On the unification of the quantum mechanics and the theory of gravitation

A propos de l'unification de la mécanique quantique et de la théorie de la gravitation

Alaya Kouki

alaya.kouki@ctf.com.tn

Abstract

In this article we had made a link between the cosmological constant and a new universal constant . The densities of vacuum energy as obtained by the way of the cosmological constant and by the way of the new universal constant are equals.

Résumé

Dans cet article on a réalisé un lien entre la constante cosmologique et une nouvelle constante universelle. Les densités d'énergies du vide obtenus avec les deux voies que ce soit celle de la constante cosmologique ou celle de la nouvelle constante universelle sont égaux.

Keywords : wave-corpuscle-string-unity quaternary , vacuum energy density, Zero Point Energy , vacuum mechanical impedance, negative pressure, length of pocket waves train .

Mots clés: quaternité onde-corpuscule-corde-unité , densité d'énergie du vide, Energie du Pont Zéro, impédance mécanique du vide, pression négative, longueur du paquet train d'ondes.

1-Dualité onde-corpuscule :

L'impulsion quadridimensionnelle ou (4-impulsion) en composantes contra-variantes d'un corpuscule de masse m et vitesse $\boldsymbol{v}$est selon la mécanique relativiste dans un espace-temps de Minkowski comme suit :

$$p^i = \left(\frac{E}{c}, \boldsymbol{p}\right) \qquad (1)$$

Où : $E = \frac{m.c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \xi.c^2$:énergie du corpuscule ;

$\xi = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$: inertie du corpuscule (par définition) ;

$\boldsymbol{p} = \frac{m.\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$: impulsion tridimensionnelle du corpuscule ;

$c = 3\ \ 10^{10}\ cm.s^{-1}$: célérité de la lumière dans le vide.

$i = 0,1,2,3$: indices. La première composante est celle temporelle, les autres spatiales.

Le 4-impulsion peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$p^i = m.c.u^i$ (2)

Avec : $u^i = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \frac{v}{c.\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$:vitesse quadridimensionnelle ;

Ou encore par définition :

$u^i = \frac{dx^i}{ds}$ (3)

Avec : $ds = c.dt.\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$: est l'élément intervalle qui se conserve dans tous les référentiels en mouvements rectilignes uniformes les uns par rapport aux autres.

Dans l'espace-temps de Minkowski on peut considérer les coordonnées (ct, x, y, z) d'un événement comme les composantes contra-variantes d'un rayon vecteur quadridimensionnel ou 4-rayon vecteur notés x^i dont i prend les valeurs $0,1,2,3$ avec :

$x^0 = ct \quad , x^1 = x \, , \quad x^2 = y \quad , x^3 = z$

On peut penser à associer au corpuscule une *fréquence inertielle* ω tel que :

$E = \beta.\omega$ (2)

Où : β : une nouvelle constante universelle ;

Les fréquences caractérisent les ondes et l'idée ici est qu'il est possible qu'il existe une liaison entre les ondes et les corpuscules, autrement dit qu'il existe une certaine dualité onde-corpuscule : les corpuscules peuvent se comporter comme des ondes et vice-versa.

Une onde se caractérise par sa fréquence et son vecteur d'onde qui indique la direction de sa propagation. Dans un espace-temps de Minkowski on associe à l'onde le *4-vecteur d'onde suivant :*

$k^i = \left(\frac{\omega}{c}, \boldsymbol{k}\right)$ (3)

S'il existe une certaine dualité onde-corpuscule alors on doit avoir la relation de proportionnalité suivante :

$p^i = \beta.k^i$ (4)

On tire alors de (4), (1) & (3) :

$\frac{E}{c} = \beta . \frac{\omega}{c}$ ou encore $E = \beta . \omega$ (5)

$\boldsymbol{p} = \beta . \boldsymbol{k}$ (6)

Si on essaye de calculer la vitesse de groupe $v_g$de l'onde associée on aura :

$\frac{1}{v_g} = \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{v}$ (7)

La vitesse de groupe est celle avec laquelle se transmet l'énergie de l'onde qui est ici un paquet d'ondes et non pas une onde plane simple. D'ailleurs on peut directement déduire la relation de dispersion :

$p^i p_i = m^2 c^2 = \beta^2 k^i k_i = \beta^2 \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)$ (8)

En fait les équations (5) et (7) sont celles avec lesquelles De Broglie a commencé pour déduire l'équation (6) avec :

$\beta = \hbar = 1{,}054\ 10^{-27}\ erg.s$: constante de Planck réduite.

Notre démarche ici est pour quelqu'un qui n'a jamais entendu de la dualité onde-corpuscule et qu'il croit qu'une telle éventualité est possible directement à partir de la relativité restreinte. Autrement dit c'est une reformulation de la dualité onde-corpuscule.

2-Inertie temporelle :

La représentation d'un corpuscule par un paquet d'ondes qui se renforcent mutuellement autour de la position spatio-temporelle du corpuscule et s'autodétruisent ailleurs est possible selon De Broglie. Cependant ce paquet d'ondes peut se reconstruire indéfiniment dans l'espace-temps et ne représente pas tout à fait le corpuscule que pour un certain voisinage de la position réelle de celui-ci.

La meilleure représentation du corpuscule sera une impulsion solitaire qui se propage dans le vide sans perte d'énergie. Une impulsion solitaire est un paquet d'ondes qui se renforcent mutuellement autour d'une position spatio-temporelle et s'autodétruisent ailleurs tout en se propageant sur une assez longue distance sans perdre d'intensité.

La représentation d'une impulsion solitaire est soit fréquentielle ou temporelle.

On associe au corpuscule une *inertie temporelle* τ *ou temps inertiel* tel que :

$E = \alpha_0 . \tau = \frac{\alpha_0}{c} . (c\tau)$ (9)

Avec : α_0 : une nouvelle constante universelle ayant la dimension d'une puissance.

On peut construire de la même façon que la dualité onde-corpuscule un 4-vecteur *corde* $l^i = (c\tau, \boldsymbol{l})$comme suit :

$p^i = \frac{\alpha_0}{c^2} . l^i$ (10)

Il vient que :

$\frac{E}{c} = \frac{\alpha_0}{c^2} . (c\tau)$ (11)

$\boldsymbol{p} = \frac{\alpha_0}{c^2} . \boldsymbol{l}$ (12)

Avec : $\boldsymbol{l} = \boldsymbol{v} . \tau$ de façon que $\boldsymbol{p} = \frac{E}{c^2} . \boldsymbol{v}$ soit vérifié.

3-Géometrie et vide :

On pose :

$a = \frac{\alpha_0}{c^2}$ (13)

La constante universelle "a" a la dimension d'une impédance mécanique c.à.d. c'est un coefficient de frottement visqueux. C'est comme si l'espace-temps de Minkowski est un milieu visqueux or ceci est en contradiction flagrante avec l'hypothèse de départ qui est que l'espace-temps de Minkowski est vide sans aucune interaction avec la matière. L'unique solution de sortir de cette contradiction est de supposer que l'espace temps de Minkowski est un superfluide, autrement dit c'est un milieu à pression négative qui compense le frottement visqueux en tout point de l'espace-temps :telle est l'idée existante dans la théorie de la Relativité Générale. Autrement dit le vide peut avoir une densité d'énergie non nulle et avec une pression négative.

La constante "a" ou "α_0" peut nous amener sur *deux voies différentes*. Elle a d'abord une liaison avec la notion de l'énergie du vide chose rencontrée dans la théorie de la Relativité Générale dont les équations du champ gravitationnel à l'échelle cosmique sont :

$R_{ik} - \frac{1}{2} . R . g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} . T_{ik} - \Lambda . g_{ik}$ (14)

Avec : R_{ik} : tenseur courbure ;

R : scalaire (courbure de l'espace-temps)

T_{ik} : tenseur énergie-impulsion de la matière ;

g_{ik} : tenseur métrique ;

Λ : une constante ayant la dimension L^{-2} ;

$G = 6{,}67\ 10^{-11}\ unités\ SI$: constante newtonienne de la gravitation.

$i, k = 0{,}1{,}2{,}3$Indices des tenseurs

Il est certain que la nouvelle constante α_0 a une relation directe avec la constante Λ .

« On doit avoir$\Lambda \ll \mathcal{L}^{-2}$ où $\mathcal{L}$ est la longueur caractéristique sur laquelle , à l'approximation newtonienne, le potentiel gravitationnel φ varie peux , de façon à retrouver la loi de Poisson :

$\nabla^2\varphi \approx 4\pi G\rho$ *(15)*

Avec : ρ : densité de la matière ;

∇^2 *: opérateur de Laplace ;*

Cette constante est négligeable et ne jouera donc de rôle que dans les systèmes de grande taille très supérieure aux systèmes stellaires voire galactiques d'où son nom de constante cosmologique. » [1]

La liaison entre les deux constantes $\alpha_0\&\Lambda$ peut se retrouver par approximation de l'équation (14) sans négliger la constante Λ de façon à trouver -même à l'approximation classique- c'est quoi l'énergie du vide et ainsi déterminer d'une *manière classique* l'interaction du vide avec la matière. Ainsi matière et géométrie sont en interaction mutuelle et on a toujours :

$matière \equiv géometrie$ (16)

Autrement dit la gravitation est une manifestation du vide et le champs newtonien n'est autre qu'une limite où un certain volume de l'espace (de masse m)interagit avec la totalité d'une géométrie spatiale qui s'étend à l'infini.

Dans la limite de vitesses faibles $v \ll c$ et dans l'approximation classique de constante cosmologique Λ non nulle et de champs gravitationnel faible on a :

$g_{00} = 1 + \frac{2.\varphi}{c^2}$ (17): composante temporelle du tenseur métrique ;

$T_0^0 = \rho.c^2 - 3P$ (18) : composante temporelle mixte du tenseur énergie-impulsion

ρ : densité de la matière ;

P : pression associée au vide classique qu'on suppose constante.

Le vide classique est ici modélisé comme étant un gaz qui rempli l'Univers entier et qui interagit avec la matière gravitationnellement à une échelle macroscopique et comme étant formé de quasi-particules qui interagissent avec la matière à l'échelle microscopique.

Pour les composantes du 4-vitesse u^i et compte tenu du mouvement lent on peut négliger toutes les composantes spatiales et ne subsiste que la composante temporelle ce qui revient à poser $u^\alpha = 0, u^0 = u_0 = 1$ avec $\alpha = 1,2,3$.

Ecrivons l'équation (14) en composantes mixtes :

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4}\ T_i^k - \Lambda\, \delta_i^k \qquad (19)$$

$\delta_i^k = 0\ si\ i \neq k, \delta_i^k = 1\ si\ i = k$: coefficients de Christoffel.

En contractant sur les indices i & k dans (19) il vient que :

$$R = -\frac{8\pi G}{c^4}\ T + 4\Lambda = -\frac{8\pi G}{c^4}(T - \frac{\Lambda c^4}{2\pi G}) \qquad (20)$$

Avec $T = T_i^i$ et sommation d'Einstein.

Il s'ensuit que les équations du champ peuvent s'écrire sous la forme :

$$R_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4}\left[T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik}\left(T - \frac{\Lambda c^4}{2\pi G}\right)\right] - \Lambda\, g_{ik} \qquad (21)$$

Compte tenu de nos hypothèses précédentes (champ faible et petites vitesses) et en négligeant les dérivées par rapport à la coordonnée temporelle $x^0 = ct$ et en passant de nouveaux aux composantes mixtes pour l'équation (21), on aura :

$$R_0^0 = \frac{\Delta\varphi}{c^2} = \frac{8\pi G}{c^4}\left[\rho c^2 - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right)\left(\rho c^2 - 3P - \frac{\Lambda c^4}{2\pi G}\right)\right] - \Lambda(1 + \frac{2\varphi}{c^2})$$

Soit :

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi G}{c^2}\ \left[\frac{1}{2}\rho c^2 + \frac{1}{2}\left(3P + \frac{\Lambda c^4}{2\pi G}\right) - \rho\varphi + \frac{\varphi}{c^2}\left(3P + \frac{\Lambda c^4}{2\pi G}\right)]\right] - \Lambda c^2(1 + \frac{2\varphi}{c^2})$$

Donc :

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho + 4\pi G[\frac{1}{c^2}\left(3P + \frac{\Lambda c^4}{2\pi G}\right) - \rho\frac{2\varphi}{c^2} + \frac{2\varphi}{c^4}\left(3P + \frac{\Lambda c^4}{2\pi G}\right) - \frac{\Lambda c^2}{4\pi G}\left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right)]$$

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho + 4\pi G[\frac{3P}{c^2} + \frac{\Lambda c^2}{4\pi G} - \varphi\left(\frac{2\rho}{c^2} - \frac{6P}{c^4} - \frac{\Lambda}{2\pi G}\right)] \qquad (22)$$

Remarquons que pour $\Lambda \cong 0$ & $P \cong 0$& $\varphi\ \to 0$ on retrouve dans (22) l'équation de Poisson pour le champ classique newtonien.

