“洛伦兹变换”必被“伽利略-周方变换”取代

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

摘要 不论采用何种方法推导出的**“洛伦兹变换”**都是错误的。**“洛伦兹变换”**在逻辑上不自洽，在数学上‘似是而非’，在物理上虚无不实，不具有任何实际意义。本文的分析得到一个重要结论：‘闽可夫斯基时空’内对质点运动的观测必满足“时空间隔不变性”，这个命题只适合于两观测者无相对运动之场合。在两观测者有相对运动的场合下，此命题是一个伪命题。相对应地，不论两观测者是否有相对运动，‘伽利略时空’内对质点运动的观测都满足“矢量合成法则”。本文的分析揭示：两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值场合下客观存在的唯一的时空变换为**“伽利略-周方变换”**。

关键词 **相对论 狭义相对论 运动观测论 洛伦兹变换 伽利略变换 伽利略-周方变换**

定义：

a. ‘时空’之定义：$[$（三维）欧氏空间$(\vec{r})$，时间$(t)]^T \equiv [\vec{r},\ t]^T \equiv [[x,y,z]^T,\ t]^T$ 为可量测的**“物理时空（Physical Space-Time）”**，可命名为**“伽利略时空（Galilean Space-Time）”**。

“伽利略时空”的度规为$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，可称为**“伽利略度规（Galilean Metric）”**。

b. 整个“宇宙”为**伽利略时空**$[\vec{r},\ t]^T \equiv [[x,y,z]^T,\ t]^T$，在其‘**子时空**’$[\vec{r},\ t]^T$内任意**时空点**$[\vec{r}(t),\ t]^T$光的传播满足**光传播定律**：$|\vec{r}(t)| = ct$，$c = const.$（$c$为真空中光传播速率），故有：$d\ln|\vec{r}(t)| = d\ln t$，即光在任意时空点的**“传播时空弹性”**为$\varepsilon = \dfrac{d\ln|\vec{r}(t)|}{d\ln t} = 1$，因此，有：$\lambda[\vec{r}(t),\ t]^T = [\lambda\vec{r}(t),\ \lambda t]^T = [\vec{r}(\lambda t),\ \lambda t]^T$。观测者对**时空点**$[\vec{r}(t),\ t]^T$的观测示于**图 1**。

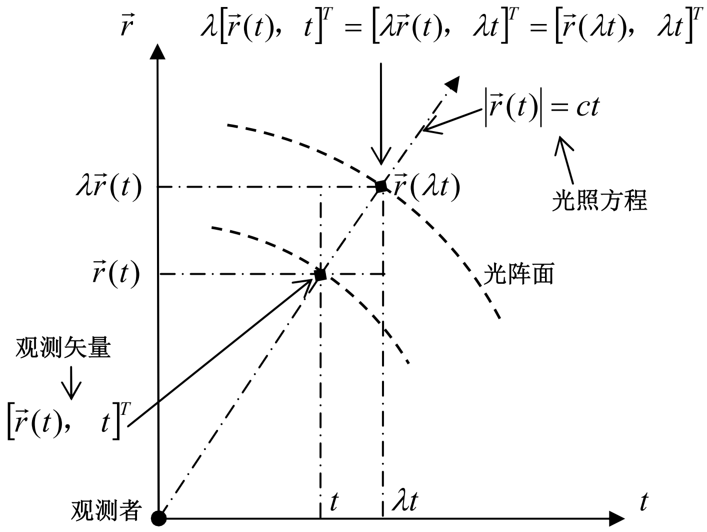


图 1 观测者对时空点$[\vec{r}(t),\ t]^T$的观测矢量

因此，按物理实质，伽利略时空$[\vec{r},\ t]^T$为“光照时空”（**Illuminated Space-Time**）。

c. K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}(t)=[x(t),y(t),z(t)]^T$ 。$[\vec{r}(t)\quad t]^T$ 为‘K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点 $\vec{r}(t)$ 时’指向该运动质点的“观测矢量”（**Observation Vector**），同时也是‘该运动质点 $\vec{r}(t)$ 在时刻 t 被 K 系观测者观测到时’的“光照矢量”（**Illuminated Vector**）。$[\vec{r}(t),\ t]^T$ 也可称为‘K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点 $\vec{r}(t)$ 时’的“时空点”。

d. K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}'(t')=[x'(t'),y'(t'),z'(t')]^T$ 。$[\vec{r}'(t')\quad t']^T$ 为‘K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点 $\vec{r}'(t')$ 时’指向该运动质点的“观测矢量”，同时也是‘该运动质点 $\vec{r}'(t')$ 在时刻 t' 被 K' 系观测者观测到时’的“光照矢量”。$[\vec{r}'(t'),\ t']^T$ 也可称为‘K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点 $\vec{r}'(t')$ 时’的“时空点”。

***************　　***************　　***************

一、推导时空变换数学式的前提条件

不失一般性，本文仅分析（一维）伽利略时空$[x\quad t]^T$的场合。

定义：

t' 、t 分别为 K' 系观测者、K 系观测者所持‘时钟’指示的‘时刻’；

x' 、x 分别为 K' 系观测者、K 系观测者所持‘量尺’指示的‘位置’；

$x'(t')$ 为 K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点处于 K' 系内的位置。通常为了简化书写，省略括号中的 t'，即将 $x'(t')$ 简写为 x' 。

$x(t)$ 为 K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点处于 K 系内的位置。通常为了简化书写，省略括号中的 t，即将 $x(t)$ 简写为 x 。

$[x'(t') \quad t']^T$ 为 K' 系观测者在时刻 t' 对运动质点 $x'(t')$ 的"观测矢量"。

$[x' = ct' \quad t']^T$ 为光照点 $x' = ct'$ 在时刻 t' 的"光照矢量"，即 K' 系观测者在时刻 t' 对光照点 $x' = ct'$ 的"观测矢量"。

