство t = const для каждой из ИСО будет подпространством одновременных событий.

Не теряя общности, можно принять, что и группа ортонормированных преобразований координат определяется этими же уравнениями. Для (4.3) и (4.4) это означает выполнение некоторых дополнительных условий ортонормированности. Из линейной алгебры известно, что п**араметры группы общих ортонормированных преобразований координат** пространств (4.3) обладают следующими свойствами:

$$\begin{gathered} Det\|M\| = 1 : i\epsilon\{1,2,3\}, \\ \alpha\beta - \lambda\gamma = 1 : \{\alpha, \beta, \lambda, \gamma \neq 0\}. \end{gathered} \qquad (4.29)$$

(вторая строка – для двухмерного случая). Употребление без индекса соответствует двухмерному ПВ. В многомерном случае это выражение является детерминантом матрицы преобразований координат. Это уравнение говорит о том, что определитель матрицы преобразований координат должен быть равен единице. Оно говорит также о том, что координатный 4–мерный "объем" возможных преобразованных "объемных" объектов не может измениться.

Дополнительные свойства относятся к строкам и столбцам матрицы преобразований:

$$\begin{cases} \alpha^2 \pm \lambda^2 = 1, \\ \beta^2 \pm \gamma^2 = 1, \\ \alpha\gamma \pm \lambda\beta = 0. \end{cases} \begin{cases} \alpha^2 \pm \gamma^2 = 1, \\ \beta^2 \pm \lambda^2 = 1, \\ \alpha\lambda \pm \gamma\beta = 0. \end{cases} : i\epsilon\{1,2,3\}, \qquad (4.30)$$

Отрицательные знаки в символе "±" соответствуют гиперболической (псевдоевклидовой) метрике соответствующего ПВ, а положительные – евклидовой. Уравнения первых двух строк являются квадратами соответствующих строк и столбцов псевдоевклидова и евклидова пространств. Они соответствуют нормированности каждой строки и столбца матрицы преобразований. И они должны быть равны единице – в силу своей нормированности. Третьи строки есть перекрестные произведения первых строк или столбцов друг на друга. Они должны быть равны нулю – в силу их взаимной ортогональности. Совместно с предыдущим условием они говорят об ортонормированности преобразований координат.

Это общие свойства тензоров. Из них следует только то, что α и β, а также λ и γ должны быть попарны равны друг другу или иметь противоположные знаки. Действительно, для последней строки можем записать:

$$\begin{cases}\alpha\gamma-\beta\lambda=0\\ \alpha\lambda-\beta\gamma=0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\alpha\gamma\lambda-\beta\lambda\lambda=0\\ \alpha\gamma\lambda-\beta\gamma\gamma=0\end{cases}\rightarrow$$

После вычитания из верхней строки нижней имеем:

$$0-\beta\lambda\lambda+\beta\gamma\gamma=0\rightarrow$$
$$-\beta\left(\lambda^2-\gamma^2\right)=0\rightarrow$$
$$\gamma=\pm\lambda.$$

Точно также можем определить, что $\alpha = \beta$. И общее решение уравнения для ортонормированных преобразований координат будет следующим:

$$\begin{cases}\alpha=\beta,\\ \gamma=\pm\lambda\rightarrow\alpha=\sqrt{1\mp\gamma^2},\beta=\sqrt{1\mp\lambda^2}.\end{cases}\tag{4.31}$$

Несмотря на большое количество уравнений с условиями, они не могут дать однозначного решения для параметров уравнений группы ортонормированных преобразований координат. Но есть общий вывод, который можно получить из этих свойств и решений: знание любого из параметров α, β, λ и γ полностью определяет все остальные параметры матрицы преобразований, и они все зависят от одного единственного параметра. Для примера рассмотрим следующую простую зависимость, при условии, что параметр γ нам известен. Тогда, в соответствии с приведенными свойствами, (4.3) для псевдоевклидова пространства имеет единственное решение:

$$\begin{cases}t'=\alpha t-\sqrt{1-\alpha^2}r^i\\ r'^i=-\sqrt{1-\alpha^2}t+\alpha r^i\end{cases}\text{или}\begin{cases}t'=\sqrt{1+\gamma^2}t-\gamma r^i\\ r'^i=-\gamma t+\sqrt{1+\gamma^2}r^i\end{cases}\tag{4.32}$$

А для евклидова[59] случая следующее решение:

$$\begin{cases}t'=\alpha t+\sqrt{1-\alpha^2}r^i\\ r'^i=-\sqrt{1-\alpha^2}t+\alpha r^i\end{cases}\text{или}\begin{cases}t'=\sqrt{1-\gamma^2}t+\gamma r^i,\\ r'^i=-\gamma t+\sqrt{1-\gamma^2}r^i.\end{cases}\tag{4.33}$$

Можно проверить, что эти преобразования ортогональны и нормированы при любом значении параметра α или γ. И притом единственны – нет других общих типов преобразований координат (но есть более частные преобразования координат АПВ – но об этом далее).

Полученные нами решения полностью отметают в качестве ортонормированных любые решения хотя бы с одним нулевым элементом среди α, β, λ и γ. Но преобразования с нулевыми элементами среди них заслуживают отдельного рассмотрения.

4.3.2 Композиция общих преобразований и закон сложения скоростей

Найдем уравнения композиция преобразований из ИСО' в ИСО".

[59] Случай преобразований координат евклидова пространства в данной работе не рассматривается. Задача данной работы – рассмотрение пространства–времени $\{t, r^i\}$и преобразований координат в ней. Евклидово пространство рассмотрено в предыдущей работе

Преобразования АПВ в общем случае из произвольного ИСО в другое произвольное ИСО будут содержать параметры скорости в АИСО обеих взаимно преобразуемых ИСО. Преобразование из одного ИСО в другое происходит в два этапа: 1) проводим обратное преобразование из первого однажды штрихованного ИСО в не штрихованное АИСО; 2) проводим прямое преобразование из АИСО в дважды штрихованное второе ИСО с использованием полученных координат без штриха. Для двухмерного случая они следующие:

$$1)\begin{cases} t = \beta' t' + \lambda'_i r'^i, \\ r^i = \gamma'^i t' + \alpha' r'^i. \end{cases} \& \ 2)\begin{cases} t'' = \alpha'' t - \lambda''_i r^i, \\ r''^i = -\gamma''^i t + \beta''^i_j r^j. \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t'' = \alpha''\left(\beta' t' + \lambda'_i r'^i\right) - \lambda''_i\left(\gamma'^i t' + \alpha' r'^i\right), \\ r''^i = -\gamma''^i\left(\beta' t' + \lambda'_i r'^i\right) + \beta''^i_j\left(\gamma'^i t' + \alpha' r'^i\right) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t'' = \left(\alpha''\beta' - \lambda''_i\gamma'^i\right)t' - (-\alpha''\lambda'_i + \lambda''_i\alpha')r'^i, \\ r''^i = -\left(\gamma''^i\beta' - \beta''^i_j\gamma'^i\right)t' + \left(-\gamma''^i\lambda'_i + \beta''^i_j\alpha'\right)r'^i. \end{cases} \tag{4.34}$$

Из этих преобразований видно, что 1) если вторая ИСО покоится, то преобразования соответствуют обратным преобразованиям. Этого и следовало ожидать – второе ИСО и есть АИСО. 2) Если первая ИСО' покоится, то преобразования соответствуют прямым преобразованиям. Этого и следовало ожидать – первая ИСО и есть АИСО. 3) Если ИСО1 = ИСО2, то преобразование становится тождественным независимо от состояния их движения.

Для нахождения результирующей скорости ИСО'' по отношению к ИСО' найдем отношение (4.9):

$$v^i = -\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma''^i\beta' - \beta''^i_j\gamma'^i}{-\gamma''^i\lambda'_i + \beta''^i_j\alpha'}.$$

Выполнив замену $\gamma^i = v^i\beta$, имеем следующий результат:

$$v^i = \frac{v''^i\beta''\beta' - \beta''^i_j v'^i\beta'}{-v''^i\beta''\lambda'_i + \beta''^i_j\alpha'} = \frac{\left(v''^i - v'^i\right)\beta'}{\alpha' - v''^i\lambda'_i} = \frac{\left(v''^i - v'^i\right)}{\frac{\alpha'}{\beta'}\left(1 - v''^i\frac{\lambda'_i}{\alpha'}\right)} =$$

$$v^i = \frac{\left(v''^i - v'^i\right)}{\frac{\alpha'}{\beta'}\left(1 - v''^i\frac{\alpha v'^i}{\alpha'}\right)} \rightarrow \tag{4.35}$$

Это уравнение дает формулу сложения (точнее, вычитания) скоростей ИСО' из ИСО'' в АПВ. Для нашего случая оно равно скорости движения начала координат результирующей ИСО'' в исходном ИСО'. А закон сложения скоростей можно получить из (4.35), разрешив ее относительно v'':

$$v^i = \frac{\left(v''^i - v'^i\right)}{\frac{\alpha'}{\beta'}\left(1 - v''^i v'^i\right)} \rightarrow v^i\frac{\alpha'}{\beta'} - v^i\frac{\alpha'}{\beta'}v''^i v'^i = v''^i - v'^i \rightarrow$$

$$v''^i\left(1 + \frac{\alpha'}{\beta'}v^i v'^i\right) = v^i\frac{\alpha'}{\beta'} + v'^i \rightarrow$$

$$v''^i = \frac{\frac{\alpha'}{\beta'}v^i + v'^i}{1 + \frac{\alpha'}{\beta'}v^i v'^i}. \tag{4.36}$$

Учитывая, что α = β (см. (4.31)), имеем общий результат – законы вычитания и сложения скоростей ИСО' и ИСО":

$$v^i = \frac{v''^i - v'^i}{1 - v''^i v'^i}$$
$$v''^i = \frac{v^i + v'^i}{1 + v^i v'^i} \tag{4.37}$$

4.3.3 Интервал как скалярный параметр преобразований координат

Рассмотрим, что за величина сохраняется при общих ортонормированных преобразованиях координат (4.3) для псевдоевклидова случая: λ = γ. Для этого в качестве претендента рассмотрим изменение значения параметра "расстояния" Δs от начала координат:

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 \sim t^2 - x^2. \tag{4.38}$$

которое назовем волновым расстоянием или "интервалом". Найдем это же "расстояние" в штрихованных координатах:

$$\Delta s'^2 = t'^2 - x'^2. \tag{4.39}$$

Используя уравнения (4.3) в общем виде и свойства (4.29) … (4.39), найдем эту величину через начальные не штрихованные координаты:

$$\begin{cases} t' = \alpha t - \lambda r^i \\ r'^i = -\gamma t + \beta r^i \end{cases} \to \begin{matrix} t' = \alpha t - \lambda r^i \\ r'^i = -\gamma t + \alpha r^i \end{matrix} \to$$

$$\begin{cases} t'^2 = \alpha^2 t^2 + \gamma^2 {r^i}^2 - 2\alpha\gamma t r^i \\ r'^2 = \gamma^2 t^2 + \alpha^2 {r^i}^2 - 2\gamma t \alpha r^i \end{cases} \to$$

$$\Delta s'^2 = t'^2 - x'^2 = \left(\alpha^2 t^2 + \gamma^2 {r^i}^2 - 2\alpha\gamma t r^i\right) - \left(\gamma^2 t^2 + \alpha^2 {r^i}^2 - 2\alpha\gamma t r^i\right) =$$
$$= \left(\alpha^2 t^2 + \gamma^2 {r^i}^2 - \gamma^2 t^2 - \alpha^2 {r^i}^2\right) = \left(t^2 - {r^i}^2\right)(\alpha^2 - \gamma^2).$$

Учитывая условие нормировки (4.30):1, что $\alpha^2 - \gamma^2 = 1$, имеем:

$$\Delta s'^2 = \left(t'^2 - {r'^i}^2\right) = \left(t^2 - {r^i}^2\right) = \Delta s^2. \tag{4.40}$$

В результате получили, что при общих ортонормированных преобразованиях координат (4.3) при произвольных, но согласованных значениях $\alpha(v')$ и $\gamma(v')$, соответствующих (4.31), 4 –мерное значение "расстояние" Δs сохраняет свое значение и формульное выражение для нее неизменным в любом ИСО, полученном допустимыми ортонормированными преобразованиями координат. Это 4 –мерное "расстояние" называется "интервалом". Через нее определяется наводимая на ПВ "метрика" (4.40) (см. ниже начиная с части **7** и далее)[60]. Таким образом, делаем

Вывод: пространство с ортонормированными преобразованиями (4.3) безусловно является релятивистским[61] пространством, в котором соблюдаются релятивистские принципы относительности взаимосвязи пространства и времени.

Интерпретировать такое пространство можно как пространство некой сплошной среды с релятивистскими волновыми эталонами длины и времени. Интервал s в таком случае может быть интерпретирована как фаза волны эталонной частоты.

[60] Часть 7 "Волновая метрика 4–мерного плоского пространства ".
[61] "Релятивистский" означает, что координаты относительны и преобразования координат зависят друг от друга.

Похожий результат можно получить и для евклидова случая $\alpha = \beta$, $\lambda = -\gamma$, … Только с разницей – гиперболический "интервал" заменяется на однородное и изотропное евклидово "расстояние" Δl:

$$\Delta l^2 = \Delta l'^2 = \Delta t'^2 + \Delta x'^2. \tag{4.41}$$

4.4 Группа преобразований координат абсолютных пространств при $\lambda = 0$

Эта группа преобразований координат определяется уравнениями общего вида (4.7). Как мы выяснили ранее, понятие ортогональности пространственных и временных координат в АПВ не определена. И определение ортогональности может быть заменено на определение метрических отношений между пространственными и временными координатами при отсутствии их строгой ортогональности как в рассмотренных ранее пространствах с преобразованиями общего типа.

В отличие от общего случая, при этих преобразованиях любой пространственный слой R^n: $P^{m+n}=T^m\times R^n$ всегда остается неизменным и может измениться только значение координаты t, "присваиваемого" пространственному слою. А в пределах слоя может меняться точка начала отсчета координат, направление и величина единиц осей координат. Поэтому к такому пространству–времени возможен "ньютонов" подход как к двум независимым фундаментальным абсолютным независимым не смешиваемым физическим сущностям – времени T^m и пространству R^n: АПВ = $T^m\times R^n$, в котором "живет" в динамическом режиме существования некая материальная сущность M в форме м.т., с.м.т., твердого тела со своими независимыми параметрами – массой, зарядом, положением, скоростью движения, или сплошной среды с зависимыми от координат параметрами – полевыми плотностью, напряжением, скоростью движения…

4.4.1 Условия ортонормированности в АПВ

Среди всех преобразований, как отмечал ранее, имеется группа ортонормированных преобразований координат. В данном случае уравнения преобразования координат пространств общего типа (4.7) и (4.8) первая строка также будет определять условие синхронизации часов в новой системе координат и относительную скорость ее хода, определяя этим слой одновременности, а вторая – перемещение начала координат во времени и ее новую разметку, через которую определяются расстояния. Для АПВ в свете уравнений (4.7) и (4.8) через первое уравнение подпространства T^1 и R^n разделяются настолько сильно, что в физической интерпретации пространство и время разделяются абсолютно. Настолько, что "пространство" и "время" можно рассматривать как отдельные сущности, существующие абсолютно независимо друг от друга, связанные друг с другом только закономерным изменением "материального" состояния объекта "материя" в "пространстве" во "времени". При этом подпространство t = const для каждого из своих значений будет определять пространство одновременных событий всегда, везде и всюду. В отличие от "относительности" всех координат и самой "материальной" сущности в общем случае (4.3).

Для (4.7) это означает выполнение некоторых условий. Для АПВ оно говорит о том, что координатный 4–мерный "объем" возможных преобразованных объектов не может измениться. Для этого п**араметры группы общих ортонормированных**[62] **преобразований абсолютных координат** пространств (4.7) в двухмерном случае должны обладать следующими свойствами:

$$\alpha\beta = 1 : \{\alpha, \beta, \gamma \neq 0\}. \tag{4.42}$$

[62] Если они возможны и существуют.

В многомерном случае это выражение является детерминантом матрицы преобразований координат. В этом случае параметр γ является направляющим вектором новых осей координат и должен писаться с пространственным индексом i, а β – пространственной матрицей 3×3 с двумя индексами $({}^{i}{}_{j})$. В многомерном случае это уравнение также говорит о том, что определитель матрицы преобразований координат должен быть равен единице.

Дополнительные свойства относятся к строкам и столбцам матрицы преобразований:

$$\begin{cases} \beta^2 \pm \gamma^2 = \alpha^2 \pm \gamma^2 = 1 \\ \alpha^2 = \beta^2 = 1 \\ \alpha\gamma = \beta\gamma = 0. \end{cases} \tag{4.43}$$

Отрицательные знаки в символе "±" соответствуют гиперболической (псевдоевклидовой) метрике соответствующего ПВ, а положительные – евклидовой. Т.к. мы имеем три*2=6 уравнений для трех неизвестных, то эти условия могут и не иметь решение. Решим эту задачу. Из (4.29) имеем:

$$\alpha = 1/\beta.$$

Далее, подставляя это соотношение в (4.43), имеем:

$$\begin{cases} \beta^2 \pm \gamma^2 = 1, \\ \dfrac{1}{\beta^2} \pm \gamma^2 = 1. \end{cases} \rightarrow$$

Вычитая нижнюю строку из верхнего, имеем

$$\rightarrow \beta^2 - \frac{1}{\beta^2} = 0 \rightarrow \beta^2 = \frac{1}{\beta^2} \rightarrow$$
$$\begin{cases} \beta = \pm 1 = \alpha, \\ \gamma = 0. \end{cases} \tag{4.44}$$

Как и в общем случае, эти условия должны говорить о ортонормированности преобразований координат (4.7) АПВ. Из этого решения следует, что в АПВ только тождественное преобразование может быть ортонормированным, если исходное обладает этим свойством.

Все остальные решения не ортонормированы в смысле предъявленных в (4.29), (4.30) условий. А это очень сильно ограничивает пространство физики. Но физики свободно оперируют преобразуемым в соответствии с галилеевыми преобразованиями галилеевым пространством, и более того – они являются основным модельным пространством КФМН с галилеевыми преобразованиями, и в котором формулируется основной принцип КФМН – принцип относительности Галилея. Поэтому с т.з. КФМН свойство ортонормированности переносится и на галилеевы преобразования координат ПВ. Из этого следует, что физика здесь может оперировать и не совсем ортонормированным галилеевым АПВ как ортонормированным – по крайней мере, ГПВ не является 4–мерным метрическим пространством без дополнительных 4–мерных метрических гипотез с взаимной ортогональностью пространственных и временной координат[63].

4.4.2 Композиция преобразований и закон сложения скоростей АПВ

Найдем уравнения композиция преобразований из ИСО' в ИСО".

Преобразования АПВ в общем случае из произвольного ИСО в другое произвольное ИСО будут содержать параметры скорости в АИСО обеих взаимно преобразуемых ИСО. Преобразование из одного ИСО в другое происходит в два этапа: 1) проводим обратное

[63] Есть и другие недостатки ГПВ для использования в КФМН в качестве модели ПВ. Но именно она принята широкой научной общественностью в качестве модели, несмотря на все недостатки.

преобразование из первого однажды штрихованного ИСО в не штрихованное АИСО; 2) проводим прямое преобразование из АИСО в дважды штрихованное второе ИСО с использованием полученных координат без штриха. Для двухмерного случая общих преобразований координат они следующие:

$$1)\begin{cases} t=\dfrac{t'}{\alpha'}, \\ r^i=\dfrac{\gamma'^i t'+\alpha' r'^i}{\alpha'\beta'}=\dfrac{\gamma'^i}{\alpha'\beta'}t'+\dfrac{1}{\beta'}r'^i. \end{cases} \& \; 2)\begin{cases} t''=\alpha'' t, \\ r''^i=-\gamma''^i t+\beta'' r^i. \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t''=\dfrac{\alpha'' t'}{\alpha'} \\ r_{||}''^i=-\gamma''^i\dfrac{t'}{\alpha'}+\beta''\left(\dfrac{\gamma'^i}{\alpha'\beta'}t'+\dfrac{1}{\beta'}r'^i\right) \end{cases}=\begin{cases} t''=\dfrac{\alpha'' t'}{\alpha'} \\ r_{||}''^i=-\gamma''^i\dfrac{t'}{\alpha'}+\beta''\dfrac{\gamma'^i t'}{\alpha'\beta'}+\beta''\dfrac{r'^i}{\beta'} \end{cases}=$$

$$=\begin{cases} t''=\dfrac{\alpha'' t'}{\alpha'}, \\ r_{||}''^i=-\dfrac{1}{\alpha'}\left(\gamma''^i-\gamma'^i\dfrac{\beta''}{\beta'}\right)t'+\dfrac{\beta''}{\beta'}r'^i. \end{cases} \tag{4.45}$$

Из этих преобразований видно, что 1) если вторая ИСО покоится, то преобразования соответствуют обратным преобразованиям. Этого и следовало ожидать – второе ИСО и есть АИСО. 2) Если первая ИСО покоится, то преобразования соответствуют прямым преобразованиям. Этого и следовало ожидать – второе ИСО и есть АИСО. 3) Если ИСО1 = ИСО2, то преобразования для двухмерного(!) случая становятся тождественными.

Выполнив замену $\gamma^i = v^i/\alpha$, $\beta = 1/\alpha$, имеем следующий результат для физического применения:

$$\begin{cases} t''=\dfrac{\alpha'' t'}{\alpha'}, \\ r_{||}''^i=-\dfrac{1}{\alpha'}\left(\dfrac{v''^i}{\alpha''}-\dfrac{v'^i}{\alpha'}\dfrac{\alpha'}{\alpha''}\right)t'+\dfrac{\alpha'}{\alpha''}r'^i=-\dfrac{1}{\alpha'\alpha''}\left(v''^i-v'^i\right)t'+\dfrac{\alpha'}{\alpha''}r'^i= \\ \quad =\dfrac{\alpha'}{\alpha''}\left(-\left(\dfrac{v''^i-v'^i}{\alpha'^2}\right)t'+r'^i\right). \end{cases} \tag{4.46}$$

Для нахождения результирующей скорости ИСО" по отношению к ИСО' найдем отношение (4.9):

$$v^i=-\frac{\gamma}{\beta}=\frac{\frac{1}{\alpha'}\left(\gamma''^i-\gamma'^i\frac{\beta''}{\beta'}\right)}{\beta''/\beta'}=\frac{\beta'\left(\gamma''^i-\gamma'^i\frac{\beta''}{\beta'}\right)}{\beta''\alpha'}=\frac{\beta'\gamma''^i}{\beta''\alpha'}-\gamma'^i\frac{\beta''\beta'}{\beta'\beta''\alpha'}= \\ =\frac{\beta'}{\beta''}\frac{\gamma''^i}{\alpha'}-\frac{\gamma'^i}{\alpha'}. \tag{4.47}$$

Это уравнение дает формулу сложения (точнее, вычитания) скоростей ИСО' из ИСО" в АПВ. Для нашего случая оно равно скорости движения начала координат результирующей ИСО" в исходном ИСО'. Или из (4.46):

$$v^i=-\frac{\gamma}{\beta}=\frac{\frac{v''^i-v'^i}{\alpha'\alpha''}}{\alpha'/\alpha''}=\frac{v''^i-v'^i}{\alpha'^2}. \tag{4.48}$$

А закон сложения скоростей можно получить из (4.48), разрешив ее относительно v'':

$$v^i = \frac{v''^i - v'^i}{\alpha'^2} \to v''^i = v^i \alpha'^2 + v'^i. \qquad (4.49)$$

С использованием этого определения (4.46) перепишется в более простом и почти стандартном ковариантном виде преобразований координат АПВ:

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{\alpha'' t'}{\alpha'}, \\ r_{||}''^i = \dfrac{\alpha'}{\alpha''}\left(-v^i t' + r'^i\right). \end{cases} \qquad (4.50)$$

4.4.3 Интервал при абсолютных преобразованиях координат

Ранее мы выяснили, что АПВ не является метрическим ПВ. Но также заметили, что метрическую гипотезу можно ввести по аналогии с использованием поля распространяющейся в ПВ периодической волновой функции. Для этого рассмотрим "в лоб" некоторую метрическую гипотезу без физической интерпретации.

Рассмотрим, что за величина сохраняется при общих ортонормированных преобразованиях координат (4.7) **в АПВ** типа "галилеевых" и Тангерлини для случая $\lambda \equiv 0$. Для этого в качестве претендента рассмотрим изменение значение параметра "интервал" Δs^2 АИСО в ИСО:

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2. \qquad (4.51)$$

Найдем это же "расстояние" в штрихованных координатах ИСО $\Delta s'$. Для этого воспользуемся обратными преобразованиями координат (4.8):

$$\begin{cases} t = \dfrac{t'}{\alpha}, \\ r = \dfrac{\gamma t' + \alpha r'}{\alpha\beta}. \end{cases} \qquad (4.8)^*$$

Проведем соответствующие вычисления с использованием условия $\alpha\beta = 1$ на параметры:

$$\Delta s'^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 \to$$

$$ds'^2 = \left(\frac{dt'}{\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\gamma dt' + \alpha dr'}{\alpha\beta}\right)^2 =$$

$$= \frac{\beta^2 dt'^2 - \gamma^2 dt'^2 - 2\alpha\gamma dt' dr' - \alpha^2 dr'^2}{(\alpha\beta)^2} \to$$

$$ds'^2 = (\beta^2 - \gamma^2) dt'^2 - 2\alpha\gamma dt' dr' - \alpha^2 dr'^2. \qquad (4.52)$$

Это уравнение представляет собой выражение для интервала в координатах ИСО в известном пространстве АИСО. Из нее следует, что преобразования АПВ не являются ортогональными в силу присутствия в ней не диагональных элементов. Более того – не существует ортогональных преобразований координат АПВ с 4–мерным волновым интервалом $ds^2 = dt^2 - dr^2$, сохраняющим свою форму ковариантной.