En absence de matière $(\rho = 0)$ l'équation (22) devient :

$$\Delta\varphi = 4\pi G\ [\frac{3P}{c^2} + \frac{\Lambda c^2}{4\pi G} + (\frac{6P}{c^4} + \frac{\Lambda}{2\pi G}).\varphi] \qquad (23)$$

Et alors la densité du vide est :

$$\rho_{vac} = \frac{3P}{c^2} + \frac{\Lambda c^2}{4\pi G} + (\frac{6P}{c^4} + \frac{\Lambda}{2\pi G}).\varphi \qquad (24)$$

Si on encore on essaye de résoudre l'équation (23) pour un potentiel sphérique on la divise en deux et on superpose les solutions comme suit :

$$\Delta\varphi_1 = 4\pi G\left(\frac{3P}{c^2} + \frac{\Lambda c^2}{4\pi G}\right) = 4\pi G\rho_0 \qquad (25)$$

$$\Delta\varphi_2 = 4\pi G\left(\frac{6P}{c^4} + \frac{\Lambda}{2\pi G}\right).\varphi_2 \qquad (26)$$

Autrement écrites (25) et (26) :

$$\frac{1}{r^2}.\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\varphi_1}{dr}\right) = 4\pi G\rho_0 \qquad (27)$$

$$\frac{1}{r^2}.\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\varphi_2}{dr}\right) = 4\pi G\left(\frac{6P}{c^4} + \frac{\Lambda}{2\pi G}\right)\ \varphi_2 = \left(\frac{24\pi GP}{c^4} + 2\Lambda\right)\varphi_2 \qquad (28)$$

Equation (27) :

$r^2\frac{d\varphi_1}{dr} = \frac{4}{3}\pi G\rho_0.r^3 + K$ soit : $\varphi_1(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho_0.r^2 - \frac{K}{r} + L$ avec $K\ \&\ L\ constantes$

Equation (28) :

$$\varphi_2(r) = \frac{A}{r}\exp\left(-r\sqrt{\left(\frac{24\pi GP}{c^4} + 2\Lambda\right)}\right) + \frac{B}{r}\exp\left(r\sqrt{\left(\frac{24\pi GP}{c^4} + 2\Lambda\right)}\right) \text{ avec } A\ \&\ B\ constantes$$

Si on écarte les singularités pour les champs $\varphi_1\ \&\ \varphi_2$ lorsque $r \to 0$ il est évident qu'on doit avoir : $K = A = B = 0$ et alors la solution de l'équation (23) pour le vide est :

$$\varphi(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho_0.r^2 + \varphi_0 \qquad (29)$$

Avec :

$\rho_0 = \frac{3P}{c^2} + \frac{\Lambda c^2}{4\pi G}$ (30) : densité du vide

$\frac{\Lambda c^2}{4\pi G}$ (31) : densité de Georges Lemaitre

$\varphi_0 = constante$: potentiel constant qui remplie tout l'Univers.

Il est clair que le potentiel donné par (29) pourra être attractif ou répulsif selon le signe de (30).

Si l'on suppose les champs $\varphi_1\ \&\ \varphi_2$ restent valables pour les grandes distances comme le champ newtonien alors on doit écarter le second terme du champ φ_2 puisqu'il diverge à l'infini et alors le champ du vide est :

$$\varphi(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho_0.r^2 - \frac{K}{r} + \frac{A}{r}\exp\left(-r\sqrt{\frac{24\pi GP}{c^4} + 2\Lambda}\right) + \varphi_0 \qquad (32)$$

On reconnait dans (32) l'aspect ressort pour le premier terme, l'aspect newtonien pour le second terme l'aspect de Yukawa pour le troisième terme et l'aspect Higgs pour le dernier terme.

On pose :

$$R_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{24\pi GP}{c^4}+2\Lambda}} \qquad (33)$$

L'équation du champ du vide sera :

$$\varphi(r) = \frac{2}{3}\pi G\rho_0.r^2 - \frac{K}{r} + \frac{A}{r}\exp\left(-\frac{r}{R_0}\right) + \varphi_0 \qquad (34)$$

S'il y a une particule d'échange (le graviton massif) pour le troisième terme elle aura une masse m_g tel que[2] :

$$R_0 = \frac{\hbar}{m_g.c} \qquad \text{soit} \qquad m_g = \frac{\hbar}{c}.\sqrt{\frac{24\pi GP}{c^4} + 2\Lambda} \qquad (35)$$

Si on néglige le premier terme sous la racine dans (35) on aura :

$$m_g \approx \frac{\hbar}{c}.\sqrt{2\Lambda} \qquad (36)$$

Avec $\hbar = 1{,}054\ 10^{-34}\ Js$, $c = 3\ 10^8\ m.s^{-1}$ & $\Lambda = 0{,}3\ 10^{-52}\ m^{-2}$ on aura :

$$m_g = 0{,}272\ 10^{-68}\ Kg \qquad (37)$$

Connaissant la fréquence des ondes gravitationnelles on peut facilement déterminer avec quelle vitesse elles se propagent. La notion de graviton massif signifie la vitesse de propagation du champ gravitationnel (ou de ses fluctuations) et pas nécessairement l'existence d'une particule ayant la masse donnée par (37).

Pour un amas de galaxies de masse M en négligeant les deux premiers termes de (34) ainsi que le dernier terme et rajoutant au champ du vide le terme newtonien on aura :

$$\varphi(r) = -\frac{GM}{r} + \frac{A}{r}\exp\left(-\frac{r}{R_0}\right) \qquad (38)$$

Alors le champ d'accélération est :

$$\boldsymbol{g} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi(r) = -\left\{\frac{GM}{r^2} - \frac{A\exp\left(-\frac{r}{R_0}\right)}{r^2} - \frac{A}{rR_0}\exp\left(-\frac{r}{R_0}\right)\right\}.\boldsymbol{u}_r \qquad (39)$$

Avec $\boldsymbol{u}_r$ vecteur unitaire des coordonnées sphériques .

En développant au second ordre l'équations (39) pour $\frac{r}{R_0} \ll 1$ on aura :

$$\boldsymbol{g} = -\left\{\frac{GM}{r^2} - \frac{A}{r^2}\left(1 - \frac{r}{R_0} + \frac{1}{2}.\frac{r^2}{R_0^2}\right) - \frac{A}{rR_0} + \frac{A}{R_0^2} - \frac{Ar}{2.R_0^3}\right\}.\boldsymbol{u}_r \qquad (40)$$

Ou encore :

$$\boldsymbol{g} = -\left\{\frac{GM-A}{r^2} + \frac{A}{r.R_0} - \frac{A}{2R_0^2} - \frac{A}{rR_0} + \frac{A}{R_0^2} - \frac{Ar}{2.R_0^3}\right\}.\boldsymbol{u}_r = -\left\{\frac{GM-A}{r^2} + \frac{A}{2R_0^2} - \frac{Ar}{2.R_0^3}\right\}.\boldsymbol{u}_r \qquad (41)$$

On maintient les deux premiers termes et on néglige les autres :

$$\boldsymbol{g} \approx -\left\{\frac{GM-A}{r^2} + \frac{A}{2R_0^2}\left(1 - \frac{r}{R_0}\right)\right\}.\boldsymbol{u}_r \approx -\{\frac{GM-A}{r^2} + \frac{A}{2R_0^2}\}.\boldsymbol{u}_r \qquad (42)$$

On s'arrange de façon à réaliser la condition $A = GM$:

$$\boldsymbol{g} \approx -\frac{A}{2R_0^2}.\boldsymbol{u}_r \qquad (43)$$

Une galaxie de masse m se trouvant à la distance r et en rotation uniforme de vitesse v autour du centre de l'amas galactique , est en équilibre si et seulement si :

$$\frac{m.v^2}{r} = \frac{GMm}{2R_0^2} \qquad (44)$$

Et alors :

$$v = \sqrt{\frac{GMr}{2R_0^2}} \qquad (45)$$

Cette vitesse n'est constante que si le produit Mr est constant. Si on désigne par e l'épaisseur du disque de l'amas galactique et par ρ la densité de la matière qu'on suppose constante , la vitesse orbitale ne sera constante que si l'épaisseur de l'amas galactique varie en $\frac{1}{r^3}$.

4-Quaternité onde-corpuscule-corde-unité :

Notre formulation (10) entre directement dans le cadre du 6emeproblème de Hilbert :

« 6. Traitement mathématique des axiomes en physique. Les investigations sur les fondements de la géométrie suggèrent le problème : Traiter de la même manière, au moyen d'axiomes, les sciences physiques dans lesquelles les mathématiques jouent déjà aujourd'hui un rôle important ; au premier rang figurent la théorie des probabilités et la mécanique. »

On peut considérer l'équation (10) l'une des axiomes de la physique sans même chercher c'est quoi exactement le 4-vecteur l^i . Disons que le 4-vecteur l^i correspond à une représentation du corpuscule comme *corde* . Cette représentation pourra être considérée comme un artifice mathématique ou un pivot pour passer à des conclusions et résultats plus concrètes.

On déduit les dualités suivantes :

*Dualité onde-corpuscule : $p^i = \hbar k^i$;

*Dualité corpuscule-corde : $p^i = al^i$;

*Dualité corde-onde : $al^i = \hbar k^i$;

Donc on est en présence d'une *trinité onde-corpuscule-corde*.

Toute ces dualités s'effacent dans un système d'unités où :

$$\hbar = c = a = 1$$

C'est l'unité totale dans l'absolu ou une certaine *quaternité onde-corpuscule-corde-unité*.

Puis Hilbert donna son explication de ce principe axiomatique en théorie cinétique des gaz : *« Les travaux de Boltzmann sur les principes de la mécanique suggèrent le problème de développer mathématiquement les processus limitatifs, juste esquissés, qui mènent de la vision atomiste aux lois du mouvement du continu. »[3]*

Cette idée de discrétion sera la base de l'étude de toutes les interactions : selon la discrétion de l'espace à différentes échelles on aura un genre d'interaction.

L'unique relation intéressante dans ce développement est l'équation (9) qui suggère que :

$$dE = \alpha_0 . d\tau \qquad (46)$$

Mais ce temps inertiel ne peut varier dans un espace-temps de Minkowski que de la façon suivante :

$d\tau = dt$: si l'énergie du corpuscule augmente (47)

Ce qui limite la variation du temps par saut supérieur ou égal à une limite inférieur comme suit :

Compte tenu de la dualité onde-corpuscule on a le principe d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta k . \Delta x \geq 1 \qquad (48)$$

$$\Delta \omega . \Delta t \geq 1 \qquad (49)$$

De (49) on déduit que :

$$\Delta E . \Delta t \geq \hbar \qquad (50)$$

De (47), (46) et (49) on déduit que :

$$\Delta t \geq \sqrt{\frac{\hbar}{\alpha_0}} = t_{vac} \qquad (51)$$

Autrement dit on ne peut pas communiquer une certaine énergie en un temps égal à zéro.

Un quantum universel d'énergie est définit comme suit:

$$\varepsilon \geq \alpha_0 . \sqrt{\frac{\hbar}{\alpha_0}} = \sqrt{\hbar . \alpha_0} = m_{vac} . c^2 = \varepsilon_{vac} \qquad (52)$$

Et une discrétion de l'espace sous forme d'intervalles :

$$L \geq c.t_{vac} = c.\sqrt{\frac{\hbar}{\alpha_0}} = \sqrt{\frac{\hbar}{a}} = l_{vac} \qquad (53)$$

Si nous essayons de déterminer la constante α_0 et comprendre la signification physique du système d'unités $t_{vac}, m_{vac}, l_{vac}$ on peut la chercher d'abord dans les vibrations atomiques comme l'a suggéré auparavant James Clerk Maxwell :

"If we wish to obtain standards of length, time and mass which shall be absolutely permanent, we must seek them not in the dimensions, or motion or the mass of our planet, but in the wavelength, the period of vibration, and absolute mass of these imperishable and unalterable and perfectly similar molecules." **J.C. Maxwell (1870)**

De la dualité onde-corde on déduit :

$$\Delta E = \hbar.\Delta\omega = \alpha_0.\Delta\tau \qquad (54)$$

Avec :

$$\Delta\tau = \frac{1}{\Delta\omega} \approx durée\ de\ vie\ \text{état}\ \text{excité}\ d'un\ atome \qquad (55)$$

La dimension typique d'un atome est de l'ordre de $1\ \text{Å}$. Les transitions dans l'état dynamique des électrons externes ou *électrons optiques* font intervenir des énergies de l'ordre de l'électronvolt ce qui correspond en gros pour les photons émis à des longueurs d'onde dans le *domaine optique* c.à.d. dans un intervalle d'énergie entre $1{,}8$ à $3{,}0\ eV$ ou dans un intervalle de longueur d'onde de 7000 à $4000\ \text{Å}$.