$[x(t) \quad t]^T$ 为 K 系观测者在时刻 t 对运动质点 $x(t)$ 的"观测矢量"。

$[x = ct \quad t]^T$ 为光照点 $x = ct$ 在时刻 t 的"光照矢量"，即 K 系观测者在时刻 t 对光照点 $x = ct$ 的"观测矢量"。

~~~~~~

迄今，人们在推导时空变换数学表达式时，无不都认为时空变换式应满足以下三项前提条件：

（1）"两观测者始终有相对运动" —

在 $t' = t = 0$ 时，两参考系（K' 系与 K 系）重合（$x' = x = 0$）。在 t'，$t \geq 0$ 时，K' 系相对于 K 系做速度为 u 的平移运动。两观测者持有一样的'时钟'及'量尺'。

（2）两观测者对同一运动质点进行观测时必满足"相对性原理" —

a."互作匀速直线运动的两观测者（A 和 B）对同一运动质点进行观测时，观测者 A（B）'观测到'该质点的时刻及空间坐标与观测者 B(A)在观测中'所推测的'观测者 A（B）'所观测到'该质点的时刻及空间坐标完全一致"。

或者表述为：

b."互作匀速直线运动的两观测者对同一运动质点进行观测时，一个观测者'观测到的'该质点的时刻及空间坐标就是另一个观测者在观测中'所推测到的'，对于两个观测者皆是如此"。

（3）光的传播满足"光速不变性"定律 —

"真空中光传播速率为恒定值（约 3.0×10^5 仟米/秒），乃是光的固有属性，与它在哪个参考系内进行传播无关"。
~~~~~~

~~~~~~

二、“洛伦兹变换”之导出

人们采用多种方法推导出**“洛伦兹变换”**，这里我们仅例举其中一种最简单的但具有代表性的推导**“洛伦兹变换”**的方法。

“洛伦兹变换”的‘炮制者’依据上述三项**前提条件**进行推导。

（1）**“两观测者始终有相对运动”—**

在$t'=t=0$时，K'**系**与K**系**重合（$x'=x=0$）。在t'，$t\geq 0$时，K'**系**相对于K**系**沿$x(x')$轴作速度为u的平移运动。因此，时空变换的**空间变换式**之数学形式为

$x'=k(x-ut)$，$u>0$。

（2）**两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“相对性原理”—**

“洛伦兹变换”的炮制者将方程$x=k(x'+ut')$视为方程$x'=k(x-ut)$的**‘逆变换式’**，引入数学模型，藉以使时空变换能够满足**“相对性原理”**。

（3）**光的传播满足“光速不变性”定律—**

设：在K'**系观测者**与K**系观测者**重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）发出一道闪光。**光照点**在K'**系**与K**系**内的传播分别表为光照方程$x'=ct'$与$x=ct$（c为真空中光传播速率）。于是，在数学模型中引入光照方程$x'=ct'$与$x=ct$，使时空变换满足以两观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）为光源的**“光速不变性”定律**。

这样，**“洛伦兹变换”**的炮制者综合以上三项**前提条件**，预设一个包含变量x,x',t,t'的线性方程组：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ x=ct \\ x'=ct' \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

式中k为待定系数。

求解这组联立方程，得出**完整解**：

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ x=ct，\ x'=ct'$$
~~~~~~

从完整解中摘取满足 $x=ct$ 与 $x'=ct'$ 的两个函数：$x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ 与 $t'=\dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$，分别作为时空变换的“空间变换式”与“时间变换式”，将这组函数命名为**“洛伦兹变换”**。

~~~~~~

三、两观测者对光照点的观测矢量 $\begin{bmatrix} x'=ct' & t' \end{bmatrix}^T$ 与 $\begin{bmatrix} x=ct & t \end{bmatrix}^T$ 之间的对应关系

（1）将光照点的（K 系）时空轨迹 $x=ct$ 代入**空间变换式** $x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$，得：

$$x'=\frac{ct-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}=\frac{c-u}{\sqrt{c^2-u^2}}ct=ct\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}=ct'$$

即得出该光照点的（K' 系）时空轨迹：$x'=ct'$。

（2）将光照点的（K 系）时空轨迹 $x=ct$ 代入**时间变换式** $t'=\dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$，得：

$$t'=\frac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}=\frac{t-\dfrac{uct}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}=\frac{t-\dfrac{u}{c}t}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}$$

即得出该光照点被两观测者观测到的时刻 t' 与 t 之间的关系：$t'=t\sqrt{\dfrac{c-u}{c+u}}$。

于是，得到以下‘等价式’：

“洛伦兹变换”

$$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，\ t'=\frac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，\ x=ct，\ x'=ct'\right\}$$

$$\Updownarrow$$
~~~~~~

$$\left\{x=ct，x'=ct'，t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}\Leftrightarrow\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c，t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}\Leftrightarrow\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=\frac{x\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}}{t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}}=c\right\}$$

$$\Leftrightarrow\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c,\frac{x'}{t'}=\frac{x\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}}{t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}}=c\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{gathered}\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\ t\end{bmatrix},\\ \begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}})-0\bullet t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\\ t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\end{bmatrix}\end{gathered}\right\}$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{gathered}\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\ t\end{bmatrix},\\ \begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\ t\end{bmatrix}\end{gathered}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\ t\end{bmatrix}\right\}\Leftrightarrow\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c\right\}$$

式中$\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\ t\end{bmatrix}$为‘两观测者无相对运动（$u\equiv 0$）’下的伽利略变换。

