关于‘闵氏时空’之“时空间隔不变性”定律

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

摘要 本文的分析得到一个重要结论：在‘闽可夫斯基时空’内质点运动必满足“时空间隔不变性”，这个命题只适合于两观测者无相对运动之场合。对于两观测者有相对运动的场合，此命题是一个伪命题。相对应地，在‘伽利略时空’内不论两观测者是否有相对运动，两观测者对质点的观测必满足“两观测矢量通过观测者之间的距离形成矢量合成三角形”。

关键词 相对论 狭义相对论 运动观测论 洛伦兹变换 伽利略变换 伽利略-周方变换

定义：

a. ‘时空’之定义：$\left[(\text{三维})\text{欧氏空间}(\vec{r}),\ \text{时间}(t)\right]^T \equiv [\vec{r},\ \ t]^T \equiv \left[[x,y,z]^T,\ \ t\right]^T$ 为可量测的“物理时空（**Physical Space-Time**）”，可命名为“伽利略时空（**Galilean Space-Time**）”。

“伽利略时空”的度规为$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，可称为“伽利略度规（**Galilean Metric**）”。

b. 整个“宇宙”为伽利略时空$[\vec{r},\ \ t]^T \equiv \left[[x,y,z]^T,\ \ t\right]^T$，在其‘子时空’$[\vec{r},\ \ t]^T$内任意时空点$[\vec{r}(t),\ \ t]^T$光的传播满足**光传播定律**：$|\vec{r}(t)| = ct$，$c = const.$（$c$为真空中光传播速率），故有：$d\ln|\vec{r}(t)| = d\ln t$，即光在任意时空点的“**传播时空弹性**”为$\varepsilon = \dfrac{d\ln|\vec{r}(t)|}{d\ln t} = 1$，因此，有：$\lambda[\vec{r}(t),\ t]^T = [\lambda\vec{r}(t),\ \lambda t]^T = [\vec{r}(\lambda t),\ \lambda t]^T$。观测者对**时空点**$[\vec{r}(t),\ \ t]^T$的观测示于**图 1**。

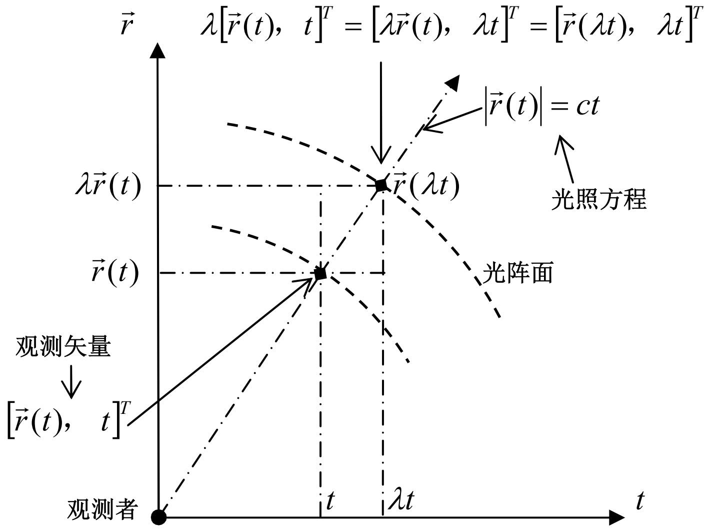


图 1 观测者对时空点 $[\vec{r}(t),\ t]^T$ 的观测矢量

因此，按物理实质，伽利略时空 $[\vec{r},\ t]^T$ 为“光照时空”（**Illuminated Space-Time**）。

c. K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$ 。$[\vec{r}(t) \quad t]^T$ 为‘K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点 $\vec{r}(t)$ 时’指向该运动质点的“观测矢量”（**Observation Vector**），同时也是‘K 系观测者在时刻 t 对运动质点 $\vec{r}(t)$’的“光照矢量”（**Illuminated Vector**）。$[\vec{r}(t),\ t]^T$ 可称为‘K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点 $\vec{r}(t)$ 时’的“时空点”，也可称为‘K 系观测者在时刻 t’的“光照点”。

d. K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}'(t') = [x'(t'), y'(t'), z'(t')]^T$ 。$[\vec{r}'(t') \quad t']^T$ 为‘K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点 $\vec{r}'(t')$ 时’指向该运动质点的“观测矢量”，同时也是‘K' 系观测者在时刻 t' 对运动质点 $\vec{r}'(t')$’的“光照矢量”。$[\vec{r}'(t') \quad t']^T$ 可称为‘K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点 $\vec{r}'(t')$ 时’的“时空点”，也可称为‘K' 系观测者在时刻 t'’的“光照点”。

*************** *************** ***************

一、推导时空变换数学式的前提条件

不失一般性，本文仅分析（一维）伽利略时空 $[x \quad t]^T$ 的场合。

定义：

t' 、t 分别为 K' 系观测者、K 系观测者所持‘时钟’指示的‘时刻’；

x' 、x 分别为 K' 系观测者、K 系观测者所持‘量尺’指示的‘位置’；

$x'(t')$ 为 K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点处于 K' 系内的位置。通常为了简化书写，省略括号中的 t'，即将 $x'(t')$ 简写为 x' 。

$x(t)$ 为 K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点处于 K 系内的位置。通常为了简化书写，省略括号中的 t，即将 $x(t)$ 简写为 x 。

$\begin{bmatrix} x'(t') & t' \end{bmatrix}^T$ 为 K' 系观测者在时刻 t' 对运动质点 $x'(t')$ 的“观测矢量”。

$\begin{bmatrix} x'=ct' & t' \end{bmatrix}^T$ 为 K' 系观测者在时刻 t' 的“光照矢量”，即 K' 系观测者在时刻 t' 对光照点 $x'=ct'$ 的“观测矢量”。

