# Replacement of Lorentz Transformation by Galilean-Zhou Transformation

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

**摘要** 在‘两观测者无相对运动（$u \equiv 0$）’场合下，**‘闽可夫斯基时空’（Minkowski Space-Time）**内质点运动满足“时空间隔不变性”，是一个真命题。在‘两观测者有相对运动（$u > 0$）’场合下，**‘闽可夫斯基时空’**内质点运动满足“时空间隔不变性”，是一个伪命题。本文首次提出了一条重要定律：“在两观测者有相对运动的场合下，**‘伽利略时空’（Galilean Space-Time）**内‘两观测者同时观测到运动质点’之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。此定律可称为**“运动观测定律（Law of Motion Observation）”**，它将成为**“运动观测论（Theory for Motion Observation）”**的基础定律之一。在“两观测者有相对运动但真空中光传播速率为无穷大”的假定条件下，或在“两观测者的相对速度远远小于光速”的情况下，时空变换近似地为**“伽利略变换”（Galilean Transformation）**，而在“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”场合下客观存在的唯一的时空变换为**“伽利略-周方变换”（Galilean-Zhou Transformation）**。

**关键词**　相对论 狭义相对论 运动观测论 洛伦兹变换 伽利略变换 伽利略-周方变换

**定义与定律：**

a. ‘时空’之定义：$[$（三维）欧氏空间$(\vec{r})$，时间$(t)]^T \equiv [\vec{r},\ t]^T \equiv [[x,y,z]^T,\ t]^T$ 为**“可量测时空（Measurable Space-Time）”**，可命名为**“伽利略时空（Galilean Space-Time）”**。

**“伽利略时空”的度规张量为**$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，可称为**“伽利略度规（Galilean Metric）”**。

**“伽利略度规”为‘四维二阶张量’。伽利略时空**$[[x,y,z]^T,\ t]^T$ 的**‘空间维’**$[x,y,z]^T$ 为**‘三维欧氏空间’**，而**‘时间维’**$t$ 为**‘标量’**。

b. $K$ 系观测者在时刻 $t$ 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$。

$[\vec{r}(t)\quad t]^T$ 为**‘$K$ 系观测者在时刻 $t$ 观测到运动质点 $\vec{r}(t)$ 时’**指向该运动质点 $\vec{r}(t)$ 的“观

测矢量”（**Observation Vector**）。$\left[\vec{r}(t),\ t\right]^T$ 为‘$K$ 系观测者在时刻 $t$ 的“时空点”，简称“$K$ 系时空点”。函数 $\vec{r}(t)$ 为“$K$ 系时空轨迹”。

c. $K'$ 系观测者在时刻 $t'$ 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}'(t')=\left[x'(t'),y'(t'),z'(t')\right]^T$。$\left[\vec{r}'(t')\quad t'\right]^T$ 为‘$K'$ 系观测者在时刻 $t'$ 观测到运动质点 $\vec{r}'(t')$ 时’指向该运动质点 $\vec{r}'(t')$ 的“观测矢量”。$\left[\vec{r}'(t')\quad t'\right]^T$ 为‘$K'$ 系观测者在时刻 $t'$ 的“时空点”，简称“$K'$ 系时空点”。函数 $\vec{r}'(t')$ 为“$K'$ 系时空轨迹”。

d. “光传播定律”（**Law of Propagation of Light**）

在伽利略时空 $\left[\vec{r},\ t\right]^T$ 内任意时空点 $\left[\vec{r}(t),\ t\right]^T$，光的传播满足光传播定律：$\left|\vec{r}(t)\right|=ct$，$c=const.$（$c$ 为真空中光传播速率），故有：$d\ln\left|\vec{r}(t)\right|=d\ln t$，即：光在伽利略时空 $\left[\vec{r},\ t\right]^T$ 内任意时空点 $\left[\vec{r}(t),\ t\right]^T$ 的“光传播时空弹性（**Space-Time Elasticity of Light Propagation**）”为 $\varepsilon=\dfrac{d\ln\left|\vec{r}(t)\right|}{d\ln t}=1$，因此，有：$\lambda\left[\vec{r}(t),\ t\right]^T=\left[\lambda\vec{r}(t),\ \lambda t\right]^T=\left[\vec{r}(\lambda t),\ \lambda t\right]^T$。

$K$ 系观测者 $O$ 对运动质点的观测矢量 $\left[\vec{r}(t),\ t\right]^T$ 示于图 1。

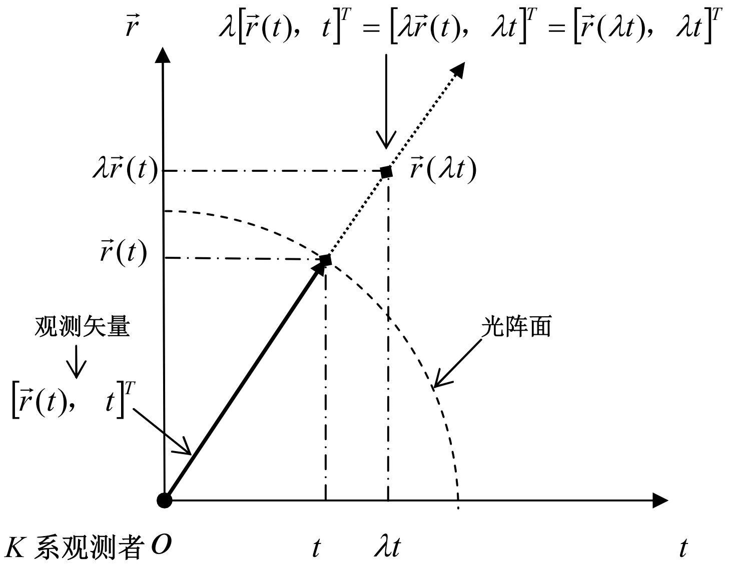



图 1　$K$ 系观测者 $O$ 对运动质点的观测矢量 $\left[\vec{r}(t),\ t\right]^T$

e. “运动观测定律”（**Law of Motion Observation**）

‘两观测者同时观测到运动质点’之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之

间的距离构成‘矢量合成三角形’”。

*************** *************** ***************

## 一、推导时空变换数学式的前提条件

不失一般性，本文的推导仅限于（一维）**伽利略时空**$\begin{bmatrix} x & t \end{bmatrix}^T$的场合。

**定义：**

$t'$、$t$分别为$K'$**系观测者**、$K$**系观测者**所持‘时钟’指示的‘时刻（读数）’，$t'$可称为‘$K'$系时刻’，$t$可称为‘$K$系时刻’。

$x'$、$x$分别为$K'$**系观测者**、$K$**系观测者**所持‘量尺’指示的‘位置（读数）’，$x'$可称为‘$K'$系坐标’，$x$可称为‘$K$系坐标’。

$x'(t')$为$K'$**系观测者**在时刻$t'$观测到运动质点所处的$K'$**系**内位置。有时为了简化书写，省略括号中的$t'$，即将$x'(t')$简写为$x'$。

$x(t)$为$K$**系观测者**在时刻$t$观测到运动质点所处的$K$**系**内位置。有时为了简化书写，省略括号中的$t$，即将$x(t)$简写为$x$。

$\begin{bmatrix} x'(t') & t' \end{bmatrix}^T$为$K'$**系观测者**在时刻$t'$对运动质点$x'(t')$的**“观测矢量”**，即**“$K'$系时空点”**。函数$x'(t')$为**“$K'$系时空轨迹”**。

$\begin{bmatrix} x(t) & t \end{bmatrix}^T$为$K$**系观测者**在时刻$t$对运动质点$x(t)$的**“观测矢量”**，即**“$K$系时空点”**。函数$x(t)$为**“$K$系时空轨迹”**。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

人们在推导时空变换的数学表达式时，都认为时空变换式必须满足以下三项条件：

**（1）在$t' = t = 0$时，两观测者重合（$x' = x = 0$）。在$t'$，$t \geq 0$时，$K'$系相对于$K$系沿$x(x')$轴正方向做速度为$u$的平移运动。**

**（2）两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“相对性原理”（Principle of Relativity）**

**“表述客观定律的数学式在互作匀速直线平移相对运动的各个坐标系内具有相似的形式”**，即通常所称的**“相对性原理”**，对于我们探索与认识客观的自然规律具有特别重要的意义。应当指出，**“相对性原理”**要求表述客观定律的数学式在各个坐标系内保持**“性状相同，形状相似”**，而并非要求在各个坐标系内表现为**“全同”**。所以，时空轨迹在时空变换下为**“协
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

变”，就是时空轨迹在时空变换下保持“性状相同，形状相似”，而并非保持“性状、形状均相同”。

笔者以为，“相对性原理”还可以表述为：

a.“互作匀速直线运动的两观测者（A 和 B）对同一运动质点进行观测时，观测者 A（B）‘观测到’质点的时刻及空间坐标与观测者 B(A)‘在观测中所推测到的’观测者 A（B）‘观测到’质点的时刻及空间坐标完全一致”。

或者表述为：

b.“互作匀速直线运动的两观测者对同一运动质点进行观测时，一个观测者‘观测到’质点的时刻及空间坐标就是另一个观测者‘在观测中所推测到的’，对于两个观测者皆是如此”。

（3）光的传播满足“光速不变性”定律（**Law of Invariance of Light Velocity**）

“真空中光传播速率为恒定值（约$3.0\times10^5$仟米/秒），乃是光的固有属性，与它在哪个参考系内进行传播无关”。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

## 二、“洛伦兹变换”（Lorentz Transformation）之导出

人们采用多种方法推导出“洛伦兹变换”，这里我们仅例举其中一种具有代表性的推导“洛伦兹变换”的方法。

（1）在$t'=t=0$时，$K'$系与$K$系重合（$x'=x=0$）。在$t'$，$t\geq 0$时，$K'$系相对于$K$系沿$x(x')$轴做速度为$u$的平移运动。两观测者持有一样的‘时钟’及‘量尺’。