С использованием уравнений (4.10): $\gamma = v/\alpha$, основанных на скорости ИСО, интервал АПВ (4.52) можно записать с помощью двух параметров – α и V, в следующем виде:

$$ds'^2 = \frac{(1 - v'^2) dt'^2}{\alpha^2} + 2v' dt' dr' - \alpha^2 dr'^2. \qquad (4.53)$$

Если $\alpha = 1$, как в ГПВ, то все упрощается:

$$ds'^2 = ds^2 = (1 - V'^2)dt'^2 + 2v'dt'dr' - dr'^2. \tag{4.54}$$

Все рассмотренные формы метрики говорят о косоугольности с.о. как минимум на двухмерном бусте (t, V'^i). В табличном виде эти метрики с единичной фундаментальной скоростью с = 1 записываются следующим образом (в общем виде и с использованием скорости ИСО'):

$$g'_{ij} = \begin{pmatrix} (\beta^2 - \gamma^2) & \gamma \\ \gamma & -\alpha^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\dfrac{1 - v'^2}{\alpha^2}\right) & v' \\ v' & -\alpha^2 \end{pmatrix}. \tag{4.55}$$

Если с ≠ 1, то имеем следующее уравнение:

$$g'_{ij} = \begin{pmatrix} \left(\dfrac{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}{\alpha^2}\right) & \dfrac{v'}{c^2} \\ \dfrac{v'}{c^2} & -\dfrac{\alpha^2}{c^2} \end{pmatrix}. \tag{4.55):2}$$

Эти тензоры можно использовать для опускания индекса тензора и получения ковариантного индекса. Например, ковариантная координата точки в ИСО' будет определяться уравнением

$$(t'_0, \quad r'_j) = (t'^0, \quad r'^i)g'_{ij} =$$
$$= \left(\left(\frac{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}{\alpha^2}t'^0 + \frac{v'}{c^2}r'^i\right); \quad \left(\frac{v'}{c^2}t'^0 - \frac{\alpha^2}{c^2}r'^i\right)\right). \tag{4.56}$$

Скалярный интервал как квадрат координаты следующий:

$$ds'^2 = (t'^0, \quad r'^i)(t'_0, \quad r_{j'}) =$$
$$= (t'^0, \quad r'^i) \cdot \left(\left(\frac{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}{\alpha^2}t'^0 + \frac{v'}{c^2}r'^i\right); \quad \left(\frac{v'}{c^2}t'^0 - \frac{\alpha^2}{c^2}r'^i\right)\right) =$$
$$= \left(t'^0\left(\frac{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}{\alpha^2}t'^0 + \frac{v'}{c^2}r'^i\right) + r'^i\left(\frac{v'}{c^2}t'^0 - \frac{\alpha^2}{c^2}r'^i\right)\right) =$$

(здесь скалярное произведение пространственных элементов производится со знаком "+" (см. знак перед второй скобкой, т.к. знак "–" уже предусмотрен в записи ковариантной координаты через метрический тензор (4.55) – см. также выше объяснение к (2.12), (2.13)).

$$= \left(\left(\frac{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}{\alpha^2}t'^0t'^0 + \frac{v'}{c^2}t'^0r'^i\right) + \left(\frac{v'}{c^2}t'^0r'^i - \frac{\alpha^2}{c^2}r'^ir'^i\right)\right) =$$
$$= \left(\left(\frac{1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2}{\alpha^2}\right)_{(00)} t'^0t'^0 + 2\left(\frac{v'}{c^2}\right)_{(0i)} t'^0r'^i - \left(\frac{\alpha^2}{c^2}\right)_{(ii)} r'^ir'^i\right).$$

А вот и ковариантная координата в АИСО, которой соответствует скорость $v^i = 0$:

$$(t'_0,\quad r_{j'}) = (t'^0,\quad r'^i)g_{ij} = \left(\frac{t'^0}{\alpha^2};\quad -\frac{\alpha^2}{c^2}r'^i\right). \tag{4.57):2}$$

В результате получили, что при частных преобразованиях координат (4.7) АПВ при произвольных значениях $\alpha(v')$, $\beta(v')$ и $\gamma(v')$, соответствующих (4.31), 4 –мерное значение "расстояние" Δs не сохраняет свою формульную ковариантность, но сохраняет свое скалярное значение – по условию выбора метрического условия, без удовлетворения условиям ортонормированности. Следовательно, для этих пространств нельзя пользоваться соотношениями (4.31) для параметров при общих преобразованиях координат ПВ. Эти случаи далее и на других основаниях рассмотрены для пространств Тангерлини и Галилея.

Но есть и хорошая новость. С использованием в качестве скалярного произведения произведение контра– и ковариантного векторов уравнение для записи скалярного произведения принимает привычный стандартный ковариантный вид из тензорного исчисления:

$$S(A,B) = A^0B_0 + A^iB_i. \tag{4.57}$$

А длина вектора, соответственно, будет определяться выражением

$$S^2(A) = A^0A_0 + A^iA_i. \tag{4.58}$$

А ковариантный вектор A_0 от от контравариантного вектора A^0 можно получить с помощью опускания индекса посредством метрического тензора (4.55) для двухмерного случая:

$$\begin{gathered}(A_0, A_i) = (A^0, A^i)\begin{pmatrix}(\beta^2-\gamma^2) & \gamma \\ \gamma & -\alpha^2\end{pmatrix} = \\ = \left(A^0(\beta^2-\gamma^2) + A^i\gamma, A^0\gamma - A^i\alpha^2\right) \to \\ (A_0, A_i) = \left(\left(\frac{1-v^2}{\alpha^2}\right)_{00} A^0 + v'_{0i}A^i, v'_{i0}A^0 - \alpha^2\delta_{ij}A^j\right).\end{gathered} \tag{4.59}$$

С помощью (4.59) найдем уравнение для квадрата метрики в ИСО'. Для начала опустим индекс дифференциала координат:

$$\begin{cases} dt'_0 = \left(\dfrac{1-v'^2}{\alpha^2}\right)_{00} dt'^0 + v'_{0i}dr'^i \\ dt'_i = v'_{i0}dt'^0 - \alpha^2\delta_{ij}dr'^j \end{cases} \to \tag{4.60}$$

Запишем уравнение для вычисления квадрата интервала через сопряженные дифференциалы с помощью (4.58):

$$\begin{gathered} ds'^2 = dt'^0dt'_0 + dr'^idr'_i = \\ = dt'^0\left[\left(\frac{1-v'^2}{\alpha^2}\right)_{00} dt'^0 + v_{0i}dr'^i\right] + dr'^i\left[v'_{i0}dt'^0 - \alpha^2\delta_{ij}dr'^j\right] = \\ = \left(\frac{1-v'^2}{\alpha^2}\right)_{00} dt'^{02} + v'_{0i}dt'^0dr'^i + v'_{0i}dt'^0dr'^i - \alpha^2\delta_{ij}dr'^idr'^j = \\ = \left(\frac{1-v'^2}{\alpha^2}\right)_{00} dt'^{02} + 2v'_{0i}dt'^0dr'^i - \left(\alpha^2\delta_{ij}dr'^idr'^j\right). \end{gathered} \tag{4.61}$$

В результате получили в точности уравнения (4.52), (4.53) для вычисления метрики. Этот результат говорит о том, что тензор (4.55) правильно рассчитывает выражение для ковариантного вектора, получаемого опусканием с помощью метрического тензора (4.55) индекса контравариантного вектора.

В ГПВ при $\alpha = 1$ имеем следующий результат:

$$(A_0, A_i) = \left((1 - v^2)_{00}A^0 + v'_{0i}A^i, v'_{i0}A^0 - \delta_{ij}A^j\right). \tag{4.62}$$

Метрический тензор при этом будет следующим:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} (1 - v'^2) & v' \\ v' & -1 \end{pmatrix}. \tag{4.63}$$

5 Четыре частных типа преобразований координат ПВ

Из представленных уравнений преобразований координат общего и абсолютного типов можно получить пять видов "ортонормированных" и/или "почти" ортонормированных преобразований координат, связанных с евклидовостью или псевдоевклидовостью ПВ – от галилеева и до релятивистского, от ортонормированных до общего вида:

О) ОПВ с относительными общего вида координатами;
А) АПВ с абсолютными общего вида координатами;
1) **галилеево** (ГПВ) – считается ПВ классической механики Ньютона (КФМН);
2) **релятивистское** пространство (РПВ) СТО А.Эйнштейна;
3) **Тангерлини** – одно из альтернативных абсолютных типа галилеевых ПВ и одновременно релятивистского типа;
4) **дорелятивистское** (ДРПВ) – более близко, чем ГПВ, соответствует пространству КФМН.

Про **тип "О" (относительный)** преобразований координат пространств нельзя сказать никаких предположений о его геометрических свойствах. Можно только предположить, что они просто могут быть. Могут быть, в частности, ортогональными и нормированными, однородными и изотропными. Ортонормированность означает, что оси координат ИСО ПВ ортогональны и "метки" осей координат нормированы. Следующие типы пространств предполагают существование особых геометрических свойств по своему определению.

Тип "А" (абсолютный) предполагает, что при преобразованиях координат свойство одновременности двух событий является инвариантом.

Первый тип – галилеево ПВ – есть абсолютное ПВ, в котором 1) свойство одновременности двух событий является инвариантом и 2) разность времен также является инвариантом.

Второй тип – релятивистское ПВ – является ортонормированным ПВ общего типа.

Остальные (третий и четвертый) можно считать относительно ортогональными и нормированными, что означает, что "метки" осей координат этих типов ПВ осей координат нормированы и ортогональны (хотя и имеются замечания и особенности) и имеют связь с реальностью только при некоторых предельных условиях (например, достаточно малых скоростях).

Третий тип – ПВ с преобразованиями Тангерлини – представляет собой довольно странное ПВ, совмещающее в себе абсолютное и релятивистское пространства.

Четвертый тип – "дорелятивистское" (так называю я) – это не совсем галилеево, но все же находящееся между РПВ и ГПВ пространство, в котором более ясно с помощью 4–тензоров описывается КФМН с ее энергией и импульсом. В КФМН это проделывается очень искусственно специальным математическим инструментом, основанным на векторном исчислении, и призванным обойти эти сложности.

В интерпретации соответствия этих пространств реальному физическому ПВ это означает, что эксперименты с реальными часами и линейками должны соответствовать этим математическим моделям ПВ. Но ведь этого не может быть? Модели разные – и свойства реального ПВ могут соответствовать не более чем одному из них. В современной физике, во всяком случае ортодоксальной в 4–мерном представлении, считается, что реальное ПВ однородно, изотропно и является локально релятивистским ПВ[64].

Дополнительно к этим свойствам можно поставить вопрос об однородности и изотропности этих ПВ как по временной, так и по пространственным направлениям. Однородность и изотропность ПВ (не просто пространства – а пространства и времени совместно, которая включает дополнительно переход в другие, смещенные во времени и движущиеся относительно исходного, ИСО. Просто пространство допускает лишь смещения начала координат и повороты в пространстве) лежат в основе принципа относительности физической теории. Выделенность какой–либо с.о. нарушает принцип относительности. Современная физика считает, что в основе законов Природы лежит принцип относительности, который гласит, что все механические движения и физические процессы происходят одинаково во всех допустимых с.о. Поэтому любая теория должна удовлетворять этому условию. И одним из условий теорий с определенными преобразованиями координат является одинаковость описания движения м.о. и других физических процессов во всех допустимых преобразованиями с.о. В частности – ИСО, если теория пользуется этим понятием.

5.1 Галилеево пространство (ГПВ)

Наиболее известными большому кругу людей, как ученых, так и не ученых, из приведенных выше пространств, безусловно, является галилеево ПВ. Принцип относительности, в данном случае – Галилея, знают (слышали или помнят со школы) многие. ГПВ и его свойства во многом интуитивно понятно. В этом – его преимущество. ГПВ однородно, изотропно и есть условия для принятия принципа относительности. И этот принцип получил название "Принцип относительности Галилея".

Именно ему и посвятим эту часть. Остальные рассмотрим по порядку далее.

Пространством галилеевым (ГПВ) назовем абсолютное 4–мерное аффинное пространство, представляющее собой прямое произведение двух независимых (абсолютных, евклидовых) подпространств $P^1 \times P^3$, где P^1 –1–мерного пространство "время" с координатным представлением t и P^3 – 3–мерное "3–пространство" (далее просто "пространством" и/или "гиперплоскость") с евклидовым координатным представлением (r^1, r^2, r^3). Часто координатные оси пространства обозначают символами (x, y, z). В ГПВ определены промежутки времени $\Delta t = t_2 - t_1$ и пространственные расстояния $\Delta l = \sqrt{(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)}$.

Общим координатным представлением является представление в векторной форме (t, r^1, r^2, r^3) или (t, r^i), или обобщенной форме (q^i): $i \in \{0..3\}$. Некоторые теории, рассматривающие ПВ в 4–х измерениях, принимают координату t в вещественных числах, а координаты r – в мнимых числах – это соответствует представлению 4–мерными гиперкомплексными числами "кватернион" с гиперкомплексными единицами (1, i, j, k).

Количество "пространственных" измерений в общем случае может быть и более 3–х. Но наше реальное пространство принято считать 3–мерным, а время – одномерным. И это подтверждается богатым опытом человечества, т.к. никто пока не смог найти более трех независимых направления в пространстве: 1) влево – вправо, 2) вперед – назад, 3) вверх – вниз. Более двух тысяч лет назад великий геометр Евклид в своих "Началах"[65] определил свойства этого пространства с помощью аксиом. А время – человечество не воспринимало ее как еще одну координату. Ибо оно не имеет ни ширины, ни длины, ни высоты.

Нормировка координатных осей ГПВ означает независимую нормировку каждой из координатных осей (см. ниже (5.7)). С нормировкой связаны два типа метрик в ГПВ. Пер-

[64] Во всяком случае, во всех учебниках для студентов ВУЗов и большинством ученых всего мира.

[65] «Начала» (греч. Στοιχεῖα, лат. Elementa) — главный труд Евклида, написанный около 300 г. до н. э. и посвящённый систематическому построению геометрии и теории чисел. Всего в 13 книгах «Начал» 130 определений, 5 постулатов, 5 (в части изданий — 9) аксиом, 16 лемм и 465 теорем (включая задачи на построение)(см. Начала (Евклид) — Википедия (wikipedia.org).

вое – абсолютное – нормировка времени – на практике осуществляется эталоном времени. Второе – независимое от первого – 3–мерные расстояния, определенные между одновременными точками ГПВ.

По умолчанию, в связи с независимостью пространственных и временных координатных осей, их можно считать условно ортогональными друг к другу как синоним независимости.

Примером использования ГПВ является КФМН, которая строится именно в 4–мерном галилеевом ПВ. Ее отличием от евклидовой является включение в нее, кроме трех пространственных координат r^i, еще одной временной координаты t. Это обстоятельство накладывает существенную особенность преобразований координат ГПВ в силу ее неевклидовости.

В галилеевом пространстве (ГПВ) (и в реальном физическом[66], и в абстрактном модельном[67] пространствах) синхронизация часов определяется автоматически[68] – простой сверкой часов при перемещении между ними и/или координатой t. Это связано с тем, что время и скорость хода часов в ГПВ абсолютны, и при галилеевых преобразованиях координат (ГПТК) подпространство одновременности остается инвариантом. Следовательно, и координата "время", определенная как определяющее подпространство одновременности число, также не изменяется. Такой способ синхронизации часов соответствует использованию бесконечно быстрых сигналов для синхронизации часов и измерения расстояний.

5.1.1 Уравнения преобразования координат ГПВ

Абсолютность и независимость координаты "время" означает, что при любых преобразованиях координат любой точки A его временная координата t может измениться только в зависимости от самого себя (см. ниже (6.1)):

$$t' = t'(t). \tag{5.1}$$

Зависимости преобразования координаты "время" от пространственной координаты не может быть – это противоречит абсолютности координаты времени. Это означает независимость и абсолютность пространственных слоев ГПВ. И при преобразованиях координат пространственные слои (t, r^1, r^2, r^3): t = const не теряют свое свойство быть одновременными:

$$r'^i = r'^i(r^1, r^2, r^3) - \Delta r^i(t, r^i). \tag{5.2}$$

Единственным параметром, определяющим галилеевы преобразования, является параметр "скорость" $v' = v'^i$ – скорость новой ИСО в старой: $\gamma(v') = v'$ (графически эти преобразования изображены ниже на Рисунок 5.1):

$$\begin{cases} t' = t - t_{(0)}, \\ {r_{||}}'^i = -v'^i t + {r_{||}}^i - {r_{\perp(0)}}^i, \\ {r_\perp}'^i = {r_\perp}^i - {r_{\perp(0)}}^i. \end{cases} \tag{5.3}$$

Здесь $t_{(0)}$, ${r_{(0)}}^i$ – смещения начала координат новой с.о. в старой (которыми в дальнейшем тексте в основном буду пренебрегать),

${r_{||}}^i$ и ${r_\perp}^i$ – параллельная (или продольная) и перпендикулярная (поперечная) к направлению скорости преобразования v'^i составляющие координат[69].

---

[66] В "реальном физическом" здесь означает "в возможном реальном" пространстве, если бы свойства реального пространства удовлетворяли этим преобразованиям координат во всех возможных экспериментах.
[67] В "абстрактном модельном" здесь означает "в математической модели реального пространства", определяемого постулатами и уравнениями теории.
[68] В теории – по определению, в реальности – сверкой показаний с эталонными часами.
[69] В литературе обычно не акцентируется момент наличия продольной и поперечной составляющих коорди-

При бесконечно малых скоростях преобразования $v' \to 0$ ИСО' преобразования (5.3) с точностью до бесконечно малых второго порядка от скорости v', переходят в уравнения:

$$\begin{cases} dt' = dt, \\ dr_{||}'^{i} = -v'^{i} \cdot dt, \\ dr_{\perp}'^{i} = dr_{\perp}{}^{i}. \end{cases} \tag{5.4}$$

Интегрируя это уравнение, можно получить уравнения (5.3):1.

Особенностью галилеевых, как и релятивистских и большинства других преобразований координат является неизменность координат в перпендикулярных к направлению движения ИСО направлениях:

$$r_{\perp}'^{i} = r_{\perp}{}^{i}. \tag{5.5}$$

Это соотношение автоматически вытекает из уравнений (5.4) для ГПВ. Для его обоснования нет необходимости в построении какой-либо дополнительной гипотезы.

Обратные к (5.3) преобразования координат ГПВ следующие:

$$\begin{cases} t = t' + t_{(0)}, \\ r^{i} = v'^{i}t' + r'^{i} + r_{(0)}{}^{i}, \\ r_{\perp}{}^{i} = dr_{\perp}'^{i}. \end{cases} \tag{5.6}$$

Уравнение (5.6) практически имеет тот же вид, что и (5.3), только изменился знак скорости и смещения начала координат. Если бы мы в этом уравнении захотели поставить скорость и смещение не штрихованного ИСО по отношению к штрихованному, то ничего не пришлось бы менять и уравнение преобразования координат осталось бы неизменным. Это говорит о том, что **преобразования Галилея являются ковариантными относительно галилеевых преобразований координат**. Следовательно, нет и выделенного ИСО.

Уравнения для преобразования координат также можно получить из общих преобразований координат АПВ (4.7) при соблюдении следующих нормирующих условий (4.42)..(4.44):

$$\begin{cases} \alpha\beta = 1, \\ (\alpha = 1) \vee (\beta = 1), \\ \gamma = v'\beta \to \gamma = v'. \end{cases} \tag{5.7}$$

Первое из этих уравнений нормирует 2 –мерную площадь преобразуемого "буста", соответствующей детерминанту матрицы преобразования координат, вторая явно нормирует координатные оси. Третья строка уравнений соответствует условию к скорости ИСО' в соответствии с уравнением (4.10) (см. выше раздел 4.2.1 "Связь параметра γ со скоростью *vi* ИСО'") к направлению оси координаты "время" *t*'. Пока метрика не установлена (а это так для ГПВ), скалярные произведения строк (столбцов) на себя и друг на друга не могут быть включены в условия (5.7)[70].

Преобразования (5.3) предполагают абсолютность времени и расстояний и бесконечную скорость распространения сигналов об измерениях времени и расстояний. Эти уравнения преобразования координат получаются при стремлении параметра λ (см. (4.3)) к бесконечности, что соответствует синхронизации часов бесконечно быстрыми сигналами.

нат, тем более что для ГПВ (5.3) третья строка вытекает автоматически как следствие второго. Это верно также для релятивистского (см. далее) ПВ. Но это не всегда так: для преобразований Тангерлини (см. далее) это надо объяснять. Для многих других надо объяснять, почему это не так.

[70] Альтернативой может быть ПВ с преобразованиями Тангерлини, а также ГПВ с условиями определения в ней явной метрики на основе (или без) определения волновых полей и законов их преобразования (или наоборот).

За этой процедурой можно проследить на основе примера преобразования координаты "время"

$$t' = \alpha t - \frac{\lambda v^i r^i}{c^2} \qquad (5.8)$$

при стремлении фундаментальной скорости c к бесконечности.

Это соответствует интуитивно понятному того факта, что длина линейки и скорость хода часов не зависят ни от времени, ни от их положения в пространстве. **Две линейки можно на ходу сравнить, на ходу же "приложив" их друг к другу – и они своими концами совпадут**. Конечно, "на ходу" означает в один и тот же момент времени. И, конечно, по координатному времени. **С часами тоже – как ни двигай двое часов в пространстве и времени, когда они окажутся в одном и том же месте, их показания будут одинаковыми**. И даже более – их показания можно сравнить и не приближая друг к другу, просто "послав" сигнал о показаниях часов с бесконечной скоростью друг другу. В этом суть абсолютности времени. Следовательно, в ГПВ не может быть каких либо замедлений скорости течения времени и сокращения расстояний. Все это возможно благодаря свойствам галилеевых преобразований (5.4). Как следствие, математическая модель ГПВ традиционной КФМН и физическая реальность совпадают. Но с оговоркой: с той точностью, с какой можно провести эти сравнения и соответствия. Оговорка необходима потому, что эксперименты с реальными часами, линейками и другими реальными объектами и явлениями при больших скоростях, больших и малых расстояниях с достаточно большой точностью не подтверждают наши интуитивные представления.

5.1.2 Геометрическая интерпретация ГПВ

представлена ниже на Рисунок 5.1 – и она очень проста. На ней представлена двухмерная интерпретация самого ПВ. Ее можно представить как собственно чистый лист без каких –либо линий и обозначений – просто бесконечная плоскость, на рисунке представленная в виде ограниченного квадрата, окаймленного зеленым контуром.

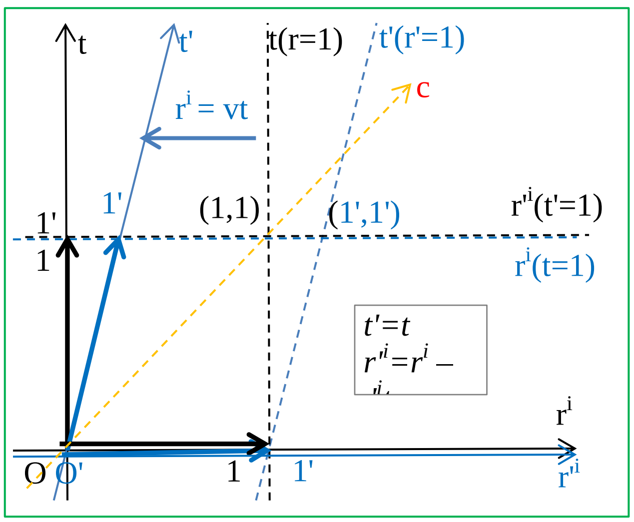

Рисунок 5.1

К определению преобразования координат в ГПВ по (5.3).

Геометрическая координатная интерпретация включает в себя общие начала координат двух ИСО – условно–неподвижной не штрихованной O и подвижной O'. Оси координат неподвижной систем отсчета (t, r) выделены черным цветом линий и текста, подвижной (t', r') выделены синим цветом линий. На Рисунке также показаны линии, соответствующие единичным значениям осей координат. Линии со стрелками соответствуют единичным отрезкам соответствующих осей.

Красной линией обозначена линия движения реального фотона. По Ньютону – корпускулы света. Фотона, конечно, в ГПВ не существует. Да и объектов со свойствами реальных фотонов (да и любых других реальных м.о.) не может существовать – запрещает закон сложения скоростей. Но в физической реальности она существует – именно посредством ее мы имеем (почти) всю информацию об этом мире. Да и само вещество, из которого мы созданы, скреплено электромагнитными силами, распространяющимися со скоростью света. Но нельзя забывать и о других силах – ядерном, слабом и, конечно, гравитационном, которые также распространяются с этой же скоростью. Их роль не менее важна. Это говорит лишь о том, что ГПВ очень ограниченная в своих возможностях объяснения реальности теория. Но она прекрасно работает в области своего реального применения – достаточно малых скоростях: $v << c = 3{\cdot}10^{-8}$ м/с, при которых фундаментальную скорость можно считать бесконечной.

5.1.3 Композиция преобразований и закон сложения скоростей

Самым известным результатом этих преобразований является закон сложения скоростей ГПВ КФМН:

$$v = v' + v''. \tag{5.9}$$

Этот закон легко получить дифференцированием уравнений (5.3).

Выведем этот закон непосредственно из уравнения преобразования координат из одного ИСО' в другое ИСО". Для получения данного уравнения изберем двухшаговый метод с возвратом через нештрихованное ИСО: ИСО' → ИСО → ИСО".

$$1) \begin{cases} t = t' \\ r^i = v'^i t' + r'^i \end{cases} \& \; 2) \begin{cases} t'' = t \\ r_{||}''^i = -v''^i t + r_{||}{}^i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t'' = t' \\ r_{||}''^i = -v''^i t' + \left(v'^i t' + r'^i\right) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} t'' = t' \\ r_{||}''^i = -\left(v''^i - v'^i\right)t' + r'^i \end{cases}. \tag{5.10}$$

Обратными преобразованиями будут следующие:

$$\rightarrow \begin{cases} t' = t'' \\ r_{||}'^i = +\left(v''^i - v'^i\right)t'^{+r''^i} = -\left(v'^i - v''^i\right)t' + r''^i \end{cases}. \tag{5.11}$$

Это уравнение обратного преобразования координат ничем, кроме знака при скорости, не отличается от прямого преобразования координат. Поэтому можем сказать, что ГПТК ковариантны. Для нахождения результирующей скорости ИСО" найдем отношение (4.9):

$$v'' = -\frac{\gamma''}{\beta''} \rightarrow v'' = v''^i - v'^i. \tag{5.12}$$

Этот закон определяет закон вычитания скоростей как скорость ИСО" относительно ИСО'.