将方程组$\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c$示于图 2。

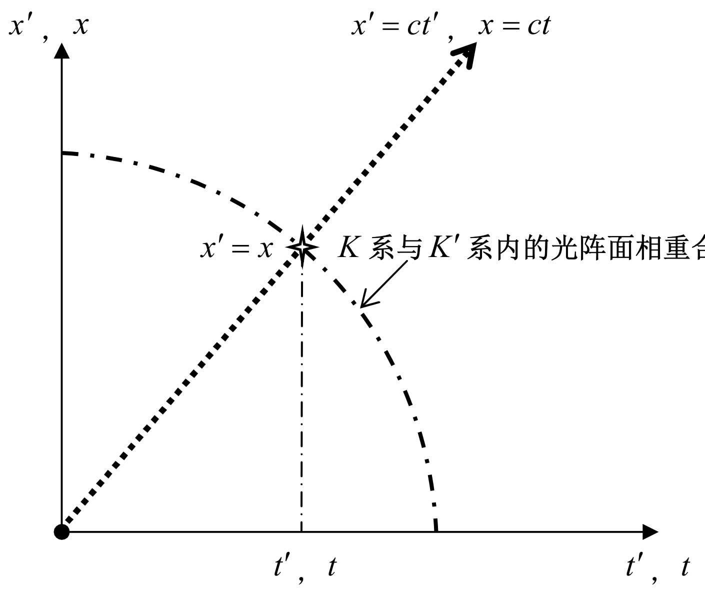


图 2 K' 系观测者与 K 系观测者对光照点进行观测之过程

可以看到，图 2 中出现 $x'=ct'$ 与 $x=ct$，即‘两直线相重合’，即：对于任何时刻 $t\equiv t'$ 都有 $x=x'$：$\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c$。这就是说，$K'$ 系观测者与 K 系观测者在每个时刻（$t\equiv t'$）同时观测到运动质点处在同一位置 $x=x'$。也就是说，K' 系观测者与 K 系观测者始终没有相对运动（$u\equiv 0$），即始终停留在两观测者重合点（$x'=x=0$）上，在每时每刻（$t\equiv t'$）

同时盯视着光照点。

这显然有悖于描述“两观测者始终有相对运动”的方程[$\forall(t)$：$x'=k(x-ut)$，$u>0$]。

还可以看到，图 2 中 $x=ct$ 与 $x'=ct'$（‘两直线相重合’），使得在时刻 $t'=t=0$ 从两观测者重合点（$x'=x=0$）发出的闪光在 K' 系与 K 系内的光阵面为同一阵面。

~~~~~~

四、“洛伦兹变换”是物理上不存在的‘时空变换’

下面我们揭示“洛伦兹变换”之谬误。

（1）方程 $x'=k(x-ut)$ 能满足以下条件：

a. 在 $t'=t=0$ 时，K' 系与 K 系重合（$x'=x=0$）。

b. 在 t'，$t\ge 0$ 时，K' 系相对于 K 系做速度为 u 的平移运动。

因此，联立方程组(A)中预设的方程 $x'=k(x-ut)$ 是一个正确的方程。

（2）为了满足“相对性原理”，“洛伦兹变换”的炮制者在联立方程组(A)中预设方程 $x=k(x'+ut')$，并将方程 $x=k(x'+ut')$ 与方程 $x'=k(x-ut)$ 视为时空变换的‘正变换式’与‘逆变换式’。

事实上，函数 $x=k(x'+ut')$ 不能单独成为函数 $x'=k(x-ut)$ 的‘逆函数’，其原因是：函数 $x'=k(x-ut)$ 中除空间变量 x，x' 之外还含有时间变量 t，因此在它的‘逆函数’中必定有变量 t'。因此，‘正函数’及‘逆函数’除有‘x 与 x' 之关系式’（空间变换式）之外必定还有‘t 与 t' 之关系式’（时间变换式），（读者可自行推导）。所以，$x=k(x'+ut')$ 与 $x'=k(x-ut)$ 单独两个方程并不能成为时空变换的‘正变换式’与‘逆变换式’。所以，“洛伦兹变换”：

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，\quad t'=\frac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

不满足“相对性原理”。（读者可自行验证）

[提示：必须使用求“逆函数”的正规方法（而不是采用‘对换数学符号’的简单手法）进行逐步推演，试看能否使‘正函数’与‘逆函数’具有相同的结构形式，即试看变换方程组的变换矩阵与逆变换矩阵是否具有相同的张量形式。]
~~~~~~

（3）**“洛伦兹变换”**的炮制者依据**‘闽可夫斯基时空’**内质点运动必满足**“时空间隔不变性”**：

$$\forall(t，t')：x^2-c^2t^2\equiv x'^2-c^2t'^2=s^2=const.$$

得出关系式：

$$\boxed{\forall(t，t')：x-ct\equiv x'-ct'=0}$$

于是在数学模型中引入方程$x'=ct'$与$x=ct$。

‘以K'系观测者与K系观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）为光源’的**“光速不变性”定律**示于图 3。

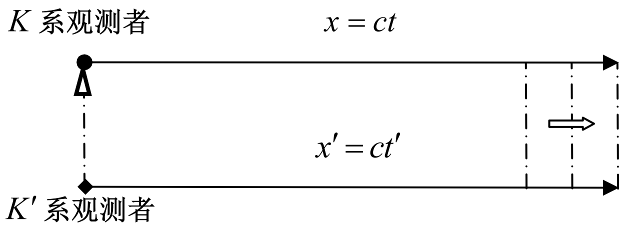


图 3 在两观测者重合点发光的“光速不变性”定律

如图 3 所示，**‘以两观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）为光源’**的**“光速不变性”定律**应表为如下关系式：

$$\boxed{\forall(t\equiv t')：x-ct\equiv x'-ct'=0\Leftrightarrow x\equiv x'}$$

（因为两观测者持有相同的‘时钟’，故式中：$t\equiv t'$）

引入方程$x'=ct'$与$x=ct$，就使得图 2 中出现$x'=ct'$与$x=ct$，即**‘两直线相重合’**。

图 2 中**‘两直线相重合’**，说明对于任何时刻$t=t'$都有$x=x'$。这就是说，**K'系观测者与K系观测者**在每个时刻（$t\equiv t'$）同时观测到运动质点处在同一位置$x=x'$。也就是说，**K'系观测者与K系观测者**之间不存在相对运动（$u\equiv 0$），即两观测者始终停留在重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）上，于每时每刻同时盯视着光照点的实时运动。

这样，依据**‘闽可夫斯基时空’**内质点运动必满足**“时空间隔不变性”**，推导出：

“洛伦兹变换” $$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，x=ct，x'=ct'\right\}\Leftrightarrow\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) - 0 \bullet t \\ t \end{bmatrix} \right\}$$

可以看到，推导出的**“洛伦兹变换”**为**“恒等变换（Identical Transformation）”**

$\left\{ \frac{x'}{t'} = \frac{x}{t} = c \right\}$，即**‘两观测者无相对运动（$u \equiv 0$）’**下的**“伽利略变换”**$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) - 0 \bullet t \\ t \end{bmatrix}$，

