

Die Geschwindigkeit kontinuierlicher Gravitationswellen

Herbert Weidner^A, Am Stutz 3, D-63864 Glattbach

Zusammenfassung: Der Dopplereffekt durch die Erdumlaufbahn ermöglicht die Identifikation zahlreicher GW im Frequenzbereich um 0,3 mHz. Die Auswertung der Phasenmodulation ergibt einen höheren Frequenzhub als die relativistische Dopplerverschiebung erlaubt. Eine mögliche Erklärung ist, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit der GW geringer als die Lichtgeschwindigkeit und frequenzabhängig ist.

Einführung

Folgt man den Annahmen der allgemeinen Relativitätstheorie, strahlen manche Objekte in fernen Galaxien Gravitationswellen (GW) ab, die hier auf der Erde messbar sein sollten. Die Bewegung der erzeugenden Massen bestimmt die Frequenz, die im Bereich $10^{-9} \text{ Hz} < f_{\text{GW}} < 10^3 \text{ Hz}$ zu finden sein sollte. Bisher suchte man vergeblich mit unterschiedlichen Methoden nach Dauersignalen, die der Astronomie ein neuartiges Beobachtungsfenster öffnen würden. Ein Grund ist sicher, dass die GW extrem schwache Dauersignale ohne Frequenz- oder Amplitudenmodulation sind. Da sich die Empfänger mit der Erde bewegen, entstehen Signaturen, die die extraterrestische Herkunft der Signale belegen.

Das sehr schlechte Signal-Rausch-Verhältnis der GW lässt sich durch Langzeitintegration der Signale verbessern. Die Empfangsantennen müssen jahrelang zuverlässig und ungestört arbeiten. Supraleitende Gravimeter (SG) sind besonders empfindliche und langzeitstabile Empfangsantennen für Gravitationssignale im Frequenzbereich 1 μHz bis 100 mHz. Einige von ihnen zeichnen bereits seit Jahrzehnten Daten auf, die im GFZ in Potsdam gespeichert sind^[1].

Die GW entfernter Quellen sind sehr schwach und es ist schwierig ist, sie mit einzelnen Instrumenten nachzuweisen, auch wenn man die störenden und extrem starken Gezeitensignale mit Frequenzen unter 45 μHz beseitigt^[2]. Um die Signalamplitude und das Signal-Rausch-Verhältnis zu verbessern, wurden die Messwerte von zwölf SG, die in Europa installiert sind, addiert: PE (Pecny), OS(Onsala), WE1+2(Wetzell), VI(Wien), ST(Straßburg), MO1+2(Moxa), MC(Medicina), BH(Bad Homburg) und BF1+2(Schwarzwald). Diese Gravimeter registrieren annähernd gleichphasige Signale der GW, weil die gegenseitigen Abstände viel geringer sind als die Wellenlänge der GW.

Eigenartigerweise verbessert sich das SNR deutlich, wenn man die Messwerte der beiden Gravimeter subtrahiert, die weit entfernt in Südafrika betrieben werden (SU1+2). Die Einbeziehung der ebenfalls sehr rauscharmen Messwerte aus Australien (CB) hat dagegen keinen Einfluss. Nur weitere Messungen können dazu beitragen, diese Phasenbeziehungen aufzuklären.

Die SG dienen (bisher) primär der Untersuchung von Erdbeben, sind deshalb akustisch ungünstig direkt auf dem Erdboden montiert und reagieren empfindlich auf Erschütterungen. Für Untersuchungen auf dem Gebiet der GW ist diese Art der Montage verbesserungswürdig. Alle nachfolgend beschriebenen Messungen erfolgten im Frequenzbereich um 300 μHz ($T \approx 1 \text{ h}$), in dem das Rauschen der SG besonders gering ist. Die Eigenresonanzen der Erdkugel liegen meist deutlich höher.