Испробуем и прямой путь преобразования координат – из ИСО1 со скоростью движения *v*' сразу сделаем преобразование в ИСО" с относительной скоростью в ИСО' равной *v*".

$$\begin{cases} t' = t \\ r_{||}'^i = -v'^i t + r_{||}{}^i \end{cases} \& \begin{cases} t'' = t' \\ r_{||}''^i = -v''^i t' + r'_{||}{}^i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t'' = t \\ r_{||}''^i = -v''^i t + \left(-v'^i t + r_{||}{}^i\right) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t'' = t \\ r_{||}''^i = -\left(v''^i + v'^i\right)t + r_{||}{}^i \end{cases} \tag{5.13}$$

Для нахождения результирующей скорости ИСО" найдем отношение (4.9):

$$v'' = -\frac{\gamma''}{\beta''} \rightarrow v'' = v'^i + v''^i. \tag{5.14}$$

Это уравнение дает формулу закона сложения скоростей ИСО' и ИСО" в некотором ИСО галилеева пространства. Для нашего случая оно равно скорости движения начала координат результирующей ИСО" в исходном выделенном ИСО.

Сравнивая (5.12) и (5.14), можно заметить, что они различаются только знаками при элементе в скобках, соответствующих сложению или вычитанию скоростей штрихованных ИСО. В первом случае оно равно разности скоростей ИСО'' и ИСО', что соответствует их относительной скорости, и которое было нашей целью. Во втором случае – их сумме, что соответствует относительной скорости ИСО'' относительной исходной ИСО'. Поэтому (5.12) и (5.14) дают преобразования координат из одной ИСО в другую при любых их скоростях относительно себя и третьего ИСО.

5.1.4 Выводы

Сравнивая (5.4) с уравнениями (5.20) и (5.40) (см. ниже 5.2 "Релятивистское пространство–время (РПВ)"), можно заметить, что (5.4) можно интерпретировать как предельный случай этих уравнений при стремлении фундаментальной скорости *c* к бесконечности. А также можно интерпретировать (или рекомендовать) для использования в предельном случае стремления скорости *v* ИСО и связанных с ним м.т. к нулю. Уравнение (5.16) для такой роли не подходит – в ней исключено влияние параметра фундаментальной скорости *c* на уравнение преобразования координат в силу ее невидимости в связи с безусловным принятием ее значения единице. Но и в этом случае необходимо ограничить применение ГПВ только при очень малых скоростях.

Преобразования координат (5.4) можно считать "почти" ортогональными. "Почти" относится к тому обстоятельству, что пространственные и временные координаты независимы и понятие перпендикулярности временной координаты по отношению к пространственным не применимо. И даже проекции друг к другу не определены, хотя формально они и существуют. Но условно можно считать по определению, что они перпендикулярны. Тем более, что этот термин практически не используется по отношению к этим координатам.

Преобразования координат (5.4) можно считать нормированными также по определению, т.к. их можно привести в соответствие с независимыми реальными техническими эталонами времени и расстояния, подтверждаемые реальными экспериментами.

Галилеево пространство лежит в основе КФМН и физики. Основной особенностью ГПВ является абсолютность и взаимная независимость пространства и времени. И это видно из преобразований (5.4): координата времени абсолютно независима от пространственных координат, и скорость хода часов, синхронизированных с ним, имеет одно и то же значение во всем пространственном слое, независимо от преобразований координат. Время абсолютно также и в том смысле, что один раз синхронизированные (идеальные) часы остаются синхронизированными всегда и везде.

Зависимость пространственных координат от времени при преобразованиях координат связана с движением с.о. во времени, но точки пространства, принадлежащие одному пространственному слою, при преобразованиях координат продолжают принадлежать этому же слою. В этом суть абсолютности и независимости от временной координаты пространства. Поэтому в физике имеет смысл говорить о пространстве и времени как об отдельных и независимых физических объектах, связанных друг с другом только изменением состояния объекта "пространство" во "времени".

Другая особенность – эталоны времени и длины не зависят от места и времени своего пребывания, и движущиеся эталоны всегда абсолютно соответствуют неподвижным (условно неподвижным! – в соответствии с принципом относительности Галилея все с.о. равноправны, и неподвижных с.о. не может быть) эталонам. И это тоже является признаком абсолютности ГПВ.

С т.з. физики в ГПВ как модели физического пространства КФМН постулируется принцип относительности: в любом ИСО законы физики (и механики) одинаковы и записываются одними и теми же уравнениями. Каких либо фундаментальных скоростей не существует. Поэтому фотон с его свойствами – объект не ГПВ.

Недостатком использования ГПВ является не тензорность математического аппарата для описания законов механики. В силу того, что КФМН строится в 3–мерном пространстве ИСО с расширением на динамическое изменение состояния системы во времени, для каждой отдельной ИСО существует своя скалярно–векторно–тензорная алгебра, которая переносится в другие ИСО не тензорным способом. Такими параметрами являются многие скалярные, векторные, энергетические и другие параметры механической и физической системы. Но этот недостаток легко преодолевается использованием 4–мерной геометрии ГПВ.

Галилеевы преобразования в КФМН теоретически допускают любую скорость ИСО по отношению друг к другу, и соответственно м.т. могут иметь любые скорости. Но современная физика считает, что галилеевы преобразования верны только при малых скоростях v м.т. по сравнению с некоторой фундаментальной скоростью c: $v^2 <|v| < c$. Имея в виду, что реально наблюдаемые скорости тел на Земле и в ее окрестностях в Солнечной системе не более 30 000 [м/с], а фундаментальная скорость порядка 300 000 000 [м/с], можем считать, что это условие выполняется: 30 000[м/с]/300 000 000[м/с] = 1/10 000.

5.2 Релятивистское пространство–время (РПВ)

Релятивистское ПВ известно также большому кругу людей, как ученых, так и не ученых. И не всегда они представляют, что же такое РПВ и какие у нее свойства, кроме тех, что на слуху у многих популяризаторов науки. РПВ и его свойства практически абсолютно не интуитивны и поэтому не понятны широкому кругу людей. Это ведет к интуитивно непонятным парадоксам. Например, парадокс близнецов. Или знаменитое $E = mc^2$. Сокращение расстояний и замедление времени[71]. И многие другие.

Релятивистским пространством (РПВ) назовем 4–мерное аффинное пространство, представляющее собой прямое произведение двух независимых (можно и абсолютных) подпространств $P^1 \times P^3$, где P^1 –1–мерного пространство "время" с координатным представлением t и P^3 – 3–мерное "3–пространство" (далее просто "пространством" и/или "гиперплоскость") с координатным представлением (r^1, r^2, r^3). Но в отличие от АПВ (в частности, ГПВ), при преобразованиях координат пространственные и временные координаты могут взаимно перемешиваться (см. (4.3)). И в этом главное отличие между РПВ и ГПВ и суть принципа относительности СТО.

РПВ, также как и ГПВ, однородно, изотропно и есть свои условия для принятия принципа относительности. Она называется "Специальная (или частная) теория относительности" (СТО).

В отличие от ГПВ, в котором нет глобальной метрики, в РПВ определена 4–мерная ортонормированная псевдометрика, называемая "интервалом". Как следствие, по отношению к пространственной и временной координатам определено понятие ортогональности. Нормировка всех четырех осей координат зависима. Именно все это и отличает РПВ как пространство общего типа от ГПВ (АПВ) абсолютного типа.

Примером использования РПВ является релятивистская механика и физика, которые строятся в 4–мерном ПВ Минковского. На его основе практически рассчитываются и строятся многие устройства, в которых есть элементы или другие составляющие, имеющие большие скорости движения. В частности – атомная (ядерная) энергетика пользуется результатами СТО. Системы глобальной навигации также частично рассчитываются с учетом релятивистских поправок к скорости течения времени. Рентген на эффекте Черенкова. А также различные ускорители, синхротроны и другие подобные объекты не классической физики.

[71] Ради справедливости можно заметить, что парадоксы типа релятивистских могут быть и в АПВ с не единичным коэффициентом α или/и β.

5.2.1 Уравнения преобразования координат РПВ

Это пространство определяется преобразованиями координат общего вида (4.3):

$$\begin{cases} t' = \alpha t - \lambda_i r^i, \\ r'^i = -\gamma^i t + \beta^i_j r^j, \end{cases} \tag{4.3)*$$

удовлетворяющие условиям (4.29), (4.30) с решениями (4.32). Имея условие связи со скоростью ИСО' (4.9), (4.10): $\gamma = v'\beta$, а также условия к строкам и столбцам тензора преобразований координат $\beta^2 + \gamma^2 = 1$, $\beta^2 = 1 - \gamma^2$, для двухмерного ПВ имеем

$$\gamma = v'\sqrt{1+\gamma^2} \rightarrow$$
$$\langle \gamma^2 = v'^2(1+\gamma^2)\rangle \rightarrow \langle \gamma^2 - v'^2\gamma^2 = v'^2\rangle$$
$$\rightarrow \langle \gamma^2(1 - v'^2) = v'^2\rangle \rightarrow \gamma = \frac{v'}{\sqrt{1-v'^2}} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \gamma = \lambda = \dfrac{v'}{\sqrt{1-v'^2}}, \\ \alpha = \beta = \dfrac{1}{\sqrt{1-v'^2}}. \end{cases} \tag{5.15}$$

Окончательно для ортонормированных преобразований координат при произвольных допустимых скоростях в физических приложениях имеем следующее решение:

$$\begin{cases} t' = \dfrac{t - v'^i r^i}{\sqrt{1-v'^2}}, \\ r_{||}'^i = \dfrac{-v'^i t + r_{||}{}^i}{\sqrt{1-v'^2}} : \{r_{||}{}^i || v'^i\}. \end{cases} \tag{5.16}$$

Особенностью релятивистских, как и галилеевых преобразований координат, является неизменность координат в перпендикулярных к направлению движения ИСО направлениях:

$$r_\perp'^i = r_\perp{}^i : \{r_\perp{}^i \perp r_{||}{}^i\}. \tag{5.17}$$

Это уравнение автоматически не вытекает из предыдущего уравнения для РПВ. Но она является логическим следствием, вытекающим из волнового характера определения координат РПВ. И для его обоснования вполне подходит следующая гипотеза. В качестве гипотезы за основу создания эталонов принимаем законы распространения светового луча: эталон длины ИСО в соответствующем направлении (продольном или поперечном) соответствует расстоянию, проходимому лучом в единицу времени ИСО. В поперечном направлении луч света может проходить по двум траекториям, соответствующим либо волновому закону формирования поперечного луча, либо корпускулярно-волновому. Первый случай подходит в АПВ, второй – в пространстве с общими преобразованиями координат. РПВ соответствует второму случаю – см. ниже.

Обратными к (5.16) уравнениями преобразования координат являются уравнения

$$\begin{cases} t = \dfrac{t' + v'_i r'^i}{\sqrt{1-v'^2}}, \\ r^i = \dfrac{+v'^i t' + r'^i}{\sqrt{1-v'^2}}. \end{cases} \tag{5.18}$$

Уравнение (5.18) практически имеет тот же вид, что и (5.16), только изменился знак скорости. Если бы мы в этом уравнении захотели поставить скорость не штрихованного ИСО по отношению к штрихованному, то ничего не пришлось бы менять и уравнение преобразования координат осталось бы неизменным. Это говорит о том, что **преобразования Лоренца являются ковариантными относительно преобразований Лоренца**. Следовательно, нет и выделенного ИСО.

Более того, А.Эйнштейн сформулировал принцип относительности, в соответствии с которым все физические законы в любом ИСО, полученные с помощью этих преобразований координат, описываются абсолютно одинаково. Как следствие, фундаментальная скорость (распространения информации, фотона (света) и других взаимодействий) в любой ИСО должна быть одной и той же и равной фундаментальной скорости $c \sim 3{\cdot}10^8$ м/с. В ортонормированной с.к. $c \equiv 1$ в любом ИСО.

Только что полученные уравнения преобразования координат – это второй вид преобразования – и это истинно ортонормированные преобразования координат пространства Минковского, получаемые из наиболее общих преобразований координат (4.3) и соответствующие релятивистским **преобразованиям координат** (РПТК) **Лоренца** в **СТО А.Эйнштейна**[72] (см. ниже Рисунок 5.3): попробуйте найти отличия от Рисунок 5.1. При бесконечно малых преобразованиях координат $v' \to 0$ преобразования (4.3) с точностью до бесконечно малых второго порядка от скорости v' ИСО', должны быть записаны в виде:

$$\begin{cases} t' = t - dv' \cdot r, \\ r' = -dv' \cdot t + r. \end{cases} \tag{5.19}$$

Если решить это дифференциальное уравнение, также получится решение (5.16).

На практике, с использованием реальных эталонов длины, времени и скорости распространения информации, решения этого уравнения преобразования координат имеют следующий вид:

$$\begin{cases} t' = \dfrac{t - \frac{v'_i}{c^2} r^i}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}}, \\ r'^i = \dfrac{-v'^i t + r^i}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}}. \end{cases} \tag{5.20}$$

Скорость ИСО' в соответствии с (4.9)..(4.12) будет определяться как отношение $\gamma/\beta = v'^i$.

В соответствии с приведенными уравнениями преобразования координат РПВ любое изменение скорости ИСО связано с изменением как временных, так и пространственных координат. В соответствии с преобразованиями координат, с т.з. наблюдателя, реальные эталонные (и любые другие) часы в движущейся с.о. замедляются, а расстояния, соответственно, сокращаются. И эти следствия с очень большой точностью подтверждаются экспериментами вплоть до фундаментальной скорости света $c \sim 3{\cdot}10^8$ м/с.

У преобразований координат РПВ есть фундаментальная особенность, и она заключается в ограниченности допустимой скорости ИСО' по отношению к начальной ИСО: допустимая скорость м.о. ограничена фундаментальной скоростью c. С т.з. уравнений (5.16), синхронизация времени осуществляется сигналами, движущимися с фундаментальной скоростью $c = 1$ [ед.дл./ед.вр.]. Причина кроется в вещественности релятивистского ради-

[72] Здесь под индексом i подразумевается ось, связанная с направлением движения ИСО. Под индексом j – все остальные, перпендикулярные к ней, направления. Это связано со спецификой лоренцевых преобразований координат, оставляющих перпендикулярные к направлению движения штрихованной ИСО "расстояния" неизменными, а параллельные (или продольные/коллинеарные/сонаправленные и, связанные с понятием "буста") подвергаются лоренцеву (или другому) сокращению.

кала $\sqrt{1-v'^2}$ в уравнениях преобразования координат.

В реальности эта скорость приблизительно равна 300 000 000 м/с. Поэтому с т.з. уравнений (5.20) синхронизация времени осуществляется сигналами, движущимися с фундаментальной скоростью c = 300 000 000 м/с [ед.дл./ед.вр.]. Как видно, в них присутствует некий "релятивистский" коэффициент $\sqrt{1-v'^2/c^2}$. С т.з. этих уравнений синхронизация времени осуществляется сигналами, распространяющимися со скоростью c [ед.дл./ед.вр.].

Вы могли заметить, что (5.20) не соответствует условию ортонормированности (4.30). Причина этого заключается в том, что эталоны, которые используются для записи этих уравнений преобразования координат, являются исторически обусловленными, не являются взаимно нормированными и не определяют согласованные друг с другом волновые координаты пространства. Для согласования применяется параметр "фундаментальная скорость" c = 300 000 000 м/с. Это – дань историческому процессу познания законов Природы, т.к. в процессе развития знаний человечества эталоны длины и времени выбирались независимо друг от друга.

5.2.2 Преобразование поперечных координат РПВ

Представленные уравнения (5.16) неполны, т.к. в них не показано, как изменяются координаты пространства в перпендикулярных $r_\perp{}^i$ (или поперечных) к направлению движения ИСО' направлениях. **В РПВ в перпендикулярных направлениях координаты не изменяются** (см. (5.17)**.** Реальные эксперименты и опыты показывали, что это именно так. Но этот факт теоретически из уравнений (5.15)..(5.18) совершенно не очевиден. В связи с замедлением времени и сокращением продольных расстояний движущейся ИСО в условно покоящейся с.о. не очевидность только усугубляется. Разберемся с этой неочевидностью.

Будем предполагать, что имеется условно абсолютное ИСО (УАИСО). И волновой луч, направленный перпендикулярно к направлению движения источником волны и все время находящийся на этом перпендикуляре в процессе своего распространения, в предположении корпускулярно–волнового варианта распространения, должен пройти большее расстояние (см. ниже Рисунок 5.2), чем в УАИСО. Это видно из того, что вместо траектории OA в случае УАИСО, волновой луч должен двигаться по траектории OA'. Решая прямоугольный треугольник OAA', имеем результат:

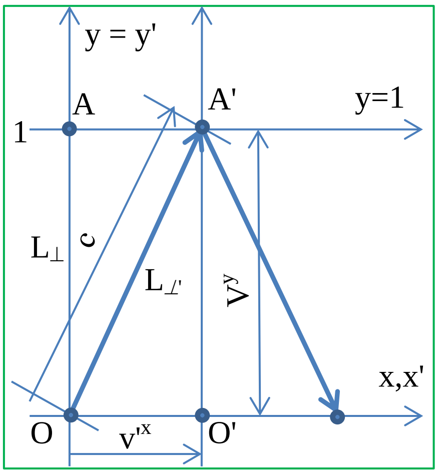

Рисунок 5.2

К определению масштаба поперечных осей координат РПВ по корпускулярно–волному варианту (5.21).

$$L_{\perp 0} = \frac{L_0}{\sqrt{1-v'^2}}. \tag{5.21}$$

(сравните с (5.28) и вникните в смысл разницы между ними). Здесь L_0 –координата в перпендикулярном направлении в УАИСО.

Больший путь распространения предполагает и пропорционально большее время его распространения по часам УАИСО:

$$\Delta T_{\perp 0} = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1-v'^2}}. \tag{5.22}$$

С т.з. ИСО' время движения с учетом замедления скорости течения времени в ней будет (численно!) равно

$$\Delta T'_0 = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1-v'^2}}\sqrt{1-v'^2} = \Delta T_0. \tag{5.23}$$

Координата в перпендикулярном направлении в ИСО' численно можно определить как время прохождения волновым лучом в перпендикулярном направлении в том же штрихованном ИСО'. А оно в соответствии с (5.23) численно равно времени прохождения в перпендикулярном направлении в УАИСО. Поэтому имеем:

$$r'^{i}_{\perp} = r^{i}_{\perp}. \tag{5.24}$$

Результаты парадоксальные[73]. Но они следуют из свойств РПВ как модели реального ПВ. Современная физическая наука считает данную модель соответствующей свойствам реального ПВ.

5.2.3 Геометрическая интерпретация РПВ

представлена на Рисунок 5.3 – и она довольно проста. Но отказаться от своей интуитивной точки зрения, даже рассматривая рисунок и представленные формулы, и принять то, что предлагает математика и доказывают эксперименты, довольно сложно. Можно сказать – невозможно. Но это эмоции.

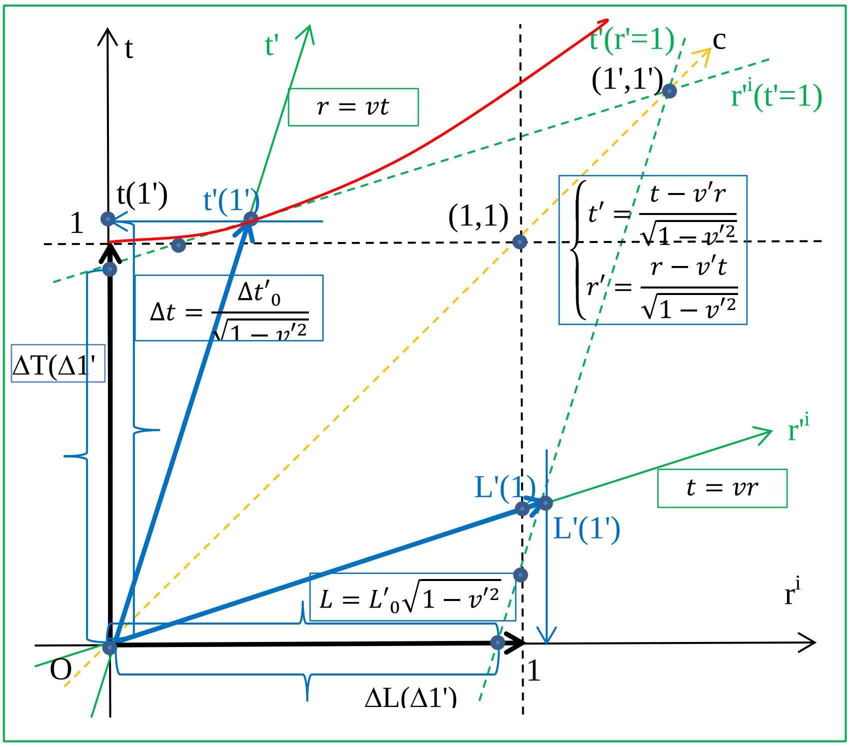

Рисунок 5.3

К определению преобразования координат в РПВ по (5.16).

На Рисунок 5.3 представлена двухмерная интерпретация самого ПВ. Ее на Рисунке можно представить как собственно чистый лист без каких–либо линий и обозначений – просто квадрат, окаймленный зеленым контуром. Геометрическая координатная интерпретация включает в себя общие начала двух ИСО – условно–неподвижной не штрихованной *O* и подвижной *O*', оси координат условно–неподвижной (*t*, *r*) системы отсчета выделены черным цветом линий, а подвижной (*t*', *r*') – выделены зеленым цветом линий и текста.. На Рисунке также показаны линии, соответствующие условно единичным значениям осей координат и соответствующим им отрезкам (выделены жирным черным и синим цветом линий и текста). Линии со стрелками соответствуют единичным отрезкам соответствующих осей. Красной линией показана гипербола, которой должна касаться единичная пространственная штрихованная координатная линия (обозначена зеленой пунктирной линией):

$$t^2 - r^2 = 1. \tag{5.25}$$

[73] Результат парадоксален в том смысле, что (из не хотелось бы сказать "эфирности", но) из существования некой УАИСО, похожей на АИСО, получили результат, который в принципе не нуждается в этом самом "родительском" АИСО.

Желтой линией обозначена мировая линия движения фотона, движущегося со фундаментальной скоростью света $c = 1$ из начала координат – именно посредством ее мы имеем (почти) всю информацию об этом мире.

Покажу, как строится каждая линия. Линия осей координат представляемых ИСО строятся как графики в соответствии с формулами, показанными рядом с ними недалеко от их концевых стрелок. Причем так, что единичные значения штрихованных осей координат пересекают оси условно покоящейся с.о. в точках, по значению равные коэффициенту релятивистского множителя. Единичные линии и отрезки параллельны соответствующим осям координат и отстоят от них на расстоянии 1 единица (уже без формул). И именно это обстоятельство показывает, что время штрихованной ИСО' с т.з. условно покоящейся с.о. замедляется, а расстояния сокращаются.

Это замедление на рисунке видно в том факте, что единичная координата времени штрихованной ИСО' $t'(1')$ проектируется в точку $t(1')$ с координатами

$$\Delta t(\Delta t_0{}') = \frac{\Delta t_0{}'}{\sqrt{1 - v'^2}}, \tag{5.26}$$

УАИСО. В этой формуле $\Delta t'_0$ — длительность процесса, измеренная по часам в движущейся системе отсчета. Промежуток Δt измерен по часам системы, относительно которой тело движется со скоростью v. Иначе можно сказать, что $\Delta t'$ определено по часам, которые движутся вместе с телом со скоростью v. Замедление времени движущегося ИСО' определяется показаниями часов $\Delta t'$ в УАИСО:

$$\Delta t'_0 = \Delta t(1')\sqrt{1 - v'^2}, \tag{5.27}$$

Сокращение расстояний означает, что длина стержня L, измеренная в системе, относительно которой она движется, оказывается меньше "собственной" длины L'_0, измеренной в системе, относительно которой стержень покоится.

$$L = L'_0\sqrt{1 - v'^2} \tag{5.28}$$

Поперечные размеры стержня в обеих (собственных) системах одинаковы. Это сокращение расстояний на рисунке видно в том факте, что единичная пространственная координата штрихованной ИСО $L_0'(1')$ проектируется в точку $L(1')$ с координатами условно покоящейся с.о. (см. (5.28)).