$\begin{bmatrix} x(t) & t \end{bmatrix}^T$ 为 K 系观测者在时刻 t 对运动质点 $x(t)$ 的“观测矢量”。

$\begin{bmatrix} x=ct & t \end{bmatrix}^T$ 为 K 系观测者在时刻 t 的“光照矢量”，即 K 系观测者在时刻 t 对光照点 $x=ct$ 的“观测矢量”。

~~~~~~

迄今，人们在推导时空变换数学表达式时，无不都认为时空变换式应满足以下三项前提条件：

（1）“两观测者始终有相对运动”—

在 $t'=t=0$ 时，两参考系（K' 系与 K 系）重合（$x'=x=0$）。在 t'，$t \ge 0$ 时，K' 系相对于 K 系做速度为 u 的平移运动。两观测者持有一样的‘时钟’及‘量尺’。

（2）两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“相对性原理”—

a.“互作匀速直线运动的两观测者（A 和 B）对同一运动质点进行观测时，观测者 A（B）‘观测到’该质点的时刻及空间坐标与观测者 B(A)在观测中‘所推测的’观测者 A（B）‘所观测到’该质点的时刻及空间坐标完全一致”。

或者表述为：

b.“互作匀速直线运动的两观测者对同一运动质点进行观测时，一个观测者‘观测到的’该质点的时刻及空间坐标就是另一个观测者在观测中‘所推测到的’，对于两个观测者皆是如此”。
~~~~~~

（3）光的传播满足“光速不变性”定律 —

“真空中光传播速率为恒定值（约3.0×10^{5}仟米/秒），乃是光的固有属性，与它在哪个参考系内进行传播无关”。

~~~~~~

二、“洛伦兹变换”之导出

人们采用多种方法推导出“洛伦兹变换”，这里我们仅例举其中一种最简单的但具有代表性的推导“洛伦兹变换”的方法。

“洛伦兹变换”的‘炮制者’依据上述三项前提条件进行推导。

（1）“两观测者始终有相对运动”—

在$t'=t=0$时，K'系与K系重合（$x'=x=0$）。在t'，$t\ge0$时，K'系相对于K系沿$x(x')$轴作速度为u的平移运动。因此，时空变换的**空间变换式**之数学形式为

$x'=k(x-ut)$，$u>0$。

（2）两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“相对性原理”—

“洛伦兹变换”的炮制者将方程$x=k(x'+ut')$视为方程$x'=k(x-ut)$的‘**逆变换式**’，引入数学模型，藉以使时空变换能够满足“**相对性原理**”。

（3）光的传播满足“光速不变性”定律—

设：在K'系观测者与K系观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）发出一道闪光。**光照点**在K'系与K系内的传播分别表为方程$x'=ct'$与$x=ct$（c为真空中光传播速率）。于是，在数学模型中引入方程$x'=ct'$与$x=ct$，使时空变换满足以两观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）为光源的“光速不变性”定律。

这样，“**洛伦兹变换**”的炮制者综合以上三项**前提条件**，预设一个包含变量x,x',t,t'的线性方程组：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ x=ct \\ x'=ct' \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

式中k为待定系数。

求解这组联立方程，得出**完整解**：
~~~~~~

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\quad t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\quad x = ct，\quad x' = ct'$$

从**完整解**中摘取一部分：$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$ 与 $t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，分别作为时空变换的"空间变换式"与"时间变换式"，将这两个函数称为**"洛伦兹变换"**。

~~~~~~

三、对"洛伦兹变换" $x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，$t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$ 进行检验

下面，我们通过两观测者的**光照矢量** $\begin{bmatrix} x = ct & t \end{bmatrix}^T$ 与 $\begin{bmatrix} x' = ct' & t' \end{bmatrix}^T$ 之间的变换关系（映射），来检验**"洛伦兹变换"**的性质。

（1）将光照点的（K 系）时空轨迹 $x = ct$ 代入**时间变换式** $t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，得：

$$t' = \frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t-\frac{uct}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{t-\frac{u}{c}t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$$

即得出对应于该光照点（K 系）时空轨迹 $x = ct$ 上任意时刻 t 之（K' 系）时刻 t'：

$t' = t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$。换写成 $t = t'\sqrt{\frac{c+u}{c-u}}$，式中 t 表示 K **系观测者**在滞后于 K' **系观测者**的时刻 t 观测到光照点。

（2）将光照点的（K 系）时空轨迹 $x = ct$ 代入**空间变换式** $x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，得：
~~~~~~

$$x' = \frac{ct - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{c-u}{\sqrt{c^2 - u^2}} ct = ct\sqrt{\frac{c-u}{c+u}} = ct'$$

即得出该光照点的（K'系）时空轨迹：$x' = ct'$。

于是，得到以下一连串‘等价关系式’：

$$\left\{ x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}，\ t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}，\ x = ct，\ x' = ct' \right\} \Leftrightarrow \left\{ x = ct，\ x' = ct'，\ t' = t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c，\ t' = t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = \frac{x\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}}{t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}} = c \right\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c \right\}$$

式中：$\left\{ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c \right\}$为**“恒等变换”（Identical Transformation）**

“恒等变换”$\left\{ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c \right\}$可表为矩阵形式：

$$\left\{ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c \right\} \Leftrightarrow \left\{ \frac{ct'}{t'} = \frac{ct}{t} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{bmatrix} ct' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ct \\ t \end{bmatrix} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ K'\text{系观测者在时刻}t'\text{的光照矢量}\begin{bmatrix} ct' \\ t' \end{bmatrix} = K\text{系观测者在时刻}t\text{的光照矢量}\begin{bmatrix} ct \\ t \end{bmatrix} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \forall(t \equiv t')\text{：}K'\text{系观测者的光照矢量}\begin{bmatrix} ct' \\ t' \end{bmatrix} = K\text{系观测者的光照矢量}\begin{bmatrix} ct \\ t \end{bmatrix} \right\}$$