Le rayonnement dipolaire électrique est le mode de rayonnement le plus important en physique atomique. On peut assimiler l'atome à un dipôle électrique de moment $e.a_0$ où :

$a_0 = \frac{1}{\alpha}.\frac{\hbar}{mc} = 0{,}53\ \text{Å}$: le rayon de Bohr.

$\alpha = \frac{1}{137}$: constante de la structure fine.

L'oscillation du dipôle électrique (donc de l'atome à l'état excité) est de fréquence ω et cette fréquence est également la fréquence de la lumière émise. Le fait que l'objet oscillant soit petit par rapport à la longueur d'onde se traduit par :

$$\frac{a_0.\omega}{c} \ll 1 \qquad (56)$$

Le taux d'émission d'énergie radiative par un tel dipôle est donné par (en système cgs) :

$$W = \frac{1}{3.c^3}.\omega^4.(e.a_0)^2 \qquad (57)$$

Comme l'atome n'émettra qu'un seul photon on cherche à calculer un temps τ que l'atome met pour émettre une quantité d'énergie $\hbar\omega$ .Ce temps est :

$$W = \frac{\hbar\omega}{\tau} = \frac{\alpha_0.\tau}{\tau} = \alpha_0 = \frac{1}{3.c^3}.\omega^4.(e.a_0)^2 \qquad (58)$$

-Pour $\lambda_{opt} = 4000\ \text{Å} = \frac{2\pi c}{\omega} \rightarrow \omega = \frac{2\pi.3.10^8}{4000.10^{-10}} = 4{,}7\ 10^{15}\ Hz$

$$\alpha_0 = \frac{1}{3.27.10^{30}}.(4{,}7^4x10^{60}).(4{,}8\ 10^{-10}x0{,}53\ 10^{-8})^2 = 39\ 10^{-6}\ erg.s^{-1} \approx 4\ 10^{-12}\ Watt$$

$$\tau = \frac{\hbar\omega}{\alpha_0} = \frac{1{,}054\ 10^{-34}x4{,}7\ 10^{15}}{4\ 10^{-12}} = 1{,}24\ 10^{-7}\ seconde$$

-Pour $\lambda_{opt} = 7000\ \text{Å} = \frac{2\pi c}{\omega} \rightarrow \omega = \frac{2\pi.3.10^8}{7000.10^{-10}} = 2{,}7\ 10^{15}\ Hz$

$$\alpha_0 = \frac{1}{3{,}27.10^{30}}.(2{,}7^4x10^{60}).(4{,}8\ 10^{-10}x0{,}53\ 10^{-8})^2 = 4\ 10^{-6}\ erg.s^{-1} \approx 0{,}4\ 10^{-12}\ Watt$$

$$\tau = \frac{\hbar\omega}{\alpha_0} = \frac{1{,}054\ 10^{-34}x2{,}7\ 10^{15}}{0{,}4\ 10^{-12}} = 7{,}11\ 10^{-7}\ seconde$$

Donc on aura :

$$\alpha_0 \in [0{,}4 - 4]\ 10^{-12}\ Watt$$

$$\tau \in [1{,}24 - 7{,}11]10^{-7}\ seconde$$

La discrétion de l'espace-temps implique directement un traitement thermodynamique de celui-ci même en absence totale de matière. L'introduction de la physique statistique est imminente dans ce concept. Une liaison entre l'infiniment petit et l'infiniment grand est nécessaire pour un modèle cohérent de l'Univers comme le suggère déjà David Hilbert par son 6ème problème.

Prenons un exemple celui de la discrétion de l'espace-temps par Planck .En résolvant les équations $\hbar = c = G = 1$ comme le suggère Planck on aboutit à un Univers qui commence par un Big Bang (température de l'ordre $\sim 10^{32}K$) en expansion accéléré et qui se refroidit et alors l'existence d'un rayonnement isotrope de température du corps noir correspondant égale à 2,7 K découvert par Penzias et Wilson en 1965 est une preuve du modèle : ce n'est qu'un modèle et il y en a d'autres concurrents à celui-ci tel que le modèle du Big Melt (la Grande Fissure), d'ailleurs on doit se demander si la longueur de discrétion de Planck de l'ordre de 10^{-35} mètre est sondable ou non ? et si on essaye de définir une impédance mécanique pour le vide on trouve une valeur énorme égale à $\frac{c^3}{G} \sim 10^{35}Kg.s^{-1}$ de façon rien ne bouge dans l'Univers. La fréquence de Planck pour le vide d'un certain rayonnement dit de Point Zéro où les oscillateurs prennent tous une énergie de point zéro égale à $\frac{h\nu_0}{2}$ est aussi grande égale environ à $10^{26}\ Hz$ de façon à empêcher tout oscillateur à atteindre son état fondamental et par conséquent on atteint jamais le zéro kelvin degré absolu de température. Pour toutes ces raisons il est nécessaire d'abandonner le modèle de Planck et d'aller vers un nouveau modèle celui du Big Melt ou la création de l'Univers a commencé par une Grande Fissure à partir d'une structure pré-géométrique où il y a eu création de l'espace-temps d'une façon continue en se séparant de celle-ci dans un processus d'expansion. Le rayonnement du fond cosmique est la preuve de l'existence de cette structure pré-géométrique.

5-Une expérience pour déterminer la constante $\boldsymbol{\alpha_0}$:

L'unique façon est de s'assurer de s'assurer de la valeur de la nouvelle constante α_0 est de la déterminer expérimentalement. On propose dans ce sens l'expérience de l'effet photo-électrique en ayant une cellule photoémissive branchée directement à une résistance ohmique et suffisamment éclairée par une radiation monochromatique de façon à avoir une tension et un courant notables.

La cellule est supposée équivalente à un condensateur de capacité C_0 . La lumière incidente arrachent un certain nombre d'électrons$N$ à l'anode de la cellule. On suppose que les photons tombent sur la surface anodique en batch et entrent en interaction avec les atomes en même temps de façon à arracher au bout d'une certaine durée le nombre N d'électrons. On suppose aussi que l'inertie temporelle du photon ne diffère pas beaucoup de la durée de son interaction avec l'atome anodique.

On a :

-Puissance dans le circuit fermé cellule-résistance :

$$P = U.I = U.\frac{N.e}{\tau} = U.\frac{N.e}{h\nu}.\alpha_0 \qquad (59)$$

-Tension aux bornes de la cellule :

$$U = \frac{Q}{C_0} = \frac{N.e}{C_0} \qquad (60)$$

Donc :

$$P = U.\frac{\alpha_0}{h\nu}.(U.C_0) = U.I$$

Et alors :

$$I = \frac{\alpha_0.C_0}{h\nu}.U \qquad (61)$$

Connaissant le rapport $\frac{I}{U}$ pour une certaine intensité de la lumière on peut déterminer α_0 .

Bien entendu dans ce type d'expérience il vaut mieux avoir une cellule photoémissive très proche dans sa construction d'un condensateur par exemple construite à partir de deux demi-cylindres coaxiaux. Indirectement on a supposé que la résistance interne de la photocellule est nulle ou négligeable devant la résistance externe.

6-La seconde voie de la constante α_0 :

Remarquons que $a\boldsymbol{X}$ a la dimension d'une impulsion avec $\boldsymbol{X}$ position spatiale du corpuscule. Ceci nous rappelle la notion d'impulsion généralisée en électrodynamique. En effet on peut associer à un corpuscule non chargé une impulsion généralisée comme suit :

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p} + a.\boldsymbol{X} \qquad (62)$$

Avec $\boldsymbol{p}$: impulsion du corpuscule ;

$\boldsymbol{X}$: position spatiale du corpuscule.

L'équation (62) est tout à fait analogue à une impulsion généralisée d'une charge électrique "e_0" en mouvement dans un champ de potentiel vecteur $\boldsymbol{A}$ tel que :

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p} + \gamma.\frac{e_0}{c}.\boldsymbol{A} \qquad (63)$$

Avec γ : facteur de conversion choisi arbitrairement tant qu'il n'y a aucune formule reliant les charges et les potentiels vecteurs.

e_0 : une constante universelle ayant la dimension d'une charge électrique ;

On peut de la même manière définir des champs $\boldsymbol{G}$ & $\boldsymbol{F}$ similaires aux champs électriques et magnétiques, utiliser une jauge équivalente à celle de Coulomb pour déduire le champ gravitationnel newtonien [4].

D'après (62) même un corpuscule au repos aura une énergie dû au potentiel vecteur associé tel que :

$$\gamma.\frac{e_0}{c}.\boldsymbol{A} = a.\boldsymbol{X} \qquad (64)$$

Le potentiel vecteur est définit comme l'énergie nécessaire dû au travail dû à l'action d'un champ électromagnétique extérieur sur une charge pour la ramener de l'infini à sa position spatiale .

7-Le rayonnement du corps noir :

On peut déterminer la constante α_0 en se référent aux expériences de F.Kurlbaum et Wien comme a fait Planck pour déterminer sa constante et celle de Boltzmann.

Si on tient compte de la densité d'énergie du vide, les calculs de Planck de sa constante et celle de Boltzmann doivent être révisés. Le modèle de Planck d'une cavité de corps noir est un modèle qui repose sur une infinité d'oscillateurs harmoniques constitués par les dipôles atomiques de la surface intérieure de la cavité et qui sont plongés dans un bain thermique constitué par le rayonnement à l'intérieur de la cavité. S'il y a aucun rayonnement à l'intérieur la température de la cavité tombe à zéro Kelvin mais quand même les oscillateurs restent plongés dans le vide et selon la mécanique quantique chaque oscillateurs aura une *énergie du point zéro* égale à $\frac{h.\nu}{2}$ ou ν est la fréquence d'un certain rayonnement virtuel qui rempli le vide et qui peut se manifester pour des courtes durées pour interagir avec l'oscillateur dans un échange d'énergie mutuel sans aucune perte. Autrement dit l'oscillateur ne sera jamais au repos même à zéro Kelvin et c'est déjà prévu par les relations d'incertitude de Heisenberg.

On peut prévoir certains résultats sans faire aucun calcul : la fréquence du rayonnement associé au vide ne peut jamais atteindre le domaine visible par exemple car dans ce cas il y aura un rayonnement spontané à partir des oscillateurs et alors il est impossible d'atteindre le zéro Kelvin puisque finalement ce rayonnement va remplir la cavité.

Soit donc une cavité noire en équilibre thermique à une température T et dans laquelle on a percé un petit trou pour mesurer la puissance et l'énergie rayonnante.

La moyenne du nombre des photons de fréquences comprises entre $\nu \; et \; \nu + d\nu$ à l'équilibre thermique de la cavité est [5] :

$$n = \frac{1}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1} \qquad (65)$$

La moyenne de l'énergie des photons dans cet intervalle de fréquence est (échangée avec la cavité noire modélisée comme un oscillateur) :

$$E_\nu = nh\nu = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1} \qquad (66)$$

La moyenne de la puissance émise des photons à cet intervalle de fréquence est :

$$P_\nu = n.\alpha_0 = \frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1} \qquad (67)$$

Puisque compte tenu de (38) la puissance d'un photon est toujours :

$$\frac{d(h\nu)}{dt} = \frac{d(\alpha_0.\tau)}{dt} = \alpha_0.\frac{d\tau}{dt} = \alpha_0 \qquad (68)$$

Le nombre de modes δM pour des ondes électromagnétiques polarisées contenu dans le volume V de la cavité et dans l'intervalle des fréquence $\delta\nu$ est :

$$\delta M = 8\pi.V.\frac{\nu^2}{c^3}.\delta\nu \qquad (69)$$

L'énergie contenue dans l'intervalle de fréquence $\delta\nu$ est :

$$\delta U = E_{\nu}.\delta M = 8\pi.V.\frac{\nu^2}{c^3}.\frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1}.\delta\nu \qquad (70)$$

La puissance contenue dans l'intervalle de fréquence $\delta\nu$ est :

$$\delta P = P_{\nu}.\delta M = 8\pi.V.\frac{\nu^2}{c^3}.\frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1}.\delta\nu \qquad (71)$$

La densité d'énergie par intervalle de fréquence $\delta\nu$ est (loi de Planck):

$$dU = \frac{\delta U}{V} = \frac{8\pi.h.\nu^3}{c^3}.\frac{1}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1}.d\nu = u_{\nu}.d\nu \qquad (72)$$

La densité de puissance par intervalle de fréquence $\delta\nu$ est :

$$dP = \frac{\delta P}{V} = 8\pi.\frac{\nu^2}{c^3}.\frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1}.d\nu = p_{\nu}.d\nu \qquad (73)$$

Intégrer (64) pour toutes les fréquences (loi de Stefan) :

$$U = b.T^4 \qquad (66)$$

Avec : $b = \frac{8.\pi^5.k^4}{15.h^3.c^3}$ ayant la dimension de $[J.m^{-3}.K^{-4}]$

Intégrer (65) pour toutes les fréquences on aura la densité de puissance par unité de volume :

$$P = \frac{30.\zeta(3).b.\alpha_0}{\pi^4.k}.T^3 \qquad (74)$$

Avec : $\zeta(3) = 1{,}202056$ … fonction Zeta ou fonction de Riemann.