因此，时空变换的空间变换式为$x'=k(x-ut)$。

（2）将方程$x=k(x'+ut')$视为方程$x'=k(x-ut)$的‘逆变换式’，引入数学模型，藉以使时空变换能满足“相对性原理”。

（3）设：在$K'$系观测者与$K$系观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）发出一道闪光。光照点在$K'$系与$K$系内的传播分别表为方程$x'=ct'$与$x=ct$（$c$为真空中光传播速率）。引入方程$x'=ct'$与$x=ct$，使时空变换能满足“光速不变原理”。

这样，“洛伦兹变换”的炮制者综合上述三项条件，预设一个含四个变量$x,x',t,t'$的线性方程组 —‘预设方程组(1)’：
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

$$\begin{cases} x' = k(x-ut) \\ x = k(x'+ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \end{cases} \qquad (1)$$

然后，求解预设方程组(1)，得出系数$k$之值：$k = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$，将$k = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$代入方程组(1)，得出**"洛伦兹变换"**$\left\{ x' = \dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},\quad t' = \dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \right\}$。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

## 三、关于推导"洛伦兹变换"的预设方程组

### （一）关于方程$x' = k(x-ut)$

在$t' = t = 0$时，$K'$**系观测者**与$K$**系观测者**重合（$x' = x = 0$）。在$t'$，$t \geq 0$时，$K'$系相对于$K$系沿$x(x')$轴做速度为$u$的平移运动。为了使时空变换描述"$K'$**系观测者对于**$K$**系观测者沿**$x(x')$**轴始终有相对运动**"之物理事实，**"洛伦兹变换"**的炮制者在预设方程组(1)中引入方程$x' = k(x-ut)$。

方程$x' = k(x-ut)$是一个不可或缺的变换方程。但是，**"洛伦兹变换"**的炮制者在引入方程$x' = k(x-ut)$时却**丢失了此方程的前提条件**$u > 0$。缺失了前提条件$u > 0$的方程$x' = k(x-ut)$不能确保推导出的时空变换描述"$K'$**系观测者与**$K$**系观测者始终有速度为'**$u > 0$**'的相对运动**"之物理事实。因此，在预设方程组(1)中应当引入方程"$x' = k(x-ut)$，$u > 0$"，而不应是方程$x' = k(x-ut)$。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

### （二）关于方程$x = k(x'+ut')$

**"洛伦兹变换"**的炮制者将方程$x = k(x'+ut')$作为方程$x' = k(x-ut)$的**'逆变换'**，引入预设方程组(1)。

但是，方程$x'=k(x-ut)$与方程$x=k(x'+ut')$明显不互为**“正函数”**与**“逆函数”**。实际上，由于在函数$x'=k(x-ut)$及其**“逆函数”**中除含有空间变量$x$，$x'$之外还有时间变量$t$，$t'$，故在**‘正函数’**及**‘逆函数’**中除有‘$x$与$x'$之关系式’外必定还有‘$t$与$t'$之关系式’。也就是说，**‘正变换’**及**‘逆变换’**各自应有两个变换式：**空间变换式与时间变换式**。也就是说，**‘正变换’**及**‘逆变换’**各自应为‘方程组’，而不应是‘单一方程’。

下面我们找出对于方程$x'=k(x-ut)$而言，其**“正变换”**与**“逆变换”**应具有的形式。设有如下方程组：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k'(x'+ut') \end{cases}$$

函数$x'=k(x-ut)$的逆函数为： $x=\dfrac{x'}{k}+ut$

于是有：

$$\frac{x'}{k}+ut\equiv k'(x'+ut')$$

$$k'x'-\frac{x'}{k}\equiv ut-k'ut'$$

$$kk'x'-x'\equiv kut-kk'ut'$$

$$(kk'-1)x'\equiv ku(t-k't')$$

由此式可得：为了使方程$x=k'(x'+ut')$与方程$x'=k(x-ut)$成为**‘正函数’**与**‘逆函数’**，充要条件为$\{kk'-1=0，\ t-k't'=0\}$，即$\left\{k'=\dfrac{1}{k},\ t'=kt\right\}$。

因此，对于方程$x'=k(x-ut)$而言，其**“正变换”**与**“逆变换”**应为互相等价的‘两组’方程：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ t'=kt \end{cases} \quad 与 \quad \begin{cases} x=\dfrac{1}{k}(x'+ut') \\ t=\dfrac{1}{k}t' \end{cases}$$

应当将方程组$\{x'=k(x-ut)，\ x=k(x'+ut')\}$替换为方程组$\{x'=k(x-ut)，\ t'=kt\}$

或方程组 $\{x=\frac{1}{k}(x'+ut')$，$t=\frac{1}{k}t'\}$，否则推导出的“洛伦兹变换” $\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right.$，$\left.t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ 就不满足“相对性原理”（请读者自行检验。提示：必须通过‘求逆函数’的方法来检验正函数与逆函数是否具有相同的张量形式，而不可用‘直接变换符号’的简单方法来确定时空变换式是否满足“相对性原理”，因为这种‘变换符号’法至今尚未获得理论证明，关于如何正确实施这种方法，尚存在歧义！）

～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～

（三）关于方程 $x=ct$ 与 $x'=ct'$

“洛伦兹变换”的炮制者为了使时空变换满足“光速不变原理”，设：在 $K'$ 系观测者与 $K$ 系观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）发出一道闪光。光照点在 $K'$ 系与 $K$ 系内的传播分别表为方程 $x'=ct'$ 与 $x=ct$（$c$ 为真空中光传播速率）。于是，在预设方程组(1)中引入方程 $x=ct$ 与 $x'=ct'$，即引入关系式 $\{x-ct\equiv x'-ct'=0\}$。

实际上，在‘一维时空’下，‘闵可夫斯基时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”，应表为约束条件 $x=x'$ 下的“光速不变性”定律，可以用下面的图 2 表示。

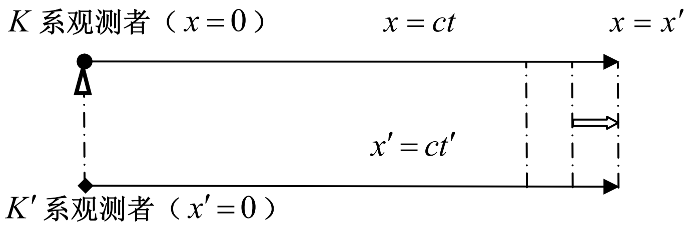



图 2 约束条件 $x=x'$ 下的“光速不变性”定律

如图 2 所示，约束条件 $x=x'$ 下的“光速不变性”定律应表为如下关系式：

$$\boxed{x-ct\equiv x'-ct'=0,\quad x=x'}$$

因此，在预设方程组(1)中应当引入关系式 $\{x-ct\equiv x'-ct'=0$，$x=x'\}$，即引入方程 $x=ct$，$x'=ct'$ 及 $x=x'$，而不应只是方程 $x=ct$，$x'=ct'$。

～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～

## （四）推导“洛伦兹变换”的(四种)预设方程组与相应的推导结果

(1)**“洛伦兹变换”**的炮制者所建立的预设方程组(1)：

$$
\begin{cases}
x' = k(x - ut) \\
x = k(x' + ut') \\
x = ct \\
x' = ct'
\end{cases}
\tag{1}
$$

将方程组(1)换写成齐次线性方程组形式：

$$
\begin{cases}
kx - x' - kut = 0 \\
-x + kx' + kut' = 0 \\
-x + ct = 0 \\
-x' + ct' = 0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
kx - x' - kut + 0 \bullet t' = 0 \\
-x + kx' + 0 \bullet t + kut' = 0 \\
-x + 0 \bullet x' + ct + 0 \bullet t' = 0 \\
0 \bullet x - x' + 0 \bullet t + ct' = 0
\end{cases}
$$

方程组的**转换矩阵** $A$ 为：

$$
A = \begin{bmatrix} k & -1 & -ku & 0 \\ -1 & k & 0 & ku \\ -1 & 0 & c & 0 \\ 0 & -1 & 0 & c \end{bmatrix}
$$

齐次线性方程组有非零解的充要条件为 $|A| = 0$：

$$
|A| = \begin{vmatrix} k & -1 & -ku & 0 \\ -1 & k & 0 & ku \\ -1 & 0 & c & 0 \\ 0 & -1 & 0 & c \end{vmatrix} = 0
$$

$$
|A| = k\begin{vmatrix} k & 0 & ku \\ 0 & c & 0 \\ -1 & 0 & c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & -ku & 0 \\ 0 & c & 0 \\ -1 & 0 & c \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -1 & -ku & 0 \\ k & 0 & ku \\ -1 & 0 & c \end{vmatrix}
$$

$$
= k(kc^2 + kuc) - c^2 - (k^2u^2 + k^2uc)
$$

$$
= k^2(c^2 + uc) - c^2 - k^2(u^2 + uc)
$$

$$
= k^2c^2 + k^2uc - c^2 - k^2u^2 - k^2uc
$$

$$
= k^2c^2 - c^2 - k^2u^2 = 0
$$

$$k^2(c^2-u^2)-c^2=0$$

$$k^2-\frac{c^2}{c^2-u^2}=0$$

$$k=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

将$k$值代入预设方程组(1)，得出**“洛伦兹变换”**$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\quad t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

(2) 按上面的（一）节所述对方程$x'=k(x-ut)$之要求进行修改，将预设方程组(1)修改成如下的预设方程组(2)：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut)，\ u>0 \\ x=k(x'+ut') \\ x=ct \\ x'=ct' \end{cases} \qquad (2)$$