这显然违背了描述**“两观测者有相对运动”**的方程[$\forall(t)$：$x' = k(x - ut)$，$u > 0$]的前提条件：$u > 0$。

“洛伦兹变换”将**事实上有相对运动的两观测者**对运动质点的观测过程**在数学上**歪曲为**无相对运动的两观测者**对运动质点的观测过程。因此，**“洛伦兹变换”**是物理上根本就不存在的**‘时空变换’**。

~~~~~~

下面，为了与**“洛伦兹变换”**相对照，我们采用一种极简捷的方法推导出**伽利略-周方变换**。

“伽利略-周方变换”之简捷推导

按下列步骤进行推导。

（1）**“两观测者始终有相对运动”**—

在$t' = t = 0$时，K'系与K系重合。在t'，$t \geq 0$时，K'系相对于K系做速度为u的平移运动，故**空间变换式**的数学式应为$x' = k(x - ut)$，$k > 0$。

（2）**两观测者对同一运动质点进行观测时必满足“相对性原理”**—

函数$x' = k(x - ut)$的**逆函数**为：

$$\begin{cases} x = \frac{x'}{k} + ut = \frac{1}{k}(x' + kut) = \frac{1}{k}(x' + ut') \\ t' = kt \end{cases}$$

从而得到**‘互为正、逆函数’**的两组方程：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ \\ t' = kt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{k}(x' + ut') \\ \\ t = \frac{1}{k}t' \end{cases}$$

其中任意一组方程皆可为时空变换式。取：
~~~~~~

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ t' = kt \end{cases}$$

为时空变换式。式中 k 为待定系数。

（3）光的传播必满足“两参考系有相对运动（$u \neq 0$）下的‘光速不变性’定律”—

“两参考系有相对运动（$u \neq 0$）下的‘光速不变性’定律”：

$$\forall (t \equiv t')：x - ct \equiv (x' + ut') - ct' = 0 \Leftrightarrow x \equiv x' + ut'$$

等价于**“两观测矢量通过观测者之间距离形成矢量合成三角形”**准则。

在两观测者有相对运动之场合下，光的传播必满足**“两参考系有相对运动（$u \neq 0$）下的‘光速不变性’定律”**。这就是说，在引入方程 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 时应考虑“**两参考系有相对运动（$u \neq 0$）**”这一约束条件：$x = x' + ut'$，也就是说，应当在 K' 系观测者（$x' = 0$）运动至“**K 系内 $x = ut'$ 之点**”时，分别从“**两观测者重合点（$t' = t = 0$，$x' = x = 0$）**”与“**K 系内 $x = ut'$ 之点**”各自发出闪光，而不应当像“**洛伦兹变换**”的炮制者那样：在**两观测者重合点（$t' = t = 0$，$x' = x = 0$）**发出一道闪光，引入‘**以两观测者重合点（$t' = t = 0$，$x' = x = 0$）为光源**’的“**光速不变性**”定律。

约束条件 $x = x' + ut'$ 下的“光速不变性”定律示于图 4。

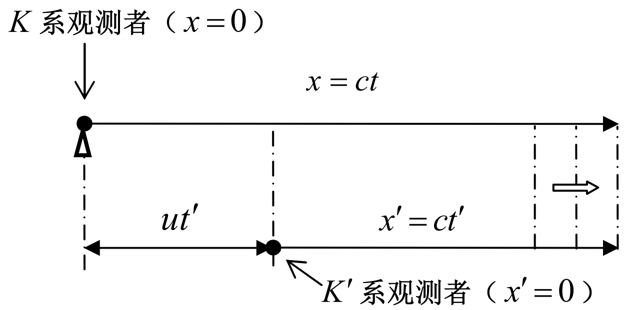


图 4 两观测者在不同地点同时发光的“光速不变性”定律

如图 4 所示，**约束条件 $x = x' + ut'$ 下的“光速不变性”定律**对应于以下关系式：

$$\boxed{\forall (t \equiv t')：x - ct \equiv (x' + ut') - ct' = 0 \Leftrightarrow x \equiv x' + ut'}$$

将 $x = ct$ 与 $x' = ct'$ 代入约束条件 $x = x' + ut'$

得：
$$ct = ct' + ut'$$

从而得：
$$t' = \left(1 + \frac{u}{c}\right)^{-1} t$$

将此关系式与上面的**时间变换式**$t'=kt$ 相对照，便得到待定系数k：$k=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}$

于是，就得到‘一维时空’下的**伽利略-周方变换**：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

引入**两参考系有相对运动**（$u\neq 0$）**下的“光速不变性”定律**，等同于在预设方程组中引入方程组$x=ct$，$x'=ct'$ 与 $x=x'+ut'$。这样，关于**伽利略-周方变换**的预设方程组便是：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ t'=kt \\ x=ct \\ x'=ct' \\ x=x'+ut'\text{。} \end{cases}$$

从这组方程即可得出**伽利略-周方变换**：$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$

将两观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）发出之**光照点**的（K 系）时空轨迹$x=ct$ 通过**‘伽利略-周方变换’**，映射为该**光照点**的（K' 系）时空轨迹：

将$x=ct$ 代入**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$，得：

$$\begin{cases} x'=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(ct-ut)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(c-u)t=(c-u)t' \\ t'=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t \end{cases}$$

由此得：

$$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix} \Leftrightarrow \left\{ x=ct，\ x'=(c-u)t'，\ t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \right\}$$

于是，得出一组同时成立的函数：$x=ct$ 与 $x'=(c-u)t'$，描述 K' **系观测者**与 K **系观测者**对**光照点**进行观测之过程。关系式 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 反映两观测者之间相对运动产生的“**多普勒效应**”。