5.2.4 Композиция преобразований и закон сложения скоростей

Выведем уравнения преобразования из одного ИСО' в другое ИСО''. Для получения данного уравнения изберем двухшаговый метод с преобразованием через нештрихованное условно неподвижное УАИСО (ИСО' → УАИСО → ИСО''):

$$1)\begin{cases} t = \dfrac{t' + v'_i r'^i}{\sqrt{1 - v'^2}} \\ r^i = \dfrac{+v'^i t' + r'^i}{\sqrt{1 - v'^2}} \end{cases} \& \; 2)\begin{cases} t'' = \dfrac{t - v''_i r^i}{\sqrt{1 - v''^2}} \\ r_{||}{}''^i = \dfrac{-v''^i t + r_{||}{}^i}{\sqrt{1 - v''^2}} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{\frac{t'+v'_i r'^i}{\sqrt{1-v'^2}} - v''_i \frac{v'^i t' + r'^i}{\sqrt{1-v'^2}}}{\sqrt{1-v''^2}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-v''^i \frac{t'+v'_i r'^i}{\sqrt{1-v'^2}} + \frac{v'_i t' + r'^i}{\sqrt{1-v'^2}}}{\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t'' = \dfrac{t' + v'_i r'^i - v''_i\left(v'^i t' + r'^i\right)}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-v''^i\left(t' + v'_i r'^i\right) + v'^i t' + r'^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{t'\left(1 - v'_i v''^i\right) - (v''_i - v'_i) r'^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-\left(v''^i - v'^i\right)t' + \left(1 - v'_i v''^i\right) r'^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}. \end{cases} \tag{5.29}$$

Это уравнение с учетом преобразований (5.34) (см. ниже) можно упростить:

$$\rightarrow \begin{cases} t'' = \dfrac{t' - v^i r'^i}{\sqrt{1-v^{i^2}}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-v^i t' + r'^i}{\sqrt{1-v^{i^2}}} \end{cases} : v^i = \frac{v''^i - v'^i}{1 + v'_i v''^i} \tag{5.30}$$

Испробуем и прямой путь – из ИСО1' со скоростью движения v' сразу сделаем преобразование в ИСО2'' с относительной скоростью в ИСО1 равной v''. Эта операция законна в силу независимости РПТК от наличия/отсутствия УАИСО.

$$\begin{cases} t' = \dfrac{t - v'^i r^i}{\sqrt{1-v'^2}} \\ r_{||}'^i = \dfrac{-v'^i t + r_{||}{}^i}{\sqrt{1-v'^2}} \end{cases} \& \begin{cases} t'' = \dfrac{t' - v''_i r'^i}{\sqrt{1-v''^2}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-v''^i t' + r'_{||}{}^i}{\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{\frac{t - v'_i r^i}{\sqrt{1-v'^2}} - v''_i \frac{-v'^i t + r_{||}{}^i}{\sqrt{1-v'^2}}}{\sqrt{1-v''^2}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-v''^i \frac{t - v'_i r^i}{\sqrt{1-v'^2}} + \frac{-v'^i t + r_{||}{}^i}{\sqrt{1-v'^2}}}{\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t'' = \dfrac{t - v'_i r^i - v''_i\left(-v'^i t + r_{||}{}^i\right)}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-v''^i\left(t - v'_i r^i\right) - v'^i t + r_{||}{}^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{\left(1 + v'_i v''^i\right)t - (v'_i + v''_i) r^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-\left(v'^i + v''^i\right)t + \left(1 + v'_i v''^i\right) r^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} \tag{5.31}$$

Сравнивая (5.29) и (5.31), можно заметить, что они различаются только знаками при элементе в скобках, соответствующих сложению или вычитанию скоростей штрихованных ИСО. В первом случае оно равно разности скоростей ИСО'' и ИСО', что соответствует их относительной скорости, и которое было нашей целью. Во втором случае – их сумме, что соответствует относительной скорости ИСО'' относительной исходной ИСО. Поэтому (5.29) и (5.31) дают преобразования координат из одной ИСО в другую при любых их скоростях относительно себя и третьего ИСО.

Для нахождения результирующей скорости ИСО' найдем отношение (4.9):

$$v^i = \frac{\gamma}{\beta} \to v^i = \frac{\left(\frac{v'^i + v''^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}\right)}{\left(\frac{1+v'_i v''^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}\right)} = \frac{v'^i + v''^i}{1 + v'_i v''^i}. \tag{5.32}$$

Это уравнение дает формулу сложения скоростей ИСО' и ИСО" в релятивистском пространстве. Для нашего случая оно равно скорости движения начала координат результирующей ИСО" в исходном ИСО.

Продолжим преобразовывать уравнения (5.31), учитывая (5.32):

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{(1+v'_i v''^i)}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}\left(t - \left(\dfrac{v'_i + v''_i}{1+v'_i v''^i}\right) r^i\right) \\ r_{||}''^i = \dfrac{(1+v'_i v''^i)}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}\left(-\left(\dfrac{v'^i + v''^i}{1+v'_i v''^i}\right) t + r^i\right) \end{cases} = \begin{cases} t'' = \dfrac{(1+v'_i v''^i)}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}(t - v^i r^i) \\ r_{||}''^i = \dfrac{(1+v'_i v''^i)}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}(-v^i t + r^i) \end{cases}. \tag{5.33}$$

Выполним некоторые преобразования общего релятивистского множителя перед уравнениями (5.33):

$$\frac{(1+v'_i v''^i)}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}} = \sqrt{\frac{1+2v'_i v''^i + v'_i v''^i v'_i v''^i}{1-v'^2-v''^2+v'_i v'^i v''_i v''^i}} = 1\Big/\sqrt{\frac{1-v'^2-v''^2+v'_i v''^i v'_i v''^i}{1+2v'_i v''^i + v'_i v'^i v''_i v''^i}} =$$

$$= 1\Big/\sqrt{\frac{1+v'_i v''^i v'_i v''^i + 2v'_i v''^i - 2v'_i v''^i - v'^2 - v''^2}{1+2v'_i v''^i + v'_i v'^i v''_i v''^i}} = \tag{5.34}$$

$$= 1\Big/\sqrt{1 - \frac{v'^2 + 2v'_i v''^i + v''^2}{1+2v'_i v''^i + v'_i v'^i v''_i v''^i}} = 1\Big/\sqrt{1 - \frac{(v'+v'')^2}{(1+v'_i v''^i)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-v^{i^2}}}.$$

Подставим полученный результат в (5.33):

$$\to \begin{cases} t'' = \dfrac{t - v^i r^i}{\sqrt{1-v^{i^2}}} \\ r_{||}''^i = \dfrac{-v^i t + r^i}{\sqrt{1-v^{i^2}}} \end{cases}. \tag{5.35}$$

В результате получили результат, соответствующий прямому преобразованию координат из ИСО (без штриха) в конечное ИСО" (два штриха) с использованием формулы сложения скоростей v'^i ИСО' и v''^i ИСО" в РПВ, без промежуточного перехода в УАИСО, подтвердив ковариантность уравнений преобразования координат в РПВ.

5.3 Тангерлини преобразования и пространство–время (ТПВ)

У рассмотренных ранее релятивистских преобразований Лоренца **имеются "предельные" случаи использования при дорелятивистских скоростях**, значительно меньших фундаментальной скорости c (или близких к нулю при нормировании $c \equiv 1$) , с условием: $v^2 < |v| << 1$. Альтернативой представленным выше пространствам с общими преобразованиями (4.3) и релятивистскими (5.16) являются (в дополнение к **преобразованиям Галилея** – см. выше**), преобразования типа преобразований Тангерлини** [Л21][74]. Они также соответствуют преобразования типа галилеевых (см. далее) с абсолютными пространственными слоями и временем для них и даются уравнениями (4.7) с не единичными коэффициентами преобразования:

$$\begin{cases} t' = \alpha t, \\ r'^i = -\gamma t + \beta r^i. \end{cases} \tag{4.7}^*$$

Ещё в 1958 г. появилась оригинальная работа Ф.Р. Тангерлини по СТО, в которой он рассматривает абстрактную возможность введения абсолютной синхронизации показаний разноместных часов во всех ИСО сигналом с бесконечной скоростью распространения, но с зависимой от скорости движения ИСО в АИСО (уже не условном) скоростью хода часов. ~~В любой выбранной ИСО все её разноместные часы при такой синхронизации будут идти в фазе, т.е. в любое мгновение должны иметь одинаковые показания~~ (это верно, но) Более точнее: показания часов разных ИСО в конкретный момент времени отличаются на одно и то же значение, несмотря на то, что находятся в разных местах слоя одновременности, из–за разной скорости их хода. Повторю: в разных ИСО скорости хода часов будут отличаться. Преобразования Тангерлини используются при формулировании "Теории эфира светоносного" [Л16[75]].

5.3.1 Преобразования Тангерлини

Преобразования Тангерлини формально соответствуют некоторым условиям ортонормированности, но не всем, а только некоторым соотношениям ортонормированности между элементами матрицы тензора преобразований координат. Эти преобразования обладают следующими свойствами (см. (4.42), (4.43):1):

$$\begin{cases} (\beta^2 - \gamma^2 = 1) \\ \alpha\beta = 1 \end{cases} \to \begin{cases} \gamma^2 = \beta^2 - 1 \\ \alpha = 1/\beta \end{cases} \to \begin{cases} \beta^2 = 1 + \gamma^2 \\ \beta = 1/\alpha \end{cases}. \tag{5.36}$$

Первая строка нормирует "длину" преобразования пространственной оси. Вторая строка этих уравнений нормирует 2 –мерную площадь преобразуемого "буста", соответствующей детерминанту матрицы преобразования координат, На их основе мы будем определять их аналитические зависимости.

Аналогично можно определить еще одни преобразования координат такого же типа.

$$\begin{cases} (\alpha^2 - \gamma^2 = 1) \\ \alpha\beta = 1 \end{cases} \to \begin{cases} \gamma^2 = \alpha^2 - 1 \\ \alpha = 1/\beta \end{cases} \to \begin{cases} \alpha^2 = 1 + \gamma^2 \\ \beta = 1/\alpha \end{cases}. \tag{5.36):2}$$

Исходно в математической абстракции преобразования (4.7) не имеют связи с физикой, хотя физика пользуется понятиями координаты пространства и времени и ее ортонормированных преобразований. Для физической интерпретации свободные параметры α, β и γ ортонормированных преобразований необходимо связать с преобразованиями координат из одного ИСО в другое, движущейся со скоростью v' относительно первого. И поэтому параметры α и γ с необходимостью должны быть связаны со скоростью движения

[74] Tangherlini F R "The velocity of ligh in uniformly moving frame", Ph D Thesis (Stanford: Stanford Univ., 1958.
[75] Фейнман, Ричард П.; Лейтон, Роберт Б.; Сэндс, Мэтью (февраль 1977). "Релятивистские эффекты в радиации". Фейнмановские лекции по физике: Том 1. Рединг, Массачусетс: Аддисон –Уэсли. С. 34–7 ф. ISBN 9780201021165. LCCN 2010938208. [Электронный ресурс] //URL: http://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_34.html. (Последняя загрузка: 05.06.2022).
Чепик, А. М. Сходство и различие СЭТ и СТО. [Электронный ресурс] //URL: http://redshift0.narod.ru/Rus/Stationary/Absolute/ Absolute_Principles_4.htm (Последняя загрузка: 16.07.2019). // Нижний Новгород, e–mail: redshift0@narod.ru.

ИСО'. Интуитивно прямой связи между этими параметрами и скоростью не имеется. Но есть подсказка: начала координат новой системы координат (ИСО) в старой (r'^i, t') должны находиться на линии $x = v't$. А это возможно при соблюдении следующего условия:

$$v = {}^{\gamma}/_{\beta}. \tag{5.37}$$

(см. также (4.9) в части 4.2 "Связь параметров со скоростью vi преобразования координат ИСО в физической интерпретации"). Это – тангенс угла наклона уравнения этой линии и одновременно уравнение линии оси времени штрихованной ИСО. И это – физическое условие к ортонормированным преобразованиям координат (4.7).

$$\gamma = v'\beta. \tag{5.38}$$

В уравнениях (4.7) и (5.36), в отличие от рассмотренного выше релятивистского случая, имеется три независимых параметра – α, β и γ на два уравнения, которым они должны соответствовать. А также параметр скорости ИСО v, от которых они могут зависеть. А это говорит о том, что какой–то параметр придется подбирать, подбирая ей соответствующую интерпретацию, с учетом параметра v. Далее рассмотрим физическую интерпретацию преобразований (4.7) с преобразованиями Тангерлини с использованием параметра "скорость" v' ИСО.

Из (5.38) с использованием (5.36), имеем:

$$\begin{gathered}\begin{cases}\gamma = v'\beta\\ \beta^2 - \gamma^2 = 1\end{cases} \to \beta^2 - v'^2\beta^2 = 1 \to\\ \beta^2 = \frac{1}{1-v'^2} \to \beta = \frac{1}{\sqrt{1-v'^2}} \to\\ \alpha\beta = 1 \to \alpha = \sqrt{1-v'^2}.\end{gathered} \tag{5.39}$$

Подставляя полученный результат в (4.7), в результате получаем преобразования Тангерлини для продольных направлений:

$$\begin{cases}t' = t\sqrt{1-v'^2},\\ {r_{||}}'^i = \dfrac{-v'^i t + {r_{||}}^i}{\sqrt{1-v'^2}},\end{cases} \text{или} \begin{cases}t' = t\sqrt{1-v'^2/c^2}\,,\\ {r_{||}}'^i = \dfrac{-v'^i t + {r_{||}}^i}{\sqrt{1-v'^2/c^2}}.\end{cases} \tag{5.40}$$

(см. (4.26)). Координаты в перпендикулярном (поперечном) к направлению движения ИСО' направлении, как и в случае ГПВ и РПВ, предполагаются неизменными:

$${r_\perp}'^i = {r_\perp}^i. \tag{5.41}$$

Как и в случае РПВ, это не следует из уравнений (5.40), а является особенностью физической интерпретации этих преобразований. В этом смысле она является логическим следствием, вытекающим из корпускулярно–волнового характера определения координат ТПВ (см. далее).

Скорость ИСО в соответствии с (4.9)..(4.12) будет равна v'^i:

$$v'^i = -\frac{\gamma}{\beta} = -\frac{-v'^i/\sqrt{1-v'^2/c^2}}{1/\sqrt{1-v'^2/c^2}} = v'^i. \tag{5.42}$$

Обратные преобразования Тангерлини с использованием (4.8) (а также и простой алгебры) следующие:

$$\begin{cases} t = \dfrac{t'}{\sqrt{1-v'^2}}, \\ r_{||}{}^{i} = \dfrac{v'^i}{\sqrt{1-v'^2}}t' + \sqrt{1-v'^2}r'^i = \sqrt{1-v'^2}\left(\dfrac{v'^i}{1-v'^2}t' + r'^i\right) = \sqrt{1-v'^2}\left(v^i t' + r'^i\right), \end{cases} \tag{5.43}$$

Если смотреть уравнение (5.40), то оно означает, что ход времени в ИСО замедляется с т.з. АИСО, а при замедлении времени ИСО в АИСО должны сокращаться все расстояния – и продольные, и поперечные тоже (см. ниже Рисунок 5.4).

Скорость АИСО в ИСО соответствии с (4.9)..(4.12) будет равна

$$v^i = -\frac{\gamma'}{\beta'} = -\frac{v'^i/\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v'^2}} = -\frac{v'^i}{1-v^2}. \tag{5.44}$$

Как видно, взаимные скорости не симметричны.

Альтернативное решение

При решении альтернативных уравнений (5.36):2 имеем следующие частные решения. Из (5.38) с использованием (5.36):2, имеем (без подробностей):

$$\begin{gathered} \begin{cases} \gamma = v'\beta \\ \alpha^2 - \gamma^2 = 1 \end{cases} \rightarrow \alpha^2 - v'^2\alpha^2 = 1 \rightarrow \\ \alpha^2 = \frac{1}{1-v'^2} \rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{1-v'^2}} \rightarrow \\ \alpha\beta = 1 \rightarrow \beta = \sqrt{1-v'^2}, \\ \gamma = v'\beta = v'\sqrt{1-v'^2}. \end{gathered} \tag{5.45}$$

Подставляя полученный результат в (4.7), в результате получаем альтернативные преобразования Тангерлини для продольных направлений:

$$\begin{cases} t' = \dfrac{t}{\sqrt{1-v'^2}}, \\ r_{||}{}'^i = \sqrt{1-v'^2}\left(-v'^i t + r_{||}{}^i\right), \end{cases} \tag{5.46}$$

Этот результат не совпадает ни с прямыми, ни с обратными преобразованиями координат Тангерлини, и она абсолютно самостоятельна. Но к реальности она не может иметь отношения, т.к. приводит не к замедлению скорости течения времени в подвижном ИСО, доказанному экспериментами, а, наоборот, к его ускорению.

5.3.2 Преобразования координат в поперечном направлении

Особенностью прямых преобразований координат Тангерлини, как и галилеевых и релятивистских преобразований координат, **является неизменность координат в перпендикулярных к направлению движения ИСО направлениях**. И это его свойство не является логическим следствием ТПТК. Но она является логическим следствием, вытекающим из волнового характера определения координат ТПВ. И для его обоснования подходит следующая гипотеза. В качестве гипотезы за основу создания эталонов принимаем законы распространения светового луча: эталон длины ИСО в соответствующем направлении (продольном или поперечном) соответствует расстоянию, проходимому лучом в единицу времени ИСО. В поперечном направлении луч света может проходить по двум траекториям, соответствующим либо волновому закону формирования поперечного луча, либо корпускулярно-волновому. Первый случай подходит в АПВ, второй – в пространстве с общими преобразованиями координат. В ТПВ поперечные координаты не изменяются –

по определению автора преобразований. Поэтому нужно обоснование.

Соображения выбора здесь почти те же, что и при выводе (5.21) для РПВ. Но все же здесь необходимо рассмотреть два варианта, чтобы выбрать правильный – 1) волновой и 2) корпускулярно–волновой. Т.к. плоская поперечная волна в АИСО при замедлении времени в ИСО' за единицу времени ИСО' при естественной для АПВ синхронизации времени формирования фронта волны может пройти большее расстояние, то **1) поперечные координаты волнового варианта должны сокращаться на релятивистский коэффициент $\boldsymbol{\alpha = \sqrt{1 - v'^2}}$:**

$$r'^{\,i}_{\perp} = r_{\perp}^{\,i}\sqrt{1 - v'^2}. \tag{5.47}$$

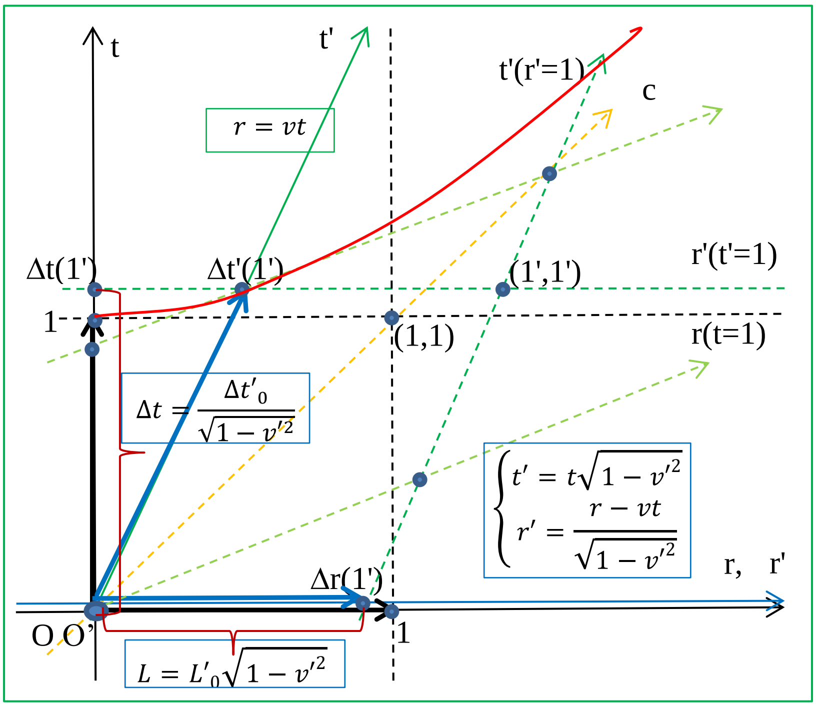

Рисунок 5.4

К определению преобразования координат в ПТ по (5.40) (рисунок построен на основе рисунка релятивистских преобразований координат).

Это соответствует механизму распространения поперечной волны, возбуждаемой естественными для АПВ абсолютными часами с абсолютной синхронизацией, пусть и зависимой от скорости v^i ИСО', что, в общем–то, и предусматривается по умолчанию выбором самих уравнений преобразования координат (5.40) как "абсолютных".

Если поперечная волна распространяется **2) корпускулярно – волновым образом, то увеличивается проходимое фронтом волны расстояние в поперечном направлении в АИСО по закону сложения проходимых им взаимно–ортогональных продольного и поперечного расстояний, компенсирующих эффект замедления времени (как в РПВ):**

$$r'^{\,i}_{\perp} = \frac{r_{\perp}^{\,i}}{\sqrt{1 - v'^2}}\sqrt{1 - v'^2} = r_{\perp}^{\,i}. \tag{5.48}$$

Но для такого выбора необходимо постулировать первичность корпускулярно–волнового механизма распространения и формирования волны, а вторичным эффектом выбрать замедление хода часов. Это соответствует механизму формирования и распространения поперечной волны, возбуждаемой не естественным для АПВ не одновременным возбуждением фронтов волн образом (другими часами с синхронизацией по Эйнштейну), что, в общем–то, не предусматривается выбором абсолютных уравнений преобразования координат (5.40). Но оно компенсируется формированием волн с частотой, не совпадающей с частотой формирования волн в АИСО. Повторю: для реализации п.2 необходима специальная корпускулярно–волновая синхронизация формирования фронта волны, компенсирующая сокращение расстояний в соответствии с (5.48). Поэтому пространство с преобразованиями Тангерлини должно быть "сшитым" специальным образом и достаточно "искусственным" ПВ.

Только что мы рассмотрели прямые преобразования Тангерлини поперечных координат. Но кроме них, имеются и не ковариантные ему обратные преобразования координат. Они характеризуются тем, что время ИСО по сравнению с АИСО не замедляется, а наоборот – ускоряется – см. (5.43):1. И с т.з. обратных преобразований координат поперечные координаты ведут себя также не "ковариантно" по отношению к случаю прямых преобразований координат. Для волнового механизма формирования фронтов волн поперечные координаты становятся длиннее (сравните с (5.47)):

$$r_{\perp}{}^{i} = \frac{r'_{\perp}{}^{i}}{\sqrt{1-v'^2}}. \tag{5.49}$$

А для корпускулярно–волнового варианта они опять будут равными (см. (5.48)):

$$r'_{\perp}{}^{i} = \frac{r_{\perp}{}^{i}\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v'^2}} = r_{\perp}{}^{i}. \tag{5.50}$$

Это тоже корпускулярно-волновой механизм формирования фронтов, но здесь рассчитывается катет скоростного треугольника из гипотенузы.

Как видно, корпускулярно–волновой вариант оказался ковариантным механизмом для определения эталонов. Это дополнительно подтверждает правильность выбора корпускулярно–волнового механизма формирования волн в ТПВ для обоснования неизменности поперечных координат при ТПТК.

Но в смысле абсолютности представленного пространства, преобразования Тангерлини не являются ортогональными, но являются нормированными и равнообъемными абсолютными преобразованиями, оставляющими слои подпространства "время" и "3 –мерное пространство" абсолютными. Относительно абсолютными, т.к. эталоны длины и времени изменяются в зависимости от скорости ИСО, оставляя 4–мерный объем постоянным.

5.3.3 Композиция преобразований и закон сложения скоростей

Преобразования Тангерлини в общем случае из произвольного ИСО в другое произвольное ИСО будут содержать параметры скорости в АИСО обеих взаимно преобразуемых ИСО. Преобразование из одного ИСО в другое происходит в два этапа: 1) проводим обратное преобразование из первого однажды штрихованного ИСО' в не штрихованное АИСО; 2) проводим прямое преобразование из АИСО в дважды штрихованное второе ИСО" с использованием полученных координат без штриха. Для двухмерного случая ($v^i \parallel r^i$) они следующие:

$$1)\left\{\begin{aligned} t &= \frac{t'}{\sqrt{1-v'^2}} \\ r^i &= \frac{v'^i}{\sqrt{1-v'^2}}t' + \sqrt{1-v'^2}\,r'^i \end{aligned}\right. \quad \& \; 2)\begin{cases} t'' = t\sqrt{1-v''^2} \\ r''^i = \dfrac{-v''^i t + r^i}{\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} \rightarrow$$

Подставим во второе уравнение первое и решим:

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{t'}{\sqrt{1-v'^2}}\sqrt{1-v''^2} \\ r''^i = \dfrac{-v''^i\frac{t'}{\sqrt{1-v'^2}} + \frac{v'^i}{\sqrt{1-v'^2}}t' + \sqrt{1-v'^2}\,r'^i}{\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} = \begin{cases} t'' = \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}}t' \\ r''^i = \dfrac{\left(\frac{-v''^i}{\sqrt{1-v'^2}} + \frac{v'^i}{\sqrt{1-v'^2}}\right)t' + \sqrt{1-v'^2}\,r'^i}{\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} t'' = \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}} t' \\ r''^i = \dfrac{\left(\frac{v'^i - v''^i}{\sqrt{1-v'^2}}\right) t' + \sqrt{1-v'^2} r'^i}{\sqrt{1-v''^2}} \end{cases} = \begin{cases} t'' = \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}} t' \\ r''^i = -\left(\dfrac{v''^i - v'^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}\right) t' + \dfrac{\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v''^2}} r'^i \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} t'' = \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}} t', \\ r''^i = \dfrac{\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v''^2}} \left[-\left(\dfrac{v''^i - v'^i}{1-v'^2}\right) t' + r'^i \right]. \end{cases} \tag{5.51}$$

Из этих преобразований видно, что 1) если вторая ИСО покоится, то преобразования соответствуют обратным преобразованиям. Этого и следовало ожидать – второе ИСО и есть АИСО. 2) Если первая ИСО покоится, то преобразования соответствуют прямым преобразованиям. Этого и следовало ожидать – второе ИСО и есть АИСО. 3) Если ИСО' = ИСО", то преобразования для двухмерного(!) случая становятся тождественными.

Для нахождения результирующей скорости ИСО" по отношению к ИСО' найдем отношение (4.9):

$$v^i = -\frac{\gamma}{\beta} = -\frac{\left(\frac{v'^i - v''^i}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}\right)}{\frac{\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v''^2}}} = \frac{v''^i - v'^i}{\sqrt{1-v'^2}\cancel{\sqrt{1-v''^2}}} \frac{\cancel{\sqrt{1-v''^2}}}{\sqrt{1-v'^2}} = \tag{5.52}$$

$$= \frac{v''^i - v'^i}{1-v'^2}.$$

Это уравнение дает формулу сложения (точнее, вычитания) скоростей ИСО' из ИСО" в пространстве Тангерлини. Для нашего случая оно равно скорости движения начала координат результирующей ИСО" в исходном ИСО'. С учетом этого закона вычитания скоростей композицию преобразований координат из ИСО' в ИСО" можно записать в следующем достаточно простом виде:

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}} t' \\ r_{||}''^i = \dfrac{\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v''^2}} \left[-v^i t' + r'^i \right] \end{cases} \tag{5.53}$$

Здесь v^i – это не просто $v''^i - v''^i$, как в ГПВ, а (5.52),

v^i – скорость нового ИСО" в ИСО'.