可以看到，预设方程组（2）同预设方程组（1）一样，同样也可推导出**“洛伦兹变换”**$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\quad t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

(3) 按上面的（三）节所述对方程$x=ct$，$x'=ct'$之要求进行修改，将预设方程组(1)修改成如下的预设方程组(3)：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ \{x-ct\equiv x'-ct'=0，\ x=x'\} \end{cases} \qquad (3)$$

（‘闽氏时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”）

可以写成：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ x = k(x' + ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' \end{cases} \qquad (3)$$

解方程组(3)，得 $\left\{\dfrac{x}{t} \equiv \dfrac{x'}{t'} = c\right\} \Rightarrow \left\{\dfrac{x}{t} \equiv \dfrac{x'}{t'}\right\}$ **[“恒等变换”（Identical Transformation）]**

**“恒等变换”** $\left\{\dfrac{x}{t} \equiv \dfrac{x'}{t'}\right\}$ 等同于 **‘两观测者无相对运动（$u \equiv 0$）’** 场合下之 **“伽利略变换”** $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x - 0 \bullet t \\ t \end{bmatrix}$

由此可见，只有在 **‘两观测者无相对运动（$u \equiv 0$）’** 场合下，‘闽可夫斯基时空’内质点运动满足 **“时空间隔不变性”**，才是一个真命题。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~ ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

(4) 按上面的（一）、（三）**两节**所述对方程 $x' = k(x - ut)$ 及对方程 $x = ct$，$x' = ct'$ 之要求进行修改，将预设方程组(1)修改成如下的预设方程组(4)：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut),\ u > 0 \text{（“两观测者始终有相对运动”）} \\ x = k(x' + ut') \\ \{x - ct \equiv x' - ct' = 0,\ \ x = x'\} \end{cases} \qquad (4)$$

（‘闽氏时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”）

可以写成：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut),\ u > 0 \\ x = k(x' + ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' \end{cases} \qquad (4)$$
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

这样，预设方程组(4)确能满足**“两观测者始终有相对运动”**之物理前提（$u>0$）。但是，**方程**$\{x'=k(x-ut)$，$u>0$，$x=k(x'+ut')\}$**明显与方程**$\{x-ct\equiv x'-ct'=0$，$x=x'\}$ $\Leftrightarrow\{u\equiv 0\}$（即$\{x=ct$，$x'=ct'$，$x=x'\}$）**不兼容**，因此，预设方程组（4）是一个**‘无解’**的方程组。

由此可见，在**‘两观测者有相对运动（$u>0$）’**场合下，‘闽可夫斯基时空’内质点运动满足**“时空间隔不变性”**，是一个伪命题。

推导**“洛伦兹变换”**的预设方程组(1)及预设方程组(2)列于**表** 1。

表 1 推导“洛伦兹变换”的预设方程组(1)及预设方程组(2)

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">预 设 方 程 组</td><td>推 导 结 果</td></tr>
<tr><td>（1）</td><td>$x'=k(x-ut)$<br>$x=k(x'+ut')$</td><td rowspan="2">$x=ct$，$x'=ct'$</td><td>预设方程组（1）：<br>$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ x=ct \\ x'=ct' \end{cases}$<br>导出“洛伦兹变换”：<br>$\left\{ x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right\}$</td></tr>
<tr><td>（2）</td><td>两观测者有相对运动：<br>$x'=k(x-ut), u>0$<br>$x=k(x'+ut')$</td><td>预设方程组（2）：<br>$\begin{cases} x'=k(x-ut), u>0 \\ x=k(x'+ut') \\ x=ct \end{cases}$<br>$x'=ct'$<br>导出“洛伦兹变换”：<br>$\left\{ x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right\}$</td></tr>
</table>

推导**“洛伦兹变换”**的预设方程组(3)及预设方程组(4)列于**表** 2。

表 2 推导“洛伦兹变换”的预设方程组(3)及预设方程组(4)

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">预　设　方　程　组</td><td>推 导 结 果</td></tr>
<tr><td>（3）</td><td>$x' = k(x - ut)$<br>$x = k(x' + ut')$</td><td rowspan="2">依据“时空间隔不变性”：<br>$x = ct$，$x' = ct'$，$x = x'$</td><td>预设方程组（3）：<br>$\begin{cases} x' = k(x - ut), \\ x = k(x' + ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' \end{cases}$<br>导出“恒等变换” $\left\{ \dfrac{x}{t} \equiv \dfrac{x'}{t'} = c \right\}$<br>$\Rightarrow \left\{ \dfrac{x}{t} \equiv \dfrac{x'}{t'} \right\} \Leftrightarrow \{ u \equiv 0 \}$</td></tr>
<tr><td>（4）</td><td>两观测者有相对运动：<br>$x' = k(x - ut), u > 0$<br>$x = k(x' + ut')$</td><td>预设方程组（4）：<br>$\begin{cases} x' = k(x - ut), u > 0 \\ x = k(x' + ut') \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' \end{cases}$<br>预设方程组（4）‘无解’。</td></tr>
</table>

## 四、“洛伦兹变换”的性质

（1）将 $x = ct$ 代入，得：$t' = \dfrac{t - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{t - \dfrac{uct}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{t - \dfrac{u}{c}t}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} = t\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}$

（2）将 $x = ct$ 代入 $x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$，得：$x' = \dfrac{ct - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{c - u}{\sqrt{c^2 - u^2}} ct = ct\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}} = ct'$

由此可得以下关系式：

$$\left\{x=ct, x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\} \Leftrightarrow \left\{x=ct，\ x'=ct'，\ t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}$$

$$\Rightarrow \{x=ct, x'=ct'\}$$

即：
$$\left\{x=ct, x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\} \Rightarrow \{x=ct, x'=ct'\}$$

此关系式可表为图 3。

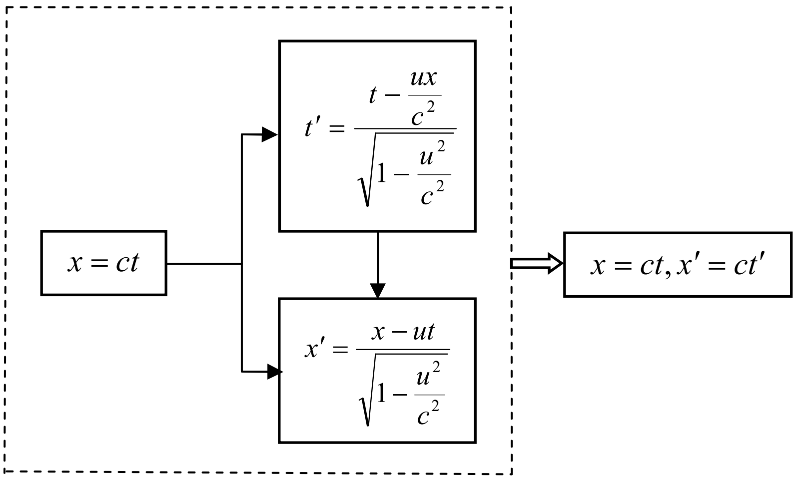



图 3 时空轨迹 $x = ct$ 在“洛伦兹变换”下的“协变”

图 3 等价于下面的图 3a。

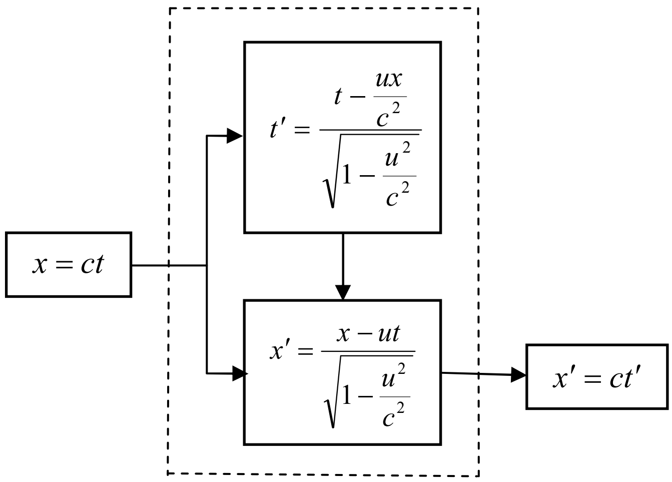



图 3a 时空轨迹 $x = ct$ 在“洛伦兹变换”下的“协变”

图 3a 证明：**“洛伦兹变换”** $\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ 具有使函数 $x=ct$ “不变”（“协变”）的功能，也就是说，对于光波（电磁波）的传播运动 $x=ct$，**“洛伦兹变换”**表现为**“恒等变换”**：

$$\left\{\frac{x}{t}\equiv\frac{x'}{t'}=c\right\}\Leftrightarrow\{x-ct\equiv x'-ct'=0\}\Leftrightarrow\{x\equiv x', t\equiv t'\}$$

**“洛伦兹变换”**的这一特性恰使 Maxwell **电磁方程组**中电磁波（平面波动）的协变性获得验证：

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}\equiv\frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2}=0$$

**“洛伦兹变换”**的数学式 $\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ 是在预设方程组（1）或预设方程组（2）中**‘植入’**了方程 $\left\{\frac{x}{t}\equiv\frac{x'}{t'}=c\right\}$ 才得来的，故其中必含 $\left\{\frac{x}{t}\equiv\frac{x'}{t'}=c\right\}$。这样，**“洛伦兹变换”** $\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ 成为人们专为函数 $x=ct$ 满足 “不变性”（“协变性”），‘量身定制’的一个‘时空变换式’。因此**“洛伦兹变换”**的数学式 $\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ **‘具有且仅具有’**使函数 $x=ct$ “不变”（“协变”）之功能，仅此而已。

此外，**“洛伦兹变换”** $\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ 不满足**“相对性原理”**，故**“洛伦兹变换”**不普适于使任意函数 $x=f(t)\neq ct$ ‘协变’!!