将 $x=ct$ 与 $x'=(c-u)t'$ 示于图 5。

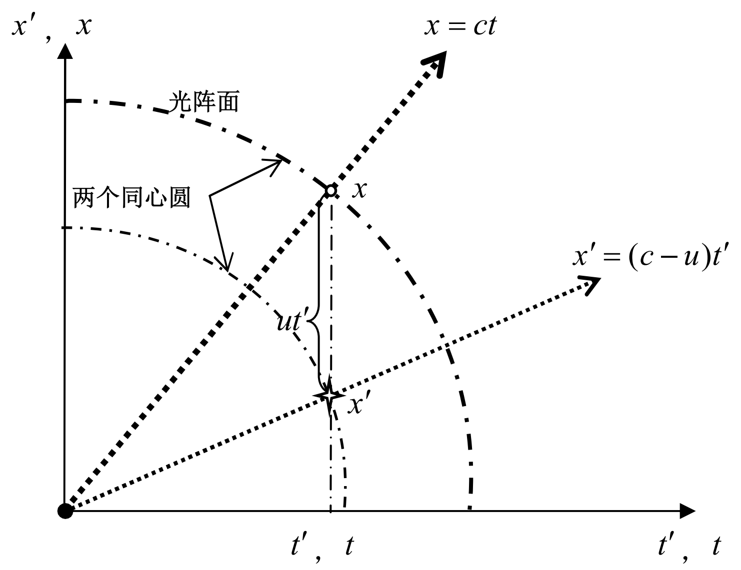


图 5 $x=ct$ 与 $x'=(c-u)t'$ 之间的**伽利略-周方变换**

伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$ 可等价地表为：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left(\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t\right) - u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

由此可以看出，“**伽利略-周方变换**”其实就是两观测者有相对运动场合下于时刻 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 的“**伽利略变换**”。换言之，“**伽利略-周方变换**”就是两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值场合下因‘多普勒效应’导致两参考系之间‘时空度规’发生变动而形成于时刻 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} t$ 的“**伽利略变换**”。

~~~~~~

“伽利略-周方变换”计算示例

对于‘一维时空’场合，K' 系与 K 系之间的关系示于图 6。

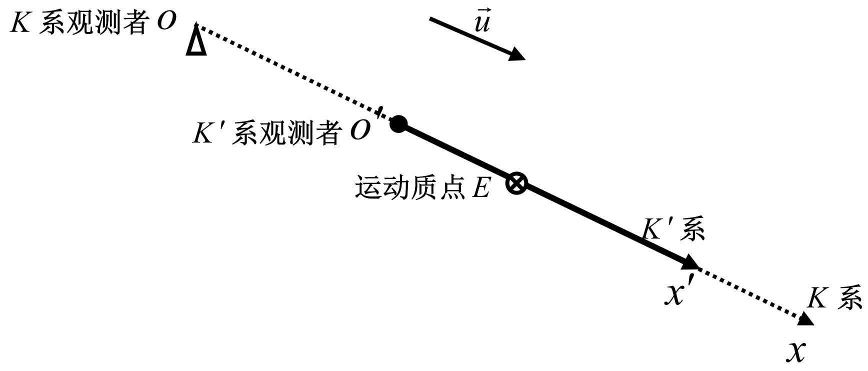


图 6 K' 系与 K 系之间的关系

伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t')+ut' \\ t' \end{bmatrix}$ 的 K' 系时空点与 K 系时空点示于图 7。

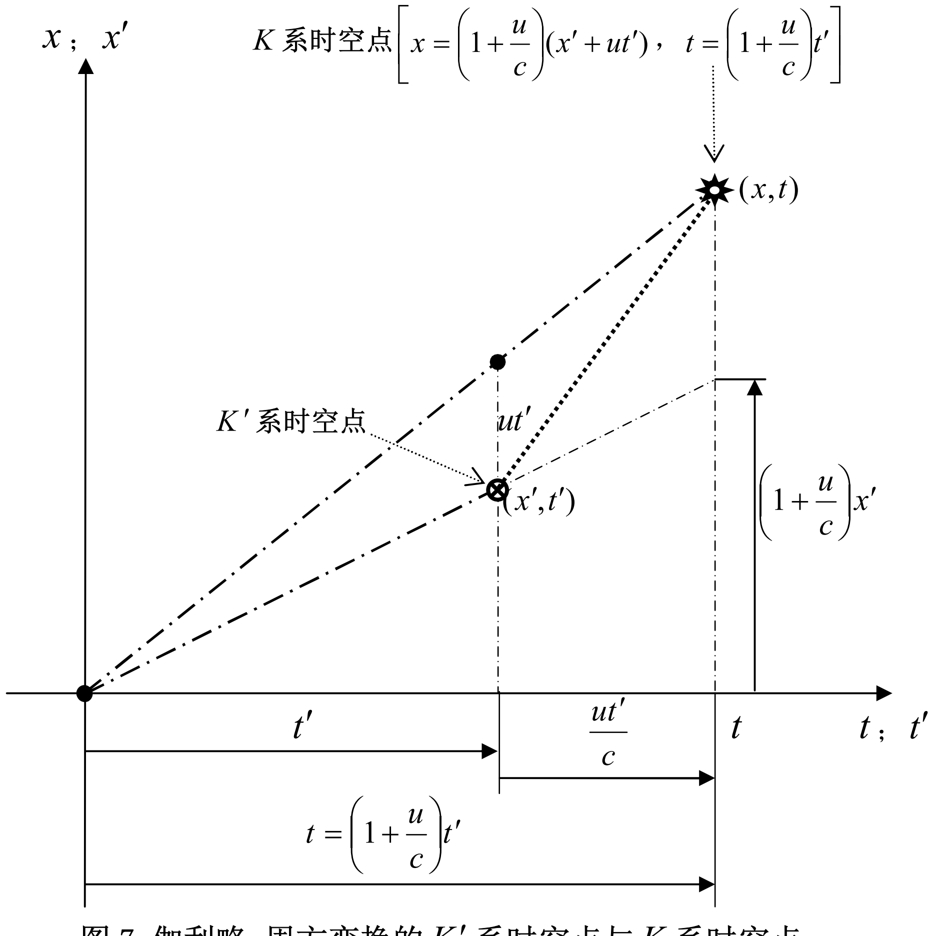


图 7 伽利略-周方变换的 K' 系时空点与 K 系时空点

计算结果示于图 8。
~~~~~~