将方程组$\frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c$示于图 2。

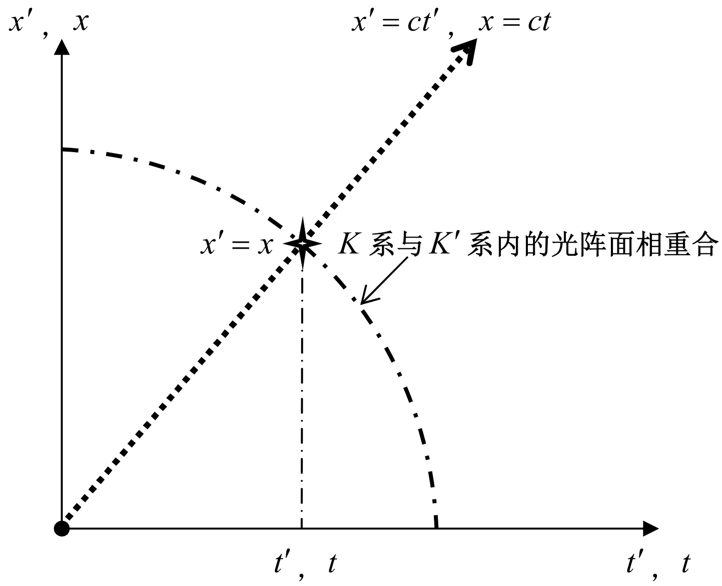


图 2 光照点的 K 系时空轨迹 $x=ct$ 与 K' 系时空轨迹 $x'=ct'$

可以看到，图 2 中出现 $x'=ct'$ 与 $x=ct$，即‘**两直线相重合**’，即：对于任何时刻 $t\equiv t'$ 都有 $x=x'$：$\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c$。此外，还可以看到，图 2 中 $x=ct$ 与 $x'=ct'$（‘**两直线相重合**’），致使从两观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）发出的闪光在每个时刻（$t\equiv t'$），在 K 系与 K' 系内形成同一光阵面。

~~~~~~

四、“洛伦兹变换”是罔顾物理事实的‘伪时空变换’

下面我们揭示上节所述两观测者的**光照矢量**之间“**恒等变换**”$\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c\right\}$之由来以及其中之谬误。

（1）方程 $x'=k(x-ut)$ 能满足以下条件：

a. 在 $t'=t=0$ 时，K' 系与 K 系重合（$x'=x=0$）。

b. **在 t'，$t\geq 0$ 时，K' 系相对于 K 系做速度为 u 的平移运动。**

因此，联立方程组(A)中预设的方程 $x'=k(x-ut)$ 描述“**两观测者始终有相对运动**”之物理事实，是一个正确的方程。

（2）为了满足“**相对性原理**”，“**洛伦兹变换**”的炮制者在联立方程组(A)中预设方程 $x=k(x'+ut')$，并将方程 $x=k(x'+ut')$ 与方程 $x'=k(x-ut)$ 视为时空变换的‘**正变换式**’与‘**逆变换式**’。
~~~~~~

事实上，函数$x=k(x'+ut')$不能单独成为函数$x'=k(x-ut)$的**‘逆函数’**，其原因是：函数$x'=k(x-ut)$中除空间变量x，x'之外还含有时间变量t，因此在它的**‘逆函数’**中必定有变量t'。因此，**‘正函数’**及**‘逆函数’**除有‘x与x'之关系式’（**空间变换式**）之外必定还有‘t与t'之关系式’（**时间变换式**），（**读者可自行推导**）。所以，$x=k(x'+ut')$与$x'=k(x-ut)$单独两个方程并不能成为时空变换的**‘正变换式’**与**‘逆变换式’**。**所以，“洛伦兹变换”：**

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，\quad t'=\frac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

不满足**“相对性原理”**。（读者可自行验证）

[提示：必须使用求“逆函数”的正规方法（而不是采用‘对换数学符号’的简单手法）进行逐步推演，试看能否使‘正函数’与‘逆函数’具有相同的结构形式，即试看变换方程组的变换矩阵与逆变换矩阵是否具有相同的张量形式。]

（3）**“洛伦兹变换”**的炮制者依据**‘闽氏时空’**内质点运动必满足**“时空间隔不变性”**之准则，給出关系式：

$$\boxed{\forall(t，t')：x-ct\equiv x'-ct'=0}$$

于是在预设方程组(A)中引入方程$x'=ct'$与$x=ct$。

实际上，**‘闽氏时空’**内质点运动满足**“时空间隔不变性”**，可用以下图3表示。

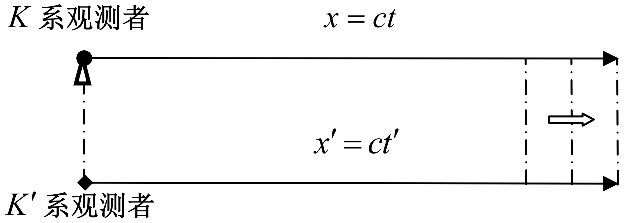


图3 以两观测者重合点为光源的“光速不变性”定律

所以，依据**‘闽氏时空’**内质点运动必满足**“时空间隔不变性”**，应当给出如下关系式（参看图3）：

$$\boxed{\forall(t\equiv t')：x-ct\equiv x'-ct'=0 \quad\Leftrightarrow x\equiv x'}$$

（**因为两观测者持有完全相同的‘时钟’，故式中：**$t\equiv t'$）

可是，**“洛伦兹变换”**的炮制者却給出了关系式：$\forall(t，t')$：$x-ct\equiv x'-ct'=0$，在预设方程组(A)中仅引入方程$x'=ct'$与$x=ct$，而丢弃了**“时空间隔不变性”**成立之充要条件：$x\equiv x'$。这样，就使得预设方程组：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ x=ct \\ x'=ct' \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

中缺少了方程$x=x'$。预设方程组(A)中的四个方程为互相兼容的线性方程，故方程组有解，其‘完整解’为：

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ x=ct，\ x'=ct'$$

从‘完整解’中摘取的两个函数$x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$与$t'=\dfrac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，就是**“洛伦兹变换”**。因为：

$$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ x=ct，\ x'=ct'\right\}\Leftrightarrow\left\{x=ct，\ x'=ct'，\ t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}$$

$\Leftrightarrow$**“恒等变换”**$\left\{\dfrac{x'}{t'}=\dfrac{x}{t}=c\right\}$，所以图 2 中出现$x'=ct'$与$x=ct$，即**‘两直线相重合’**：对于任何时刻$t\equiv t'$都有$x=x'$：$\dfrac{x'}{t'}=\dfrac{x}{t}=c$。这就是说，在每个时刻（$t\equiv t'$）$K$**系观测者**与$K'$**系观测者**同时观测到光照点处在同一位置$x=x'$上。也就是说，$K$**系观测者**与$K'$**系观测者**始终没有相对运动（$u\equiv 0$），即始终停留在重合点（$x'=x=0$）上，在每个时刻（$t\equiv t'$）同时观测到光照点处在同一位置$x=x'$上。