将“恒等变换”$\left\{\frac{x}{t}\equiv\frac{x'}{t'}=c\right\}$示于图 4。

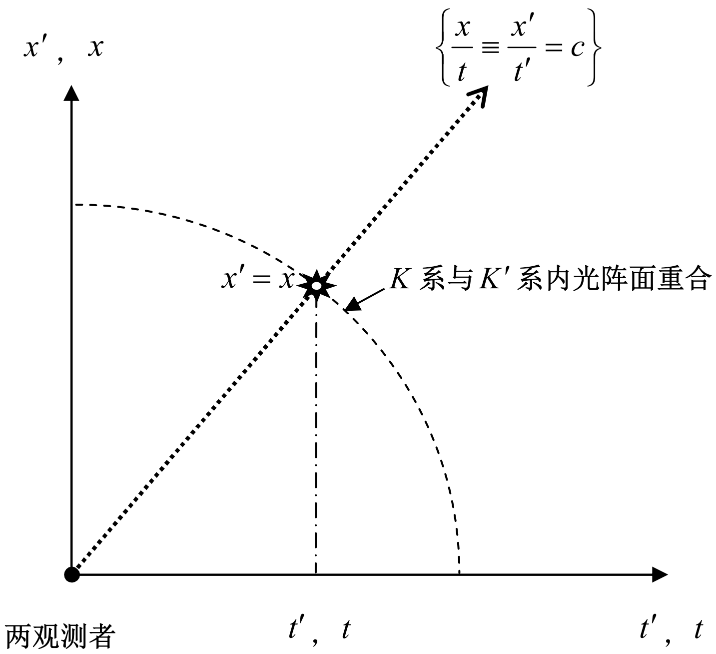



图 4 两观测者的观测矢量$\begin{bmatrix}x(t)=ct & t\end{bmatrix}^T$与$\begin{bmatrix}x'(t')=ct' & t'\end{bmatrix}^T$

如若只是为了验证 Maxwell **电磁方程组**中电磁波（平面波动）的协变性，那么按上面**表 2** 中的**情况**（3），从预设方程组（3）直接解出“**恒等变换**”$\left\{\frac{x}{t}\equiv\frac{x'}{t'}=c\right\}\Leftrightarrow$ $\{x-ct\equiv x'-ct'=0\}\Leftrightarrow\{x\equiv x',t\equiv t'\}$就可以了。

此外，作为（三维）**伽利略时空**$\begin{bmatrix}\vec{r} & t\end{bmatrix}^T$内之“（**特殊**）**洛伦兹变换**”的表达式：

$$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},y'=y,z'=z,t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$$

是一个错误的表达式，因为其中的$y'=y$与$z'=z$是草率地凭主观意识拼凑进去的。这个表达式并不是在设定相对速度（矢量）为$\vec{u}=\begin{bmatrix}u & 0 & 0\end{bmatrix}^T$的条件下从（三维）**伽利略时空**$\begin{bmatrix}\vec{r} & t\end{bmatrix}^T$内的“（**一般**）**洛伦兹变换**”演绎出来的，故不能成为“（**特殊**）**洛伦兹变换**”的‘整体’表达式。

下面我们验证**“洛伦兹变换”**$\left\{x'=ct',t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}},x=ct\right\}$不满足**“相对性原理”**：

$$\begin{cases}\text{“正变换”：}\ x'=ct'=ct\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}=x\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}\\ \text{“逆变换”：}\ x'\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}=x\dfrac{t'}{t}\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}=ct'\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}=x'\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}\neq x'\end{cases}$$

验证毕。

至此，我们可得以下结论：“洛伦兹变换”$\left\{x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},t'=\dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\right\}$‘具有且仅具有’使函数$x=ct$“不变”(“协变”)之功能。“洛伦兹变换”不满足“相对性原理”，故不能成为普适于使任意函数$x=f(t)\neq ct$‘协变’的时空变换。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

下面，我们采用一种简捷的方法推导出伽利略-周方变换**(Galilean-Zhou Transformation)**。

## 五、“伽利略-周方变换”之导出

（1）在$t'=t=0$时，$K'$系与$K$系重合。在$t'$，$t\geq 0$时，$K'$系相对于$K$系做速度为$u$的平移运动，故空间变换式的数学式应为$x'=k(x-ut)$，$u>0$。

（2）两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“相对性原理”：

函数 $x'=k(x-ut)$ 的逆函数为：

$$\begin{cases}x=\dfrac{x'}{k}+ut=\dfrac{1}{k}(x'+kut)=\dfrac{1}{k}(x'+ut')\\ t'=kt\end{cases}$$

即：

$$\begin{cases}x=\dfrac{1}{k}(x'+ut')\\ t=\dfrac{1}{k}t'\end{cases}$$

从而得到**‘互为正、逆变换’**的互相等价的两组方程：

$$\begin{cases} x' = k(x-ut) \\ \\ t' = kt \end{cases} \quad \text{与} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{k}(x'+ut') \\ \\ t = \frac{1}{k}t' \end{cases}$$

两组方程中任一组方程皆为时空变换式。现取：

$$\begin{cases} x' = k(x-ut)\text{，} \quad u>0 \\ t' = kt \end{cases}$$

为时空变换式。式中$k$为待定系数。

（3）**两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“运动观测定律”：**

**‘两观测者同时观测到运动质点’之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。**

在‘一维时空’下，**“运动观测定律”**可表为**约束条件**$x = x'+ut'$下的**“光速不变性”定律**，可以用下面的图 5 表示。

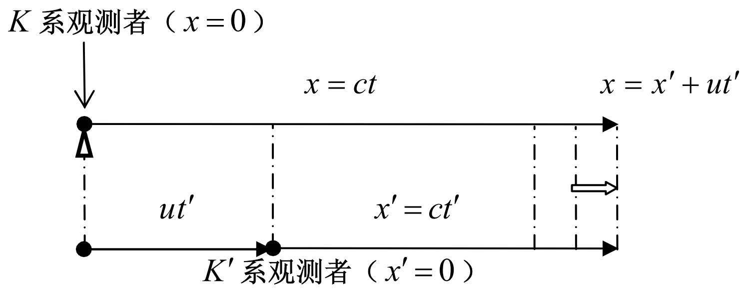



图 5 约束条件$x = x'+ut'$下的“光速不变性”定律

如图 5 所示，**约束条件**$x = x'+ut'$**下的“光速不变性”定律**可表为如下关系式：

$$\boxed{\{x-ct \equiv (x'+ut')-ct'=0\} \Leftrightarrow \{x \equiv x'+ut'\}\text{，} \quad u>0}$$

引入**两观测者有相对运动**（$u>0$）**下的“光速不变性”定律**，等同于引入**约束条件**$x = x'+ut'$**下的“光速不变性”定律**，等同于引入方程组$x=ct$，$x'=ct'$与$x=x'+ut'$。

这样，推导**伽利略-周方变换**的预设方程组便是：

$$\begin{cases} x' = k(x-ut)\text{，} \quad u>0 \\ t' = kt \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' + ut'\text{，} \quad u>0 \end{cases}$$

将 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 代入 $x = x' + ut'$，得：

$$ct = ct' + ut'$$

$$ct = (c+u)t'$$

$$t' = \frac{c}{c+u}t = \frac{1}{1+\frac{u}{c}}t = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$$

将 $t' = \left(1+\frac{u}{t}\right)^{-1}t$ 与时间变换式 $t' = kt$ 相对照，得：$k = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$。

将 $k = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$ 代入时空变换式：

$$\begin{cases} x' = k(x-ut)\text{，} \quad u>0 \\ t' = kt \end{cases}$$

得出伽利略-周方变换：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

## 六、“伽利略-周方变换”的性质

将 $x = ct$ 代入伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$，得：

$$\begin{cases} x' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(ct-ut) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(c-u)t = (c-u)t' \\ t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases}$$

由此得出如下关系式：

$$\left\{ x = ct, \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix} \right\} \Leftrightarrow \left\{ x = ct，\ x' = (c-u)t'，\ t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \right\}$$

$$\Rightarrow \{ x = ct, x' = (c-u)t' \}$$

即： $$\left\{ x = ct, \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix} \right\} \Rightarrow \{ x = ct, x' = (c-u)t' \}$$

时空轨迹 $x = ct$ 在“伽利略-周方变换”下的“协变”示于图 6。

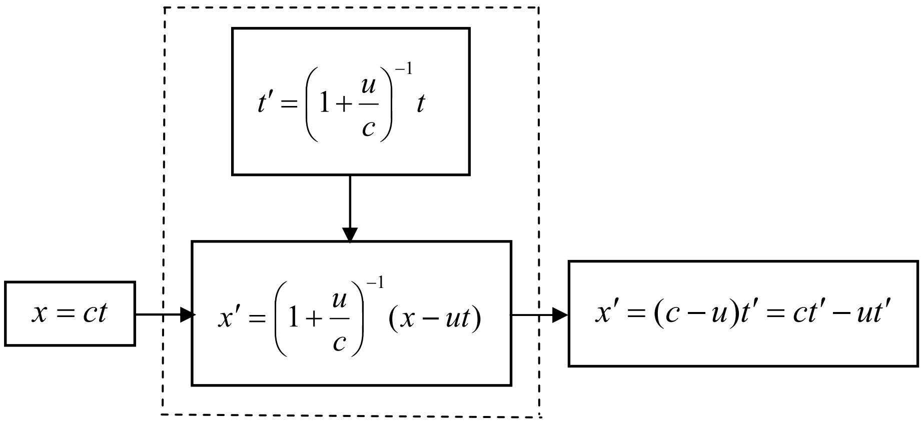



图 6 时空轨迹 $x = ct$ 在“伽利略-周方变换”下的“协变”