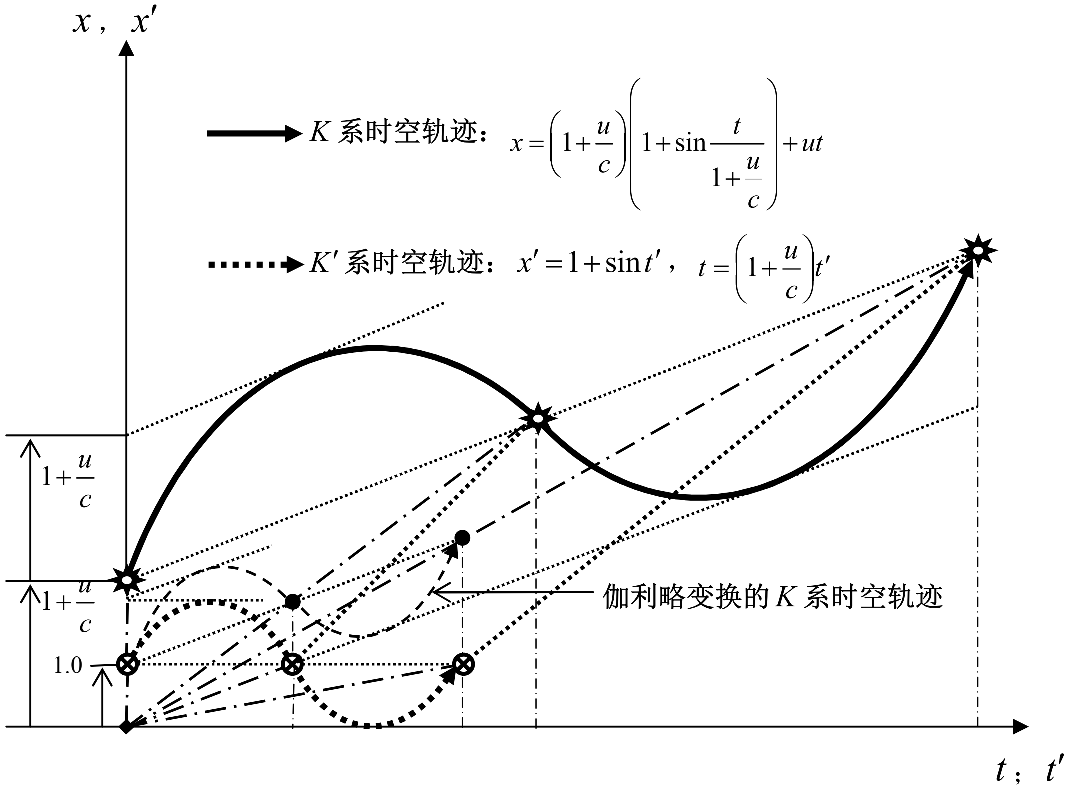


图 8 伽利略-周方变换的 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹

图 7 及图 8 展示了运动质点的 K' 系时空轨迹 $x'=1+\sin t'$ 通过伽利略-周方变换转换为 K 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$ 的清晰图景：

1. 由于 K' 系观测者与 K 系观测者之间有相对运动（u），使得从 K' 系观测者向 K 系观测者传播的波动产生‘多普勒效应’。因此，在 K 系观测者看来，K' 系中的波动变慢 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍[即频率变低 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍]，相应地周期及波长均变大 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

2. 由于真空中光传播速率为有限值（c），致使 K 系观测者在时间上滞后于 K' 系观测者[$t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$]观测到运动质点。因为（观测中）时空点（即‘光照点’）$[x(t),\ \ t]^T$ 满足‘光传播定律’：$x(t)=ct$，$c=const.$ 使得光的“传播时空弹性”为 $\varepsilon=\frac{d\ln x(t)}{d\ln t}=1$，所以 K' 系中的波动周期变大 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。就使得波动振幅也变大 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

总的情况是：在 K 系观测者看来，K' 系中的波动：**频率变低** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，**周期变大** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，**波长变大** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍，**振幅变大** $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

在 K 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$ 中必然出现‘ut’，说明两观测者始终处在相对运动之中。

~~~~~~

下面，列出五个表，对**“洛伦兹变换”**与**伽利略-周方变换**进行全面对照。

表 1

<table>
<tr><td></td><td>“洛伦兹变换”</td><td>伽利略-周方变换</td></tr>
<tr><td>相
对
性
原
理</td><td>“洛伦兹变换”：
$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，$t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$
不满足“相对性原理”。(读者可自行验证)
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
提示：
必须使用求“逆函数”的正规方法（而不是采用‘对换数学符号’的简单手法）进行逐步演绎，试看能否使‘正函数’与‘逆函数’具有相同的结构形式，即试看变换方程组的变换矩阵与逆变换矩阵是否具有相同的张量形式。</td><td>函数 $x'=k(x-ut)$ 的‘逆函数’为：
$\begin{cases} x=\frac{x'}{k}+ut=\frac{1}{k}(x'+kut)=\frac{1}{k}(x'+ut') \\ t'=kt \end{cases}$
由此得到互为‘正变换’与‘逆变换’的（互相等价的）两组方程：
$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ t'=kt \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{k}(x'+ut') \\ t=\frac{1}{k}t' \end{cases}$
（k 为待定系数）
其中任一组方程即为时空变换方程组
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
“伽利略-周方变换”为：
$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix} x-ut \\ t \end{bmatrix}$
能满足“相对性原理”。</td></tr>
</table>
~~~~~~