Signatur von phasenmodulierten GW-Signalen

Die Erde bewegt sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten im Wellenfeld der GW, wodurch der Dopplereffekt periodisch die empfangene Signalphase verschiebt:

(A) 27. April 2021, email: herbertweidner@gmx.de

1. Die Erde rotiert in 23.9345 Stunden um die eigene Achse. Da die Sensoren ortsfest montiert sind, ändert sich die gemessene Phase der GW. Diese Modulation erzeugt Seitenbänder im Abstand von 11,606 μHz zu beiden Seiten von f_{GW} . Wegen der geringen Umfangsgeschwindigkeit ($v < v_{\text{Äquator}} = 463 \text{ m/s}$) sind die Seitenbänder sehr schwach und verschwinden im Rauschen. Diese schnelle Phasenmodulation würde bei einer Messung in der Nähe von Nord- oder Südpol verschwinden.
2. Die Erde umkreist die Sonne in 365,256 Tagen. Die Sensoren bewegen sich deshalb mit maximal $\pm 30 \text{ km/s}$ durch das Wellenfeld der GW. Dieser Wert – etwa 1/10000 der vermutlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der GW – erzeugt eine langsame Phasenmodulation der registrierten Signale, wodurch Spektrallinien im Abstand $f_{\text{MOD}} = 31,69 \text{ nHz}$ zu beiden Seiten von f_{GW} entstehen. Diese Signatur ermöglicht die Identifikation von GW.

Das Spektrum eines Signals, das mit einer einzigen sinusförmigen Frequenz phasenmoduliert ist, besteht (theoretisch) aus unendlich vielen Spektrallinien im gegenseitigen Abstand der Modulationsfrequenz. Für praktische Anwendungen genügt es, nur die stärksten Seitenbänder zu beiden Seiten der Trägerfrequenz auszuwerten. Der Modulationsindex β bestimmt die Amplituden aller Spektrallinien. Während man in der Funktechnik den Wert von β wählen kann, muss man im Fall der GW den Wert β aus den gemessenen Spektrallinien ermitteln. Das gelingt, weil eine Phasenmodulation immer auch eine Frequenzmodulation bewirkt, beide Verfahren lassen sich ineinander umrechnen. Es gilt:

$$\beta = \frac{\text{größte Abweichung von der mittleren Frequenz (Frequenzhub)}}{(\text{höchste}) \text{ Modulationsfrequenz}}$$

Abb. 1 zeigt, dass man bei geringem Modulationsindex $\beta < 1,5$ nur wenige Seitenbänder in unmittelbarer Umgebung der Trägerfrequenz f_{GW} berücksichtigen muss. Mit zunehmendem Modulationsindex ($\beta > 2$) steigen die Amplituden von immer mehr Seitenbändern, wodurch die Bandbreite der Signalübertragung zunimmt. Nur Langzeitmessungen liefern ein genügend detailreiches Spektrum, um GW anhand der charakteristischen Spektrallinien identifizieren zu können. Diese Spektralanteile zeigen sich erst dann, wenn die Beobachtungsdauer wesentlich länger ist als die Schwingungsdauer der Modulationsfrequenz. Deshalb erfolgten alle Untersuchungen mit Datensätzen der Mindestdauer von zehn Jahren. Wählt man kürzere Zeitspannen, kann man – bei ausreichendem SNR – die zeitabhängige Momentanfrequenz bestimmen, die durch den Dopplereffekt frequenzverschoben sein kann. Damit verzichtet man auf die Signatur der Phasenmodulation und die Nachweismöglichkeit, dass das gemessene Signal eine GW sein kann.