将 $x = ct$ 与 $x' = (c-u)t'$ 示于图 7。

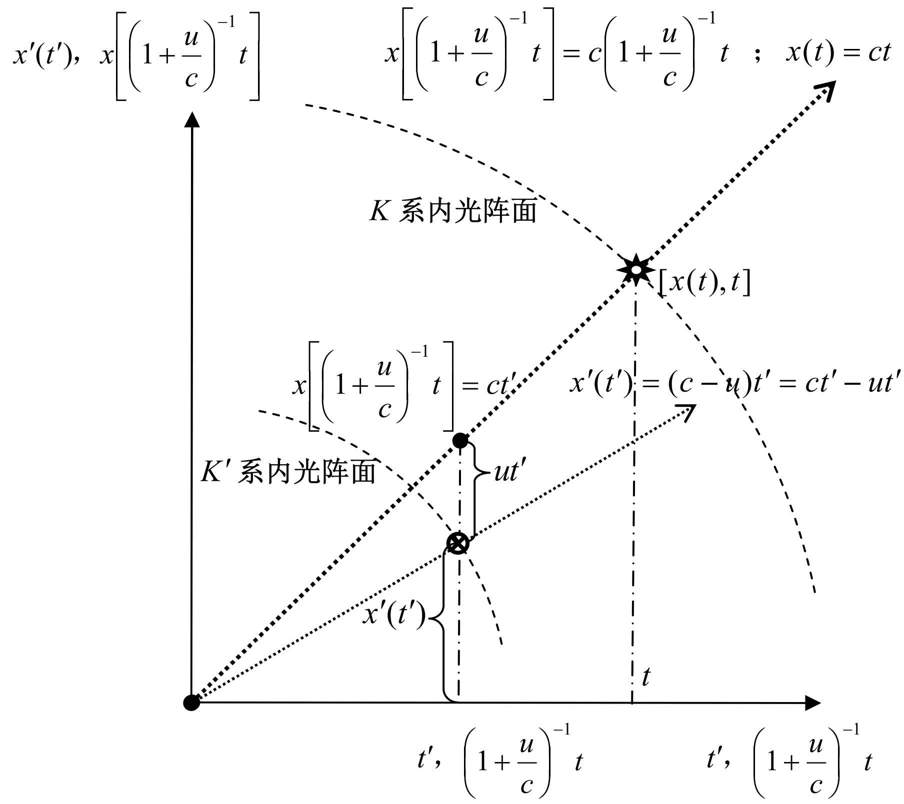



图 7 两观测者的观测矢量$\begin{bmatrix}x(t)=ct & t\end{bmatrix}^T$与$\begin{bmatrix}x'(t')=(c-u)t' & t'\end{bmatrix}^T$

从图 7 可知，在每时每刻$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$，两观测者同时观测到运动质点，此时有：$K'$系观测者的观测矢量$\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}$与 $K$ 系观测者的观测矢量$\begin{bmatrix}x\left[\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right]\\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\end{bmatrix}$通过两观测者之间的距离$ut'$构成**‘矢量合成三角形’**。

**“伽利略-周方变换”**$\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}$其实就是两观测者有相对运动场合下在每个时刻$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$下形成的**“伽利略变换”**：

$$\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\left[\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right]-u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\end{bmatrix}$$

换言之，**“伽利略-周方变换”**其实就是**两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值**场合下因‘多普勒效应’导致两参考系之间**‘时空度规’**发生变动而在每时每刻$t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$下形成的**“伽利略变换”**。

在**“伽利略-周方变换”**$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$中令$u \equiv 0$，**“伽利略-周方变换”**即退化为**“两观测者无相对运动（$u \equiv 0$）”**场合下之特例 —**“恒等变换”**$\left\{ \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \right\} \Leftrightarrow$ $\{x \equiv x', \ t \equiv t'\}$，等同于**“两观测者无相对运动（$u \equiv 0$）”**场合下的**“伽利略变换”**$\left\{ \begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - 0 \bullet t \\ t \end{bmatrix} \right\}$。

下面我们验证**“伽利略-周方变换”**$\left\{ x' = (c-u)t', \ t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t, x = ct \right\}$能满足**“相对性原理”**：

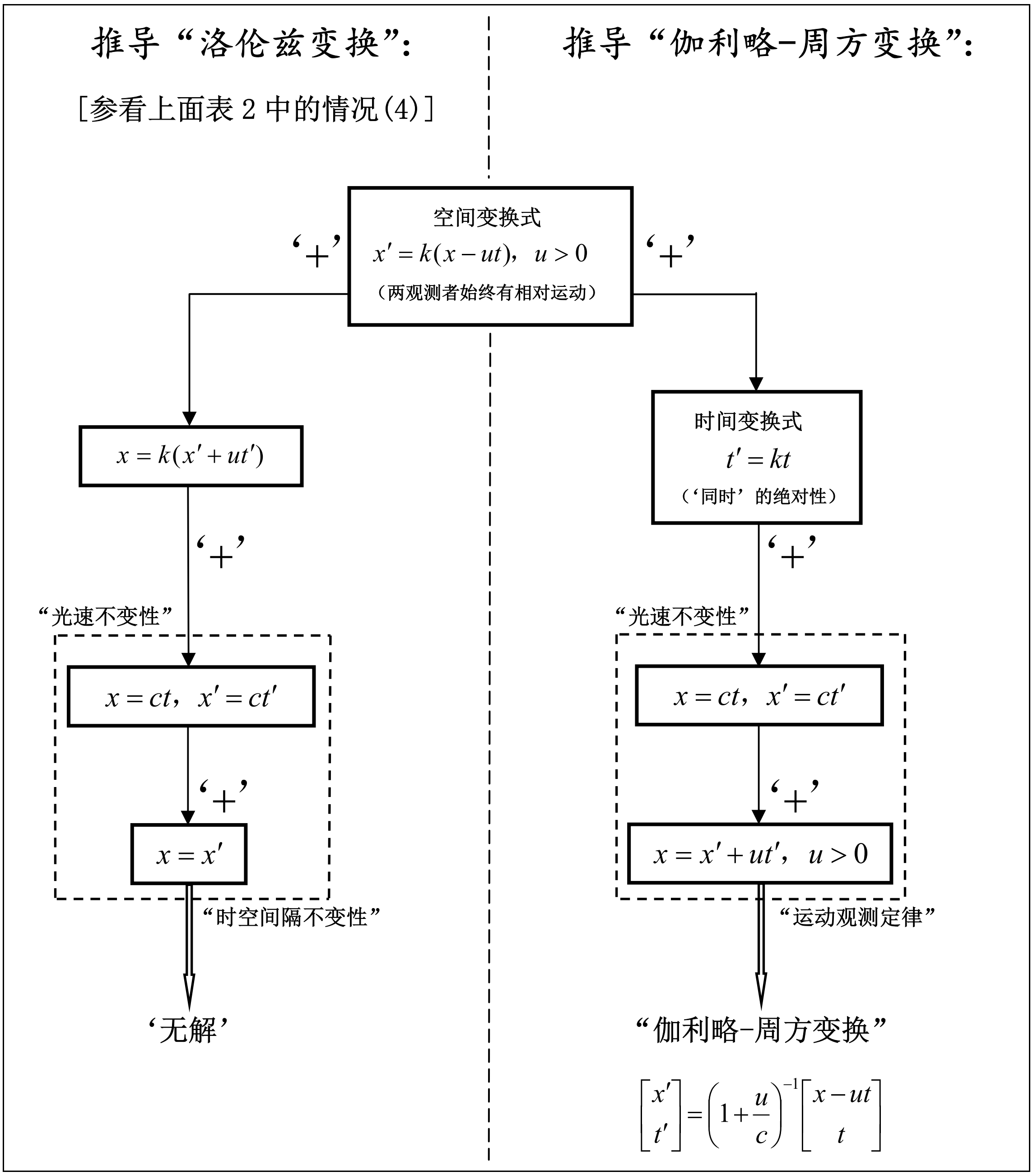
$$\begin{cases} \text{“正变换”：} \quad x' = (c-u)t' = (c-u)\dfrac{c}{c+u} t = x\dfrac{c-u}{c+u} \\ \\ \text{“逆变换”：} \quad x\dfrac{c-u}{c+u} = x'\dfrac{ct}{(c-u)t'}\dfrac{c-u}{c+u} = x'\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\dfrac{t}{t'} = x' \end{cases}$$

**验证毕**。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

为了对照，将两种预设方程组及相应的推导结果列于**表 3**。
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