表 2

<table>
<tr><th></th><th>"洛伦兹变换"</th><th>伽利略-周方变换</th></tr>
<tr>
<td>光
速
不
变
性</td>
<td>依据'闽可夫斯基时空'内光照点运动必满足"时空间隔不变性"：
$$\boxed{\begin{array}{l}\forall(t\equiv t')：\\ x-ct\equiv x'-ct'=0\end{array}}$$
从而引入方程 $x=ct$ 与方程 $x'=ct'$，得"洛伦兹变换"：
$$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}，\ x=ct，\ x'=ct'\right\}$$
$$\Updownarrow$$
$$\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c，\ t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}$$
$\Leftrightarrow$"恒等变换" $\left\{\frac{x'}{t'}=\frac{x}{t}=c\right\}$
$\Leftrightarrow$'两观测者无相对运动（$u\equiv 0$）'下的"伽利略变换" $\left\{\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\ t\end{bmatrix}\right\}$
～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～
两观测者对光照点观测的时空轨迹为：
$$x=ct，\ x'=ct'$$
两直线相重合（参看图 2）</td>
<td>依据'伽利略时空'内光照点运动必满足"两观测矢量通过观测者之间距离形成矢量合成三角形"，引入：约束条件 $x=x'+ut'$ 下的"光速不变性"定律：
$$\boxed{\begin{array}{l}\forall(t\equiv t')：\\ x-ct\equiv(x'+ut')-ct'=0\\ \Leftrightarrow x\equiv x'+ut'\end{array}}$$
从而引入方程 $x=ct$、方程 $x'=ct'$ 与约束条件 $x=x'+ut'$，得：
$$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$$
与变换方程组：$x'=k(x-ut)$，$t'=kt$ 中的时间变换式 $t'=kt$ 相对照，得待定系数 k：$k=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$
从而得"伽利略-周方变换"：
$$\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}$$
$$\Updownarrow$$
$$x=ct,x'=(c-u)t',t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$$
～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～～
两观测者对光照点观测的时空轨迹为：
$$x=ct，\ x'=(c-u)t'$$
两直线不相重合（参看图 5）</td>
</tr>
</table>

表 3

“洛伦兹变换”	伽利略-周方变换
“洛伦兹变换” $$\left\{x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ t'=\frac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}},\ x=ct,\ x'=ct'\right\}$$ $\Updownarrow$ $$\left\{x=ct,\ x'=ct',\ t'=t\sqrt{\frac{c-u}{c+u}}\right\}$$ $\Updownarrow$ “恒等变换” $$\left\{\frac{x'(t')}{t'}=\frac{x(t)}{t}=c\right\}$$ $\Updownarrow$ $$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(t)-0\bullet t\\t\end{bmatrix}$$ —‘两观测者无相对运动（$u\equiv 0$）’下的“伽利略变换”	“伽利略-周方变换” $$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x(t)-ut\\t\end{bmatrix}$$ $\Updownarrow$ $$\left\{x=ct,x'=(c-u)t',t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right\}$$ $\Updownarrow$ $$\begin{bmatrix}x'(t')\\t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t)-u\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\\\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\end{bmatrix}$$ —两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值场合下因‘多普勒效应’导致两参考系之间‘时空度规’发生变动而形成于时刻$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$的“伽利略变换”。