P a la dimension de $[Watt.m^{-3}]$.

L'intensité de radiation ou puissance par unité de surface sortant du corps noir , est donnée par la loi suivante [6] (loi de Stefan-Boltzmann) :

$$R = \frac{c}{4}.U = \frac{2.\pi^5.k^4}{15.h^3.c^2}.T^4 = \sigma.T^4 \qquad (75)$$

Avec : $\sigma = \frac{2.\pi^5.k^4}{15.h^3.c^2}$

A partir des mesures expérimentaux de F.Kurlbaum et la loi de déplacement de Wien , Planck à déduit les valeurs suivantes pour sa constante h et celle de Boltzmann k . La base du temps de F.Kurlbaum dans ses mesures est la seconde tel que expliqué par Planck dans son article [7] :

“§11. The values of both universal constants h and kmay be calculated rather precisely with the aid of available measurements. F. Kurlbaum, designating the total energy radiating into air from 1 sq cm of a black body at temperature t ○ C in 1 sec by S_t*, found that:*

$S_{100}-S_0=0.0731\,\frac{Watt}{cm^2}=7.31\ 10^5\,\frac{erg}{cm^2.sec}$”

A partir de (68) on déduit que :

$$\sigma.(373^4-273^4)=7{,}31\ 10^5=\frac{2.\pi^5.k^4}{15.h^3x3^2 10^{20}}.(373^4-273^4)=6{,}257\ 10^{-10}.\frac{k^4}{h^3}$$

Donc :

$$\frac{k^4}{h^3}=1{,}1682\ 10^{15}\ unités\ cgs \qquad (76)$$

D’après la loi déplacement de Wien le maximum d’énergie émise pour la longueur d’onde $\lambda_{maxenergy}$ et la température T est donné expérimentalement par :

$$\lambda_{maxenergy}.T=0{,}294\ cm\ K \qquad (77)$$

L’expression de la densité d’énergie en fonction de la longueur d’onde est :

$$u_\lambda=\frac{8\pi hc}{\lambda^5}.\frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1} \qquad (78)$$

L’équation (78) passe par un maximum si sa dérivée est nulle:

$$\left(1-\frac{hc}{5k\lambda T}\right).\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right)=1$$

Ceci n’est possible que si :

$$\frac{hc}{k\lambda T}=4{,}9651$$

Compte tenu de (70) on aura :

$$\frac{h}{k}=4{,}866\ 10^{-11}\ unités\ cgs \qquad (79)$$

Par conséquent :

$$k=1{,}346\ 10^{-16}\ erg.K^{-1}$$

$$h=6{,}55\ 10^{-27}\ erg.s$$

Les valeurs actuelles sont :

$$k=1{,}38\ 10^{-23}\ Joule.K^{-1}$$

$$h=6{,}626\ 10^{-34}\ Joule.s$$

Donc :

$b = 7{,}56\ 10^{-16}\ Joule.m^{-3}.K^{-4}$

$\sigma = 5{,}67\ 10^{-8}\ Watt.m^{-2}.K^{-4}$

C'est pratiquement la méthodologie de Planck pour déterminer h & k .

La loi de déplacement de Wien s'écrira en terme de fréquence [8]:

$$\nu_{maxenergy} T^{-1} = 5{,}879\ 10^{10}\ Hz.K^{-1} \qquad (80)$$

Essayons de voir le maximum de puissance volumique :

La densité de puissance d'un corps noir est d'après (73) :

$$p_\nu = 8\pi.\frac{\nu^2}{c^3}.\frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1} \qquad (81)$$

Remplacer $x = \frac{h\nu}{kT}$ dans (81) :

$$p_\nu = \frac{8\pi.k^2.T^2.\alpha_0}{h^2.c^3}.\frac{x^2}{\exp(x)-1} \qquad (82)$$

Le maximum de la densité de puissance est obtenu quand $\frac{dp_\nu}{d\nu} = \frac{dp_\nu}{dx} = 0$. On déduit de (82)

$$x - 2 = W(-2.e^{-2}) = W(-0{,}27) \approx -0{,}406 \qquad (83)$$

Où : W : fonction de Lambert à résoudre graphiquement.

De (83) il vient que :

$$\nu_{maxpower}.T^{-1} \approx 1{,}594\ \frac{k}{h} = 3{,}2756\ 10^{10}\ Hz\ .K^{-1} \qquad (84)$$

Il est claire que le maximum de puissance et celui de l'énergie sont atteints chacune pour une fréquence différente de l'autre.

On s'attend à ce que $p_\nu = \frac{du_\nu}{dt}$ mais quand on aura ce résultat ?

On a :

$$\frac{du_\nu}{dt} = \frac{du_\nu}{d\nu}.\frac{d\nu}{dt} = \frac{8\pi h}{c^3}.\frac{\alpha_0}{h}.\left(\frac{3.\nu^2}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1} - \nu^3.\frac{h}{kT}.\frac{\exp(\frac{h\nu}{kT})}{(\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1)^2}\right) = p_\nu$$

D'ou:

$$1 = 3 - \frac{h\nu}{kT}.\frac{\exp(\frac{h\nu}{kT})}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1}$$

On pose : $x = \frac{h\nu}{kT}$

On aura :

$2 = x.\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{x}}}{e^{x}-1}$

Soit :

$2.e^{x} - 2 = x.e^{x} = (x-2).e^{x} + 2.e^{x}$

Et alors :

$-2.e^{-2} = (x-2).e^{x-2}$

En fin :

$x = 2 + W(-2e^{-2}) \approx 1{,}594$

Où : W:fonction de Lambert à résoudre graphiquement.

Cherchons le maximum de puissance :

Posons : $y = \frac{h\nu}{kT}$

$p_{\nu} = \frac{8\pi k^2 T^2 y^2}{c^3.h^2}.\frac{\alpha_0}{e^{y}-1}$

p_{ν} atteint son maximum lorsque $\frac{dp_{\nu}}{d\nu} = 0 = \frac{dp_{\nu}}{dy}$ et alors on aura :

$2.y.\frac{1}{e^{y}-1} - y^2.\frac{e^{y}}{(e^{y}-1)^2} = 0$

Soit :

$2 = y.\frac{e^{y}}{e^{y}-1}$

Directement on tire que :

$y = 2 + W(-2e^{-2}) \approx 1{,}594$

Après calcul il s'avère que $p_{\upsilon} = \frac{du_{\upsilon}}{dt}$ si et seulement si :

$\nu = \nu_{maxpower} = 1{,}594\ \frac{k}{h}.T$ (85)

Selon Planck :

« *§1.L'entropie conditionne le désordre , et ce désordre intervient en théorie du rayonnement électromagnétique dans les oscillations monochromatiques d'un résonateur –même lorsqu'il se trouve dans un champ de rayonnement durablement stationnaire-à travers l'irrégularité* *des variations continuelles d'amplitude et de phase, lorsqu'on s'intéresse à des intervalles de temps grands par rapport à la durée d'une oscillation , mais petits par rapport au temps d'une mesure. Si amplitude et phase étaient absolument constants , les oscillations deviendraient parfaitement homogènes , l'entropie ne pourrait exister et l'énergie d'oscillation devait pouvoir se transformer librement et complètement en travail. L'énergie constante U d'un résonateur individuel oscillant de manière stationnaire doit alors être considérée comme une valeur moyenne dans le temps des énergies d'un grand nombre N d'oscillateurs identiques , se trouvant dans le même champ stationnaire de rayonnement, suffisamment éloignés les uns des autres pour ne pas s'influencer mutuellement. »*

Puis Planck aboutit au résultat suivant pour un résonateur :

$$U = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1} \qquad (86)$$

Ainsi on peut écrire l'énergie du résonateur comme suit :

$$U = \frac{\alpha_0 < \int dt >}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1} \qquad (87)$$

Avec : α_0 : une constante universelle ;

U : moyenne dans le temps des énergies d'un grand nombre N d'oscillateurs identiques , se trouvant dans le même champ stationnaire de rayonnement , suffisamment éloignés les uns des autres pour ne pas s'influencer et contribuant à l'énergie totale du résonateur (selon le modèle de Planck).

$< \int dt >= \tau$: une durée caractéristique du résonateur. (88)

On a ainsi compte tenu de (87) et (88) :

$$h\nu = \alpha_0 \tau \qquad (89)$$

Il est à noter que selon Planck :

$$\tau = F.\frac{1}{\nu} \qquad (90)$$

Avec : $F \gg 1$: un grand entier comme le stipule Planck, c.à.d. que $\tau \gg \tau_1$

Et : $\tau \ll \tau_0$ où τ_0 une durée caractérisant la mesure comme le présente Planck dans son exposé (qui pourra être égale à la moyenne des durées de désexcitation des atomes de la paroi de la cavité noire) .

On déduit alors que :

$$\tau_1 \nu \gg F \gg \tau_0 \nu \qquad (91)$$

Bien entendu la durée d'une oscillation d'un oscillateur est : $\frac{1}{\nu}$ et on a appliqué les suggestions de Planck.

Il s'ensuit d'après (91) qu'intégrer la densité de l'énergie d'un corps noir- en terme de fréquence - de zéro à l'infini est entaché d'erreur mais ceci ne nous intéresse pas à priori.

On peut assimiler le résonateur à un dipôle électrique oscillant et qui n'est autre qu'un atome de la paroi de la cavité noire.

La densité d'énergie d'un corps noir est faible pour les petites et les grandes fréquences, idem pour la densité de puissance.

Ce qui nous intéresse est de déterminer le maximum de puissance émise par un résonateur et alors ça sera autour de la fréquence donnée par l'équation (84). On aura :

$$W = \frac{\alpha_0}{\exp(1{,}594)-1} \qquad (92)$$

C'est bien une expression indépendante de la température.

D'après (57) et (84) on a :

$$W = \frac{1}{3.c^3}.(2\pi)^4 T^4.\frac{k^4}{h^4}(1{,}594)^4.(e.a_0)^2 \qquad (93)$$

Les équations (92) et (93) permettent de fixer la température qui correspond à l'émission de puissance d'une façon pratiquement indépendante de la température .

On sait que : $\alpha_0 \sim 10^{-5}\ erg.s^{-1}$ pour un dipôle atomique.

D'après (92) et (93) on aura :

$$T = \frac{1}{2\pi.1{,}594.\sqrt{e.a_0}}.\frac{h}{k}.\left(\frac{3.c^3.\alpha_0}{\exp(1{,}594)-1}\right)^{0{,}25}$$
$$= \frac{1}{2\pi.1{,}594.\sqrt{4{,}8\ 10^{-10}.0{,}53\ 10^{-8}}}.\frac{6{,}62\ 10^{-27}}{1{,}38\ 10^{-16}}\left(\frac{3x27.10^{30}x10^{-5}}{e^{1{,}594}-1}\right)^{0{,}25}$$
$$= 0{,}0626\ 10^9 x 4{,}8\ 10^{-11} x 1{,}2\ 10^6 = 3600\ K$$

Donc c'est le tout début du domaine visible. Mais les mesures de F.Kurlbaum sont effectuées dans l'intervalle de $T \in [273-373]K$ donc de faibles températures comparées à $3600\ K$.

Pour que la puissance émise par un résonateur soit pratiquement indépendante de la température on doit choisir une base de temps h_0 comme une moyenne caractéristique pour tous les oscillateurs tel que :

$$\alpha_0 h_0 = h.\nu_0 \qquad (94)$$

Où :

$\nu_0 = \sqrt{\frac{\alpha_0}{h}}$ (95) : une fréquence de référence qui peut correspondre pour l'émission de puissance d'un corps noir porté à une faible température.