表 3 两种预设方程组及相应的推导结果



“伽利略-周方变换”计算示例（一维时空）

对于‘**一维时空**’场合，$K'$系与 $K$ 系之间的关系示于图 8。

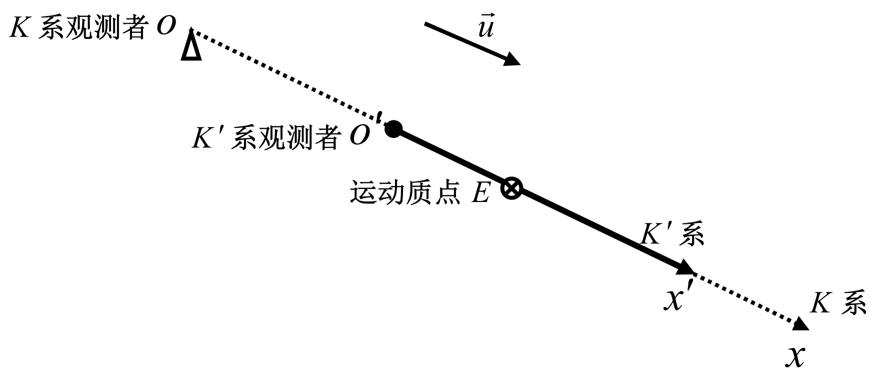



图 8 $K'$系与 $K$ 系之间的关系

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$的 $K'$系时空点与 $K$ 系时空点示于图 9。

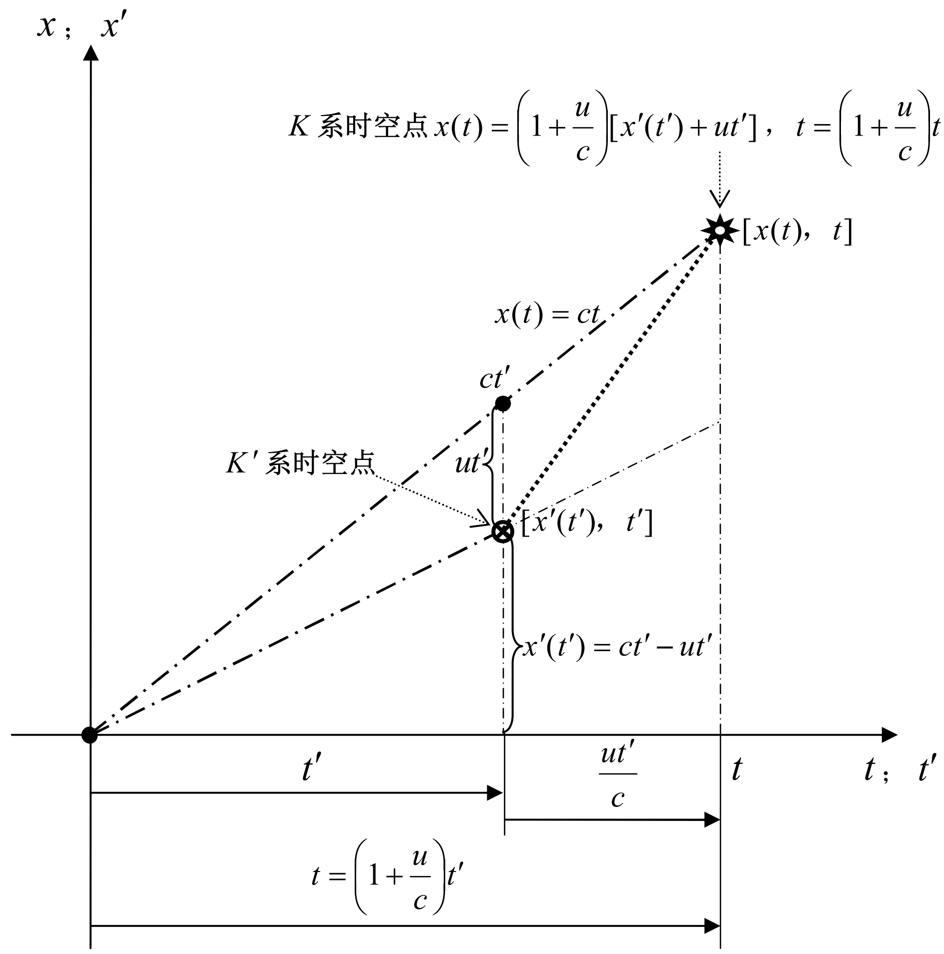



图 9 在 $x$ 轴方向上伽利略-周方变换的 $K'$系时空点与 $K$ 系时空点

解读图 9 的形成机制：

（1）“在$t'$，$t \geq 0$时，$K'$系相对于$K$系沿$x(x')$轴正方向做速度为$u$的平移运动”。

（2）在时刻$t'$，**光照点**（被观测到的**运动质点**）在$K'$系内的位置为$x'(t') = ct' - ut'$，及$K'$**系观测者**在$K$系内的位置为$ut'$，故**光照点**在$K$系内的位置为$x'(t') + ut'$。

若不考虑光的传播速度（或假设光以无穷大之速度进行传播），则在这个时刻$t'$，$K$系**观测者**可以与在他前方距离为$ut'$的$K'$**系观测者**同时观测到该**光照点**。可是，因为光的传播速度为有限值，所以$K$**系观测者**不能与在他前方的$K'$**系观测者**同时观测到该**光照点**，而只能在滞后于时刻$t'$的时刻$t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$观测到该**光照点**。由于光在**伽利略时空**$[\vec{r}, \quad t]^T$内‘任意’时空点$[\vec{r}(t), \quad t]^T$的“**传播时空弹性**”为$\varepsilon = \frac{d \ln|\vec{r}(t)|}{d \ln t} = 1$，因此，在时刻$t = \left(1 + \frac{u}{c}\right)t'$，有$x(t) = \left(1 + \frac{u}{c}\right)[x'(t') + ut']$。

计算结果示于图 10。

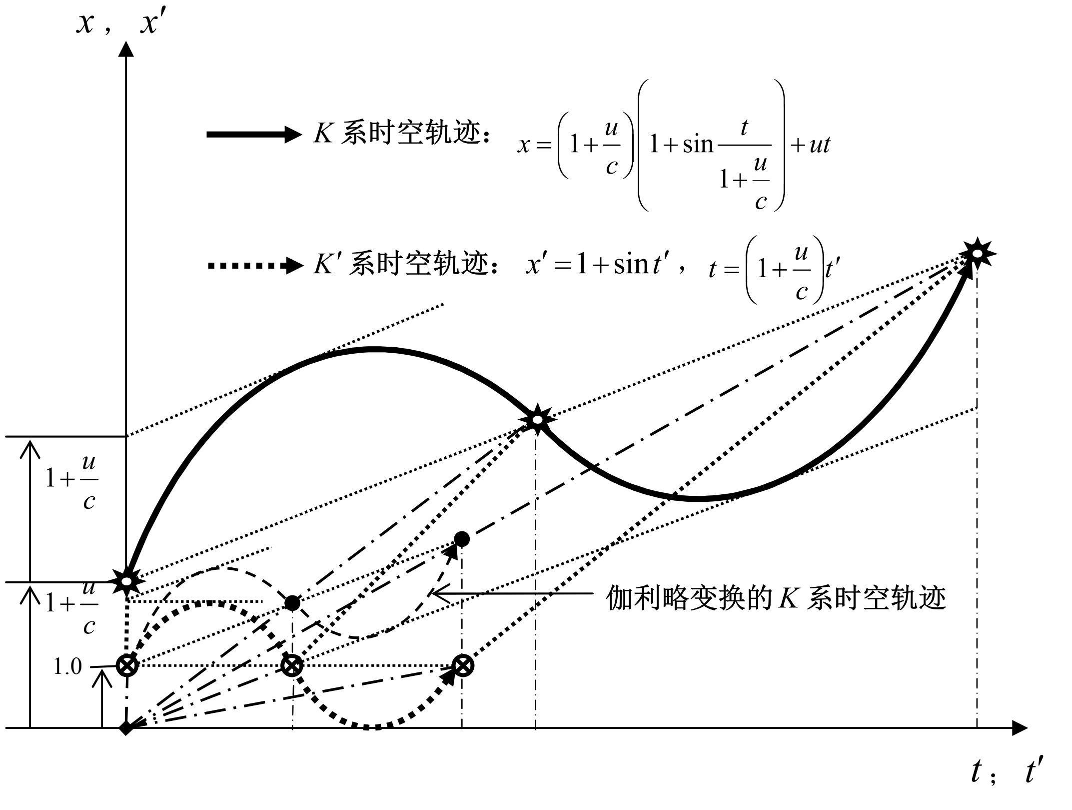



图 10　在$x$轴方向上$K'$系时空轨迹与$K$系时空轨迹之间的‘协变’

图 9 与图 10 展示了运动质点（光照点）的$K'$系时空轨迹$x' = 1 + \sin t'$通过“**伽利略-**

周方变换”转换为 $K$ 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$ 的‘协变’情况：

（1）由于 $K'$ 系观测者与 $K$ 系观测者之间有相对运动（$u$）且真空中光传播速率为有限值（$c$），使得从 $K'$ 系观测者向 $K$ 系观测者传播的波动产生‘多普勒效应’（“红移”）。因此，在 $K$ 系观测者看来，$K'$ 系中的波动变慢 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍[ 即频率变低 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍 ]，等同于波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

（2）$K$ 系观测者的‘光照点’$\left[x(t)=ct,\quad t\right]^T$ 满足‘光传播定律’：$x(t)=ct$，$c=const.$，使得光的“光传播时空弹性”为 $\varepsilon=\frac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1$，所以，在 $K$ 系观测者看来，$K'$ 系中的波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，就使得波长与振幅均变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

总的情况是：在 $K$ 系观测者看来，$K'$ 系中的波动：频率变低 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，即周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，致使波长及振幅均变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

在两观测者之间的相对速度为 $\vec{u}=\left[u\quad 0\quad 0\right]^T=const.$ 的情况下，（特殊）伽利略-周方变换的变换方程组为：

$$\begin{cases} x=\left(1+\frac{u}{c}\right)(x'+ut') \\ y=\left(1+\frac{u}{c}\right)y' \\ z=\left(1+\frac{u}{c}\right)z' \\ t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t' \end{cases} \qquad \begin{cases} x'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}(x-ut) \\ y'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}y \\ z'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}z \\ t'=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}t \end{cases}$$
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