Как видно из уравнений, для выполнения преобразования координат необходимо знать скорости обеих ИСО в АИСО.

А закон сложения скоростей можно получить из (5.52), разрешив ее относительно v'':

$$v^i = \frac{v''^i - v'^i}{1-v'^2} \rightarrow v''^i = v^i\left(1-v'^2\right) + v'^i = \tag{5.54}$$

$$v''^i = \left(v'^i + v^i\right) - v^i v'^2.$$

Найдем обратные к (5.51) преобразования.

$$\begin{cases} t' = \dfrac{\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v''^2}}t'', \\ r_{\|}'^{i} = \left(\dfrac{v''^{i}-v'^{i}}{1-v'^2}\right)t' + \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}}r''^{i} = \\ \quad = \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}}\left(\left(\dfrac{v''^{i}-v'^{i}}{\sqrt{1-v'^2}\sqrt{1-v''^2}}\right)\dfrac{\sqrt{1-v'^2}}{\sqrt{1-v''^2}}t'' + r''^{i}\right) = \\ \qquad = \dfrac{\sqrt{1-v''^2}}{\sqrt{1-v'^2}}\left(\left(\dfrac{v''^{i}-v'^{i}}{1-v''^2}\right)t'' + r''^{i}\right). \end{cases} \tag{5.55}$$

Анализируя это уравнение, можно прийти к выводу, что общие преобразования координат Тангерлини являются ковариантными, т.к. представленное уравнение по форме повторяет общие преобразования координат Тангерлини (5.51), отличаясь только направлением взаимной скорости. С использованием этих преобразований можно забыть о нековариантности преобразований координат Тангерлини. Не забывая, конечно, о том, что преобразования между АИСО и ИСО все же наиболее просты – но это лишь частные случаи из общего ряда.

5.3.4 Выводы

У этого преобразования имеются существенные недостатки.

1) Прямые преобразования (5.40) пространственных координат удовлетворяют условиям (4.9)..(4.12) к параметрам преобразования (например, условию: $\gamma = v'\beta$), т.к. они основаны на них. Но обратные преобразования пространственных координат (5.43) удовлетворяют несколько другому условию: $\gamma' = v\beta'$. Это говорит (или может говорить) о том, что взаимные скорости не симметричны – и это видно по формуле (5.52).

2) Переняв от ГПВ и РПВ некоторые их свойства, обратные преобразования (5.43) оказались не ковариантны прямым преобразованиям (5.40). Здесь, сравнивая с уравнением прямого преобразования координат, можно заметить, что формы записи уравнений прямого и обратного преобразования координат отличаются друг от друга, и довольно существенно. Это связано с тем, что пространство с уравнениями Тангерлини является относительно абсолютным и в ней явно выделяется некая "абсолютная" система отсчета, в которой уравнения преобразования наиболее просты.

Но композиция прямого и обратного преобразований (5.51) ковариантны, объединяя прямое и обратное преобразования координат Тангерлини.

3) В отличие от законов сложения и вычитания скоростей в случаях ГПВ и РПВ, которые ковариантны для этих случаев, в ТПВ уравнения сложения и вычитания скоростей (5.52) и (5.54) не ковариантны.

4) **Реальные волновые часы движущегося наблюдателя** (имею в виду – в модели) **замедлены по сравнению с некоторыми, считающимися "покоящимися", а линейки – сократившимися** (тоже в модели). Синхронизация часов любых ИСО происходит на одной и той же гиперплоскости r и r' – поэтому все часы любой гиперплоскости во всех ИСО совпадают и каждую такую гиперплоскость можно рассматривать отдельно (абстрактно – класс гиперплоскостей состоит из одних и тех же элементов, и элементы разных ИСО отличаются только значениями определяющей их координаты "время" t и t'). Поэтому имеет смысл говорить об АПВ. И эти "теоретические" факты непосредственно вытекают из уравнений и видны на Рисунок 5.4, построенной на основе Рисунок 5.3. Теория, естественно, предполагает, что процессы синхронизации/замедления/сокращения должны осуществляться на уровне постулатов, а в реальности автоматически без каких либо специальных технических ухищрений.

5) И в ней по умолчанию имеются две фундаментальные скорости. Первая – это скорость света c (см. (5.40)). Через нее согласовывается скорость хода часов с измерением расстояний и соответствующие им эталоны. Фундаментальность ее определяется тем, что волновые часы (реальные технически исполнимые) движущегося наблюдателя реально замедлены по сравнению с некоторыми, считающимися "покоящимися", а линейки – сократившимися.

6) С другой стороны, имеется бесконечная скорость – и тоже фундаментальная – это скорость передачи синхронизирующих показаний часов и линеек наблюдателю в пространстве и времени в пределах гиперплоскости любого из ИСО, причем так, что эта одновременность по передаче информации является абсолютной: гиперплоскость одновременных событий независима от скорости c, что видно из того уравнения (5.40):1.

7) Предельным случаем этих преобразований, как и любых предыдущих, являются галилеевы преобразования координат. А сами уравнения (5.40) можно считать предельным случаем преобразований Лоренца при $v^2 << c^2$, но имеется техническая необходимость учета коэффициентов Лоренца. С этой т.з. преобразования Тангерлини гораздо ближе к СТО, чем дорелятивистские преобразования (см. далее). Такая необходимость для преобразований собственно координат достаточно специфична и вряд ли пригодится, но для векторных параметров кинематики при космических скоростях с учетом релятивистских поправок вполне может пригодиться.

5.4 Дорелятивистское пространство

Дорелятивистским пространством (ДРПВ) назовем пространство, представляющее собой 4–мерное аффинное пространство–время, представляющее собой прямое произведение 1–мерного пространства "время" и 3–мерного просто "пространства". Эти пространства не являются абсолютными и их не абсолютность заключается в том, что при преобразованиях координат их "плоскости" одновременности не остаются инвариантными, а значения координат "перемешиваются". При этом преобразуются линейно, взаимозависимо и пропорционально скорости новой с.о. (см. ниже (5.56)). При произвольном направлении движения преобразования координат выглядят гораздо сложнее. Я их не буду приводить.

5.4.1 Прямые преобразования координат ДРПВ

У рассмотренных ранее релятивистских преобразований координат Лоренца **имеются "предельные" случаи использования при дорелятивистских скоростях**, значительно меньших фундаментальной скорости c (или близких к нулю при нормировании $c \equiv 1$) , с условием: $v^2 << |v| << 1$ (см. ниже Рисунок 5.5). На основе релятивистских преобразований координат (5.16)**,** (5.20) можно определить отдельный "предельный" вид преобразований.

Эти преобразования можно назвать **дорелятивистскими преобразованиями тензоров и координат** (ДРПТК). Уравнения преобразования координат в сравнении с РПТК для двухмерного случая (из УАИСО[76] в ИСО') запишутся в следующем виде (с разделением на перпендикулярную и поперечную составляющие):

$$\text{При } c = 1: \begin{cases} t' = t - v'_i r^i, \\ {r_{||}}'^i = -v'^i t + {r_{||}}^i \end{cases} \quad \text{При } c \neq 1: \begin{cases} t' = t - \dfrac{v'_i}{c^2} {r_{||}}^i, \\ {r_{||}}'^i = -v'^i t + {r_{||}}^i. \end{cases} \tag{5.56}$$

Обратные преобразования (для буста), полученные из (5.56), будут следующими:

[76] УАИСО, а не АИСО – несмотря на то, что в ДРПВ в принципе возможно детектирование некоторой абсолютной с.о. Для этого достаточно сравнить неподвижные в ИСО и подвижные в ней же (в разных направлениях) часы. Об этом же говорит нековариантность прямого и обратного ДРПТК. Но принципы относительности как Галилея, так А.Эйнштейна запрещают это (см. далее).

$$\text{При c} = 1\text{:} \begin{cases} t = \dfrac{t' + v'_i r'^i}{1 - v^2}. \\ r^i = \dfrac{r'^i + v'^i t'}{1 - v^2}. \end{cases} \text{При c} \neq 1\text{:} \begin{cases} t \cong \dfrac{t' + \frac{v'_i}{c^2} r'^i}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \\ r^i \cong \dfrac{r'^i + v'^i t'}{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \end{cases} \quad (5.57)$$

По своему смыслу обратные преобразования переводят координаты подвижного ИСО в координаты условно неподвижного УАИСО. Как можно видеть из представленных уравнений, обратные ДРПТК не ковариантны прямым ДРПТК.

Особенностью этих преобразований координат является то, что также как в релятивистском пространстве СТО, время и пространство относительны и зависимы друг от друга. Нет абсолютности одной из них. Любое изменение скорости ИСО связано с изменением как временных, так и пространственных координат. Зависимость преобразований координаты "время" от скорости говорит о том, что в измерениях учитывается фундаментальная скорость c распространения сигналов, применяемых для измерений времени и расстояний. В связи с этим преобразованием в ИСО' множеством одновременных событий является ось координат *r*'. А множеством одноместных событий для начала координат О' – ось координаты "время" *t*' и соответствующие другим точкам параллельные ей линии.

В уравнениях (5.56), (5.57) отсутствуют радикалы, что упрощает сами уравнения преобразований координат, и при этом отсутствует явный релятивизм уравнений. Хотя относительность времени и расстояний остается, как и в исходном уравнении, но и о ней можно забыть, если скорость c устремить к бесконечности. Если не устремлять – в обратных преобразованиях проявляется возможность деления на ноль из–за равенства знаменателя нулю при скорости ИСО равной c. Это говорит о том, что скорость может быть ограничена значением c.

5.4.2 Обратные преобразования координат ДРПВ

Особенностью обратных преобразований (5.57), кроме относительности, является его несоответствие прямым преобразованиям из –за существования не единичного "дорелятивистского" коэффициента. Это можно видеть из сравнения уравнений преобразования координат (5.56) и (5.57), а также из Рисунок 5.5. При достижении скорости ИСО равной фундаментальной c уравнения теряют смысл. А при $v' > c$ продольные координаты (см. (5.57)) изменяют свои знаки, а поперечные (см. ниже (5.63)) становятся бессмысленными. Следовательно, скорость c является предельной скоростью ИСО, при которой происходит какой–то "фазовый" переход понимания ДРПТК.

Не ковариантность ДРПТК может говорить также о том, что если бы реальное ПВ обладало этими свойствами, то всегда можно было бы идентифицировать свое отношение к ней, т.е. можно определить свою скорость в УАИСО ДРПВ. И этому могла бы помешать только точность результатов возможного эксперимента[77].

Если исходить из того, что эти преобразования должны быть ковариантными по отношение к исходным – а из этого принципа, названного "принципом относительности", исходит современная физика, область определения ДРПТК необходимо ограничить бесконечно малыми взаимными скоростями ИСО с тем, чтобы исключить равенство скорости ИСО фундаментальной скорости.

А т.к. эти преобразования являются "предельными" случаями релятивистских преобразований при очень малых скоростях, то рассмотренный общий случай несоответствия в двух симметричных случаях и выводов из этого не может рассматриваться как нормаль-

[77] Напомню: свойства реального ПВ соответствуют свойствам пространства Минковского как модельного пространства СТО и локально псевдориманового пространства в ОТО А.Эйнштейна.

ный. Принцип относительно запрещает существование не ковариантных прямого и обратного преобразований координат. Тем более, они не являются нормированными.

С точностью до бесконечно малых второго порядка по скорости можем получить симметричные, ковариантные уравнения преобразования координат при малых скоростях и достаточно небольших расстояниях и промежутках времени, дополнив прямые ДРПТК (5.56) модифицированными обратными:

$$\text{При } c=1: \begin{cases} t = t' + v'_i r'^i, \\ r_{||}{}^i = +v'^i t' + r_{||}{}'^i \end{cases} \qquad \text{При } c\neq 1: \begin{cases} t = t' + \dfrac{v'_i}{c^2} r_{||}{}'^i, \\ r_{||}{}^i = +v'^i t + r_{||}{}'^i. \end{cases} \tag{5.58}$$

И эти уравнения соответствуют преобразованиям при бесконечно малых значениях координат времени и расстояний (5.16) и (5.20) РПВ.

5.4.3 Изменение эталона времени[78]

Рассмотрим также соответствие эталонов времени и длины в разных ИСО. На первый взгляд может показаться, что при ДРПТК эталоны не изменяются – см. прямые ДРПТК (5.56). Коэффициенты в этих уравнениях единичные. Но этот вывод в силу относительности времени и расстояний – неверный. Тем более, при обратных преобразованиях координат (см. выше (5.57)) явно присутствует некий "дорелятивистский" коэффициент, равный $1/(1{-}v^2)$, что говорит о несоответствиях прямого и обратного сравнения эталонов.

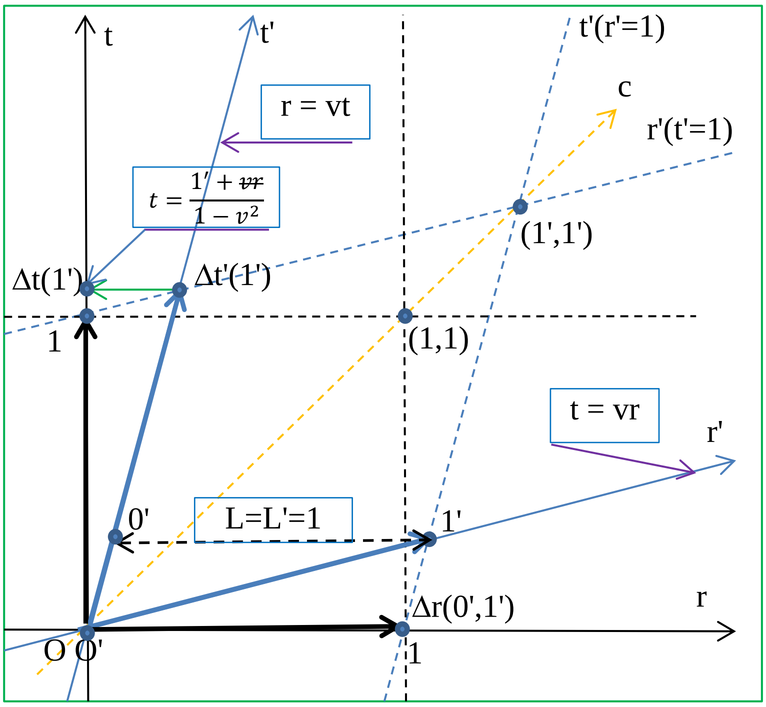

Рисунок 5.5

К определению осей координат при прямом преобразовании координат в ДРПВ по (5.56) (найдите два главных отличия от Рисунок 5.3).

Рассматривая Рисунок 5.5, можно заметить, что скорость течения времени подвижного ИСО' в условно неподвижном АИСО замедляется. Это видно из того, что горизонтальная проекция временной точки (1', 0') штрихованной ИСО' находится выше временной точки (1, 0) не штрихованной АИСО (зеленая стрелка). Это говорит о том, что часы подвижной ИСО' в неподвижном показывают меньшее значение (точнее, это относится к промежуткам времени), что означает их замедление в УАИСО.

Объясню по Рисунок 5.5, в чем проявляется замедление времени в движущейся с.о. по отношению к покоящейся. А именно, промежуток времени $\Delta t'$ по часам ИСО', снятым наблюдателем неподвижной АИСО, оказывается меньше,

[78] Этот и следующие три подраздела основаны на преобразованиях (5.51) и (5.52) и наличии АИСО. При v → 0 (предположении не существования АИСО) изменениями эталонов длины и времени, не единичным преобразованием поперечных координат и не аддитивным законом сложения скоростей необходимо пренебречь. Но при постановке экспериментов пренебрежение дорелятивистским коэффициентом не допустимо, т.к. уровень точности современных физических экспериментов сильно превосходит этот уровень.

чем промежуток времени Δt, измеренный по часам наблюдателя АИСО. Формулу этого замедления можно получить, спроектировав точку t' на ось координаты t. Для этого можно воспользоваться обратными преобразованиями координат (см. выше (5.57)):

$$t = \frac{t' + v'_i r'^i}{1 - v^2} \to t(t', 0') = \frac{t'}{1 - v^2}. \tag{5.59}$$

Это замедление на рисунке видно в том факте, что единичная координата времени штрихованной ИСО' $\Delta t'(1')$ проектируется в точку с координатами $\Delta t(1')$ условно покоящейся с.о. В этой формуле $\Delta t'$ — длительность процесса, измеренная по часам в движущейся системе отсчета, где тело, с которым происходит процесс, покоится. Промежуток времени Δt измерен по часам системы, относительно которой тело движется со скоростью v. На практике это выражается в том, что расставленные вдоль траектории движения часы УАИСО ускорены по сравнению с часами подвижного ИСО'.

А вот время (точнее, промежутки времени) АИСО в подвижной ИСО' не изменяется. Для доказательства этого можно воспользоваться прямыми преобразованиями координат (5.56):

$$t' = t - v'_i r^i \to t'(t, 0) = t. \tag{5.60}$$

Это также можно видеть на Рисунок 5.5 при проектировании точки (1,0) АИСО в $\Delta t'(1')$ ИСО'. На практике это выражается в том, что расставленные вдоль траектории движения часы АИСО совпадают с часами подвижного ИСО'. Вот ведь какая на первый взгляд (из кухни) несуразица. Но это так – по теории. Практика покажет то, что покажут приборы (часы, линейки)

5.4.4 Изменение эталона длины

По Рисунок 5.5 можно заметить, что координатная ширина единичного отрезка [0, 1], измеряемая единовременно в соответствующей ИСО вдоль соответствующих им пространственных осей (соответственно $[O1]$ проектируется в $[O'1']$), остаются неизменными единичными – в отличие от релятивистского случая: координаты единичных точек на пространственной координатной оси АИСО (и ИСО' тоже) проектируются друг в друга. Это видно также из того, что пространственные проекции единичных пространственных отрезков неподвижной АИСО в проекции вдоль собственной пространственной оси на подвижное ИСО' (и наоборот тоже) совпадают: это единичные отрезки, соответствующие пространственным осям.

Как следствие, продольные размеры и при прямом, и при обратном ДРПТК не претерпевают каких–либо изменений. Это сохранение размеров проявляется при преобразовании единичного отрезка пространственной оси r' ИСО' на пространственную ось r АИСО (точка $\Delta r(0',1')$ или $r = 1$ на Рисунок 5.5) при постоянном времени в АИСО:

$$r'_{||} = -vt + r \to \begin{cases} r'_{||}(0, r) = r \\ r'_{||}(0,0) = 0 \end{cases} \to \Delta r' = \Delta r. \tag{5.61}$$

Точно также и в обратном направлении.

Этот результат можно было предвидеть заранее по Рисунок 5.5, потому что мировая полоса единичного отрезка ИСО' отсекает на пространственной оси АИСО этот же единичный отрезок.

5.4.5 Преобразование поперечных координат ДРПВ

С преобразованиями поперечных координат, как и в случае ТПВ, имеются некоторые сложности. Причем они не ковариантны продольным прямым (5.56) и обратным

(5.57) преобразованиям координат.

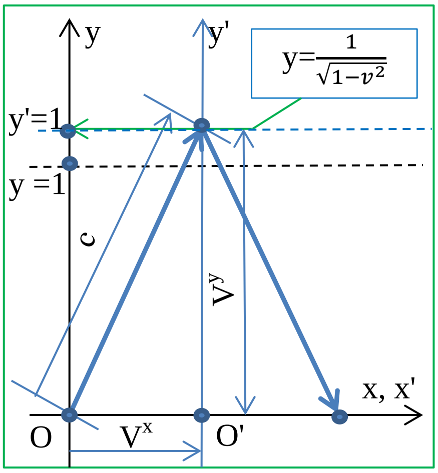

Рисунок 5.6

К определению масштаба поперечных осей координат ДРПВ по (5.59).

Эта сложность заключается в том, что изначально не очевидно, что отличает ДРПТК от РПТК для случая поперечных координат. Для определенности теории эталонов ДРПТК необходимо определиться с механизмом формирования эталонов. В данной случае принимаем за основу создания эталонов законы распространения светового луча: эталон длины ИСО соответствует расстоянию, проходимому лучом в единицу времени ИСО. В связи с тем, что время ИСО' замедляется по сравнению с АИСО, луч света, направленный перпендикулярно к направлению движения, должен пройти большее расстояние (см. Рисунок 5.6) за единицу времени ИСО'. Для полноты рассмотрения такой возможности необходимо рассмотреть два варианта.

Для волнового случая это изменение заключается в удлинении поперечных координат в соответствии с замедлением времени ИСО':

$$r_{\perp}'^{i} = r_{\perp}{}^{i}(1 - v^2). \tag{5.62}$$

Это связано с тем, что распространение луча происходит в поперечном направлении без изменения поперечной скорости распространения, в результате координата получает эффективное удлинение всех поперечных расстояний в соответствии с (5.62). Но волновой случай формирования фронта поперечной волны характерен АПВ. Поэтому мы этот вариант исключаем.

Для корпускулярно–волнового случая (Рисунок 5.6) это изменение заключается в в несколько более малом удлинении поперечных координат по сравнению с волновым:

$$r_{\perp}'^{i} = \frac{r_{\perp}{}^{i}}{\sqrt{1 - v^2}}(1 - v^2) = r_{\perp}{}^{i}\sqrt{1 - v^2}. \tag{5.63}$$

Это связано с тем, что распространение луча происходит по гипотенузе соответствующего треугольника движений поперечной волны. В этом случае участок поперечного фронта волны постоянно находится на перпендикуляре к направлению движения в АИСО. В результате получается эффективное укорочение всех поперечных расстояний и координат в подвижном ИСО':

$$L_{\perp} = \frac{L'_{\perp}}{1 - v^2}\sqrt{1 - v^2} = \frac{L'_{\perp}}{\sqrt{1 - v^2}} \to$$
$$r'^{i}_{\perp} = r^{i}_{\perp}\sqrt{1 - v^2}. \tag{5.64}$$

Результат парадоксальный – еще более парадоксальный по сравнению с релятивистским случаем. Но она следует из свойств ДРПВ как модели реального. Утешение одно – область определения такого пространства – бесконечно малые скорости. И область использования в пределах КФМН вполне удовлетворяет этому условию.

Но это – только результат рассмотрения прямого преобразования координат. В обратном случае – при преобразовании координат из ИСО' а АИСО – результат обратный и не ковариантный прямому (5.63):

$$r_\perp{}^i = \frac{r_\perp{}'^i\sqrt{1-v^2}}{(1-v^2)} = \frac{r_\perp{}'^i}{\sqrt{1-v^2}}. \tag{5.65}$$

И еще один результат – для чего рассмотрим прямые преобразования координат в 4–х измерениях ПВ:

$$F:\left(t',r'^i\right) = \left(t,r^i\right)\cdot M:$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -v & 0 & 0 \\ -v & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-v^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-v^2} \end{pmatrix} \to \tag{5.66}$$

$$\mathrm{Det}M\left(t,r^i\right) = (1-v^2)\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-v^2} = (1-v^2)^2 \approx 1{:}\{v \ll 1)\}.$$

А также скалярные произведения строк (и столбцов) между собой с использованием псевдометрики равны нулю, что говорит об их ортогональности. Только вот детерминант 4–мерной матрицы преобразований координат не равен 1 (единице), а отличается от единицы только на квадрат скорости преобразования. И насчет квадрата строк и столбцов выходит осечка – они отличаются от единицы на этот же квадрат скорости преобразования. Но этот квадрат скорости преобразования – это ошибка теории[79], определяющая область его применения.

5.4.6 Композиция преобразований и закон сложения скоростей

В силу не ковариантности прямого и обратного дорелятивистских преобразований координат, дорелятивистские преобразования координат в общем случае из произвольного ИСО в другое произвольное ИСО будут содержать параметры скорости в УАИСО обеих взаимно преобразуемых ИСО. Преобразование из одного ИСО в другое происходит в два этапа: 1) проводим обратное преобразование из первого однажды штрихованного ИСО' в не штрихованное УАИСО; 2) проводим прямое преобразование из УАИСО в дважды штрихованное второе ИСО" с использованием полученных координат без штриха. Для двухмерного случая они следующие:

$$1)\begin{cases} t = \dfrac{t' + v'_i r'^i}{1-v'^2} \\ r^i = \dfrac{v'^i t' + r'^i}{1-v'^2} \end{cases} \& \ 2)\begin{cases} t'' = t - v''_i r_{||}{}^i \\ r_{||}{}''^i = -v''^i t + r_{||}{}^i \end{cases} \to \begin{cases} t'' = \dfrac{t' + v'_i r'^i}{1-v'^2} - v''_i \dfrac{v'^i t' + r'^i}{1-v'^2} \\ r_{||}{}''^i = -v''^i \dfrac{t' + v'_i r'^i}{1-v'^2} + \dfrac{v'^i t' + r'^i}{1-v'^2} \end{cases} \to$$

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{t' - v''^i v'_i t'}{1-v'^2} - \dfrac{-v'_i r'^i + v''_i r'^i}{1-v'^2} \\ r_{||}{}''^i = \dfrac{-v''^i t' + v'^i t'}{1-v'^2} + \dfrac{-v''^i v'_i r'^i + r'^i}{1-v'^2} \end{cases} \to \begin{cases} t'' = \dfrac{1 - v''^i v'_i}{1-v'^2} t' - \dfrac{v''^i - v'^i}{1-v'^2} r'^i \\ r_{||}{}''^i = -\dfrac{v''^i - v'^i}{1-v'^2} t' + \dfrac{1 - v''^i v'_i}{1-v'^2} r'^i \end{cases} \to$$

$$\begin{cases} t'' = \dfrac{\left(1 - v''^i v'_i\right)t' - (v''_i - v'_i) r'^i}{1-v'^2}, \\ r_{||}{}''^i = \dfrac{-\left(v''^i - v'^i\right)t' + \left(1 - v''^i v'_i\right) r'^i}{1-v'^2}. \end{cases} \tag{5.67}$$

---

[79] Если сравнивать рассмотренные четыре ПВ – ГПВ, РПВ, ТПВ и ДРПВ, то наиболее близким к РПВ является ТПВ – их релятивистские коэффициенты совпадают и равны $1/\sqrt{1-v^2}$, но они отличаются своим отношением к абсолютности ПВ. ГПВ в отличие от РПВ не имеет релятивистского параметра, а ДРПВ имеет релятивистский параметр, равный $1/(1 - v^2)$. Если ГПВ является АПВ, то ДРПВ – ОПВ.