En particulier on peut prendre $T = 1K$ correspondent à la variation de la température d'une cavité de $zéro$ à $1K$ et ayant un double objectif :

a)-On peut vérifier si notre raisonnement est correcte . Il s'agit des mêmes dipôles électriques pour la situation de faible température et on a pour le maximum d'émission de puissance :

$$\nu_0 = 1{,}594 \,.\frac{k}{h}.T = \sqrt{\frac{\alpha_0}{h}}$$

Ce qui donne pour $T = 1K$:

$$\alpha_0 = 1{,}594^2.\frac{k^2.T^2}{h} = 1{,}594^2 x \frac{1{,}38^2 10^{-32} x 1^2}{6{,}62\ 10^{-27}} = 0{,}73\ 10^{-5}\ erg.s^{-1} \in [0{,}4 - 4].10^{-5} erg.s^{-1}$$

b)Définir c'est quoi un degré absolu :

$$1K = \frac{1}{1{,}594}.\frac{\sqrt{h.\alpha_0}}{k}$$

Ou autrement c'est quoi globalement l'énergie :

$$h.\nu_0 = \sqrt{h.\alpha_0}$$

Et notre réponse c'est pratiquement (ou moyennement)l'énergie absorbée par un dipôle électrique modélisant l'atome pendant la durée $h_0 = \sqrt{\frac{h}{\alpha_0}}$.

D'une autre manière l'augmentation de la température de $1K$ d'une mole d'un élément chimique sans aucun échange de travail avec l'extérieur est équivalent à l'absorption de chaque atome ou molécule de l'énergie $\sqrt{h.\alpha_0}$.

Idem pour les métaux : l'augmentation de la température d'une barre métallique de $1K$ est équivalent à l'absorption de tous les atomes de cette barre de l'énergie $\sqrt{h.\alpha_0}$ et c'est aussi équivalent au travail des forces élastiques pour l'allongement correspondant à une augmentation de température de $1K$ ce qui peut nous permettre de déterminer grossièrement que ce soit la constante α_0 ou le module d'élasticité du métal . Finalement on rejoint les idées de Hilbert en partant du microscopique vers le macroscopique et l'inverse est aussi vrai.

L'énergie $\sqrt{h.\alpha_0}$ est l'énergie la plus répandue dans l'Univers.

Il est à signaler qu'a la loi de Stephan pour la densité totale de l'énergie d'un corps noir on doit retrancher une partie pour être conforme avec les hypothèses de départ de Planck puisqu'on ne doit pas intégrer la densité d'énergie de Planck à partir de la fréquence nulle. La densité à retrancher est :

$$U_0 = \int_0^{\nu_0} 8\pi.\frac{\nu^2}{c^3}.\frac{h.\nu_0}{2}.d\nu = \frac{4\pi h}{3.c^3}.\nu_0^4 \qquad (96)$$

Où : $\frac{h.\nu_0}{2}$ est l'énergie qu'acquis le résonateur à l'état fondamental tel que donnée par un *résonateur quantique* [9].

La loi initiale de Planck $u_\nu = \frac{8\pi.h.\nu^3}{c^3}.\frac{1}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1}$ est déduite par Planck selon le modèle de *quantification classique* de l'énergie qu'échange un résonateur $E = n.\varepsilon$ et alors selon Planck on doit aboutir à l'expression classique de la loi du rayonnement du corps noir lorsque $\frac{\varepsilon}{kT} \to 0$: ceci est vrai pour les grandes températures (on retrouve la loi de distribution de Boltzmann) mais ce n'est pas vrai lorsque $\varepsilon \to 0$ indépendamment de la température (on ne retrouve pas la loi distribution de Wien). Ainsi la conception classique de la loi de distribution de l'énergie doit changer : la variation continue de l'énergie n'est pas possible et il existe une limite inférieure pour les distances égale à une demi-longueur d'onde $\frac{\lambda_0}{2}$ tel que $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ où ν_0 : une certaine fréquence associée à un espace-temps complètement vide. Ainsi on a aboutit à la notion d'énergie du point zéro à partir de la théorie planckienne du corps noir.

A partir de la densité d'énergie du vide selon la cosmologie on peut déduire une valeur approchée de la fréquence ν_0 et par conséquent une valeur approchée de la constante α_0 .

Ainsi à zéro kelvin un corps noir à une densité d'énergie totale négative autrement dit on a une pression négative qui va annuler tout effet de viscosité : notre perception de l'espace-temps vide doit complètement changer et la mécanique devra être réécrite.

La densité d'énergie de Planck pour le rayonnement d'un corps noir devra être modifiée comme suit :

$$u_\nu = \frac{8\pi.h.\nu^3}{c^3}.\frac{1}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1} - \frac{4\pi h\nu^2}{c^3}\nu_0 \qquad \text{pour } \nu \in [0, \nu_0] \qquad (97)$$

$$u_\nu = \frac{8\pi.h.\nu^3}{c^3}.\frac{1}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1} \qquad \text{pour } \nu \in [\nu_0, +\infty] \qquad (98)$$

La loi de Stephan-Boltzmann devra être modifiée comme suit :

$$U = b.T^4 - U_0 \qquad (99)$$

D'après (99) il est clair que pour une température nulle l'énergie du vide est négative : le vide n'est pas vide et on rejoint la théorie de la Relativité Générale.

Le vide est le même que ce soit à l'échelle atomique ou à l'échelle cosmologique. Ainsi on aura selon (24) et (99) :

$$\left[\frac{3P}{c^2}+\frac{\Lambda c^2}{4\pi G}+\left(\frac{6P}{c^4}+\frac{\Lambda}{2\pi G}\right).\varphi_0\right].c^2=-U_0 \qquad (100)$$

Si on néglige le champ φ_0 on aura :

$$\frac{3P}{c^2}+\frac{\Lambda c^2}{4\pi G}\approx-\frac{U_0}{c^2} \qquad (101)$$

De façon que la pression du vide vaut :

$$P=-\frac{4\pi h}{9c^3}.\nu_0^4-\frac{\Lambda.c^4}{12\pi G} \qquad (102)$$

De toute façon on ne peut pas mesurer le champ φ_0 car il est lui-même la référence. On ne peut que mesurer ses fluctuations.

8-Les lois du corps noir modifiées :

En fait pour déterminer sa constante Planck n'a besoin d'une seule expérience celle de F.Kurlbaum par exemple étant donné qu'on connait déjà la valeur de la constante universelle de Boltzmann comme étant le rapport de la constante des gaz parfaits et du nombre d'Avogadro. Alors à quoi sa sert la loi de déplacement de Wien ?: c'est pour autre chose que d'être utilisée par Planck.

La densité d'énergie de Planck modifiée est en fonction de la longueur d'onde :

$$u_\lambda=\frac{8\pi.h.c}{\lambda^5}.\frac{1}{\exp\left(\frac{h.c}{k.\lambda T}\right)-1}-\frac{4\pi h}{\lambda^4}\nu_0 \quad \text{pour} \quad \lambda\in[\frac{c}{\nu_0},+\infty] \qquad (103)$$

$$u_\lambda=\frac{8\pi.h.c}{\lambda^5}.\frac{1}{\exp\left(\frac{h.c}{k.\lambda T}\right)-1} \quad \text{pour} \quad \lambda\in[0,\frac{c}{\nu_0}] \qquad (104)$$

A rappeler que $d\nu=-\frac{c}{\lambda^2}d\lambda$ et on a multiplié par (-1) les expressions de (103) & (104).

On pose $x=\frac{hc}{k\lambda T}$. De (103) on aura :

$$u_x=8\pi hc.(\frac{kT}{hc})^5.x^5.\frac{1}{\exp(x)-1}+4\pi h\nu_0.(\frac{kT}{hc})^4.x^4 \qquad (105)$$

Le maximum de (105) est quand : $\frac{du_x}{dx}=0$ soit :

$$\frac{d}{dx}\left(2c.\frac{kT}{hc}.x^5.\frac{1}{\exp(x)-1}-\nu_0.x^4\right)=0$$

$$10.\frac{kT}{h}.x^4.\frac{1}{\exp(x)-1}-2\frac{kT}{h}.x^5.\frac{\exp(x)}{[\exp(x)-1]^2}-4\nu_0.x^3=0$$

$$5x\,(e^x-1)-x^2e^x-2\frac{h\nu_0}{kT}(e^x-1)^2=0$$

On pose $y = 5 - x$ et on suppose que $y \ll 1$:

$$5(5-y)(e^{5-y}-1)-(5-y)^2e^{5-y}-2\frac{h\nu_0}{kT}(e^{5-y}-1)^2=0$$

On développe au premier ordre :

$$(25-5y)(e^5-e^5y-1)-(25-10y+y^2)(e^5-e^5y)-2\frac{h\nu_0}{kT}(e^5-e^5y-1)^2=0$$

On multiplie par $e^{-5} \approx 0{,}007$ et on néglige les termes en y^2 :

$$(25-5y)(1-0.007-\ y)-(25-10y)(1-y)-2\frac{h\nu_0}{kT}e^5(1-y-0.007)^2=0$$

$$25(1-0.007)-30y+0.007y-25+25y+10y-2\frac{h\nu_0}{kT}e^5([1-0.007]^2-2[1-0.007]y)=0$$

$$-0.175-2\frac{h\nu_0}{kT}e^5[1-0.007]^2+y\left[5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^52[1-0.007]\right]=0$$

Et alors :

$$y=\frac{0.175+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5[1-0.007]^2}{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^52[1-0.007]}=5-x \qquad (106)$$

Si $T \to +\infty$ alors :

$$y \approx \frac{0.175}{5.007} \approx 0.035 \ll 1$$

Si $T \to 0$ alors :

$$y \approx \frac{1-0.007}{2} \approx 0.4965 < 1$$

L'analyse de l'équation (104) donne :

$y = 0.03488552 = 5 - x$ ce qui donne la loi de déplacement de Wien (en unités MKS) :

$$\lambda_{max}.T = 2897.77\ 10^{-6}\ mK \qquad (107)$$

Pour (106) on a :

$$5-\frac{hc}{k\lambda T}=\frac{0.175+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5[1-0.007]^2}{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^52[1-0.007]}$$

$$5-\frac{0.175+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5[1-0.007]^2}{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^52[1-0.007]}=\frac{hc}{k\lambda T}$$

$$\lambda_{max}.T=\frac{hc}{k}.\frac{1}{5-\frac{0.175+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5[1-0.007]^2}{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^52[1-0.007]}} \qquad (108)$$

L'équation (108) doit se rapprocher des mesures expérimentales de Wien à savoir :

$$\frac{hc}{k}.\frac{1}{5-\frac{0.175+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5[1-0.007]^2}{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5 2[1-0.007]}} \approx 2897.77\ 10^{-6}\ mK$$

$$\frac{hc}{k}.\frac{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5 2[1-0.007]}{25+0.035+10\frac{h\nu_0}{kT}e^5 2[1-0.007]-0.175-2\frac{h\nu_0}{kT}e^5[1-0.007]^2} = 2897.77\ 10^{-6}$$

$$\frac{hc}{k}.\frac{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5 2[1-0.007]}{24.86+\frac{h\nu_0}{kT}e^5 17.887902} = 2897.77\ 10^{-6}$$

$$5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5 2[1-0.007] = \frac{k}{hc}.\left(24.86+\frac{h\nu_0}{kT}e^5 17.887902\right)x2897.77\ 10^{-6}$$

$$\frac{h\nu_0}{kT}\left[\left(\frac{k}{hc}2566.718\right)x2897.77\ 10^{-6}-569.938\right] = -24.86x2897.77\ 10^{-6}\frac{k}{hc}+5.007$$

$$\frac{h\nu_0}{kT}\left[\frac{1.38\ 10^{-23}}{6.62\ 10^{-34}x3\ 10^8}2566.718x2897.77\ 10^{-6}-569.938\right] =$$
$$-24.86x2897.77\ 10^{-6}\frac{1.38\ 10^{-23}}{6.62\ 10^{-34}x3\ 10^8}+5.007$$

$$\frac{h\nu_0}{kT}[0.517\ 10^3-569.937] = -5005.7\ 10^{-3}+5.007$$

Soit :

$$\frac{h\nu_0}{kT} = -24{,}557\ 10^{-6}$$

Ce qui correspond à une température négative ou une fréquence négative autrement dit à une énergie négative.