（特殊）伽利略-周方变换下 $K$ 系观测者的 $K$ 系时空点（观测矢量）示于图 11、图 12。

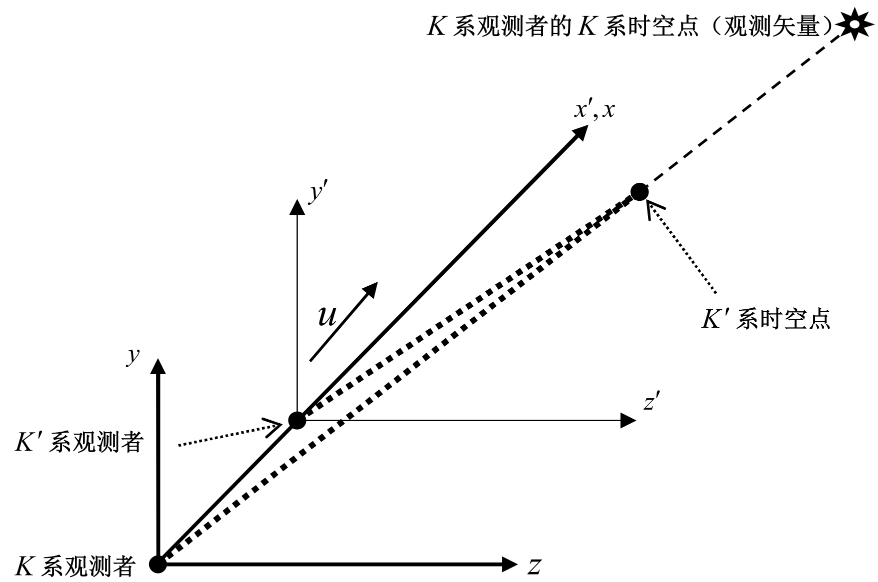



图 11 （特殊）伽利略-周方变换下 $K$ 系观测者的 $K$ 系时空点（观测矢量）

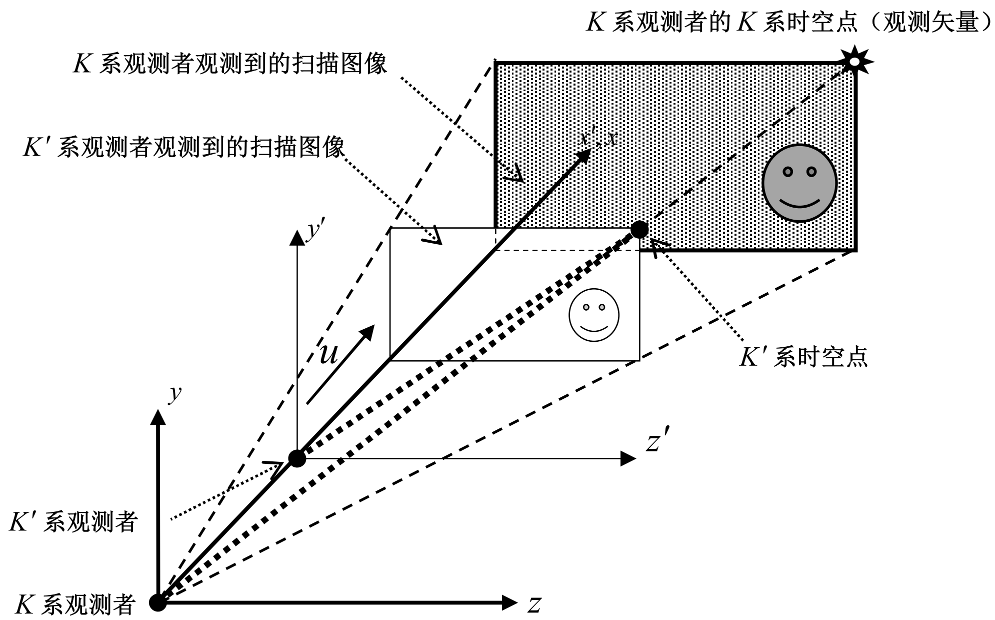



图 12 （特殊）伽利略-周方变换下 $K$ 系观测者的 $K$ 系时空点（观测矢量）

（特殊）“伽利略-周方变换”计算示例

设：某运动质点的 $K'$ 系时空轨迹为 $x'(t') = 1 + \sin t'$， $y'(t') = at'^2$， $z'(t') = bt'$。

将 $x'(t') = 1 + \sin t'$， $y'(t') = at'^2$， $z'(t') = bt'$ 代入（特殊）伽利略-周方变换方程组：

$$\begin{cases} x=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(x'+ut') \\ y=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)y' \\ z=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)z' \\ t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

得出该运动质点的 $K$ 系时空轨迹：

$$\begin{cases} x(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left[x'(t')+ut'\right]=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin t'+ut') \\ \quad =\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}+u\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}})=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left(1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}\right)+ut \\ y(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at^2\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-2}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}at^2 \\ z(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt'=bt \\ t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

反之，将 $x(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin t'+ut')$，$y(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2$，$z(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt'$ 代入“逆变换”：

$$\begin{cases} x'=\dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}(x-ut) \\ y'=\dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}y \\ z'=\dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}z \\ t'=\dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}t \end{cases}$$

得出该运动质点的 $K'$ 系时空轨迹：

$$\begin{cases} x'(t')=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}x(t)-ut'=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin t'+ut')-ut'=1+\sin t' \\ y'(t')=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}y(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2=at'^2 \\ z'(t')=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}z(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt'=bt' \\ t'=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t \end{cases}$$

计算结果 —$K'$ 系时空轨迹 [ $x'(t')$ , $y'(t')$ , $z'(t')$ ] 与相应的 $K$ 系时空轨迹 [ $x(t)$ , $y(t)$ , $z(t)$ ] 之间的‘协变’示于图 13、图 14、图 15。

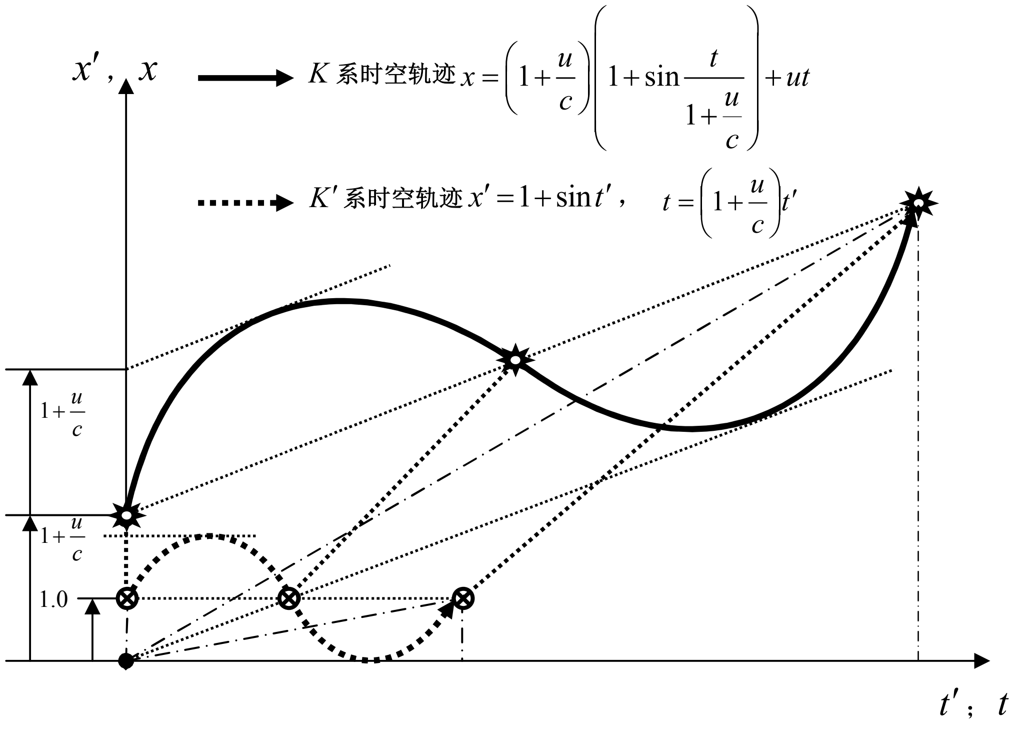



图 13 在 $x$ 轴方向上 $K'$ 系时空轨迹与 $K$ 系时空轨迹之间的‘协变’

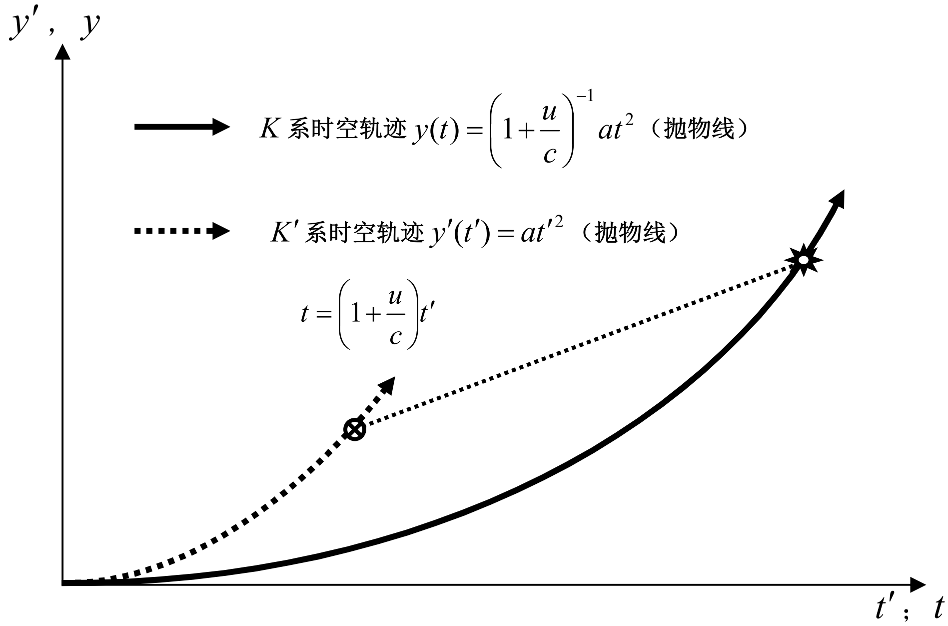



图 14 在 $y$ 轴方向上 $K'$ 系时空轨迹与 $K$ 系时空轨迹之间的‘协变’