这显然与预设方程组(A)中描述**“两观测者始终有相对运动”**的方程[$\forall(t)$：$x'=k(x-ut)$，$u>0$]相矛盾。**“洛伦兹变换”**就这样罔顾物理事实，偷梁换柱，将**‘事实上始终处在相对运动中的两观测者’**在数学上歪曲为**‘始终处于相对静止状态的两观测者’**。

~~~~~~

其实，**‘闽氏时空’**内质点运动满足**“时空间隔不变性”**，应当表为如下关系式：

$$\boxed{\forall(t \equiv t')\text{：}x - ct \equiv x' - ct' = 0 \;\Leftrightarrow\; x \equiv x'}$$

（参看图 3）

故预设方程组应当为：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut)\text{，} \quad u > 0 \\ x = k(x' + ut')\text{，} \quad u > 0 \\ x - ct \equiv x' - ct' = 0 \Leftrightarrow x \equiv x' \end{cases}$$

即方程组：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut)\text{，} \quad u > 0 \\ x = k(x' + ut')\text{，} \quad u > 0 \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' \end{cases}$$

可以发现，预设方程组中出现了方程 $x = x'$。

然而，在此情况下，将 $x = x'$ 及 $t = t'$ 代入方程 $x' = k(x - ut)$ 及方程 $x = k(x' + ut')$，则导致 $u \equiv 0$，这与方程 $x' = k(x - ut)$ 及方程 $x = k(x' + ut')$ 的前提条件 $u > 0$ 相矛盾。此方程组中存在相互矛盾的方程，故方程组无解。

由此可见，对于**‘两观测者有相对运动’**之场合，**‘闽氏时空’**内质点运动必满足**“时空间隔不变性”**，是一个伪命题。

~~~~~~

小结：

“洛伦兹变换” $x' = \dfrac{x - ut}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$，$t' = \dfrac{t - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$ 是预设方程组(A)的‘完整解’

$\left\{ x' = \dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\ ,\quad t' = \dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\ ,\quad x = ct\ ,\quad x' = ct' \right\}$ 中的一部分，故**“洛伦兹变换”**必满足且只满足 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 之间的‘协变’，仅此而已。而且，**“洛伦兹变换”**不满足**“相对性原理”**。所以**“洛伦兹变换”**不能成为普适于使任何时空轨迹 $x = f(t)$ 协变的时空变换。

总之，**“洛伦兹变换”**在**逻辑**上不自恰，在**数学**上‘似是而非’，在**物理**上完全背离事实，是人为虚构的**‘伪时空变换’**。

~~~~~~

~~~~~~

下面，为了与**“洛伦兹变换”**相对照，我们采用一种极简捷的方法推导出**伽利略-周方变换(Galilean-Zhou Transformation)**。

“伽利略-周方变换”之简捷推导

按下列步骤进行推导。

（1）**“两观测者始终有相对运动”**—

在 $t' = t = 0$ 时，K' 系与 K 系重合。在 t'，$t \ge 0$ 时，K' 系相对于 K 系做速度为 u 的平移运动，故**空间变换式**的数学式应为 $x' = k(x-ut)$，$k > 0$。

（2）**两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“相对性原理”**—

函数 $x' = k(x-ut)$ 的**逆函数**为：

$$\begin{cases} x = \dfrac{x'}{k} + ut = \dfrac{1}{k}(x' + kut) = \dfrac{1}{k}(x' + ut') \\ t' = kt \end{cases}$$

从而得到**‘互为正、逆函数’**的两组方程：

$$\begin{cases} x' = k(x-ut) \\ \\ t' = kt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{k}(x' + ut') \\ \\ t = \dfrac{1}{k}t' \end{cases}$$

其中任意一组方程皆可为时空变换式。取：

$$\begin{cases} x' = k(x-ut) \\ \\ t' = kt \end{cases}$$

为时空变换式。式中k为待定系数。

（3）光的传播必满足“两参考系有相对运动（$u \neq 0$）下的‘光速不变性’定律”—

“两参考系有相对运动（$u \neq 0$）下的‘光速不变性’定律”：

$$\forall(t \equiv t')\text{：}x - ct \equiv (x' + ut') - ct' = 0 \Leftrightarrow x \equiv x' + ut'$$

等价于“两观测矢量通过观测者之间的距离形成矢量合成三角形”准则。

在两观测者有相对运动之场合下，光的传播必满足“两参考系有相对运动（$u \neq 0$）下的‘光速不变性’定律”。这就是说，在引入方程$x = ct$与$x' = ct'$时应考虑“两参考系有相对运动（$u \neq 0$）”这一约束条件：$x = x' + ut'$，也就是说，应当在K'系观测者（$x' = 0$）运动至“K系内$x = ut'$之点”时，分别从“两观测者重合点（$t' = t = 0$，$x' = x = 0$）”及“K系内$x = ut'$之点”各自发出闪光，而不应当像“洛伦兹变换”的炮制者那样：在两观测者重合点（$t' = t = 0$，$x' = x = 0$）发出一道闪光，引入‘以两观测者重合点（$t' = t = 0$，$x' = x = 0$）为光源’的“光速不变性”定律。（参看图 3）

约束条件$x = x' + ut'$下的“光速不变性”定律示于图 4。

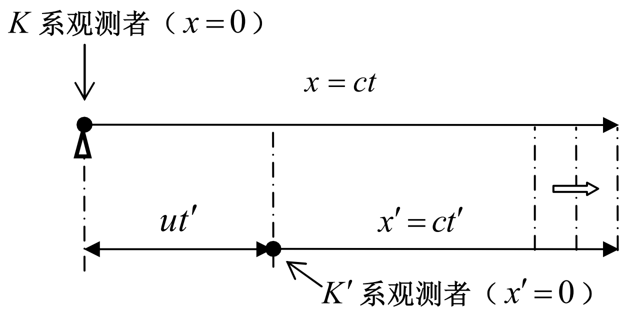


图 4 两观测者在不同地点同时发光的“光速不变性”定律

图 4 刻画了一条重要法则：‘伽利略时空’内两观测者对质点的观测必满足“两观测矢量通过观测者之间的距离形成矢量合成三角形”。相应的关系式为：

$$\boxed{\forall(t \equiv t')\text{：}x - ct \equiv (x' + ut') - ct' = 0 \quad \Leftrightarrow x \equiv x' + ut'}$$

这就是约束条件$x = x' + ut'$下的“光速不变性”定律。

将$x = ct$与$x' = ct'$代入约束条件$x = x' + ut'$

得：
$$ct = ct' + ut'$$

从而得：
$$t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$$

将此关系式与上面的**时间变换式** $t' = kt$ 相对照，便得到待定系数 k： $k = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$

于是，就得到'一维时空'下的**伽利略-周方变换**：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right) \begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