Из этих преобразований видно, что 1) если вторая ИСО'' покоится, то преобразования соответствуют обратным преобразованиям. Этого и следовало ожидать – второе ИСО'' и есть УАИСО. 2) Если первая ИСО' покоится, то преобразования соответствуют прямым преобразованиям. Этого и следовало ожидать – второе ИСО'' и есть АИСО. 3) Если скорости ИСО' им ИСО'' равны, то преобразования становятся тождественными.

Для нахождения результирующей относительной скорости ИСО'' по отношению к ИСО' найдем отношение (4.9):

$$v^i = -\frac{\gamma''}{\beta''} = -\frac{\left(-\frac{v''^i - v'_i}{1-v'^2}\right)}{\frac{1-v''^i v'_i}{1-v'^2}} = \frac{v''^i - v'^i}{1-v''^i {v'}^i}. \tag{5.68}$$

Это уравнение дает формулу сложения (точнее, вычитания) скоростей ИСО' из ИСО'' в ДРПВ. Для нашего случая оно равно скорости движения начала координат результирующей ИСО'' в исходном ИСО'. Закон сложения скоростей можно получить из (5.68), разрешив ее относительно v''. Он (после элементарных преобразований, поэтому без вывода) будет следующим:

$$v''^i = \frac{v^i + v'^i}{1+v^i {v'}^i}. \tag{5.69}$$

Законы сложения и вычитания скоростей получились ковариантными с точностью до знаков скоростей.

А уравнение прямого преобразования координат из ИСО' в ИСО'' будет следующим (тоже без вывода):

$$\begin{cases} t'' = \left(\dfrac{1 - v''^i v'_i}{1 - v'^2}\right)\left(t' - v^i r'^i\right), \\ r_{||}''^i = \left(\dfrac{1 - v''^i v'_i}{1 - v'^2}\right)\left(-v^i t' + r'^i\right). \end{cases} \tag{5.70}$$

Как видно, она отличается от преобразования координат из АИСО ДРПВ "релятивистским" коэффициентом, зависящим от скорости v'^i ИСО'. Для обратного преобразования просто надо поменять местами ИСО' и ИСО'' (один штрих на два и два штриха на один).

5.4.7 Дорелятивистское пространство – связь с ГПВ, КФМН и реальностью

Как видно из (5.56), при переходе в другое ИСО оси координат r^i и t теряют свойство абсолютности, в отличие от ГПТК. При таком преобразовании координат промежутки времени между любыми двумя точками и расстояния между любыми двумя точками 4–мерной гиперплоскости не остаются инвариантными. Здесь также особо отмечу следующий момент: промежутки времени и расстояния между двумя точками являются физически измеримыми параметрами, в то время как "галилеевость" и "дорелятивизм" являются "математическими" "абстрактными" модельными свойствами интерпретации (или описания) пространства физической реальности. Эта "дорелятивистская" модель пространства не применяется в КФМН и физике, в которой изучается движение классических материальных объектов. У него своя модель эталонов, более близкая к релятивистским, но не релятивистская и не галилеева. И она более правильно описывает реальные свойства волнового движения в области определения КФМН, и поэтому преобразования координат (5.56) надо считать более реальными. Правда, в силу малости реальных скоростей измеримый эффект для реальных объектов, например – скоростью движения Земли по орбите $v_з$ = $3*10^4$[м/с], в соответствии с (5.56):2, выражается мизерной величиной примерно

$$v_з/c^2 = 3*10^4[м/с]/(3*10^8[м/с])^2 \sim 3{,}3*10^{-13}\ [с/м].$$

Но в волновом распространении света проявляется сильнее и определяется безразмерной величиной

$$v_x/c = 3*10^4[\text{м/с}]/3*10^8[\text{м/с}] \sim 1{,}0*10^{-4}.$$

Если исходить из того, что эти преобразования должны быть ковариантными по отношение к исходным, область определения ДРПТК необходимо ограничить бесконечно малыми взаимными скоростями ИСО, с тем, чтобы можно было игнорировать релятивистским знаменателем. Вследствие чего эти преобразования являются "предельными" случаями релятивистских преобразований при очень малых скоростях, и рассмотренный случай несоответствия в двух симметричных случаях (прямого и обратного) и поперечного случая и выводов из них не может рассматриваться как нормальный. Тем более, они не являются нормированными. Но с точностью до бесконечно малых второго порядка по скорости получили симметричные, ковариантные уравнения преобразования координат при малых скоростях и достаточно небольших расстояниях и промежутках времени (см. (5.56)). И эти уравнения соответствуют преобразованиям при бесконечно малых значениях координат (времени, расстояний) и скоростей (5.16) РПВ. Но от этого его нековариантность никуда исчезает, и это дает повод думать, что возможно провести соответствующий эксперимент и выделить принятое нами как покоящееся ИСО. А это противоречит принципу относительности законов физики: все с.о. равноправны.

Необходимо также рассмотреть роль фундаментального параметра "скорость" c, присутствующего в уравнениях (5.56) преобразования координаты времени t. С т.з. представленных Рисунок 5.5 и Рисунок 5.6 эта скорость представляет некоторую скорость распространения синхронизирующей время информации для определения "одновременных" событий, следствием чего пространством одновременности становятся пространственные координаты при одном и том же значении времени в каждом отдельном ИСО, что соответствует 3-гиперплоскости ИСО'. При этом время и пространство оказываются относительными, связанными линейным по скорости ИСО уравнением. Это видно по изменению направления пространственной оси r', являющейся множеством одновременных точек ДРПВ. При этом надо иметь в виду, что понятие "синхронизация" является не пустым словом, а реальным физическим явлением, имеющим реальные последствия, эквивалентным пониманию "одновременности" человеком. У физиков-теореков эта "эквивалентность" определяется абстрактным алгоритмом синхронизации времени (и расстояния) по Эйнштейну вфизических теориях.

Возможно ли ее практическое применение в физике?

Да, конечно. Но в различных ситуациях будет и разный ответ.

Рассмотрим случай 1. Преобразованиями координат с явным использованием фундаментальной скорости c является уравнение (5.56) ДРПТК:

$$\text{При } c\neq 1: \begin{cases} t' = t - \dfrac{v'_i}{c^2} r^i, \\ r'^i = -v^i t + r^i. \end{cases} \tag{5.56}$$

Скорость c явно присутствует только в преобразованиях координаты "время". Рассмотрим, насколько она влияет на преобразования координат при технически возможных скоростях в Солнечной системе. При скорости м.т. v = 30 000 м/с и скорости $c = 3{\cdot}10^8$ м/с коэффициент зависимости временной координаты будет равен $k = v/c^2$ = 30 000/$(3{\cdot}10^8)^2$ = $3{,}3{\cdot}10^{-13}$ с/м. Эта величина настолько мала, что ею в технических расчетах можно игнорировать. Даже умножив ее на размер диаметра Земли ~13^6 м, мы получим значение всего лишь $4{,}3{\cdot}10^{-6}$ с. Поэтому при преобразованиях координат вполне можно пользоваться галилеевыми преобразованиями координат даже при гораздо больших скоростях.

А вот вопрос о правомерности или неправомерности использования ДРПТК по отношению к векторам и тензорам ДРПВ требует особого рассмотрения. ДРПТК по отношению к векторам из (5.56) будет следующим:

$$\begin{cases} A'^0 = A^0 - \dfrac{v'_i}{c^2} A^i, \\ A'^i = -v^i A^0 + A^i. \end{cases} \tag{5.71}$$

Сравним ее с галилеевыми преобразованиями векторов:

$$\begin{cases} A'^0 = A^0, \\ A'^i = -v^i A^0 + A^i. \end{cases} \tag{5.72}$$

Они отличаются. В КФМН есть пара динамических параметра – кинетическая энергия K и импульс P^i, которые преобразуются вполне по ДРПТК при переходе в ИСО с очень малой скоростью движения dv^i:

$$\begin{cases} K'_0 = K_0 - P_i dv^i \\ P'_i = -\dfrac{K_0}{c^2} dv^i + P_i \\ \qquad \cong -m dv^i + mV^i \end{cases} \rightarrow \begin{cases} K_0 = \dfrac{m{V^i}^2}{2}. \\ P'_i = mV'^i \end{cases} \tag{5.73}$$

(здесь предполагается, что в соответствии с принципом эквивалентности массы и энергии масса обладает энергией в соответствии с известной всем формулой $E = mc^2$)[Л13][80]. Соответствие с (5.71) не полное – но ее можно устранить подбором единиц измерения энергии и массы, скорости и импульса. Это уравнение связывает в одном 4 –мерном параметре два основных параметра м.т. в КФМН – энергию и импульс. При этом порядок малости значимости параметра энергии по скорости м.т. при преобразовании векторных параметров КФМН получается равным двум, а импульса – единице. Максимальный порядок малости, который необходимо учитывать в ДРПТК, равна трем – см. [Л25][81].

В ГПТК связь энергии и импульса в одном 4 –мерном тензорном параметре принципиально невозможна. Ее можно вводить только искусственно, например, на основе трех законов Ньютона в ГПВ, при этом не используя 4-мерный тензорный подход, а применяя некий достаточно искусственный подход, на деле достаточно близкий к тензорному ДРПВ.

Особый интерес может быть проявлен к получению ковариантных векторов. Выше мы формально разделили ко– и контравариантные векторы, применив нижние и верхние индексы. Если в ГПВ принципиально невозможно из контравариантного вектора получить ковариантный, то в ДРПВ это возможно. Для любого контравариантного вектора (A^0, A^i) в в УАИСО ДРПВ всегда существует сопряженный к нему ковариантный вектор (A_0, $-A_i/c^2$), где элементы A_0, A_i численно равны элементам A^0, A^i: (A_0, A_i) ~ (A^0, A^i). Элемент с индексом "0" обычно ассоциируется со скаляром (точнее – псевдоскаляром, изменяющим свое значение при переходе в другое ИСО), который в КФМН может изменяться при преобразованиях координат, а как элемент 4–вектора – с ее "временным" элементом (и, следовательно, изменяющим свое значение при переходе в другое ИСО по определению). А элементы с ненулевыми индексами ассоциируются с 3–вектором, а как элемент 4–вектора – с ее "пространственной частью".

Есть ли практическая интерпретация рассмотренным преобразованиям, в частности, замедлению времени?

[80] Окунь Л.Б. Понятие массы (Масса, энергия, относительность) / Успехи физических наук, 1989, т.158 – №3. – с. 511–530.
[81] Timin, Valery. Часть 3. Физика без поля. Кинематика точки в пространстве–времени. (Последняя загрузка: 2022).

Да. Предположим, что в движущемся ИСО имеется собственный генератор эталона времени, построенный как резонатор определенной длины, работающий с волнами, распространяющимся в продольном к скорости направлении в двустороннем варианте распространения. Длина этого генератора будет неизменной, т.к. при ДРПТК продольные длины не меняются. Но вот полное время распространения волны для образования стоячей волны, необходимой для получения эталона с т.з. покоящейся ИСО, будет определяться замедлением времени, определяемой двусторонним распространением волны в направлениях "туда" и "обратно":

$$\Delta t = \frac{1}{2}\left(\frac{1'_0}{1-v} + \frac{1'_0}{1+v}\right) = \frac{1'_0}{1-v^2}. \tag{5.74}$$

Здесь просуммированы времена движения продольной волны, распространяющейся со скоростью c в покоящемся ИСО в "эталоном резонаторе времени" в направлениях "туда" и "обратно".

А вот поперечный резонатор должен удлиняться в размерах, чтобы обеспечить такое же время прохождения волной расстояния по "скоростной" диагонали:

$$L' = \frac{L}{\sqrt{1-v^2}}. \tag{5.75}$$

У эталона, построенного этим способом, есть недостатки (в отличие от РПТК): **количество волн (и их длины) в движущемся ИСО в разных направлениях будут различными.** К тому же, для создания такого эталона времени необходимо точно знать направление своего движения относительно покоящегося АИСО. И это может быть препятствием при создании эталонов длины или фактором, усложняющим ее создание. Все это опять ограничивает использование модели пространства с такими преобразованиями координат малыми скоростями. И при этом учитывать эффект замедления времени и эффекты в отношении элементов 4–векторов и тензоров (5.71) и (5.73). Повторюсь: реально в КФМН эффекты замедления времени и изменения элементов тензоров с индексом "0" не учитываются, что не мешает их вводить их в теорию КФМН неявно, без упоминания об этом.

6 Преобразования координат 4–мерного галилеева пространства

6.1 Преобразования координат ГПВ

Группой допустимых общих преобразований координат ГПВ является группа линейных аффинных преобразований координат и времени (5.4) ГПВ, дополненная преобразованиями смещения начала координат в точку с координатами (t_0, $r_0{}^i$) и поворота $\omega^i{}_j$.

Преобразования пространственных координат, в т.ч. с движениями, рассмотрены в предыдущей работе [Л23][82]. Здесь продолжим рассмотрение галилеевых преобразований в 4–мерной интерпретации координат в 4–мерном ГПВ, в т.ч. затрагивающие смещения, переходы в другие ИСО, повороты и вращения пространственных координат. Галилеевы преобразования координат, через которые определяются координаты в другой, движущейся со скоростью v, ИСО, определяются уравнениями:

$$\begin{cases} t' = t, \\ r'^i = r^i - v_{(0)}{}^i t. \end{cases} \tag{6.1}$$

Здесь (и далее) $v^i{}_{(0)}$ – скорость новой с.о. относительно старой. Знак "минус" при ней означает направление движения исходной с.о. относительно новой.

Кроме них, имеются и другие виды преобразований координат ГПВ.

6.1.1 Трансляция координат и времени:

$$q'^i = q^i - q_{(0)}{}^i. \tag{6.2}$$

Здесь $q^i{}_{(0)}$ – обобщенное смещение новой с.о. относительно старой. Знак "минус" при ней означает направление смещения исходной с.о. относительно новой.

Обратное преобразование осуществляется формулами

$$q^i = q'^i + q_{(0)}{}^i. \tag{6.3}$$

Это преобразование не является тензорным, потому что любой выбранный вектор – координату q подобным преобразованием можно обнулить, переместив начало координат в эту точку. Это – преобразования аффинного пространства. Но при этом его дифференциал является тензором, точнее – вектором:

$$dq'^i = dq^i. \tag{6.4}$$

и обнулить ее аффинными преобразованиями невозможно. При этом пространственную часть дифференциала невозможно обнулить ни при каких условиях, но отдельно пространственную часть можно обнулить. Поэтому скорость и ускорение при преобразованиях смещения измениться не могут.

6.1.2 Линейные галилеевы преобразования

Преобразования **перехода в движущуюся со скоростью $v^i{}_{(0)}$ ИСО** и смещения (именно в этом порядке и без пространственных поворотов гиперплоскости) определяются следующими уравнениями:

$$\begin{cases} t' = t - t_{(0)}, \\ r'^i = r^i - v_{(0)}{}^i t - r_{(0)}{}^i. \end{cases} \tag{6.5}$$

[82] Timin, Valery. Space, Time, Matter and Kinematics of a Point.
Пространство, время, материя и кинематика точки. Часть 1. [Электронный ресурс] // URL: viXra:2209.0108, (Последняя загрузка: 2022–09–24).

Преобразования смещения и перехода в ИСО являются не коммутативными, поэтому имеется еще один вариант преобразований координат ГПВ – сначала смещение, затем переход в ИСО:

$$r'^i = \left(r^i - r_{(0)}{}^i\right) - v_{(0)}{}^i\left(t - t_{(0)}\right). \tag{6.6}$$

Как видно из представленных уравнений, операции перехода в ИСО и смещения зависят от порядка их выполнения.

Скорость и ускорение преобразуются следующими уравнениями:

$$\begin{gathered} v'^i = v^i - v_{(0)}{}^i, \\ w'^i = w^i. \end{gathered} \tag{6.7}$$

6.1.3 Галилеевы преобразования с поворотами гиперплоскости

Результат перехода в новую ИСО с поворотами гиперплоскости зависит от порядка выполнения операций в силу не коммутативности операции поворота в композиции с другими. Можно насчитать шесть способов перехода в новую с.о., т.к. перед выполнением преобразования каждый раз стоит выбор сначала из трех возможностей, а затем – из двух, и уже затем третий выбор – но уже без альтернативы: 3×2×1=6. Эти альтернативы следующие:

1. Производится смещение начала отсчета новой с.о. в старой на ($t_{(0)}$, $r^i{}_{(0)}$).
2. Новой с.о. придается скорость $\boldsymbol{v}^{\boldsymbol{i}}{}_{(0)}$.
3. Новая с.о. поворачивается на угол $\omega^i{}_j$.

(эта нумерация далее используется для нумерации строк в соответствии с порядком выполнения операций смещения, перехода в ИСО и поворотов гиперплоскости в уравнениях (6.8)). то все разнообразие сводится к преобразованиям гиперплоскости. Но т.к. преобразования координаты "время" проводятся независимо от преобразований гиперплоскости,

$$t' = t - t_{(0)},$$

то количество способов перехода в новую с.о., удваивается и будет равно 12. Первые шесть с первоначальной операцией смещения по координате "время" следующие:

$t - t_{(0)}$:	t:	
$\mathbf{123}: \boldsymbol{r'^i = \omega^i{}_j[(r^j - r_{(0)}) - v_{(0)}{}^i(t - t_{(0)})]},$	$\omega^i{}_j v_{(0)}{}^i t_{(0)})$	(6.8)
$132: r'^i = \omega^i{}_j(r^j - r_{(0)}) - v_{(0)}{}^i(t - t_{(0)}),$	$v_{(0)}{}^i t_{(0)})$	
$213: r'^i = \omega^i{}_j[(r^j - v_{(0)}{}^i(t - t_{(0)})) - r_{(0)})],$	$\omega^i{}_j v_{(0)}{}^i t_{(0)})$	
$231: r'^i = \omega^i{}_j(r^j - v_{(0)}{}^i(t - t_{(0)})) - r_{(0)},$	$\omega^i{}_j v_{(0)}{}^i t_{(0)})$	
$312: r'^i = (\omega^i{}_j r^j - r_{(0)}) - v_{(0)}{}^i(t - t_{(0)}),$	$v_{(0)}{}^i t_{(0)})$	
$\mathbf{321}: \boldsymbol{r'^i = \omega^i{}_j r^j - v_{(0)}{}^i}(t - t_{(0)}) - \boldsymbol{r_{(0)}}.$	$v_{(0)}{}^i t_{(0)})$	

Обратные преобразования проводятся в обратном порядке.

Наиболее симметричными из представленных являются первый и последний, и они к тому же являются взаимно обратными. Именно их буду использовать как основные. Взаимно обратными также являются 2–й и 4–й, а также 3–й и 5–й пары.

Для получения следующих шести преобразований достаточно преобразования (6.8) выполнять без предварительного смещения координаты "время", а проводить ее в последнюю очередь (выписывать их не буду). Разница между первыми шестью и следующими шестью порядками выполнения преобразований показана в таблице в правой колонке.

6.1.4 Масштабные преобразования координат ГПВ

ГПТК можно дополнить еще и масштабными преобразованиями координат и времени:

$$\begin{cases} t' = g_{(0)} \cdot t, \\ r'^{i} = g_{(i)} \cdot r^{i}. \end{cases} \tag{6.9}$$

Эти преобразования могут говорить об изменении эталонных единиц измерения. Тогда координатные скорость и ускорение преобразуются следующим образом:

$$\begin{cases} v'^{0} = \dfrac{dt'^{0}}{dt'^{0}} = \dfrac{g_{(0)}}{g_{(0)}}\dfrac{dt}{dt} \equiv 1^{0}, \\ v'^{i} = \dfrac{dr'^{i}}{dt'} = \dfrac{g_{(i)}}{g_{(0)}} \cdot \dfrac{dr^{i}}{dt} = \dfrac{g_{(i)}}{g_{(0)}} \cdot v^{i}. \end{cases} \begin{cases} w'^{i} = \dfrac{d^2 t'^{0}}{(dt'^{0})^2} = \dfrac{g_{(0)}}{{g_{(0)}}^2} \cdot \dfrac{d^2 t^{0}}{(dt^{0})^2} \equiv 0, \\ w'^{i} = \dfrac{d^2 r'^{i}}{dt' dt'} = \dfrac{g_{(i)}}{g_{(0)}} \cdot \dfrac{d^2 r^{i}}{dt} = \dfrac{g_{(i)}}{g_{(0)}} \cdot w^{i}. \end{cases} \tag{6.10}$$

И эти новые координаты, скорость и ускорение просто будут нормированы в единицах новых эталонов. Обычно предполагается, что масштабные коэффициенты равны ±1 (см. предыдущий пункт), что соответствует неизменности эталонов, т.е. в пределах теории масштабы не меняются. Ну а если масштабные преобразования координат допускаются, то предполагается, что меняются метрические условия в ПВ.

В 4-мерной интерпретации эти уравнения говорят о не векторности 4–скорости $v^{i}_{(0)}$ и 4–ускорения $w^{i}_{(00)}$. О векторности скорости и ускорения можно говорить только в том случае, когда параметр дифференцирования (в данном случае - координата t) или ее разность (Δt) являются скалярами. Но координата t как параметр дифференцирования в 4-мерной интерпретации и ее разность Δt не являются скалярами. В качестве скаляра может выступать определяемое через метрическую функцию так называемое "расстояние" как функция двух точек с метрическими свойствами.

Если мы время t будем интерпретировать как неизменный и независимый от пространственных координат параметр, обладающий свойством скаляра быть неизменным, то 4-мерные координаты, скорость и ускорение (и даже более высокие порядки дифференциалов) вполне можно интерпретировать как векторы и работать с ними соответственно.

6.2 Преобразования галилеевых координат как 4–вектора в матричной форме

Галилеевы преобразования (ГПТК) применяются по отношению к координатам и тензорам в галилеевом ПВ. В этом пространстве время и координаты абсолютны и взаимно независимы и преобразования могут быть только ортонормированными только в его пространственной части (см. выше – аффинность, ортонормированность и галилеевость). Галилеевы преобразования разделяются на три класса: 1) смещения начала отсчета координат; 2) собственно галилеевы преобразования перехода в новое ИСО и 3) повороты 3 – мерной гиперплоскости.

Т.к. ортонормированные повороты могут быть определены только в отношении метрических пространств, то необходимо определить "метричность" ГПВ. Более подробно это рассмотрено далее, а здесь просто упомяну о них. В ГПВ метрику можно определить четырьмя способами:

1) $d\tau = dt$ – координатные изотропное

2) $d\tau = |dt|$ – (и) не изотропное "время" на мировой линии м.т.,

3) dl – расстояние между двумя точками 3–пространства в одно и то же время t: $dl^2 = dr^2$ и

4) "интервал" ds: $ds^2 = dt^2 - dr^2$ (при определенных предварительных условиях). Они

обладают определенными свойствами инвариантности относительно ГПТК. Данная метрика и связанные с ней определения в данной части не используются.

Для преобразований координат сначала смещение с переходом в ИСО (алг.123), а потом поворот выполняются уравнениями (6.8):1:

$$q'^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^i{}_j v^j{}_0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t - t_{(0)} \\ r^j - r^j{}_{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t - t_{(0)} \\ \omega^i{}_j \left[v^j{}_0 \left(t_{(0)} - t \right) + \left(r^j - r^j{}_{(0)} \right) \right] \end{pmatrix}. \qquad (6.11)$$

Для преобразований координат с начальным поворотом, переходом в ИСО и смещением (алг.321) в смешанной тензорно–матричной форме формулы преобразования следующие (6.8):6:

$$q'^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -v^i{}_0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ r^j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} t_{(0)} \\ r^i{}_{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t - t_{(0)} \\ -v^i{}_0 t + \omega^i{}_j r^j - r^i{}_{(0)} \end{pmatrix}. \qquad (6.12)$$

Эти два уравнения[83] не совпадают между собой из–за не коммутативности композиции операции преобразования координат ГПВ, но являются взаимно обратными.

На вопрос: являются ли сами координаты тензорами? – ответим так: с точки зрения тензорной алгебры координаты будут обладать тензорными свойствами только для аффинной (в т.ч. ортонормированной) 4–мерной евклидовой с.о. с постоянно выделенной точкой начала отсчета координат, т.е. для преобразований без трансляции координат и времени. В общем случае – нет: действительно, любое смещение начала отсчета координат придает нулевому исходному значению координат ненулевое значение, равное смещению (более подробно см. 4 "Координаты в пространстве–времени и их преобразования. Абстрактный подход").

6.3 Преобразования галилеевых координат как 5–вектора

В связи с отрицательным ответом на этот вопрос здесь также возникает вопрос: а можно ли обойти это ограничение и все же найти способ использовать методы векторного (и тензорного) исчислений и для ГПВ? Оказывается, можно. Для этого также необходимо использовать дополнительную размерность.

Для избавления от этого недостатка имеется известный способ – добавление еще одной, дополнительной 5–ой координаты "s", которая принимает единственное, равное единице, значение. В таком 5–мерном пространстве 4–мерное пространство представляется 4–мерный "подпространством" с фиксированным значением координаты в 5–ом измерении, равным "1". Тогда любая точка 4–пространства будет определяться координатами (1, t, r^1, r^2, r^3), и любой пространственный вектор не сможет иметь нулевое значение всех координат. Соответственно изменится и тензор преобразования координат. Точка начала координат при этом будет иметь координаты (1,0,0,0,0). Следовательно, при любых преобразованиях координат любой пространственный вектор будет оставаться ненулевым вектором.