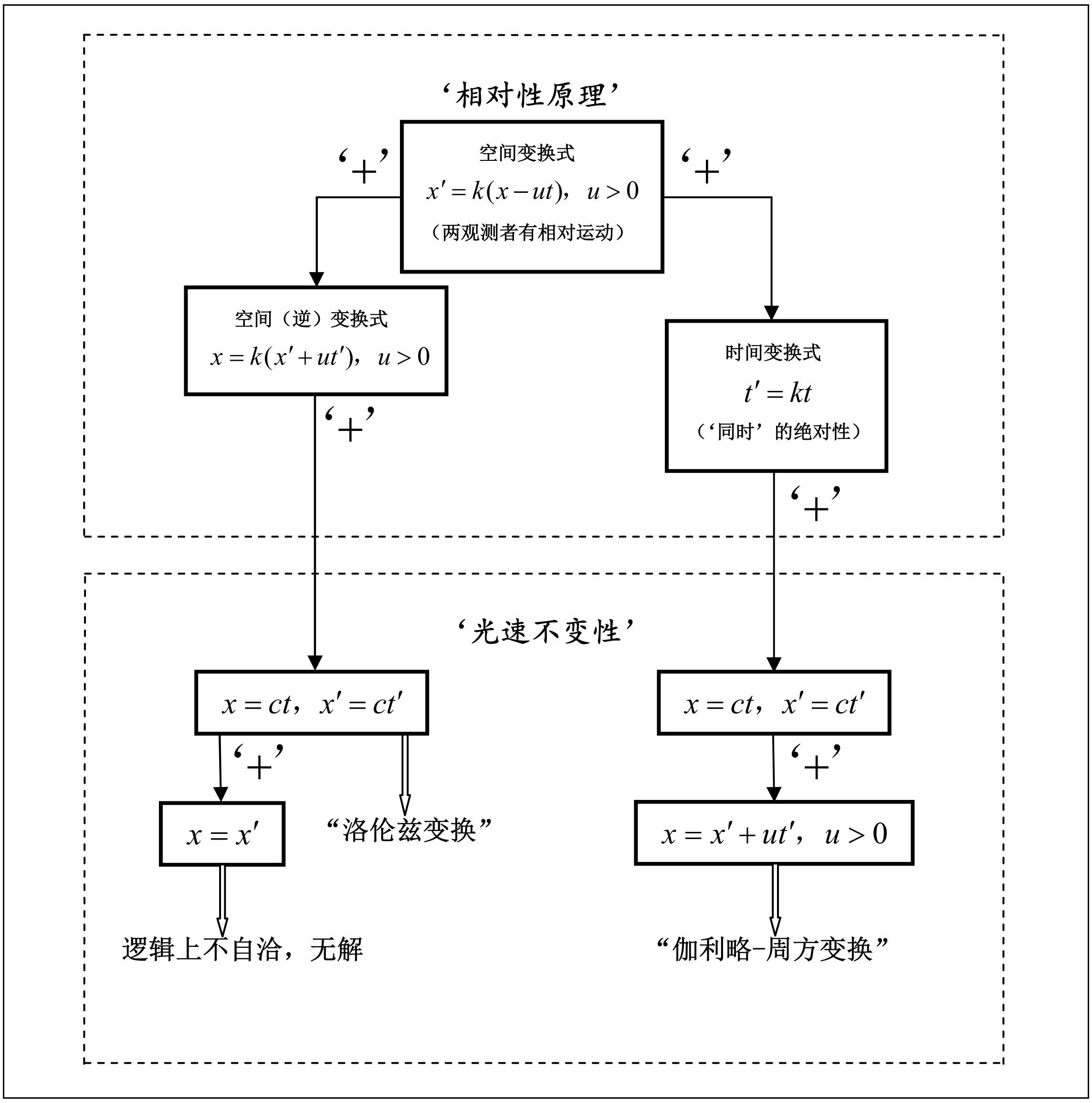
表 4

	“洛伦兹变换”	**伽利略-周方变换**
	（1）“洛伦兹变换”的炮制者依据‘闽可夫斯基时空’内光照点运动必满足“时空间隔不变性”： $\boxed{\begin{array}{l}\forall(t\equiv t')：\\ x-ct\equiv x'-ct'=0\end{array}}$ 预设联立方程组为： $\begin{cases}(1)\ x'=k(x-ut),\quad u>0\\ (2)\ x=k(x'+ut'),\quad u>0\\ (3)\ x-ct\equiv x'-ct'=0\end{cases}$ 等同于方程组： $\begin{cases}x'=k(x-ut)\\ x=k(x'+ut')\\ x=ct\\ x'=ct'\end{cases}$ (A) 方程组中四个方程是互相独立的方程。此方程组有解。 由此得出“洛伦兹变换”： $\left\{x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},\ t'=\dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，\ x=ct，\ x'=ct'\right\}$	依据‘伽利略时空’内光照点运动必满足“两观测矢量通过观测者之间距离形成矢量合成三角形”，引入约束条件 $x=x'+ut'$ 下的“光速不变性”定律： $\boxed{\begin{array}{l}\forall(t\equiv t')：\\ x-ct\equiv(x'+ut')-ct'=0\\ \Leftrightarrow x\equiv x'+ut'\end{array}}$ （参看图 4） 预设方程组为： $\begin{cases}x'=k(x-ut),\quad u>0\\ t'=kt\\ x-ct\equiv(x'+ut')-ct'=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow x\equiv x'+ut',\quad u>0$ 等同于方程组： $\begin{cases}x'=k(x-ut),\quad u>0\\ t'=kt\\ x=ct\\ x'=ct'\\ x=x'+ut'，\ u>0\end{cases}$ 方程组中五个方程显然是兼容的。 此方程组有解。 由此得出“伽利略-周方变换”： $\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}$

表 4（续）

	“洛伦兹变换”	伽利略-周方变换
	（2）实际上，以两观测者重合点（$t'=t=0$，$x'=x=0$）为光源的“光速不变性”定律应当表为如下关系式： $\boxed{\begin{array}{l}\forall(t\equiv t')：\\ x-ct\equiv x'-ct'=0\\ \Leftrightarrow x\equiv x'\end{array}}$ （参看图 3） 故预设方程组应为： $\begin{cases}（1）\ x'=k(x-ut)，\ u>0\\ （2）\ x=k(x'+ut')，\ u>0\\ （3）\ x-ct\equiv x'-ct'=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow x\equiv x'$ 等同于方程组： $\begin{cases}x'=k(x-ut)，\ u>0\\ x=k(x'+ut')，\ u>0\\ x=ct\\ x'=ct'\\ x=x'\end{cases}$ 此情况下，将 $x=x'$ 代入方程 $x'=k(x-ut)$ 及方程 $x=k(x'+ut')$，导致 $u\equiv 0$，与方程 $x'=k(x-ut)$ 及方程 $x=k(x'+ut')$ 的前提条件 $u>0$ 相矛盾，故此预设方程组无解，也就根本不能得出“洛伦兹变换”。	

表 5 预设方程组的构成



结 论

迄今，人们采用各种方法推导出的**“洛伦兹变换”**竟然为**“恒等变换（Identical Transformation）”**，即**两观测者无相对运动**（$u \equiv 0$）**下的“伽利略变换”**，在数学上直接违反了**‘两观测者有相对运动’**之物理事实。

时至今日，终于真相大白：一个多世纪以来，**“洛伦兹变换”**通过‘似是而非’的数学公式，‘偷梁换柱’，将**事实上有相对运动的两观测者**对运动质点的观测过程**在数学上**歪曲为**无相对运动的两观测者**对运动质点的观测过程。

~~~~~~
~~~~~~

本文得到一个重要结论：‘闽可夫斯基时空’内质点运动必满足“时空间隔不变性”，只在‘两观测者无相对运动’之场合下是正确的。在‘两观测者有相对运动’的场合下，‘闽可夫斯基时空’内质点运动必满足“时空间隔不变性”，是一个伪命题。

相应地，本文的分析得出如下定律：“处于相对运动中的两观测者不可能于每时每刻（$t \equiv t'$）同时观测到运动质点处在同一位置（$x = x'$），除非两观测者始终无相对运动”。

这是一条‘自然定律’，可称为“运动观测定律”。“运动观测定律”是“运动观测论”的基础定律，在“运动观测论”中具有奠基性地位。

总之，“洛伦兹变换”$\left\{ x' = \dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}，\ t' = \dfrac{t-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \right\}$是在数学上‘似是而非’，在物理上根本不存在的‘伪时空变换’。

文中分析揭示，只需针对“洛伦兹变换”的各项致命错误，对“洛伦兹变换”进行‘拨乱反正’，便立即得出正确的时空变换 —“伽利略-周方变换”。

“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”场合下客观存在的唯一的时空变换是“伽利略-周方变换”。

~~~~~~

参 考 文 献

[1]《狭义与广义相对论浅说》，（美）A.爱因斯坦/著　杨润殷/译　北京大学出版社　2006 年版

[2]《狭义相对论（第二版）》，刘辽 费保俊 张允中 编著　科学出版社　2008 年版

******************* ******************* *******************
~~~~~~

作 者 简 介

周 方　男　湖南省华容县人　1932 年 9 月 28 日生于湖南省长沙市

研究员、教授、博士生导师。1950 年就读于大连工学院(现大连理工大学)应用物理系，后赴苏联留学，毕业于莫斯科航空学院飞机设计与制造系。著述所涉及的专业领域：航空工程、系统工程、数理经济学与经济计量学、理论物理学。

An Accurate Deduction of Space-time Transformation

Fang Zhou
tony_zf_zf_zf@126.com

Abstract The paper provides a simple and accurate derivation of space-time transformation, with detailed explanation as well. The derived space-time transformation completely conforms the real observation process of two relatively moving observers.