引入**两参考系有相对运动**（$u \neq 0$）**下的"光速不变性"定律**，等同于在预设方程组中引入方程组 $x = ct$, $x' = ct'$ 与 $x = x' + ut'$ 。这样，关于**伽利略-周方变换**的预设方程组便是：

$$\begin{cases} x' = k(x-ut) \\ t' = kt \\ x = ct \\ x' = ct' \\ x = x' + ut' \end{cases}$$ 。

可以看到，这个方程组内不存在互相矛盾的方程。从这组方程即可得出**伽利略-周方变换**：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

下面，我们通过两观测者的**光照矢量** $\begin{bmatrix} x = ct & t \end{bmatrix}^T$ 与 $\begin{bmatrix} x' = ct' & t' \end{bmatrix}^T$ 之间的变换关系（映射），来检验**伽利略-周方变换**的性质。

将光照点的（K 系）时空轨迹 $x = ct$ 代入**伽利略-周方变换** $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$，得：

$$\begin{cases} x' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(ct-ut) = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(c-u)t = (c-u)t' \\ t' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases}$$

由此得：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix} \Leftrightarrow \left\{ x=ct，\ x'=(c-u)t'，\ t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \right\}$$

于是，得出一组函数：$x=ct$ 与 $x'=(c-u)t'$，描述 K **系观测者**与 K' **系观测者**对光照点的观测过程。关系式 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 反映两观测者之间相对运动产生的**“多普勒效应”**。

将 $x=ct$ 与 $x'=(c-u)t'$ 示于图 5。

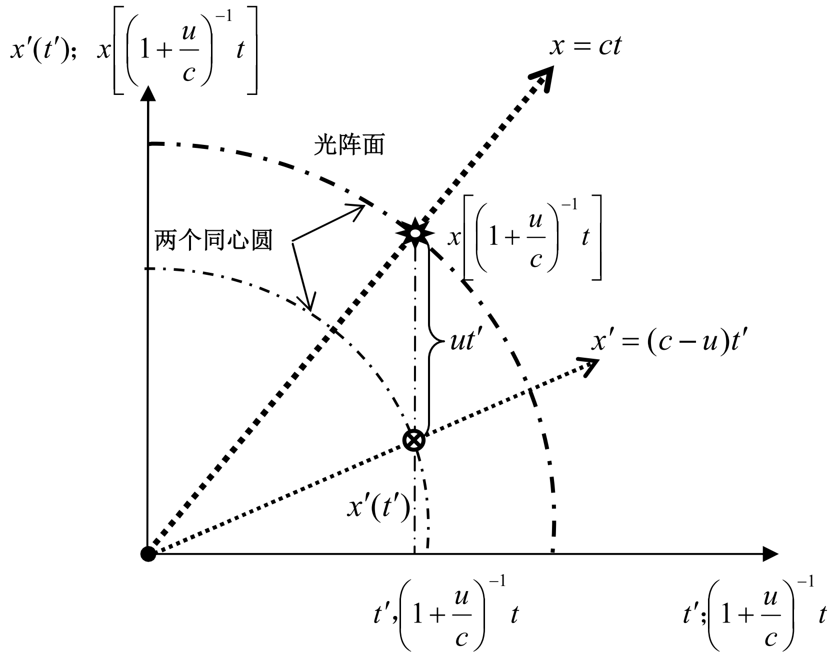


图 5 光照点的 K 系时空轨迹 $x=ct$ 与 K' 系时空轨迹 $x'=(c-u)t'$

从图 5 可知，在每个时刻 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$，都有：

K' **系观测者**的光照矢量 $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$ 与 K **系观测者**的光照矢量 $\begin{bmatrix} x\left[\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t\right] \\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$ 通过两观测者之间的距离 ut' 形成**‘矢量合成三角形’**。

“伽利略-周方变换” $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$ 其实就是两观测者有相对运动场合下在每

个时刻$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$的**“伽利略变换”**：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x\left[\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right]-u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t \\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t \end{bmatrix}$$

换言之，**“伽利略-周方变换”**其实就是两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值条件下因‘多普勒效应’导致两参考系之间‘时空度规’发生变动而形成在每个时刻$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$的**“伽利略变换”**。

~~~~~~

“伽利略-周方变换”计算示例

对于**‘一维时空’**场合，K'系与K系之间的关系示于图6。

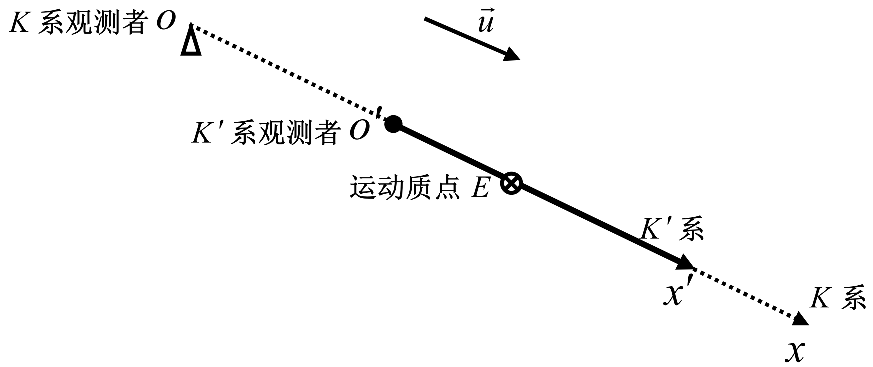


图6　K'系与K系之间的关系

伽利略-周方变换$\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$的$K'$系时空点与$K$系时空点示于图7。
~~~~~~