Для преобразований координат в обобщенном 5–мерном виде с начальным смещением в смешанной тензорно–матричной форме можно применить следующие формулы. Дополнительная координата при этом может иметь только одно значение – единица. Прямая операция осуществляется по формулам (алг.123 – сначала смещение с переходом в ИСО, потом поворот):

$$V^i{}_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -v^j{}_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -t_{(0)} & 1 & 0 \\ -r_{(0)}{}^j & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

[83] Можно сравнить их с уравнениями для преобразований 3–мерного евклидова пространства (5.31) и (5.32) в 4–мерном представлении и найти совпадения.

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -t_{(0)} & 1 & 0 \\ \omega^i{}_j\left(v^j{}_0 t_{(0)} - r_{(0)}{}^i\right) & -\omega^i{}_j v^j{}_0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix}. \tag{6.13}$$

$$q'^i = V^i{}_j q'^j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -t_{(0)} & 1 & 0 \\ \omega^i{}_j\left(v^j{}_0 t_{(0)} - r_{(0)}{}^j\right) & -\omega^i{}_j v^j{}_0 & \omega^{Ti}{}_j \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ t \\ r^j \end{pmatrix} =$$

$$=\begin{pmatrix} 1 \\ t - t_{(0)} \\ \omega^i_j\left(v^j{}_0\left(t_{(0)} - t\right) + \left(r^j - r_{(0)}{}^j\right)\right) + \omega^{Ti}{}_{j r^j} \end{pmatrix}. \tag{6.14}$$

По алгоритму (321) "сначала поворот, затем переход в ИСО и смещение" производится по формуле:

$$V^i{}_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -t_{(0)} & 1 & 0 \\ -r_{(0)}{}^i & -v^i{}_0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix}.$$

$$q'^i = V^i{}_j q^j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -t_{(0)} & 1 & 0 \\ -r_{(0)}{}^i & -v^i{}_0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ t \\ r^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ t - t_{(0)} \\ \omega^i_j r^j - v^i{}_0\left(t - t_{(0)}\right) - r_{(0)}{}^i \end{pmatrix}. \tag{6.15}$$

Как видно, два уравнения – (6.15) и (6.14) – взаимно обратны друг к другу. Но также видно, что эти два способа не ковариантны по отношению друг к другу из–за не коммутативности композиции этих операции.

Векторы галилеева пространства в 5–мерной форме отличаются от векторов в 4–мерной форме только наличием еще одной, дополнительной, координаты, имеющей значение 0:

$$(q^i) \to (0, q^i).$$

В качестве индекса этого дополнительного элемента вектора в евклидовом пространстве можно взять индекс 4. Представление ГПВ в 5–мерном виде переводит смещение 4–координат в тензорный вид.

В галилеевом и других псевдоевклидовых пространств индекс 0 занят координатой "время", поэтому альтернативами являются значения "4" или "s", и для наглядности записей тензоров можно элементы с этим индексом записывать до всех других элементов с другими индексами, как будто это индекс "–1".

Для "нормальных" 4–тензоров ГПВ произвольного порядка все элементы, включающие в себя этот индекс, должны быть равны 0. Но теоретически допустимы тензоры, у которых значения этих элементов будут произвольными константами или даже переменными. Их природа и полезность требуют дополнительного рассмотрения и обоснования.

6.4 Преобразования векторов и тензоров галилеева пространства

Для механики ГПВ необходимо не только потому, что оно является математической моделью пространства галилеевой механики, но и потому, что в них можно определить ковариантным образом тензорные объекты, математически описывающие свойства материальных объектов в ней. Например, скорости и ускорения, а также физические материальные и силовые поля. Выше мы рассматривали только следующие тензорные объекты:

координата, скорость и ускорение м.т., тензор преобразования координат, состоящий из вектора смещения, тензора перехода в новое ИСО и тензора поворота 3–пространства.

Векторы ГПВ очень похожи на координаты и имеют в своем составе те же 4 элемента: если $q^i = (t, r^i)$ – координаты, то $A^i = (A, A^i)$ – вектор. Еще одно различие – положение индекса, причем каждое из них по отдельности, независимо друг от друга – в верхнем и нижнем положениях относительно символа тензора. Векторы могут быть контравариантными с индексом наверху (пример – A^i) и ковариантными с индексом внизу (пример – A_i).

Тензоры ранга 2 очень похожи на тензор–матрицу преобразования координат $V^i{}_j$:

$$V'^i{}_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -v^i{}_0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix}. \tag{6.16}$$

Разница в том, что элементы произвольного тензора могут иметь произвольные значения:

$$A'^i{}_j = \begin{pmatrix} A^0{}_0 & A^0{}_j \\ A^i{}_0 & A^i{}_j \end{pmatrix}. \tag{6.17}$$

Кроме векторов и тензор–матриц ранга 2, возможно существование тензоров произвольного ранга.

Преобразования векторов и тензоров при переходе в новую с.к. производятся по тем же правилам, что и преобразования координат. Но при этом необходимо учитывать количество и положение индексов: контра– или ковариантный индекс. Например, контравариантный вектор $A^i = (A, A^i)$ преобразовывается по той же формуле (алг.321), что и координаты:

$$A'^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -v^i{}_0 & \omega^i{}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^0 \\ A^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^0 \\ \omega^i{}_j A^j - v^i{}_0 A^0 \end{pmatrix}. \tag{6.18}$$

Ковариантные векторы преобразуются по несколько измененной формуле, соответствующей преобразованиям градиента скалярной функции.

6.5 Малые преобразования координат ГПВ и скорости в 4–мерном матричном виде

Для преобразований координат ГПВ со смещением, переходом в ИСО и поворотом в смешанной тензорно–матричной форме формулы преобразования следующие.

По первому способу (алг.123 – сначала смещение с переходом в ИСО, и затем поворот) имеем (6.11)**:**

$$q'^i = \begin{pmatrix} t - t_{(0)} \\ \omega^i{}_j \left[v^j{}_0 \left(t_{(0)} - t \right) + \left(r^j - r^j{}_{(0)} \right) \right] \end{pmatrix}. \tag{6.11*}$$

Запишем бесконечно малые преобразования для этого случая. Они следующие:

$$q'^i = \begin{pmatrix} t - dt_{(0)} \\ \left(\Delta\omega^i{}_j + E^i{}_j \right) \left[\Delta v^j{}_0 \left(\Delta t_{(0)} - t \right) + \left(r^i - \Delta r^i{}_{(0)} \right) \right] \end{pmatrix}. \tag{6.19}$$

Здесь $\Delta\omega$, Δv и Δt с Δr – параметры бесконечно малых преобразований координат – поворота, скорости ИСО и смещения, Δq – полное изменение координаты точки с координатами (t, r). Малый параметр $\Delta\omega$ здесь (и далее) соответствует не полному тензору поворота ω, а лишь ее изменению, соответствующей ее малой антисимметричной части:

$$\omega^i{}_j \to \Delta\omega^i{}_j + E^i{}_j. \tag{6.20}$$

А знак Δ обозначает малость – но конечность значения параметра, при котором он употребляется, чтобы игнорировать ошибки второго порядка. Можно было бы применить символ дифференциала "d" – но ... нет.

Вычтем из (6.19) исходные значения координат q^i:

$$\Delta q^i = \begin{pmatrix} t - \Delta t_{(0)} \\ (\Delta\omega^i{}_j + E^i{}_j)[\Delta v^j{}_0(\Delta t_{(0)} - t) + (r^i - \Delta r^i{}_{(0)})] \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} t \\ r^i \end{pmatrix} =$$

$$\cong \begin{pmatrix} -\Delta t_{(0)} \\ -E^i{}_j \Delta v^j{}_0 t + \Delta\omega^i{}_j r^j - E^i{}_j \Delta r_{(0)}{}^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta t_{(0)} \\ -\Delta v^i{}_0 t + \Delta\omega^i{}_j r^j - \Delta r_{(0)}{}^i \end{pmatrix} \to$$

$$\Delta q^i = \begin{cases} \Delta t = -\Delta t_{(0)}, \\ \Delta q^i = (\Delta\omega^i{}_j) r^j - \Delta v^i{}_0 t - \Delta r_{(0)}{}^i. \end{cases} \tag{6.21}$$

При этом значения всех 4–х параметров независимы друг от друга. Преобразование отдельно по Δv^i будет эквивалентно некоторой постоянной скорости ИСО, преобразование поворота $\Delta\omega$ – повороту с.о., а Δt с Δr^i – смещению с.к. При совместном действии нескольких последовательных малых преобразований характер результата будет более сложным. Эти соображения (и предыдущие условности) верны и для дальнейшего.

По второму способу (алг.321) – сначала поворот, переход в ИСО и смещение:

$$q'^i = \begin{pmatrix} t - t_{(0)} \\ -v^i{}_0 t + \omega^i{}_j r^j - r^i{}_{(0)} \end{pmatrix} \to \tag{6.12*}$$

Запишем бесконечно малые преобразования для этого случая. Они следующие:

$$q'^i = \begin{pmatrix} t - \Delta t_{(0)} \\ -\Delta v^i{}_0 t + (\Delta\omega^i{}_j + E^i{}_j) r^j - \Delta r^i{}_{(0)} \end{pmatrix}. \tag{6.22}$$

Вычтем из нее исходные значения координат q^i:

$$\Delta q^i = \begin{pmatrix} t - \Delta t_{(0)} \\ r^i - \Delta v^i{}_0 t + \Delta\omega^i{}_j r^j - \Delta r^i{}_{(0)} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} t \\ r^i \end{pmatrix} \to$$

$$\Delta q^i = \begin{pmatrix} -\Delta t_{(0)} \\ (\Delta\omega^i_j) r^j - (\Delta v^i{}_0) t - \Delta r^i{}_{(0)} \end{pmatrix}. \tag{6.23}$$

Несмотря на различный порядок проведения преобразования, оба способа привели к одинаковому результату. Как видно из (6.21) и (6.23), результат бесконечно малого преобразования ГПВ в обеих случаях с точностью до бесконечно малых второго порядка, при отсутствии смещения, один тот же.

6.6 Малые преобразования координат ГПВ и скорости со смещением в 5–мерной форме

Для преобразований координат с начальным смещением, поворотом и переходом в ИСО, в смешанной тензорно–матричной форме формулы преобразования следующие.

Первый способ (алг.123) – сначала смещение, затем переход в ИСО и поворот (см. (6.14).

$$q'^i = \begin{pmatrix} 1 \\ t - t_{(0)} \\ \omega^i_j \left(v^j{}_0 (t_{(0)} - t) + (r^j - r_{(0)}{}^j) \right) \end{pmatrix}. \tag{6.14*}$$

Запишем бесконечно малые преобразования для этого случая. Они следующие:

$$q'^{i}=\begin{pmatrix}1\\ t-\Delta t_{(0)}\\ \left(\Delta\omega^{i}_{j}+E^{i}{}_{j}\right)\left(\Delta v^{j}{}_{0}\left(\Delta t_{(0)}-t\right)+\left(r^{j}-\Delta r_{(0)}{}^{j}\right)\right)\end{pmatrix}. \tag{6.24}$$

Вычтем из этого уравнения исходные значения координат q^{i}:

$$\Delta q^{i}=\begin{pmatrix}1\\ t-\Delta t_{(0)}\\ \left(\Delta\omega^{i}_{j}+E^{i}{}_{j}\right)\left(\Delta v^{j}{}_{0}\left(\Delta t_{(0)}-t\right)+\left(r^{j}-\Delta r_{(0)}{}^{j}\right)\right)\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\ t\\ r^{j}\end{pmatrix}=$$

$$\cong\begin{pmatrix}0\\ -\Delta t_{(0)}\\ \Delta\omega^{i}{}_{j}r^{j}-\Delta v^{i}{}_{0}t-\Delta r^{i}{}_{(0)}\end{pmatrix}. \tag{6.25}$$

В результате имеем, что координата времени изменяется на значение смещения, а изменение 3–мерных координат изменяется зависимо от поворота, смещения и перехода в ИСО:

$$\begin{cases}\Delta t=(t'-t)=-\Delta t_{(0)},\\ \Delta r^{i}=r'^{i}-r^{i}=\left(\Delta\omega^{i}{}_{j}\right)r^{j}-\Delta v^{i}{}_{0}t-\Delta r^{i}{}_{(0)}.\end{cases} \tag{6.26}$$

Второй способ – сначала поворот, затем переход в ИСО и смещение (алг.321) (см. (6.15)):

$$q'^{i}=\begin{pmatrix}1\\ t-t_{(0)}\\ \omega^{i}_{j}r^{j}-v^{i}{}_{0}t-r_{(0)}{}^{i}\end{pmatrix}\rightarrow \tag{6.15*}$$

Запишем для этого случая бесконечно малые преобразования и вычтем из нее исходные значения координат q^{i}. Они следующие:

$$dq^{i}=\begin{pmatrix}1\\ t-\Delta t_{(0)}\\ \left(\Delta\omega^{i}_{j}+E^{i}{}_{j}\right)r^{j}-\Delta v^{i}{}_{0}t-\Delta r_{(0)}{}^{i}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\ t\\ r^{i}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ -\Delta t_{(0)}\\ \Delta\omega^{i}_{j}r^{j}-\Delta v^{i}{}_{0}t-\Delta r_{(0)}{}^{i}\end{pmatrix} \tag{6.27}$$

Таким образом, при малых преобразованиях координат значения новых координат отличаются от старых в соответствии с уравнением (6.27). Координата времени изменяется на значение смещения, а изменение 3–мерных координат изменяется зависимо от поворота, смещения и перехода в ИСО:

$$\begin{cases}\Delta t=t'-t=-\Delta t_{(0)},\\ \Delta r^{i}=r'^{i}-r^{i}=\Delta\omega^{i}_{j}r^{j}-\Delta v^{i}{}_{0}t-\Delta r^{i}{}_{(0)}.\end{cases} \tag{6.28}$$

Как видно, результаты в случаях как 4 –мерного, так и 5 –мерного бесконечно малых преобразований ГПВ, независимо от порядка их проведения, совпадают. И это верно для любого порядка выполнения операций смещения, поворота и перехода в ИСО.

Вопроса о какой–либо скорости чего бы то ни было, кроме как начала подвижной с.о. относительно "условно" неподвижной, при таких преобразованиях координат не должно возникнуть – это статические единичные преобразования координат – но только с малыми значениями параметров этих преобразований. Это может интересовать математика, и немножко – физика. Но ее можно повторять и повторять после каждого шага через шаг смещения времени $dt_{(0)}$ – тогда получим динамически изменяющуюся галилееву с.к. И в этой интерпретации возможно поставить вопрос об изменении траектории, скорости и ускорении как точек "движущейся" с.к., так произвольно движущейся м.т. как в ней, так и в исходном условно "покоящемся" ИСО. И эта интерпретация малых преобразований координат может больше интересовать физика. В ней есть то, с чем работает физика – время, пространство и движение. Хотя и математика она тоже может заинтересовать. Именно этим займемся далее.

6.7 Скорость и ускорение движения точек ИСО ГПВ

Здесь рассмотрим движение м.т., движущейся в НСО (НСО) по определенной траектории с определенной скоростью с т.з. условно покоящейся ИСО. Физическим аналогом такой НСО является движение абсолютно твердого тела в ГПВ по произвольной траектории с произвольной скоростью и соответствующим ускорением.

Для того, чтобы найти скорости и ускорения произвольной точки, необходимо определить преобразования координат каждой точки r' для каждого момента времени t'. Эти координаты полностью определяются координатами начала НСО и тремя степенями поворота подвижной системы координат. Координаты произвольной точки подвижной и одновременно вращающейся с.о. можно определить по формуле

$$r^i = r^i{}_{(0)}(t) + \omega^i{}_j(t) r'^j. \tag{6.29}$$

Здесь $\omega^i{}_j(t)$ – зависящий от времени тензор поворота подвижной с.о. Если нам интересно рассматривать параметры движения м.т., движущейся в штрихованном НСО, то в уравнение движения (6.31)параметр r'^j необходимо связать с переменной во времени координатой этой точки $r'^j(t)$. Если это точка этого самого НСО – то параметр r'^j надо считать постоянной.

Может возникнуть вопрос – а куда делись параметры $dt_{(0)}$, $\omega^i{}_{(0)}$ и $v^i{}_{(0)}$, присутствующие в параметрах преобразования координат ГПВ (см. выше)? Никуда не делись – просто они присутствуют в (6.29) неявно: параметр смещения $dt_{(0)}$ спрятался в переменном параметре траектории t координаты начала отсчета $r^i{}_{(0)}(t)$ НСО во времени, параметр "скорость" $v^i{}_{(0)}$ – в производной $r^i{}_{(0)}(t)$ начала отсчета НСО во времени, а параметр начального поворота $\omega^i{}_{(0)}$ с.о. – в переменном параметре ориентации $\omega^i{}_j(t)$ (см. (6.30)).

Учитывая, что преобразования координат $dr^i{}_{(0)}$ и времени $dt_{(0)}$ в движущейся с.о. тесно связаны между собой единым процессом, в (6.28) (с учетом сделанных замечаний) можно сделать некоторые упрощения, позволяющие из нее определить преобразования скорости движения точек НСО в исходном условно покоящемся ИСО в каждый текущий момент времени. В частности, для начала координат скорость и ускорение будут следующими:

$$\begin{gathered} \frac{dr^i(t)}{dt} = \frac{d{r_{(0)}}^i(t)}{dt} = v^i{}_{(0)}, \\ \frac{d^2 r^i(t)}{dt^2} = \frac{d^2 {r_{(0)}}^i(t)}{dt^2} = w^i{}_{(0)}. \end{gathered} \tag{6.30}$$

Здесь $r^i{}_{(0)}(\mathrm{t})$ – зависящая от времени функция движения начала подвижной с.о.,

r'^i – координаты точки подвижной НСО или зависящая от времени функция движения м.т. в ней.

Но это всего лишь для одной точки – точки начала координат.

Скорость произвольной точки подвижной и одновременно вращающейся НСО. можно определить по формуле

$$v^i = \frac{d}{dt}\left[r^i{}_{(0)}(t) + \omega^i{}_j(t) r'^j(t)\right] =$$

$$= \frac{dr^i{}_{(0)}(t)}{dt} + \frac{d\omega^i{}_j(t)}{dt} r'^j + \omega^i{}_j(t) \frac{dr'^j(t)}{dt} =$$

$$= v^i{}_{(0)}(t) + \frac{d\omega^i{}_j(t)}{dt} r'^j + \omega^i{}_j(t) v'^j(t) =$$

$$= v^i{}_{(0)}(t) + \frac{d\left(\delta\omega^i{}_j(t) + \delta^i{}_j\right)(t)}{dt} r'^j + \left(\delta\omega^i{}_j(t) + \delta^i{}_j\right) v'^j(t) \rightarrow$$

$$v^i = v^i{}_{(0)}(t) + \frac{d\delta\omega^i{}_j(t)}{dt} r'^j + \delta\omega^i{}_j(t) v'^j(t) + v'^i(t). \tag{6.31}$$

Ускорение произвольной точки подвижной и одновременно вращающейся НСО. можно определить по формуле

$$w^i = \frac{d}{dt}\left[v^i{}_{(0)}(t) + \frac{d\delta\omega^i{}_j(t)}{dt} r'^j + \delta\omega^i{}_j(t) v'^j(t) + v'^i(t)\right] =$$

$$= w^i{}_{(0)}(t) + \left(\frac{d^2\delta\omega^i{}_j(t)}{dt^2} r'^j + \frac{d\delta\omega^i{}_j(t)}{dt} v'^j(t)\right) + \left(\frac{d\delta\omega^i{}_j(t)}{dt} v'^j(t) + \delta\omega^i{}_j(t) w'^j(t)\right) + v'^i(t) =$$

$$w^i = w^i{}_{(0)}(t) + \frac{d^2\delta\omega^i{}_j(t)}{dt^2} r'^j + 2\frac{d\delta\omega^i{}_j(t)}{dt} v'^j(t) + \delta\omega^i{}_j(t) w'^j(t) + w'^i(t). \tag{6.32}$$

Здесь $\delta\omega^i{}_j$ – антисимметричная часть зависящей от времени матрицы преобразования координат.

В векторной форме это же уравнение записывается в следующей форме (без доказательства[84] – эта форма обычно дается в литературе):

$$w = w_{(0)}(t) + [\dot{\omega} \times r'] + 2[\omega \times v'(t)] + [\omega \times [\omega \times r']] + w'(t). \tag{6.33}$$

Здесь(!) ω – вектор скорости вращения с.о. (в отличие от (6.32) – см. выше (и более ранних), где $\omega^i{}_j$ – тензор зависящего от времени конечного поворота с.к.). А скорость (6.31) в векторной форме записи записывается уравнением

$$v = v_{(0)}(t) + [\omega \times r'] + v'(t). \tag{6.34}$$

[84] См. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Сила_Кориолиса (последняя загрузка 26.12.2021).

7 Волновая метрика 4–мерного плоского пространства

В произвольном ГПВ возможно применение трех видов метрик: временнóго, пространственного и волнового. Причем это верно не только для ГПВ – оно верно для любого пространства, в котором определены временные t и пространственные r^i координаты.

"Пространственная" метрика ПВ определяется вырожденной трехмерной формой, но не является глобальной: при преобразованиях координат без изменения метрического тензора значение 4–мерного "расстояния" изменяется Вплоть до того, что локально метрика может зависеть лишь от трех выделенных как "пространственные" координат. Но в АПВ в пределах слоя сохраняет свою неизменность. Поэтому физически инвариантно она определена только при постоянном значении координаты "время" на 3–мерной гиперплоскости одновременности. Характер метрики – билинейность.

"Временнáя" метрика[85] ПВ определяется также линейной вырожденной одномерной формой и имеет единственный ненулевой метрический элемент – g_0. Вплоть до того, что локально метрика может зависеть лишь от одной единственной, выделенной как "временная", координаты. Характер метрики – линейный или билинейный. При произвольных преобразованиях координат метрики g_0 переходят в линейную форму[86]:

$$\Delta\tau = g'_0\Delta t + g'_i\Delta r^i \,. \tag{7.1}$$

В частности,

$$\Delta\tau = \Delta t \,. \qquad (7.1):2$$

В этой линейной форме метрика "время" имеет глобальные скалярные свойства, но при этом сохраняется вырожденность. Параметры метрики (g_0, g_i) представляют собой сопряженный ковариантный 4–вектор и имеют ту же структуру, что и элементы градиента скалярной функции (см. ниже ч. 7.3).

Третий вид метрики назову "волновой". Ни первый, ни второй метрики не могут определить полноценную тензорную алгебру в пространстве, т.к. они являются вырожденными, и в общем случае не являются инвариантами и не соответствуют трем метрическим аксиомам[87]. Для применения тензорной алгебры необходимо использовать не вырожденную метрику, точнее – псевдометрику. Если предыдущие две метрики в основном используются и определены в пространстве КФМН, где для м.о. доступны любые скорости вплоть до бесконечных, то 4-метрика будет построена на законе распространения волн в ПВ, в частности – света. Возможно – звуковой волны. И вообще – любой волны в ПВ. Ее мы назовем "волновой". Характерной особенностью распространения волны является наличие конечной фундаментальной (или характеристической) скорости c.

7.1 Вырожденные метрики ГПВ, сопряжение и скалярное произведение

4–мерная глобальная невырожденная метрика в ГПВ не определена. По определению ГПВ. Но определенная ограниченная метрическая функция может быть определена в каждом из абсолютных подпространств ГПВ, определяемых 1) слоями ее гиперплоско-

---

[85] Предполагается, что в физической интерпретации метрическое "время" определяется ходом реальных физических часов, которое в математической модели моделируется метрической функцией, а не координатой "время". Но в некоторых моделях координата "время" может вести себя как моделируемые моделью физические часы. С пространственными расстояниями ситуация точно такая же.

[86] Данная форма дает корректировку времени модели в соответствии с принципом относительности СТО А.Эйнштейна.

[87] См. 2.1.2, "Основные понятия математики", а также см. https://ru.wikipedia.org/wiki/Метрическое_пространство (последняя загрузка 26.12.2021).

сти и 2) временем.

В метрическом ПВ возможны три очевидных вида "метрики". Они определяются свойствами однородности и изотропности ГПВ по отдельности в силу их независимости и абсолютности.

1. Из однородности, изотропности и абсолютности координаты "время" можно определить инвариантную не изотропную абсолютную метрику "промежуток времени":

$$d\tau = dt. \tag{7.2}$$

Эта метрика зависит от направления измерения "времени", и является глобальной и не зависящей от преобразований координат ГПВ. Она не изотропна, т.к. при преобразовании инверсии координаты "время" она меняет знак. Эту метрику можно принимать как глобальную, но с ограничениями в силу ее линейности и вырожденности.

2. Еще одним видом "временной" метрики может служить изотропная ко времени инвариантная метрика модуль "промежутка времени":

$$d\tau = \pm|dt|. \tag{7.3}$$

Действительно, при галилеевых преобразованиях тензоров и координат (ГПТК) модуль разности координат времени двух событий остается постоянным при любых галилеевых преобразованиях координат. Даже при инверсии времени. Поэтому эта метрика является глобальной и не зависящей от преобразований координат ГПВ.

За достаточно простой формой (7.3) может скрываться более простая алгебраическая ее форма – билинейная метрическая функция:

$$d\tau = \pm\sqrt{dt^0 dt^0}. \tag{7.4}$$

3. Из однородности, изотропности и абсолютности пространственных координат можно определить инвариантную изотропную абсолютную билинейную метрику "расстояние" на "плоскости" "одновременности" при t = const:

$$dl = \pm\sqrt{dr^i dr^i}. \tag{7.5}$$

Эта метрика для ГПВ не может быть глобальной, и для произвольных разновременных событий расстояние не является инвариантом.