Reprenons l'équation (108) qui doit se rapprocher de l'équation (107). On a :

$$\lambda_{max}.T \approx \frac{hc}{k}.\frac{5+0.007+2\frac{h\nu_0}{kT}e^5 2[1-0.007]}{24.86+\frac{h\nu_0}{kT}e^5 17.887902} \approx \frac{hc}{k}.\frac{0.2014+22.926\frac{h\nu_0}{kT}}{1+103.247\ \frac{h\nu_0}{kT}}$$

Soit:

$$\lambda_{max}.T \approx \frac{hc}{k}.(0.2014+22.926\frac{h\nu_0}{kT})(1-103.247\ \frac{h\nu_0}{kT}) \approx \frac{hc}{k}(0.2014-0.831\frac{h\nu_0}{kT}-$$
$$2367.04\ \left[\frac{h\nu_0}{kT}\right]^2)$$

$$\lambda_{max}.T \approx \frac{6.62\ 10^{-34}x3\ 10^8}{1.38\ 10^{-23}}(0.2014-0.831\frac{h\nu_0}{kT}-2367.04\ \left[\frac{h\nu_0}{kT}\right]^2)$$

$$\lambda_{max}.T \approx 2898{,}4\ 10^{-6} - 11{,}959\ 10^{-3}\ \frac{h\nu_0}{kT} - 34{,}0648 \left[\frac{h\nu_0}{kT}\right]^2 \qquad (109)$$

L'équation (109) est *la loi de Wien modifiée*. Elle se rapproche de la loi réelle de Wien pour les grandes températures. Si on peut déterminer expérimentalement une valeur rapprochée du second terme de l'équation (109) on peut facilement déduire la fréquence maximale du champ électromagnétique régnant dans le vide et cette fréquence est une constante universelle. Si la loi de Wien modifiée servira pour quelque chose c'est pour déterminer l'énergie du vide donc une constante universelle cachée.

9-Estimation de la constante universelle α_0 :

Prenons le cas d'un atome de Bohr. L'intensité de radiation de l'électron en interaction avec le rayonnement du vide de fréquence ω_0 est donnée par la formule de Weisskopf & Wigner [10] :

$$I(\omega) = \frac{\Gamma}{2\pi}.\frac{\hbar.\omega_0}{(\omega-\omega_0)^2+\frac{1}{4}.\Gamma^2} \qquad (110)$$

Avec $\Gamma = \frac{1}{\tau}$ $\quad$ où τ *est la durée de vie d'un état exité de l'atome*

On a par définition :

$$I(\omega).d\omega = \hbar\omega.dP_r \qquad (111)$$

Avec : dP_r : probabilité d'exciter le niveau d'énergie.

Mais on a :

$$\Delta E = \alpha_0.\tau = \hbar.(\omega - \omega_0) \qquad (112)$$

Il vient que :

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi\alpha_0}.\frac{2\hbar^2.(\omega-\omega_0).\omega_0}{1+\frac{4\hbar^2}{\alpha_0^2}(\omega-\omega_0)^4} \approx \frac{2\hbar^2.(\omega-\omega_0).\omega_0}{\pi\alpha_0}\left[1 - \frac{4\hbar^2}{\alpha_0^2}(\omega-\omega_0)^4\right] \approx \frac{2\hbar^2.(\omega-\omega_0).\omega_0}{\pi\alpha_0} \qquad (113)$$

A partir des équations (112) et (113) on déduit que :

$$dP_r = \frac{2\hbar(\omega-\omega_0).\omega_0}{\pi\alpha_0\omega}d\omega = \frac{2\hbar\omega_0}{\pi\alpha_0}\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega}\right)d\omega \qquad (114)$$

En intégrant (114) et on suppose qu'on arrive au maximum de la probabilité d'excitation c.à.d. un :

$$1 = \frac{2\hbar\omega_0}{\pi\alpha_0}\left[\omega - \omega_0 - \omega_0 Ln\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right] = \frac{2\hbar\omega_0}{\pi\alpha_0}\left[\omega - \omega_0 - \omega_0 Ln\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\right]$$

Avec $\Delta\omega = \omega - \omega_0$.

On suppose que $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$ et alors on aura:

$$1 \approx \frac{2\hbar\omega_0}{\pi\alpha_0}\left[\Delta\omega - \omega_0\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2\right)\right] \approx \frac{2\hbar\omega_0}{\pi\alpha_0}\left[\frac{(\Delta\omega)^2}{2\omega_0}\right] = \frac{\hbar}{\pi\alpha_0}(\Delta\omega)^2 = \frac{(\Delta E)^2}{\pi\hbar\alpha_0} \quad (115)$$

Avec $\Delta E = \hbar\Delta\omega$ la variation de l'énergie de l'atome de Bohr autour de l'état ω_0 :

Mais cette variation de l'énergie est dû à la structure fine de l'atome considérée ici comme la plus petite largeur naturelle d'une raie et alors on a [11] (en système cgs):

$$\Delta E = \frac{m.e^8}{32.\hbar^4.c^2} = \frac{\alpha^2}{16}.R_\infty = \sqrt{\pi\hbar\alpha_0} \qquad (116)$$

Avec : $\alpha = \frac{1}{137}$: constante de la structure fine ;

$R_\infty = 13{,}6\ eV$ potentiel d'ionisation de l'atome d'hydrogène.

Et alors :

$$\alpha_0 = \frac{\alpha^4 R_\infty^2}{256.\pi\hbar} \qquad (117)$$

L'équation (117) est aussi valable dans le système MKS. Donc :

$$\alpha_0 = \frac{13.6^2 x 1.6^2 x 10^{-38}}{137^4 x 256 x \pi x 1.054\ 10^{-34}} = 10^{-13}\ Watts \qquad (118)$$

Et alors on déduit la fréquence maximale du champ électromagnétique régnant dans le vide :

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{\alpha_0}{h}} = \sqrt{\frac{10^{-13}}{6.62\ 10^{-34}}} = 1{,}229\ 10^{10}\ Hz \qquad (119)$$

Une température du fond cosmique d'après (84) :

$$T = \frac{1{,}229\ 10^{10}}{3{,}2756\ 10^{10}} = 0{,}375\ K \qquad (120)$$

Autrement dit en plus du rayonnement du fond cosmique découvert par Penzias& Wilson de 2,7 K en 1965 il existe un autre rayonnement du fond cosmique sous jacent à une température du corps noir équivalent à environ $\sim 0{,}375K$.

10-Puissance rayonnée d'un oscillateur en équilibre thermique dans une cavité :

Pour retrouver sa loi de rayonnement du corps noir Planck a dû supposer « *que le résonateur se trouvant dans un champ de rayonnement quasi-stationnaire voit son* *amplitude et phase varient continuellement pour des intervalles de temps grands par rapport à la durée d'une oscillation mais petit par rapport au temps d'une mesure et alors dans ce cas on peut parler d'entropie du résonateur individuel. Autrement dit la puissance constante W d'un résonateur individuel oscillant de manière stationnaire doit être considérée comme une valeur moyenne de son énergie U par une moyenne de temps τ ou ce qui revient à dire comme la moyenne des puissances d'un grand nombre N d'oscillateurs identiques se trouvant dans le même champ stationnaire de rayonnement suffisamment éloignés les uns des autres pour ne pas s'influencer mutuellement ».On a repris pratiquement le même raisonnement que Planck et on va continuer de le faire.*

La puissance totale est alors :

$$W_N = N.W \qquad (121)$$

L'entropie totale de N résonateurs est :

$$S_N = N.S \qquad (122)$$

Où S représente l'entropie moyenne d'un seul résonateur.

Cette entropie S_N représente le désordre avec lequel la puissance totale W_N se répartit entre les différents résonateurs.

On a :

$$S_N = k.Log(\Omega) \qquad (123)$$

Où: k : constante de Boltzmann;

Ω : nombre de configurations possibles pour que N résonateurs rayonnent ensemble la puissance W_N.

Dès le départ on a supposé que la grandeur W_N est une grandeur discrète et qui doit être composée d'un nombre entier de parties égales , une telle partie qu'on désigne par l'élément de puissance α_0 qu'on suppose constante.

On a :

$$W_N = K.\alpha_0 \qquad (124)$$

Avec : K : un nombre entier.

On poursuit le même raisonnement de Planck et on abouti après approximations que :

$$\Omega = \frac{(N+K)^{N+K}}{N^N P^P} \qquad (125)$$

De (123) ,(124) et (122) on déduit que :

$$S = k\{\left(1+\frac{W}{\alpha_0}\right) Log\left(1+\frac{W}{\alpha_0}\right) - \frac{W}{\alpha_0} Log\left(\frac{W}{\alpha_0}\right)\} \qquad (126)$$

Le même raisonnement utilisé par Planck pour déterminer l'énergie moyenne d'un oscillateur dans un bain diathermique de rayonnement exprime l'entropie de celui-ci comme suit :

$$S = k\{\left(1+\frac{U}{\varepsilon}\right) Log\left(1+\frac{U}{\varepsilon}\right) - \frac{U}{\varepsilon} Log\left(\frac{U}{\varepsilon}\right)\} \qquad (127)$$

Où U : l'énergie d'un résonateur individuel qui participe à l'émission totale de la puissance.

ε : une partition de l'énergie tel que l'énergie totale du résonateur $U_N = P.\varepsilon = N.U$ avec P: un entier grand en général.

En identifiant terme à terme des deux équations (126) & (127) on aura :

$$\frac{U}{\varepsilon} = \frac{W}{\alpha_0} \qquad (128)$$

Or on peut associer à l'oscillateur une constante de temps τ tel que :

$$W = \frac{U}{\tau} \qquad (129)$$

On aura en dérivant (126) :

$$\frac{dS}{dW} = \frac{k}{\alpha_0}.Log(1+\frac{\alpha_0}{W}) \qquad (130)$$

L'entropie S peut s'écrire aussi selon la thermodynamique des milieux adiabatiques :

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} = \frac{dS}{\tau dW} = \frac{k}{\tau\alpha_0}.Log\left(1+\frac{\alpha_0}{W}\right) \qquad (131)$$

Il vient que :

$$1+\frac{\alpha_0}{W} = \exp(\frac{\alpha_0\tau}{kT}) \qquad (132)$$

De (132) on déduit la puissance constante d'un résonateur :

$$W = \frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{\alpha_0\tau}{kT}\right)-1} \qquad (133)$$

Nous déclarons la constante α_0 une constante universelle.

En introduisant la loi de Wien , Planck a pu conclure que :

$$\varepsilon = h.\nu \qquad (134)$$

Compte tenu de (128) & (129) on aura :

$$\frac{U}{\varepsilon} = \frac{U}{\alpha_0.\tau} \qquad (135)$$

De sorte que :

$\varepsilon = \alpha_0 . \tau = h . \nu$ (136)

Par conséquent :

$W = \frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1}$ (137)

Cette formule est identique à l'équation (67) obtenu d'une manière un peux ad hoc.

Pour l'énergie moyenne d'un résonateur Planck abouti à la formule suivante :

$U = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1}$ (138)

Le résonateur est plongé dans un champ électromagnétique qui varie autour d'une certaine fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$ donc c'est en fait un paquet d'ondes qui pour le cas d'un résonateur seul sans interaction avec aucun rayonnement toute son énergie mécanique pourra être considérée comme un paquet d'ondes d'énergie $h\nu$ et alors $c\tau$ n'est autre que la longueur du train d'ondes formant ce paquet comme si ce paquet est formé d'ondes électromagnétiques. La longueur $''\boldsymbol{v}\tau''$ sera alors la longueur du paquet d'ondes réel représentant le résonateur .Rappelons qu'un photon n'est autre qu'un paquet d'ondes électromagnétiques quasi-monochromatique. En fait la notion de dualité onde-corpuscule est imbriquée dès le départ dans la conception de base de Planck pour son modèle de résonateur dans un bain thermique. Même le modèle de l'effet photo-électrique est aussi imbriqué dès la conception de Planck de l'oscillateur résonant. Rappelons les paroles de Planck *«Si amplitude et phase étaient absolument constants , les oscillations deviendraient parfaitement homogènes , l'entropie ne pourrait exister et l'énergie d'oscillation devait pouvoir se transformer librement et complètement en travail »* : c'est exactement le modèle de l'effet photoélectrique.

11-Limites classiques :

Si on examine de près la loi de rayonnement de Planck et en faisant tendre l'énergie $\varepsilon = h\nu$ vers zéro alors on aura une loi similaire à celle de la loi de Rayleigh-Jeans qui pourra être obtenu de la théorie classique du rayonnement sans les considérations quantiques et qui est valable pour le modèle du corps noir à haute température. Ceci suggère qu'il existe des limites entre la description classique et celle quantique de la théorie du rayonnement du corps noir en termes de fréquence et température.

Si l'on désigne par ν_c et T_c ces limites alors on aura :

$\int_{\nu_c}^{\infty} p_\nu \, dt = \int_{\nu_c}^{\infty} du_\nu$ (139)

$\nu_c . T_c^{-1} = 1{,}594 \, \frac{k}{h}$ (140)

Dans l'équation (139) c'est comme si les résonateurs n'ont pas d'interaction avec le rayonnement électromagnétique pour les fréquences inférieures à ν_c .