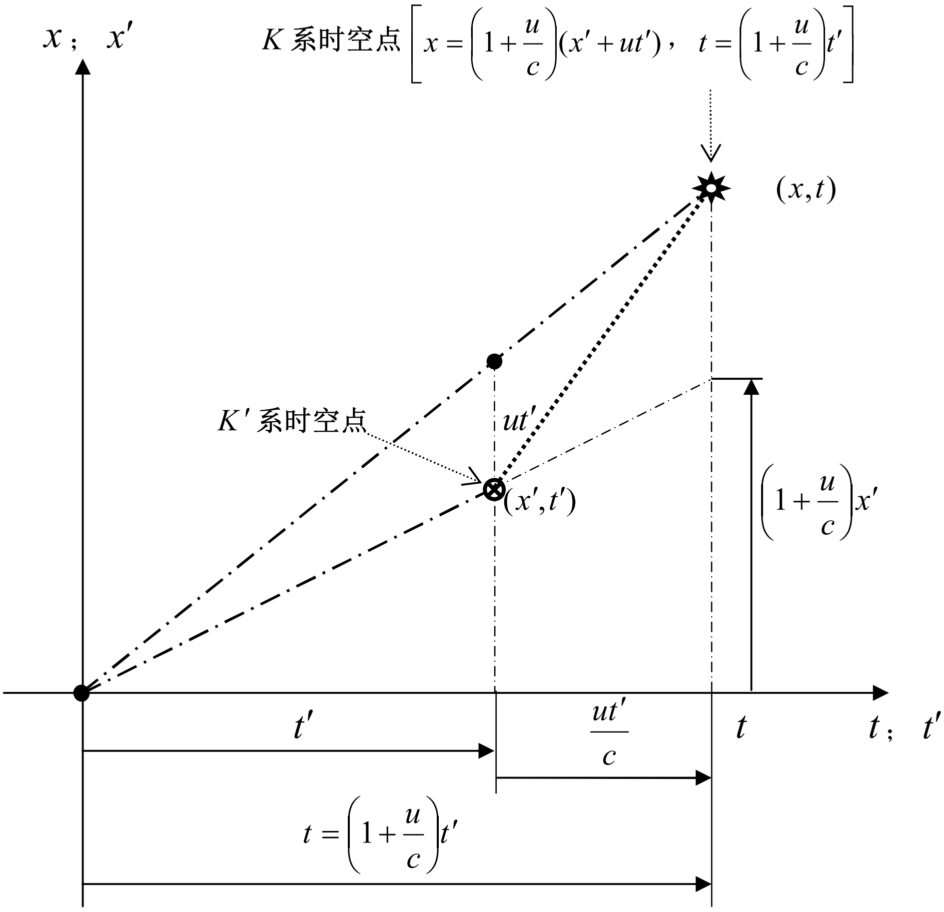


图 7 伽利略-周方变换的 K' 系时空点与 K 系时空点

计算结果示于图 8。

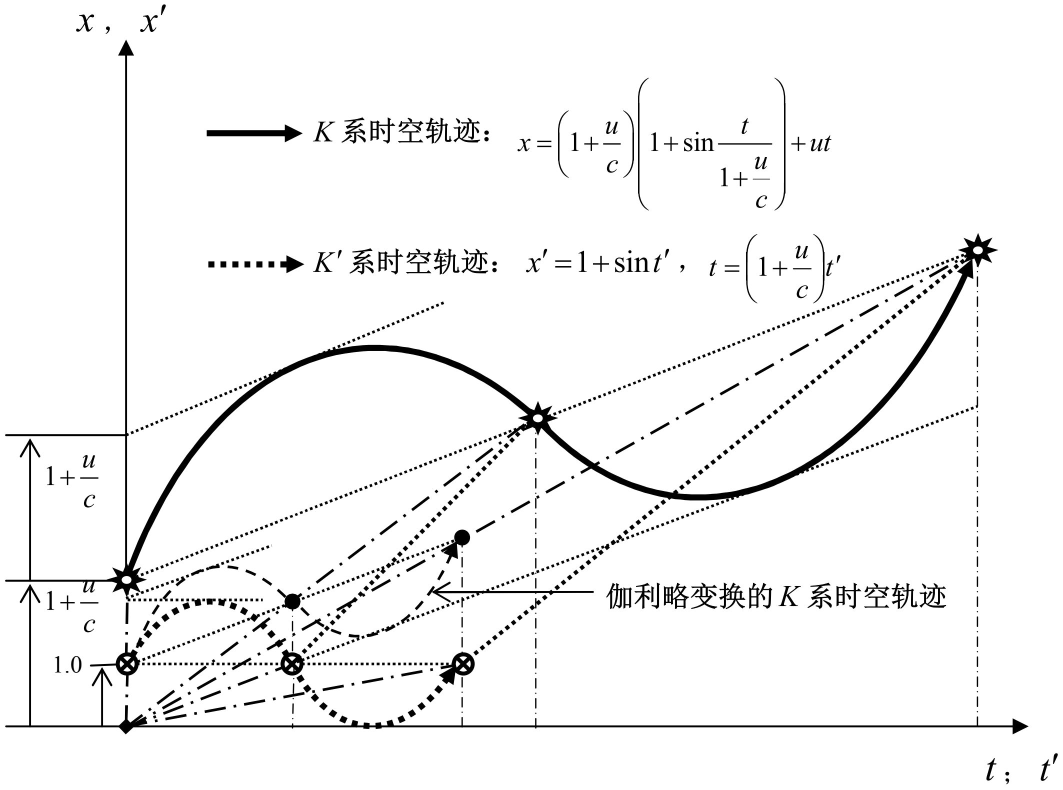


图 8 伽利略-周方变换的 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的协变

图 7 及图 8 展示了运动质点（光照点）的 K' 系时空轨迹 $x'=1+\sin t'$ 通过伽利略-周方变换转换为 K 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$ 的‘协变’图景 —

（1）由于 K' 系观测者与 K 系观测者之间有相对运动（u），使得从 K' 系观测者向 K 系观测者传播的波动产生‘多普勒效应’。因此，在 K 系观测者看来，K' 系中的波动变慢 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍[即频率变低 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍]，相应地周期及波长均变大 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

（2）由于真空中光传播速率为有限值（c），致使 K 系观测者在时间上滞后于 K' 系观测者[$t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$]观测到运动质点。因为（观测中）时空点（即‘光照点’）$\left[x(t),\quad t\right]^T$ 满足‘光传播定律’：$x(t)=ct$，$c=const.$ 使得光的“传播时空弹性”为 $\varepsilon=\frac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1$，所以 K' 系中的波动周期变大 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。就使得波动振幅也变大 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

总的情况是：在 K 系观测者看来，K' 系中的波动：**频率变低** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，**周期变大** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，**波长变大** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，**振幅变大** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