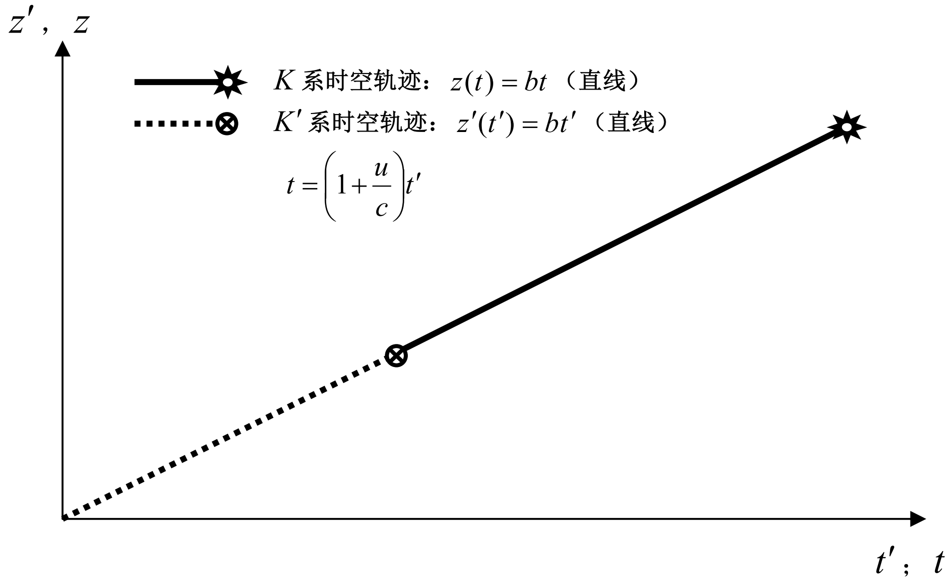



图 15 在 $z$ 轴方向上 $K'$ 系时空轨迹与 $K$ 系时空轨迹之间的‘协变’

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

（特殊）“伽利略-周方变换”为：

$$\left\{x'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(x-ut)\quad y'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}y\quad z'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}z\quad t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right\}$$

在 $u\equiv 0$ 下退化为“两观测者无相对运动（$u\equiv 0$）”场合下之特例 —“恒等变换”
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

$\left\{\begin{bmatrix}\vec{r}'\\ t'\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}\vec{r}\\ t\end{bmatrix}\right\}\Leftrightarrow\{\,x'\equiv x$，$y'\equiv y$，$z'\equiv z$，$t'\equiv t\,\}$，或**“两观测者无相对运动（$u\equiv 0$）”**场合下的**“伽利略变换”** $\begin{bmatrix}\vec{r}'\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}-0\bullet t\\ t\end{bmatrix}$。在这种情况下，上面的**图 11** 就相应地变为**图 16**。

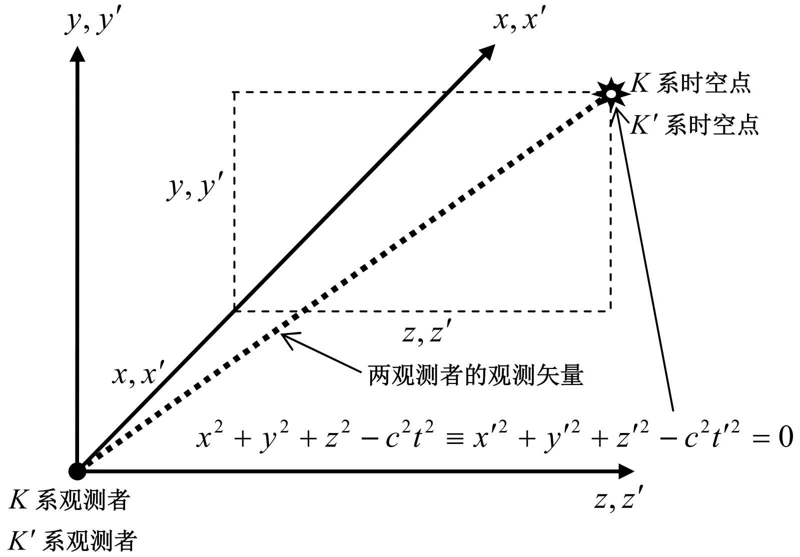



图 16 （特殊）伽利略-周方变换在$u\equiv 0$下退化为“恒等变换”

我们可得以下结论：**“伽利略−周方变换”** $\begin{bmatrix}\vec{r}'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}\vec{r}-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}$满足**“相对性原理”**，是**“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”**场合下客观存在的唯一的**时空变换**。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

# 结 论

“洛伦兹变换”的炮制者从预设方程组(1)得出的“洛伦兹变换”$\left\{x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},t'=\dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\right\}$是专为函数$x=ct$“不变”（“协变”），‘量身定制’的一个‘时空变换式’。

**“洛伦兹变换”** $\left\{x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\quad t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ **‘具有且仅具有’** 使函数 $x = ct$ “不变”（“协变”）的功能，仅此而已。

对于光波（电磁波）的传播运动 $x = ct$，**“洛伦兹变换”** 表现为 **“恒等变换”**：

$$\left\{\frac{x}{t} \equiv \frac{x'}{t'} = c\right\} \Leftrightarrow \{x - ct \equiv x' - ct' = 0\} \Leftrightarrow \{x \equiv x', t \equiv t'\}$$

**“洛伦兹变换”** 的这一‘特性’恰使 Maxwell **电磁方程组**中电磁波（平面波动）的协变性获得验证：$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \equiv \frac{\partial^2\phi}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2} = 0$

**“洛伦兹变换”** 的数学式 $\left\{x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ 不满足 **“相对性原理”**。所以，

**“洛伦兹变换”** $\left\{x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right\}$ 不具有使任意函数 $x = f(t) \neq ct$ “不变”（“协变”）的功能，故它不是普适于任意函数 $x = f(t) \neq ct$ “协变”的‘时空变换’。

其实，我们可以按上面**表 2** 中的**情况(3)**，从预设方程组(3)直接解出 **“恒等变换”** $\left\{\frac{x}{t} \equiv \frac{x'}{t'} = c\right\} \Rightarrow \{ x \equiv x' ,\ t \equiv t' \}$，将它用于对 Maxwell **电磁方程组**中电磁波（平面波动）的‘协变性’进行验证。

**“洛伦兹变换”** 在一个多世纪内对现代科学的发展起了阻碍作用，致使以它为理论基础的狭义相对论中“悖论百出”。因此可以认为，依赖于 **“洛伦兹变换”** 所得出的任何结论，以及以 **“洛伦兹变换”** 为基础，或有其参与，或赖其佐证而得到的任何结论都不可避免是**违背物理事实的、荒谬的，都是不可置信的**。

本文的分析揭示：在 **‘两观测者有相对运动（$u > 0$）’** 之场合下，‘闽可夫斯基时空’内质点运动满足 **“时空间隔不变性”**，是一个伪命题。只有在 **‘两观测者无相对运动（$u \equiv 0$）’** 之特殊场合下，‘闽可夫斯基时空’内质点运动满足 **“时空间隔不变性”** 才是一个真命题。

本文还首次提出了一条重要定律：“在两观测者有相对运动的场合下，‘伽利略时空’内‘两观测者同时观测到运动质点’之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。此定律可称为“运动观测定律”，它将成为“运动观测论”的基础定律之一。

在“两观测者有相对运动但真空中光传播速率为无穷大”的假定条件下，或在“两观测者的相对速度远远小于光速”的情况下，时空变换近似地为“伽利略变换”；在“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”场合下，客观存在的唯一的时空变换为“伽利略-周方变换”。

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

## 参 考 文 献


**[1]**《狭义与广义相对论浅说》，（美）A.爱因斯坦/著　杨润殷/译　北京大学出版社　2006 年版

**[2]**《狭义相对论（第二版）》，刘辽 费保俊 张允中 编著　科学出版社　2008 年版

**[3]**《牛顿力学的新时空变换》，周 方/著　经济科学出版社　2013 年版

**[4]**《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》，周 方/著　经济科学出版社　2014 年版

**[5]**《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》（第二版），周 方/著　经济科学出版社　2016 年版

**[6]**《相对运动观测理论》，周 方/著　经济科学出版社　2018 年版


******************** ******************* ********************

# Replacement of Lorentz Transformation by Galilean-Zhou Transformation


**Fang Zhou**

tony_zf_zf_zf@126.com



**Abstract** In the article, a comprehensive analysis on Lorentz Transformation is carried out. It is exposed that essential and fatal errors exist in Lorentz Transformation. These errors make Lorentz Transformation unable to meet the ‘Principle of Relativity’. The paper presents a detailed comparison between Lorentz Transformation and Galilean-Zhou Transformation, which shows Galilean-Zhou Transformation completely conforms the real observation process of two relatively moving observers. In consequence, it is expectable that Galilean-Zhou Transformation will unavoidably supersede Lorentz Transformation.
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

# 作 者 简 介

周 方　男　湖南省华容县人　1932 年 9 月 28 日生于湖南省长沙市

教授、博士生导师。1950 年就读于大连工学院(现大连理工大学)应用物理系，后赴苏联留学，毕业于莫斯科航空学院飞机设计与制造系。著述所涉及的专业领域：航空工程、系统工程、数理经济学与经济计量学、理论物理学。