Remplaçons p_ν par son expression (81) dans (139) on aura :

$$\int_{\nu_c}^{\infty} 8\pi.\frac{\nu^2}{c^3}.\frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1}dt = -\int_{\nu_c}^{\infty} du_\nu = 8\pi.\frac{h}{c^3}.\frac{\nu_c^3}{\exp\left(\frac{h.\nu_c}{k.T}\right)-1}$$

Le signe $(-)$ est pour avoir un bilan nul.

Compte tenu que $hd\nu = \alpha_0 dt$ on aura :

$$\int_{\nu_c}^{\infty} p_\nu\, dt = \int_0^{\infty} p_\nu\,.\frac{h}{\alpha_0}d\nu - \int_0^{\nu_c} p_\nu\,.\frac{h}{\alpha_0}d\nu = \frac{h}{\alpha_0}.\frac{30.\zeta(3).b.\alpha_0}{\pi^4.k}.T^3 - \frac{h}{\alpha_0}\int_0^{\nu_c} p_\nu\,.d\nu$$

Et alors :

$$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k}.T^3 - \frac{h}{\alpha_0}\int_0^{\nu_c} 8\pi.\frac{\nu^2}{c^3}.\frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{h.\nu}{k.T}\right)-1}d\nu = 8\pi.\frac{h}{c^3}.\frac{\nu_c^3}{\exp\left(\frac{h.\nu_c}{k.T}\right)-1}$$

Pour faciliter les calculs on suppose qu'on est dans le cas ou $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$:

$$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k}.T^3 - \int_0^{\nu_c} 8\pi.\frac{\nu}{c^3}kTd\nu \approx \frac{8\pi.\nu_c^2}{c^3}.kT$$

Donc :

$$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k}.T^3 - 4\pi.\frac{kT}{c^3}.\nu_c^2 = \frac{8\pi.\nu_c^2}{c^3}.kT$$

D'où :

$$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k}.T^2 = 12\pi k.\frac{\nu_c^2}{c^3}$$

Compte tenu de (85) : $\nu_c = 1.594\ \frac{kT}{h}$ on aura :

$$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k}.T^2 = 12\pi k.\frac{1}{c^3}\ 1{,}594^2.\frac{k^2.T^2}{h^2}$$

On simplifie par T^2 :

$$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k} = 12\pi.\frac{1}{c^3}\ 1{,}594^2.\frac{k^3}{h^2}$$

Soit :

$$b = 6\,\pi^5\frac{1}{c^3 15.\zeta(3).h}\ 1{,}594^2.\frac{k^4}{h^2} = \frac{8.\pi^5.k^4}{15.h^3.c^3}$$

D'où :

$$\zeta(3) = \frac{3}{4x1{,}594^2} = 0.295 \neq 1.2$$

Mais $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ $(x > 1)$ la fonction de Riemann est toujours supérieur à 1 ceci signifie qu'on doit abandonner l'hypothèse $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$.

Donc on change d'hypothèse. La nouvelle hypothèse sera : $\frac{h\nu}{kT} \gg 1$

On pose : $x = \frac{h\nu}{kT}$

$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k}.T^3 - \frac{h}{\alpha_0}\int_0^y 8\pi.\frac{x^2}{c^3}.\frac{k^3T^3}{h^3}\frac{\alpha_0}{\exp(x)-1}dx = 8\pi.\frac{h}{c^3}.\frac{\nu_c^3}{\exp\left(\frac{h.\nu_c}{k.T}\right)-1}$

Avec :

$$y = \frac{h\nu_c}{kT}$$

$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k}.T^3 - \frac{8\pi k^3T^3}{h^2c^3}\int_0^y x^2.e^{-x}dx \approx 8\pi.\frac{h}{c^3}.\frac{\nu_c^3}{\exp\left(\frac{h.\nu_c}{k.T}\right)-1}$

Exprimons $\int_0^y x^2.e^{-x}dx$ seule :

$$\int_0^y x^2.e^{-x}dx = [-x^2.e^{-x}]_0^y + \int_0^y 2x\,.e^{-x}dx = -y^2.e^{-y} + 2.[-x.e^{-x}]_0^y + \int_0^y e^{-x}dx$$
$$= -y^2.e^{-y} - 2.y.e^{-y} + [-e^{-x}]_0^y = -y^2.e^{-y} - 2.y.e^{-y} - e^{-y} + 1$$

Reportons ce résultat dans l'équation précédente et simplifions par T^3 :

$\frac{30.\zeta(3).b.h}{\pi^4.k} - \frac{8\pi k^3}{h^2c^3}.(-y^2.e^{-y} - 2.y.e^{-y} - e^{-y} + 1) = 8\pi.\frac{h}{c^3h^3}.\frac{1.594^3.k^3}{\exp(1.594)-1}$

Avec $y = 1.594$ donc :

$30.\zeta(3).\frac{8.\pi.k^3}{15.h^2.c^3} - \frac{8\pi k^3}{h^2c^3}(-0.3667) = 8\pi.\frac{k^3}{c^3h^2}.(0.64761)$

D'où :

$2.\zeta(3) = 0.64761 + 0.3667 = 1.766$

Soit :

$\zeta(3) = 0.883$

Ça ne colle pas mais c'est plus proche de 1.2 et ceci justifie que si l'on cherche une fréquence limite inférieure on doit la chercher dans la zone de Wien pour des faibles températures.

La cavité noire est composée par une infinité de dipôles oscillants à l'intérieur de sa paroi et en équilibre thermique avec un rayonnement électromagnétique. Si l'on songe au modèle de l'électron élastiquement lié alors la puissance électromagnétique émise par cet électron est exactement égale à celle reçu du rayonnement à l'intérieur de la cavité d'où l'équilibre thermique.

Pour un dipôle oscillant seul on a :

$\nu_0 = \sqrt{\frac{\alpha_0}{h}}$ la fréquence de maximum d'émission de puissance électromagnétique.

Avec $\alpha_0 \in [0.4 - 4]. 10^{-12}\ Watt$ calculée avec des hypothèses classiques.

Donc $\nu_0 \in [2.4 - 7.8]. 10^{10}\ Hz$

Compte tenu de la loi de déplacement d'émission de maximum de puissance $\nu_{max}. T = 3.2\ 10^{10}\ Hz$ on déduit que :

$T \in [1.33 - 2.43] K$ c'est la température de corps noir avec laquelle on doit calculer la fréquence ν_0 et elle est de l'ordre de $1K$.

La durée d'un quart d'oscillation de l'électron est approximativement comme suit :

$$\Delta t \approx \frac{\Delta u_\nu}{p_\nu} \approx \frac{u_{maxpower} - u_{maxenergy}}{p_{maxpower}} \qquad (141)$$

On prend dans le premier terme de (141) lorsque $\nu = \nu_{maxenergy}$ correspondant à un électron non accéléré et pour le second terme lorsque $\nu = \nu_{maxpower}$ correspondant à l'accélération maximale de l'électron .

On peut aussi exprimer $\Delta t \approx \frac{\Delta u_\lambda}{p_\lambda}$ avec :

$$u_\lambda \approx \frac{8\pi hc}{\lambda^5} . \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1} \quad \& \ p_\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} . \frac{\alpha_0}{\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1}$$

Une représentation de graphiques superposés de des deux fonctions est donnée sur la Fig02.

Le maximum de p_λ est donnée graphiquement et on peut aussi le retrouver analytiquement.

Sur ce graphique pour $T = 1646\ K$ on a :

$$u_{\lambda maxenergy} = 0.2\ 10^4\ joule. m^{-4} \quad p_{\lambda maxpower} \approx 180\ 10^7\ Watt. m^{-4}$$

$$u_{\lambda maxpower} = 0.11\ 10^4 joule. m^{-4} \ \rightarrow \Delta t \approx 5\ 10^{-7}\ seconde$$

12-Théorie des particules élémentaires :

Pour une particule élémentaire on s'attend à ce que sa corde soit un multiple entier de sa longueur d'onde de Compton. La longueur d'onde de Compton témoigne de la portée du champ de force lorsque la particule sert d'intermédiaire à cette force.

On a pour une particule élémentaire:

$$\frac{mc}{a} = N.\frac{\hbar}{mc} = \frac{m.c^3}{\alpha_0} \quad \text{soit} \quad N = \frac{c^4}{\hbar.\alpha_0}.m^2 \qquad (142)$$

Ou en terme de logarithmes décimaux:

$$log(N) = log\left(\frac{c^4}{\hbar.\alpha_0}\right) + 2.log(m) \qquad (143)$$

On prend $\alpha_0 \approx 10^{-13}\ Watt$ et $m\ (Mev)$. On aura le tableau 01 suivant :

$$\frac{c^4}{\hbar.\alpha_0} = \frac{3^4.10^{32}}{1{,}054\ 10^{-34}x10^{-13}} = 76.85\ 10^{79} \rightarrow\ log\left(\frac{c^4}{\hbar.\alpha_0}\right) = 80.9$$

Particule	Masse $m(Mev)$	$log(m)$	$log(N)$
Boson Z^0	91200	4.96	90.82
Boson $W^{\pm}$	80400	4.91	90.72
Muon $\mu^{\pm}$	105.659	2.02	84.94
Proton p	938.259	2.97	86.84
Particule xi Ξ^0	1314.7	3.12	87.14
Oméga-moins Ω^-	1674	3.22	87.34
Pion neutre π^0	135	2.13	85.16
$méson - \eta$	548.6	2.74	86.38
Kaon neutre K^0	497.9	2.7	86.3
Boson de Higgs H^0	125000	5.1	91.1

Tableau 01 : logarithme à base 10 du nombre entier N correspondant à la masse en Mev de quelques particules élémentaires.

A partir du tableau 01 on peut dresser la courbe d'équation (143) sur une échelle bi-logarithmique (Fig01).On voit bien que c'est une droite et cette droite pour les particules élémentaires est l'équivalent du tableau de Mendeleïev pour les éléments chimiques. On peut de la même manière dresser une courbe pour les leptons (particules indivisibles tels que électron & neutrinos) et on trouvera la même chose une droite.

D'une façon générale on a la relation suivante entre la *corde de la particule* et la *longueur d'onde de Compton dynamique :*

$$n.\frac{\hbar}{mc} = \frac{mc}{a} \quad en\ statique \qquad (144)$$

$$n.\frac{\hbar}{ac\tau} = \tau c \quad en\ dynamique \qquad (145)$$

Avec : n : entier naturel

$a = \frac{\alpha_0}{c^2}$: impédance du vide

$\tau = \frac{E}{\alpha_0}$: inertie temporelle du particule

$E = ac^2\tau$: énergie du particule

On déduit directement de (145) :

$$E = \sqrt{n}.c.\sqrt{\hbar a} \qquad (146)$$

On pose $n = N(N+1)$ avec $N\ assez\ grand$ alors on aura :

$$E = N\sqrt{1+\frac{1}{N}}.c.\sqrt{\hbar a} \approx N\left(1+\frac{1}{2N}\right).c.\sqrt{\hbar a} = \left(N+\frac{1}{2}\right)c.\sqrt{\hbar a} \qquad (147)$$

Avec (147) on retrouve un résultat de la mécanique classique quantique pour l'oscillateur harmonique. Chaque atome ou molécule pourra être modélisé par un oscillateur harmonique. Si on fait correspondre ce grand entier N au nombre de résonateurs dans un cristal par exemple on aura :

$$E \approx N.\sqrt{\hbar\alpha_0} \qquad (148)$$

Si on prend une mole d'un cristal ($N = \mathcal{N} : nombre\ d'Avogadro$) alors chaque atome du cristal a absorbé une énergie élémentaire égale à $\sqrt{\hbar\alpha_0}$. Cette variation de l'énergie du cristal doit correspondre normalement à une variation de la température du mole de $1\ K$ ce qui va nous permettre de déterminer grossièrement la chaleur massique du cristal ou même pour un liquide.