在 K 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$ 中必然出现‘ut’，说明两观测者始终处在相对运动之中。

~~~~~~

下面，列出五个表，对**“洛伦兹变换”**与**伽利略-周方变换**进行全面对照。

表 1

	“洛伦兹变换”	**伽利略-周方变换**
相对性原理	“洛伦兹变换”： $x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，$t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$ 不满足“相对性原理”。（读者可自行验证） ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~ 提示： 必须使用求“逆函数”的正规方法（而不是采用‘对换数学符号’的简单手法）进行逐步演绎，试看能否使‘正函数’与‘逆函数’具有相同的结构形式，即试看变换方程组的变换矩阵与逆变换矩阵是否具有相同的张量形式。	函数 $x'=k(x-ut)$ 的‘逆函数’为： $\begin{cases} x=\frac{x'}{k}+ut=\frac{1}{k}(x'+kut)=\frac{1}{k}(x'+ut') \\ t'=kt \end{cases}$ 由此得到互为‘正变换’与‘逆变换’的（互相等价的）两组方程： $\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ t'=kt \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{k}(x'+ut') \\ t=\frac{1}{k}t' \end{cases}$ （k 为待定系数） 其中任一组方程即为时空变换方程组 ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~ “伽利略-周方变换”为： $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$ 能满足“相对性原理”。
~~~~~~

表 2

<table>
<tr><th></th><th>“洛伦兹变换”</th><th>伽利略-周方变换</th></tr>
<tr>
<td>光
速
不
变
性</td>
<td>“洛伦兹变换”的炮制者依据‘闽可夫斯基时空’内质点运动必满足“时空间隔不变性”，给出关系式：
$\boxed{\begin{aligned}&\forall(t\equiv t')：\\&x-ct\equiv x'-ct'=0\end{aligned}}$
从而引入方程 $x=ct$ 与方程 $x'=ct'$，得“洛伦兹变换”：
$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，x=ct，x'=ct'\right\}$
$\Updownarrow$
$\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c，t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}$
$\Downarrow$
“恒等变换”$\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c\right\}$
$\Updownarrow$
‘两观测者无相对运动（$u\equiv 0$）’下的“伽利略变换”
$\left\{\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\t\end{bmatrix}\right\}$
光照点时空轨迹为：
$x=ct$，$x'=ct'$
两直线相重合（参看图 2）</td>
<td>依据‘伽利略时空’内两观测者对质点的观测必满足“两观测矢量通过观测者之间的距离形成矢量合成三角形”，约束条件 $x=x'+ut'$ 下的“光速不变性”定律：
$\boxed{\begin{aligned}&\forall(t\equiv t')：\\&x-ct\equiv(x'+ut')-ct'=0\\&\Leftrightarrow x\equiv x'+ut'\end{aligned}}$
从而引入方程 $x=ct$、方程 $x'=ct'$ 与约束条件 $x=x'+ut'$，得：
$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$
与变换方程组：$x'=k(x-ut)$，$t'=kt$ 中的时间变换式 $t'=kt$ 相对照，得出待定系数 k：$k=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$
从而得“伽利略-周方变换”：
$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}$
$\Updownarrow$
$x=ct,x'=(c-u)t',t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$
光照点时空轨迹为：
$x=ct$，$x'=(c-u)t'$
两直线不相重合（参看图 5）</td>
</tr>
</table>

表 3

<table>
<tr><th>“洛伦兹变换”</th><th>伽利略-周方变换</th></tr>
<tr><td>

“洛伦兹变换”

$$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ x=ct,\ x'=ct'\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{x=ct,\ x'=ct',\ t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}$$

$$\Updownarrow$$

“恒等变换”

$$\left\{\frac{x'(t')}{t'}=\frac{x(t)}{t}=c\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\t\end{bmatrix}$$

—‘两观测者无相对运动（$u\equiv 0$）’下的“伽利略变换”

</td><td>

“伽利略-周方变换”

$$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x(t)-ut\\t\end{bmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\left\{x=ct,x'=(c-u)t',t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right\}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t)-u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\\\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\end{bmatrix}$$

—两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值场合下，因‘多普勒效应’导致两参考系之间‘时空度规’发生变动而形成于每个时刻$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$的“伽利略变换”。

</td></tr>
</table>

表 4

<table>
<tr><th></th><th>“洛伦兹变换”</th><th>伽利略-周方变换</th></tr>
<tr><td></td><td>

“洛伦兹变换”的炮制者依据‘闽可夫斯基时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”，给出关系式：

$$\boxed{\begin{array}{l}\forall(t\equiv t')\text{：}\\ x-ct\equiv x'-ct'=0\end{array}}$$

预设联立方程组为：

$$\begin{cases}x'=k(x-ut)\text{，}\quad u>0\\ x=k(x'+ut')\text{，}\quad u>0\\ x-ct\equiv x'-ct'=0\end{cases}$$

即方程组：

$$\begin{cases}x'=k(x-ut)\\ x=k(x'+ut')\\ x=ct\\ x'=ct'\end{cases}\qquad\text{(A)}$$

方程组中四个线性方程是互相兼容的方程，故方程组有解。

由此解出“洛伦兹变换”：

$$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\text{，}\ x=ct\text{，}\ x'=ct'\right\}$$

</td><td>

依据‘伽利略时空’内两观测者对质点的观测必满足“两观测矢量通过观测者之间的距离形成矢量合成三角形”，引入约束条件 $x=x'+ut'$ 下的“光速不变性”定律：

$$\boxed{\begin{array}{l}\forall(t\equiv t')\text{：}\\ x-ct\equiv(x'+ut')-ct'=0\\ \Leftrightarrow x\equiv x'+ut'\end{array}}$$

（参看图 4）

预设方程组为：

$$\begin{cases}x'=k(x-ut)\text{，}\quad u>0\\ t'=kt\\ x-ct\equiv(x'+ut')-ct'=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x\equiv x'+ut'\text{，}\quad u>0$$

即方程组：

$$\begin{cases}x'=k(x-ut)\text{，}\quad u>0\\ t'=kt\\ x=ct\\ x'=ct'\\ x=x'+ut'\text{，}\ u>0\end{cases}$$