Уравнение (7.5) записано в форме скалярного произведения 3–векторов. Эта запись вполне удовлетворительна в частных случаях пространств, в частности, для определения скалярного "расстояния" в евклидовом пространстве. Но в математике для таких "скаляров" существует тензорная алгебра. В тензорной алгебре скалярное произведение векторов формально определяется через произведение векторов, определяемых как контра– и ковариантные векторы. Контравариантные векторы определяются через верхние индексы, ковариантные – через нижние. Поэтому "промежуток времени" и "расстояние" в тензорной алгебре должны быть определены следующими уравнениями:

$$\begin{gathered} d\tau = dt, \\ d\tau = \sqrt{dt_0 dt^0}, \\ dl = \sqrt{dr_i dr^i}. \end{gathered} \tag{7.6}$$

Первое уравнение определяет скалярную координату t, второе – метрику, связанную с четвертой координатой 4–мерного ПВ. Третье – метрику, связанную с тремя пространственными координатами r^i 4–мерного ПВ. Несмотря на 4–мерный подход, здесь не просматривается никакой связи между временной t и пространственной r^i координатами ПВ. На основе этих рассуждений невозможно определить 4–мерную единую метрику ГПВ: ее просто не может быть: в ГПВ, при наличии только естественных для него вырожденных метрик "промежуток времени" и "расстояние", 4–мерной невырожденной метрики не существует.

А существуют ли ковариантные векторы ГПВ? Это могло бы закрыть вопрос о 4–мерной метрике в ГПВ. Этот вопрос можно решить либо соответствующей физической теорией, определяющей 4–мерное скалярное произведение как свое следствие, либо абстрактно математическим образом, через определение сопряженного вектора, мы выясним на основе анализа преобразований градиента скалярной функции в ГПВ.

7.2 Инвариантность скалярного произведения векторов ГПВ

Здесь докажем, что скалярное произведение не просто сопряженных, а любых контра– и ковариантного векторов ГПВ не зависит от с.о., в которой они представлены. Тем более, что в ГПВ не определено понятие сопряженного вектора. Но его все же можно определить чисто формально из предположения о его существовании и виде скалярного произведения 4–мерных контра– и ковариантных векторов $A = (A^0, A^i)$ и $B = (B_0, B_i)$ с привычной по тензорному исчислению формой их записи:

$$S = \left(A^0, A^i\right)\left(B^0, B^i\right) = \left(A^0 B^0, A^i B^i\right). \tag{7.7}$$

Данная форма векторов и выражение для их скалярного произведения вполне обладает скалярными свойствами при преобразованиях координат ГПВ. Для этого рассмотрим скалярное произведение преобразованных в другую ИСО галилеевых произвольных контравариантного A^i и ковариантного B_i векторов. В новом ИСО эти векторы A'^i и B'_j будут представлены в следующем виде (см. ниже (7.11):

$$\begin{aligned} A'^i &= (A^0 - v_i^0 A^i, A^i), \\ B'_i &= (B_0, B_i + v_i^0 B_0). \end{aligned} \tag{7.8}$$

Проведем их скалярное произведение в три этапа – для временной и пространственной частей по отдельности, а потом их просуммируем с учетом знаков. Найдем произведение временных частей:

$$A'^0 B'_0 = \left(A^0 - v_i^0 A^i\right) B_0 = A^0 B_0 - v_i^0 A^i B_0.$$

Для пространственной части:

$$A'^i B'_i = A^i (B_i + v_i^0 B_0) = A^i B_i + A^i v_i^0 B_0.$$

Найдем сумму этих частей и сравним ее с произведением AB:

$$\begin{aligned} A'B' = A^0 B_0 - v_i^0 A^i B_0 + A^i B_i + A^i v_i^0 B_0 = \\ = A^0 B_0 + A^i B_i = AB. \end{aligned}$$

В результате получили, что для любых двух векторов – контравариантного A^i и ковариантного B_i – их прямое "скалярное" произведение является инвариантом при галилеевых преобразованиях. Это и следовало ожидать из свойств векторов галилеевых преобразований координат.

Но из него невозможно сделать какие либо выводы относительно 4–метрики ГПВ для произвольного ИСО: предыдущие формулы не используют какую либо определенную метрику 4–мерного ГПВ. Здесь использована формальная тензорная математика без использования метрического тензора. И она верна для любой фундаментальной скорости "света" c – ее в ней просто нет В ней нет метрического тензора и формул поднятия/опускания индексов – в силу отсутствия метрического тензора. Таким образом, сами по себе ковариантные векторы и тензоры вполне могут существовать в классической 4 – мерной механике – по определению. Вместе с ними есть и инвариантное скалярное произведение. Но нет правил преобразования их друг в друга.

7.3 Абстрактное определение ковариантного вектора. Пре-

образования градиента скалярной функции как примера ковариантных векторов ГПВ

Но можно обойти этот недостаток, просто определив это правило, просто постулировав их наличие и определив их скалярное произведение. Т.е. ковариантные тензоры должны быть просто заранее определены как ковариантные, и без возможности их взаимного перевода в контравариантные и наоборот. Или найти другой альтернативный способ получения ковариантного вектора, не требующий наличия или отсутствия метрического тензора для своего объяснения. Например, как градиент скалярной функции, ведущий себя как ковариантный вектор. Даже можно просто постулировать существование метрический тензор как ковариантного тензора ранга 2 со стандартной ролью в тензорном исчислении. Даже просто изучая распространение волны в ПВ с определенными гипотезами по этому-поводу, можно прийти к пониманию ковариантного вектора.

Для получения ответа на этот вопрос в качестве примера рассмотрим, как ведет себя градиентное поле $A = \partial\varphi(x,t)/\partial q = \{\partial\varphi/\partial t, \partial\varphi/\partial x\}$ при галилеевых преобразованиях системы координат. Пусть новая система координат движется в направлении оси x со скоростью v_x. Тогда:

$$A'_x = \frac{\partial\varphi'}{\partial x'} = \tag{7.9}$$

$$= \frac{\varphi(x' + v^x dt + dx, t') - \varphi(x' + v^x dt, t')}{x' + v^x dt + dx - (x' + v^x dt)} =$$

$$= \frac{\varphi(x' + v^x dt + dx, t') - \varphi(x' + v^x dt, t')}{dx} =$$

$$= \frac{\varphi(x' + v^x dt, t') + \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx - \varphi(x' + v^x dt, t')}{dx} =$$

$$= \frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{dx}{dx} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = A_x.$$

т.е. пространственная часть градиентного поля не меняется. Для временной составляющей:

$$A'_0 = \frac{\partial\varphi'}{\partial t'} = \frac{\partial\varphi'}{\partial t} = \frac{\varphi(x' + v_0 dt, t' + dt) - \varphi(x', t')}{dt} =$$

$$= \frac{\varphi(x', t') + \frac{\partial\varphi}{\partial x} v_0 dt + \frac{\partial\varphi}{\partial t} dt - \varphi(x', t')}{dt} =$$

$$= \frac{\partial\varphi}{\partial x} v_0 + \frac{\partial\varphi}{\partial t} = A_0 + v^x A_x.$$

т.е. временная часть градиентного поля изменяется. В векторной форме формула преобразования градиента скалярной функции будет следующей:

$$\mathrm{grad}\varphi' = \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial t'}, \frac{\partial\varphi'}{\partial x'}\right) = \left(\frac{\partial\varphi'}{\partial t} + v_0^x \frac{\partial\varphi'}{\partial r^i}, \frac{\partial\varphi'}{\partial r^i}\right). \tag{7.10}$$

В тензорно–матричном виде это запишем в виде:

$$\mathrm{grad}\varphi' = \begin{pmatrix} 1 & v_0^x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial\varphi'}{\partial t} & \frac{\partial\varphi'}{\partial r^i} \end{pmatrix}.$$

При наличии еще и поворота с.о.:

$$\mathrm{grad}\varphi' = \begin{pmatrix} 1 & v_0^x \\ 0 & \omega_i^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi'}{\partial t} & \frac{\partial \varphi'}{\partial r^j} \end{pmatrix}.$$

Матрица преобразования g^i_j отличается от случая преобразования контравариантных векторов тем, что она подверглась диагональному переворачиванию с изменением знаков элементов g_0^j: элемент $-vj^0$ поменялся на $+ v_0^j$. Это соответствует поднятию ковариантных индексов соответствующего тензора: при этой операции временные элементы с индексом 0 не изменяют своего знака, а с пространственными индексами изменяют свой знак.

Обобщая формулу преобразования градиента скалярной функции на любые ковариантные векторы, имеем:

$$A'_i = \begin{pmatrix} 1 & v_0^j \\ 0 & \omega_i^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 \\ A_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_0 + v_0^j A_j \\ \omega_i^j A_j \end{pmatrix}. \tag{7.11}$$

Для сравнения дам также уравнение преобразования контравариантных векторов (6.12):

$$A'^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -v_0^i & \omega_j^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^0 \\ A^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^0 \\ -v_0^i A^0 + \omega_j^i A^j \end{pmatrix}. \tag{6.12}$$

Таким образом, продифференцировав скалярную функцию, мы получили не совсем векторный "вектор", а с особенностью, отличающей ее от контравариантных векторов типа "координата" и определяемую как "ковариантный" вектор.

7.4 Понятие локального метрического поля АИСО

Для дальнейшего необходимо введение понятия метрического поля в плоском волновом ПВ на фоне сплошной среды, выступающей как бы в роли никому не доступного и не понятного вещественного(?) "эфира" или всем известного полевого "вакуума" как модели. Вещественный эфир предполагает, что каждая его точка имеет определенные координаты в каждый момент времени и некоторое состояние движения со скоростью V^i. А это – уже определение сплошной среды (далее с.с.). Выделенным состоянием ПВ с вещественным эфиром является ее однородное изотропное состояние с отсутствием движения. Несмотря на то, что этот эфир может обладать и некоторыми другими свойствами, отличающими ее от всех известных нам веществ. Для дальнейшего будет важно, что в этой среде возможно распространение волн с некоторой определенной фундаментальной скоростью c. А это уже есть поле, средой распространения для которого может выступать эфир = с.с.

Кстати, возможность существования распространения волн предполагает, что свойства однородности и изотропности эфира могут нарушаться. Если не свойствами самого эфира, то некоторым полем, с ним связанным. В частности, предполагает, что сплошная среда[88] в пространстве в каждой своей точке с т.з. некоторого наблюдателя имеет свое значение скорости движения: $V = V(t, r)$. В этом смысле АИСО как бы отходит на второй план и любые ИСО становятся равноправными и не выделенными. Но АИСО локально существуют. В этом плане можно будет рассмотреть движение волновой материальной точки по законам геометрии ПВ в векторном поле $V(t, r)$. А локальную метрику каждой точки ПВ можем назвать гравитационным полем, т.к. движение этой материальной точки будет происходить по геодезической прямой этой получающейся "геометрии". Причем она не зависит от массы – по всему предыдущему рассмотрению по умолчанию. Объединяем как бы невозможные вещи: плоское ПВ и риманово волновое поле материальной с.с. в ней. Далее я не буду пользоваться понятием "эфир", а буду называть ее "сплошной сре-

[88] Такой средой может выступать несжимаемая жидкость, не сжимаемый газ под постоянным давлением и температурой, абсолютно твердое тело в условиях нахождения в абсолютном ГПВ.

дой" (или с.с.), т.к. это более адекватное для него название. Или даже еще проще – просто ИСО и АИСО как выделенная ИСО.

Т.к. в научном мире принято, что ньютонову механику, определенную на ГПВ, имеет смысл применять только при достаточно малых скоростях, то и это "гравитационное поле" можно применять при этих же малых скоростях и применять к нему термин "слабое гравитационное поле". Гравитационное и метрическое поля в этом случае будут синонимами в том смысле, что и то и другое "действуют" на м.т. независимо от ее массы и других ее параметров. Только гравитационное поле создается материей, а метрическое поле ее описывает в абстрактных терминах математики.

7.5 Физическое определение 4–мерного волнового "расстояния" как "интервала" на примере распространяющейся в ГПВ периодической волны

Несмотря на существование двух представленных метрик, ГПВ нельзя считать метрическим ПВ, т.к. эти метрики не соответствуют аксиомам ни метрики, ни псевдометрики. Ни первый, ни второй метрики не способны определить тензорную алгебру в ГПВ, т.к. они все являются вырожденными и не соответствуют трем метрическим аксиомам (см. выше 2.1.2 "Основные понятия математики"). Но все же в ГПВ можно определить невырожденную метрику, точнее – псевдометрику. Ее научное название – интервал. И она по своему представлению являет собой их сумму, точнее – разность между квадратом времени и квадратом расстояния, является глобальной и не является вырожденной. Она однородна и изотропна в 4–мерном формате, что дает ему право на жизнь. Характер метрики – билинейность:

$$ds = \sqrt{dt^2 - dr^i dr^i}. \qquad (7.12)$$

"Интервал" можно назвать "волновым" расстоянием, потому что она может быть введена в рамках ГПВ путем рассмотрения изотропного однородного ГПВ, заполненного упругим веществом и находящегося в состоянии покоя, в котором возможно распространение волн упругости[89]:

$$A = \sin\omega\left(t - \frac{c^i r^i}{c^2}\right), \qquad (7.13)$$
$$A = \sin\omega\left(c_0 t + c_i r^i\right) = \sin\omega\left(t + c_i r^i\right).$$

с определенной фундаментальной скоростью c. Для фазы этой волны в контравариантной векторной форме верно скалярное уравнение:

$$\varphi = \omega\left(c^0 t - \frac{c^i}{c^2} r^i\right) = \omega_0 t + \omega_i r^i. \qquad (7.14)$$

Здесь (c^0, c^i) – координатные скорость и направление распространения волны,

(ω^0, ω^i) – координатные частоты распространяющейся волны.

Функция A в ПВ является скалярной функцией. Точно также скалярной функцией является и аргумент в скобках, называемый фазой. Поделив значение фазы на скалярную частоту волны, мы получим скалярную функцию, определяемую как скалярный направленный интервал в направлении распространения волны[90]. Для бесконечно близких точек будем иметь следующий интервал:

[89] Одна из возможных интерпретаций.

[90] В качестве скалярного интервала можно было бы принять и изменение самого значения A функции: $ds = dA$ или в многомерном виде $ds^2 = (dA^i)^2$. Это было бы эквивалентно формально дополнительному к 4–м имеющимся измерению (измерениям).

$$ds = \frac{\omega\left(t - \frac{c^i}{c^2} r^i\right)}{\omega} = dt - \frac{c^i}{c^2} dr^i. \tag{7.15}$$

Этот интервал по своей форме представляет собой скалярное произведение вектора скорости фронта волны и бесконечно малого вектора из дифференциала разности координат двух близких точек:

$$ds = \left(1, -\frac{c^i}{c^2}\right)\left(dt, dr^i\right). \tag{7.16}$$

Второй вектор в данном произведении является контравариантным вектором, а первый по аналогии со скалярным произведением в тензорном исчислении является ковариантным вектором.

Сравнив уравнения (7.13) и (7.14), можем сделать вывод, что ковариантный вектор скорости можно получить из контравариантных некоторой операцией над значениями ее элементов:

$$\begin{cases} c^0 = 1, \\ \dfrac{c^i}{c^2} = c_i. \end{cases} \tag{7.17}$$

Как следствие, можем получить метрический тензор для данного скалярного произведения векторов, который является диагональной матрицей с отрицательными элементами при элементах с пространственными индексами:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\delta_{ij}/c^2 \end{pmatrix}. \tag{7.18}$$

Здесь (и далее) δ_{ij} – единичная матрица как часть метрического тензора.

Более общей формой 4–мерного "расстояния" является ее выражение через 4–мерный метрический тензор:

$$ds = \sqrt{g_{ij} dq^i dq^j} = \sqrt{dq_i dq^i}, \tag{7.19}$$

или с разделением на временную и пространственную части (с учетом знаков в (7.18)):

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{00} dt^2 - g_{0j} dt dq^j - g_{i0} dq^i dt - g_{ij} dr^i dr^j = \\ &= g_{00} dt^2 - (g_{0i} + g_{i0}) dt dq^i - g_{ij} dr^i dr^j. \end{aligned} \tag{7.20}$$

Более подробно будет рассмотрено далее.

Сокращения и другие соглашения

(*)	(**)
(')	АПВ – пространство–время с абсолютным временем и пространством.
*	АИСО (АСО, УАИСО, АСО', АСО") – (условная) абсолютная, инерциальная система отсчета,
А – абсолютное,	ВП – волновое пространство,
В – время, волновое,	ГП, ГПВ – галилеево пространство–время,
Г – галилеево,	ГВП – галилеево волновое пространство,
И – инерциальное,	

К – координаты, квантовая, классическая, М – механика, метрическое, материя, Н – ньютоново, неинерциальная, О – отсчета, относительности, общая, П – пространство, Р – релятивистская, С – система, специальная, Т – теория, тензоры, У – условный, Ф – физика, Ч – частная, ~ –(индекс) обозначает волновой параметр, ‖ – (индекс) параллельный, продольный, ⊥ – (индекс) перпендикулярный, поперечный. См. – смотри, т.[Идентиф.точки] – точка.[Идентиф.точки], (и)т.д. – (и) так далее, (и)т.п. – (и) тому прочие, в т.ч. – в том числе, т.з. – точка зрения, см.[д.] – смотри [**д**алее], [**р**анее],[**н**иже],[**в**ыше], ч.т.д. – что и требовалось доказать.	ГПТК – (линейные) галилеевы преобразования тензоров и координат, ДРП, ДРПВ – дорелятивистское пространство–время, ДРПТК – (линейные) дорелятивистские преобразования тензоров и координат, ИСО (ИСО', ИСО") – инерциальная система отсчета – координатная с.о., полученная из исходного ортонормированным ЛПТК, КМН – классическая механика ньютонова, КФМН – классическая физика и механика ньютонова, ЛПТК – линейные преобразования тензоров и координат, МГП – метрическое галилеево пространство, МП – метрическое пространство, НСО 0– неинерциальная система отсчета, ПВ – пространство–время, ПВМ – пространство–время–материя, ГПВ – галилеево пространство–время, ПТК – преобразования тензоров и координат. РП, РПВ – релятивистское пространство–время, РПТК – (линейные) релятивистские преобразования тензоров и координат, СК, с.к. – система координат, СО, с.о. – система отсчета, СТО – специальная теория относительности, м.о. – материальный объект, с.с. – сплошная среда.

1. (*)При использовании более чем одной буквы.
2. (**) – апострофы или индексы относятся к с.о. с соответствующими индексами и/или количествами апострофов объектов, обозначенных аббревиатурами сокращения символами.
3. * – при нахождении "звездочки" после нумерации уравнения (формулы), говорит о том, что уравнение (формула) является ссылкой.
4. (') При использовании нескольких ИСО при параметрах ИСО буду использовать штрихи в количестве, соответствующем количеству штрихов при обозначении соот-

ветствующего ИСО, например, ИСО', ИСО'' (ИСО *O*', ИСО *M*''): *v*, *v*', *v*'', α, α', α'', β, β', β'', и т.д. В аббревиатуре ИСО$\{^{\text{штрихи}}\}$ штрихи могут и опускаться – если это понятно из контекста.

5. Выделение красным цветом в формуле может обозначать равный нулю элемент формулы или выражения.
6. По одинаковым верхнему и нижнему индексам производится свертка (суммирование) соответствующих элементов (по правилу Эйнштейну).
7. По индексу в скобке типа "$_{(k)}$" или "$^{(k)}$" свертка не выполняется, но она привязана к соответствующему тензорному или другому индексу "функционально".
8. Формат ссылок на формулы: (N). При необходимости указания на конкретную строку формулы применяется формат (N):n, где n – номер строки формулы, начиная с 1 (единицы), причем эта нумерация продолжается и на дальнейшие не нумерованные формулы.

Литература

1. Акивис, М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление. – М. : Наука, 1972. – 351 с.
2. Александрян Р. А. Мирзаханян, Э. А. Общая топология : учебное пособие. – М., Высшая школа, 1980. – 336 с.
3. Детлаф, А. А. Курс общей физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. Высшая школа, 2017. – 245 с.
4. Димитриенко, Ю. И. Тензорное исчисление: Учеб. пособие для вузов. – М. : Высш. шк., 2001. – 575 с.
5. Зисман, Г. А. Тодес, О. М. Курс общей физики. В 3 томах, Т.1. Механика, молекулярная физика, колебания и волны. –М., Наука, 1974. – 336 с.
6. Зисман, Г. А. Тодес, О. М. Курс общей физики. В 3 томах, Т.3: Физика атомов и молекул, физика атомного ядра и микрочастиц. –М., Наука, 1970. 500 с.
7. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М. : Бином, 2017. – 146 с.
8. Келли, Дж. Л. Общая топология. М., Наука, 1981. Перевод с английского. Редактор Панькова Т. А. – 432 с.
9. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Курс теоретической физики: В 10 т. : т. 2. – М.: Физматлит, 2002. – 224 с.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Краткий курс теоретической физики : т. 1. – Механика, электродинамика, М. : Наука, 1969. – 272 с.
11. Малыкин, Г. Б. Паралоренцевские преобразования. УФН, 179:3 (2009), 285–288; Phys. Usp., 52:3 (2009), с. 263–266. [Электронный ресурс] // URL: http://www.mathnet.ru/php/getFT.phtml?jrnid=ufn&paperid=736&what=fullt&option_lang=rus (899 kB) (Последняя загрузка: 05.07.2019).
12. Морин, Дэвид (2008). "Глава 11: Теория относительности (кинематика)" (PDF). Введение в классическую механику: с проблемами и решениями. Издательство Кембриджского университета. С. 539–543. ISBN 978 –1 –139 –46837 –4. [Электронный ресурс] //URL: https://web.archive.org/web/20180404002006/http:/www.people.fas.harvard.edu/~djmorin/chap11.pdf. Архивировано 4 апреля 2018 года.
13. Окунь Л.Б. Понятие массы (Масса, энергия, относительность) / Успехи физических наук, 1989, т.158 – №3. – с. 511–530

14. Савельев, И. В. Курс физики, т. т. 1–5 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 2016. –155 с.
15. Фейнман, Ричард П.; Лейтон, Роберт Б.; Сэндс, Мэтью (февраль 1977). "Релятивистские эффекты в радиации". Фейнмановские лекции по физике: Том 1. Рединг, Массачусетс: Аддисон –Уэсли. С. 34–7 ф. ISBN 9780201021165. LCCN 2010938208. [Электронный ресурс] //URL: http://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_34.html. (Последняя загрузка: 05.06.2022).
16. Чепик, А. М. Сходство и различие СЭТ и СТО. [Электронный ресурс] //URL: http://redshift0.narod.ru/Rus/Stationary/Absolute/ Absolute_Principles_4.htm (Последняя загрузка: 16.07.2019). // Нижний Новгород, e–mail: redshift0@narod.ru.
17. Эйнштейн, А. Собрание научных трудов. В 4 томах. Т. 1. — М. :Наука, 1965. [Einstein A Ann. Physik 322 891 (1905)]
18. Эйнштейн, А. “К электродинамике движущихся тел”, перевод, “Собрание научных трудов” под ред. И.Е. Тамма, М, Наука, 1966, т.1 стр. 7.
19. Эйнштейн, А. Основы общей теории относительности. Собр. науч. труд. в 4 томах, М., «Наука», 1965, т. 1, с. 457—460.
20. Якута, А. А. Механика. Лекции. //Редактор Алексей Александрович Якута (конспект подготовлен студентами, не проходил проф. редактуру и может содержать ошибки). – МГУ имени М.В. Ломоносова, Физический факультет. – 157 с. [Интернет–ресурс]. URL: https://teach–in.ru/file/synopsis/pdf/mechanics–yakuta–M.pdf . Последняя загрузка: 21.10.2021.
21. Tangherlini F R "The velocity of ligh in uniformly moving frame", Ph D Thesis (Stanford: Stanford Univ., 1958.
22. Sci. Adv., 2019, 5 (12), eaaw3916. DOI: 10.1126/sciadv.aaw3916. Louis–Jean etc. Which way to the dawn of speech?: Reanalyzing half a century of debates and data in light of speech science. [Электронный ресурс] // URL: https://www.science.org/doi/10.1126/sciadv.aaw3916 // (Последняя загрузка: 09.10.2021) PDF: https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/sciadv.aaw3916, (Последняя загрузка: 09.10.2021)
23. Timin, Valery. Space, Time, Matter and Kinematics of a Point. Пространство, время, материя и кинематика точки. Часть 1. [Электронный ресурс] // URL: viXra:2209.0108, (Последняя загрузка: 2022–09–24).
24. Timin, Valery. Часть 2. Физика без поля. Кинематика точки в пространстве–времени. (Последняя загрузка: 2022).
25. Timin, Valery. Часть 3. Физика без поля. Кинематика точки в пространстве–времени. (Последняя загрузка: 2022).
26. Timin, Valery. Output of Formulas for Transforming the Coordinates of Physical Space. Вывод формул преобразования координат физического пространства. [Электронный ресурс] // URL: https://vixra:2103.0143 , (Последняя загрузка: 2021–10–13).
27. Timin, Valery. Two–way Wave Metrics of Galilean Space. Двусторонние волновые метрики ГПВ. [Электронный ресурс] // URL: https://viXra:2008.0186viXra:2008.0186. (Дата обращения: 2021–10–12).
28. Timin, Valery. Metrics Galileia Space Метрики галилеева пространства. [Электронный ресурс] //. Тимин, В. А. //URL: http://vixra.org/abs/1907.0545. (Последняя загрузка: 24.01.2022)

29. Timin, Valery. Pre –Relativistic Tensor Transformations. [Электронный ресурс] // Pre – Relativistic Tensor Transformations, Тимин, В. А. //URL:https://vixra.org/abs/1909.0238.

30. Timin, Valery. Galilean Transformations of Tenzors Преобразования галилеевых тензоров. // [Электронный ресурс], URL:http://vixra.org/abs/1910.0602 . (Последняя загрузка: 24.01.2022).

31. Timin, Valery.Уравнения распространения волн в различных пространствах. [Электронный ресурс] // URL: http://vixra.org/abs/1908.0091.

32. Timin, Valery. Эксперимент Майкельсона–Морли. [Электронный ресурс] // URL: http://vixra.org/abs/1908.0574. (Дата обращения: 24.01.2022).

33. Международная система единиц измерения СИ. [Электронный ресурс]. //URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Международная_система_единиц#Основные_единицы. (Последняя загрузка: 24.01.2022).

Все мои работы в VIXRA.ORG:

34. Timin, Valery. Valery Timin. Список всех работ на Vixra.org. [Электронный ресурс]. //URL: http://vixra.org/author/valery_timin.

E.mail: timinva@yandex.ru.