On a toujours grossièrement la relation suivante :

$$\Delta U = C_m.\mathcal{M}_{mole}.1K = \mathcal{N}.\sqrt{\hbar\alpha_0} \qquad (149)$$

Avec : C_m : chaleur massique

$\mathcal{M}_{mole}$: masse molaire

$\mathcal{N} \approx 6.02\ 10^{23}$: nombre d'Avogadro

Autrement grossièrement on aura :

$$\alpha_0 = \frac{(C_m.\mathcal{M}_{mole}.1K)^2}{\mathcal{N}^2.\hbar} \qquad (150)$$

Applications :

-Pour le fer : $\mathcal{M}_{mole} = 56\ gramme$, $C_{\boldsymbol{m}} = 460\ joule.Kg^{-1}.K^{-1}$

$$\alpha_0 = \frac{(56\ 10^{-3}x460)^2}{1.054\ 10^{-34}x\ 6.02^2x10^{46}} = 0.02618\ 10^{-12}.(56\ 10^{-3}x460)^2 = 17.37\ 10^{-12}\ Watt$$

-Pour le cuivre : $\mathcal{M}_{mole} = 63.5\ gramme$, $C_{\boldsymbol{m}} = 385\ joule.Kg^{-1}.K^{-1}$

$$\alpha_0 = 0.02618\ 10^{-12}(63.5\ 10^{-3}x385)^2 = 15.6\ 10^{-12}\ Watt$$

-Pour l'eau : $\mathcal{M}_{mole} = 18\ gramme$, $C_{\boldsymbol{m}} = 4180\ joule.Kg^{-1}.K^{-1}$

$$\alpha_0 = 0.02618\ 10^{-12}.(18\ 10^{-3}x4180)^2 = 148\ 10^{-12}\ Watt$$

-Pour l'hydrogène : $\mathcal{M}_{mole} = 1\ gramme$, $C_{\boldsymbol{m}} = C_V = 10300\ joule.Kg^{-1}.K^{-1}$

$$\alpha_0 = 0.02618\ 10^{-12}.(10^{-3}x\ 10300)^2 = 2.78\ 10^{-12}\ Watt$$

Les valeurs sont approximatives mais ça se voit qu'ils sont proches sauf pour l'eau.

13-Conclusion :

On conclu que la puissance de chaque photon est une constante universelle. Cette constante nous a permis d'unifier la cosmologie et la mécanique quantique à travers leur zone de rencontre : la définition du vide. Il est certain maintenant que la constante cosmologique Λ est une constante universelle.

Il est à noter aussi que le modèle de cavité noire de Planck en tant qu'un ensemble d'oscillateurs échangeant de l'énergie avec un champ électromagnétique remplissant celle-ci pourra être modéliser autrement comme étant un seul oscillateur échangeant de l'énergie avec un bain thermique de photons : c'est une autre dualité cachée celle de la dualité unité-multiplicité.

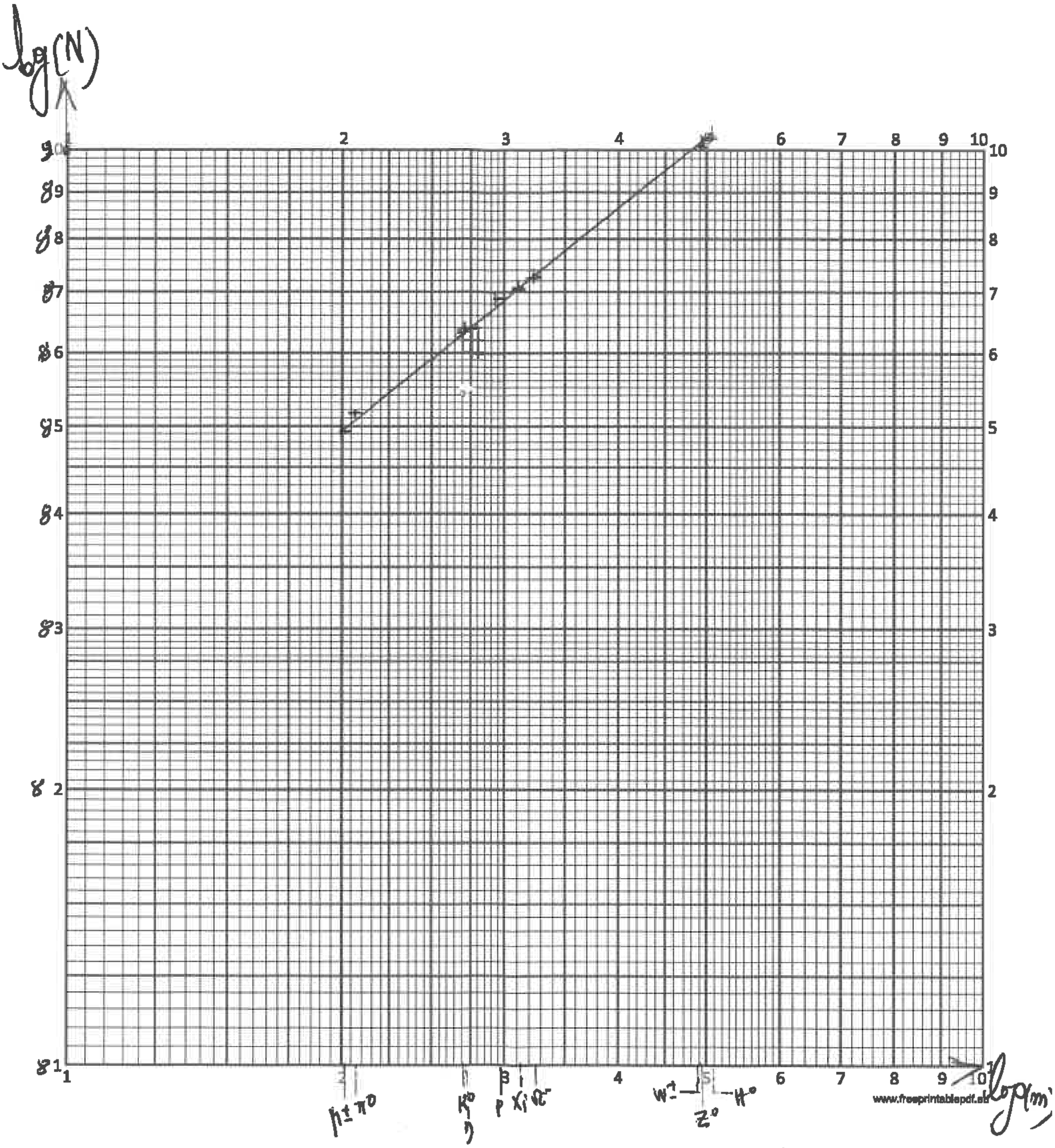

Fig 01 : Courbe de quelques particuls élementaires avec leurs masses en ~~MeV~~

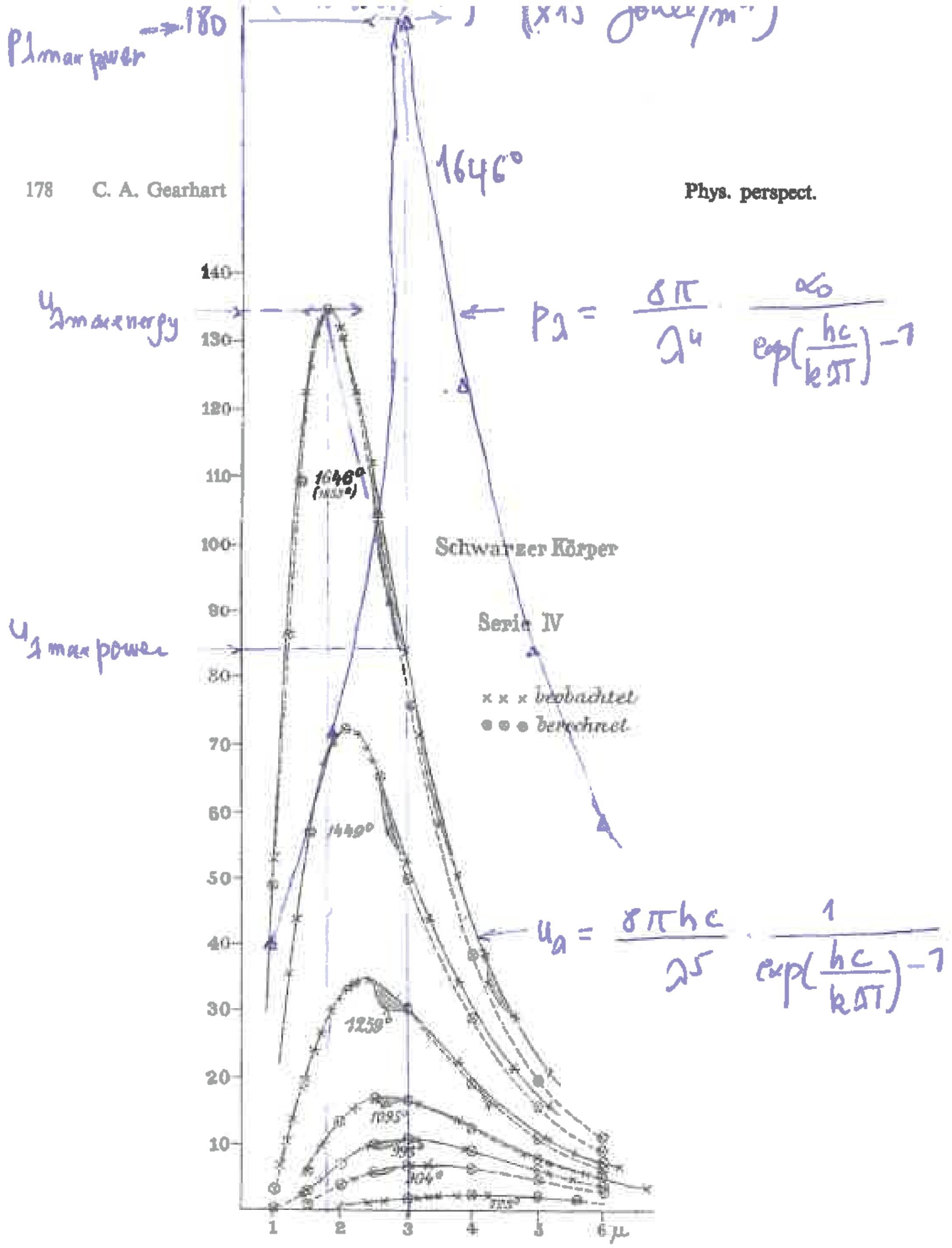

Fig. 2. Graph of black-body radiation for a range of temperatures. Wavelength is plotted on the horizontal axis, and radiation intensity on the vertical. The data are those of Lummer and Pringsheim from November 1899, which were the first to suggest a possible deviation from Wien's law. It was not at first clear whether the deviations between the solid curve representing the data, and the dashed curve calculated from Wien's law, might represent systematic errors in the experiment. Note that at these temperatures, the measurements lie well into the infrared region of the spectrum (that is, all wavelengths are longer than the 0.7 μ that marks the upper limit of visible light). *Source:* O. Lummer and E. Pringsheim, "1. Die Vertheilung der Energie im Spectrum des schwarzen Körpers und des blanken Platins; 2. Temperaturbestimmung fester glühender Körper," *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 1 (1899), 215–235, on p. 217.

Courbe p_λ superposée à u_λ avec $\alpha_0 = 10^{-13}$ Watt.

Références :

[1]Nathalie Deruelle “Introduction aux équations d’Einstein de la relativité générale » , http://www.phys.ens.fr/IMG/pdf/docRG.pdf

[2]J. S. Farnes « A unifying theory of dark energy and dark matter: Negative masses and matter creation within a modifiedΛCDM framework”

https://doi.org/10.1051/0004-6361/201832898

[3]WIKIPEDIA « Sixième Problème de Hilbert », https://fr.wikipedia.org/wiki/Sixi%C3%A8me_probl%C3%A8me_de_Hilbert#:~:text=Le%20sixi%C3%A8me%20probl%C3%A8me%20de%20Hilbert,formulation%20explicite%20en%20fran%C3%A7ais%20est%20%3A&text=Traitement%20math%C3%A9matique%20des%20axiomes%20en%20physique

[4]A.Kouki « Introduction to quantum gravity» https://vixra.org/abs/2106.0172

[5] Gilbert Gastebois ‘’ Le corps noir’’http://gilbert.gastebois.pagespersoorange.fr/java/planck/theorie_planck.pdf

[6] A. Kouki « The hidden constants » , https://vixra.org/abs/2105.0040

[7] Max Planck “On the Law of Distribution of Energy in the Normal Spectrum”
Annalen der Physik, vol. 4, p. 553 ff (1901) : https://www.lab.twcu.ac.jp/~ando_k/planck1901.pdf

[7]G.JordanMaclay « History and Some Aspects of The Lamb Shift” https://www.mdpi.com/2624-8174/2/2/8/pdf

[8]LibreTexts“ Deriving the Wien's Displacement Law from Planck's Law”

https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical_and_Theoretical_Chemistry_Textbook_Maps/Supplemental_Modules_(Physical_and_Theoretical_Chemistry)/Quantum_Mechanics/02._Fundamental_Concepts_of_Quantum_Mechanics/Deriving_the_Wien's_Displacement_Law_from_Planck's_Law

[9] Pierre Labastie « Mécanique quantique, L3 Physique Fondamentale, premier semestre 2010-11 » pp50 , http://www.lcar.ups-tlse.fr/IMG/pdf/Poly-2.pdf

[10] Alain Laverne « Rayonnement quantique », p 187, HAL Id: cel-00092934,https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00092934, Submitted on 12 Sep 2006

[11] E.H.Wichmann , Berkley cours de physique volume 4, « Physique quantique » pp152, Armand Colin –Paris 1974.