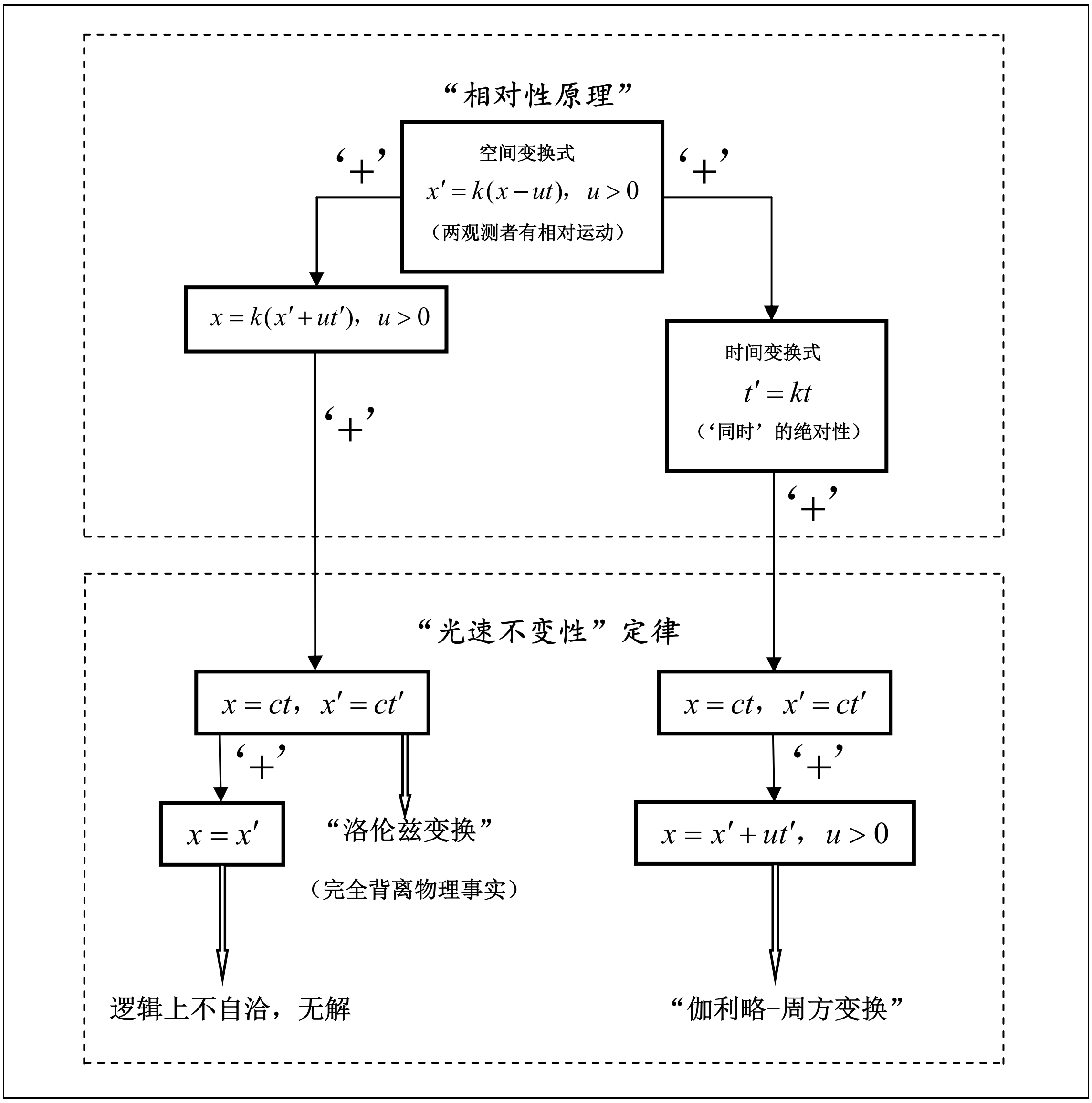
方程组中五个方程显然是兼容的。

由此得出“伽利略-周方变换”：

$$\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}$$

</td></tr>
</table>

表 5 预设方程组的构成



结 论

“洛伦兹变换”$\left\{x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，t'=\dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\right\}$在逻辑上不自恰，在数学上‘似是而非’，在物理上背离现实。

“洛伦兹变换”$\left\{x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，t'=\dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\right\}$必满足且只满足 $x=ct$ 与 $x'=ct'$ 之间

的‘协变’，仅此而已。**“洛伦兹变换”**不满足**“相对性原理”**。总之，**“洛伦兹变换”**不能成为普适于使任何时空轨迹 $x = f(t)$ 协变的时空变换。

从**“洛伦兹变换”**所得出的结论中“悖论百出”。因此可以说，直接或间接依赖于**“洛伦兹变换”**所得出的任何物理学结论，以及以**“洛伦兹变换”**为基础，或有其参与，或赖其佐证而得到的任何结论都是不可置信的。

只需针对**“洛伦兹变换”**的致命错误，对**“洛伦兹变换”**进行‘拨乱反正’，便立即得到正确的时空变换 —**“伽利略-周方变换”**。

~~~~~~

本文得到一个重要结论：‘闽氏时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”，**只在‘两观测者无相对运动’之场合下是正确的。在‘两观测者有相对运动’的场合下，‘闽氏时空’内质点运动满足“时空间隔不变性”，是一个伪命题。**

相对于‘闽氏时空’内的“时空间隔不变性”法则，另一条法则是正确的，那就是：**在‘伽利略时空’内不论两观测者是否有相对运动，两观测者对质点的观测均必满足“两观测矢量通过观测者之间的距离形成矢量合成三角形”— 在两观测者无相对运动的场合下，时空变换为“恒等变换”（即‘两观测者无相对运动’下的“伽利略变换”）；在两观测者有相对运动的场合下，时空变换为“伽利略变换-周方变换”。**

~~~~~~

参 考 文 献

[1]《狭义与广义相对论浅说》，（美）A.爱因斯坦/著　杨润殷/译　北京大学出版社　2006 年版

[2]《狭义相对论（第二版）》，刘辽 费保俊 张允中 编著　科学出版社　2008 年版

********************　　*******************　　********************

作 者 简 介

周 方　男　湖南省华容县人　1932年9月28日生于湖南省长沙市

研究员、教授、博士生导师。1950年就读于大连工学院(现大连理工大学)应用物理系，后赴苏联留学，毕业于莫斯科航空学院飞机设计与制造系。著述所涉及的专业领域：航空工程、系统工程、数理经济学与经济计量学、理论物理学。

On the Law of Invariance of Spacetime Interval for Minkowski Space-time

Fang Zhou

tony_zf_zf_zf@126.com

Abstract The paper presents evidence that invariance of spacetime interval for Minkowski space-time is true only for the case of two relatively rest observers ,but it is a false proposition for the case of two relatively moving observers.In case of either relative rest or relative motion of two observers,the observers' observation vectors should compose a vector triangle via the distance between observers.A detailed comparison between Lorentz Transformation and Galilean-Zhou Transformation is carried out in the paper.