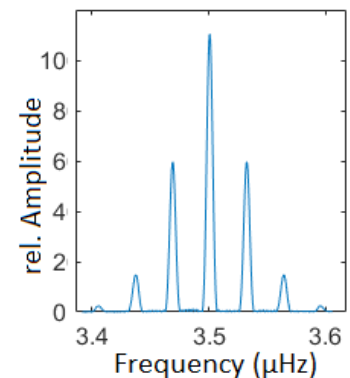


Abb. 1: Spektrum eines phasenmodulierten Signals; $f_{\text{GW}} = 3,5 \mu\text{Hz}$, $f_{\text{MOD}} = 32 \text{ nHz}$, Index = 0,95

Identifikation von GW-Signalen

Der Nachweis kontinuierlicher Gravitationswellen ist bisher nicht nur an zu geringen Amplituden gescheitert – möglicherweise auch durch Nichtbeachtung der Signatur. Deshalb wurden die umfangreichen Datensätze von supraleitenden Gravimetern nach Hinweisen auf phasenmodulierte Signale durchsucht. Wie oben dargelegt, muss das Spektrum mindestens drei Linien im Abstand 31,69 nHz enthalten.

Abbildung 2 zeigt beispielhaft, wie man Kandidaten für eine genauere Analyse findet: Man sucht im Spektrum ein Triplet aus drei Linien, das diesen Frequenzabstand präzise einhält. Das könnte die Signatur einer GW sein. Die Amplituden sind nicht ausschlaggebend und angesichts des schlechten SNR auch kein gutes Kriterium, um GW zu finden.

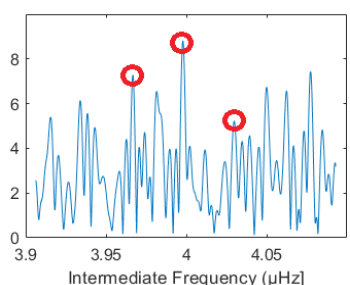


Abb. 2: Kombination aus drei Spektrallinien mit korrektem Abstand.

Zusätzliche Signaturen wie eine langsame Frequenzdrift sind in dieser Auflösung noch nicht erkennbar und zeigen sich erst im Lauf der Analyse. Im Frequenzbereich 40 μHz bis 400 μHz ergab die systematische Suche 83 Frequenztripel, die GW sein könnten. Eines davon bei $f_{\text{GW}} = 386,28 \mu\text{Hz}$ wird nachfolgend genauer analysiert.

Datenanalyse der GW bei 386,28 μHz

Ziel ist, charakteristische Eigenschaften der GW zu bestimmen: Frequenzhub, Frequenzdrift und der Nachweis, dass die Signalamplitude während des gesamten Messzeitraums konstant ist. Dazu kommt die Richtungsbestimmung: Wo ist die Quelle der GW?

Das Spektrum eines Dauersignals konstanter Frequenz, das mit einer einzigen Frequenz – der Umlauffrequenz der Erde um die Sonne – phasenmoduliert wird, besteht *nur* aus einer ungeraden Anzahl von diskreten Linien im gegenseitigen Abstand der Modulationsfrequenz 31,69 nHz. Alle dazwischen liegenden Spektralanteile sind Störungen und sollten entfernt werden. Da sich die Konstruktion trennscharfer Filter mit sinkender Frequenz vereinfacht, reduziert man in einem ersten Schritt die Frequenz der GW auf 4 μHz (Zwischenfrequenz #1). Das in der Funktechnik übliche Superhetverfahren verschiebt die Frequenz ohne die Modulation des GW-Signals zu verändern. Ein frequency-shifting-bandpass [3] ist dafür geeigneter als ein simpler Mischer, weil keine störenden Spiegelfrequenzen auftreten können. Bei keinem der untersuchten 83 Frequenztripel überstieg der Modulationsindex β den Wert drei, weshalb ein Matched Filter mit fünf Durchlassbereichen genügt: Die Auswertung stützt sich auf die zentrale Trägerfrequenz f_{GW} und die ersten beiden Seitenbänder $f_{\text{GW}} \pm f_{\text{MOD}}$ und $f_{\text{GW}} \pm 2 \cdot f_{\text{MOD}}$. Das SNR der weiter entfernten Seitenbänder ist zu gering, um zusätzliche Information zu liefern.

Damit eine eventuell bestehende Frequenzdrift des GW-Signals das Matched Filter unverändert passieren kann, wählt man die Bandbreiten der fünf Durchlassbereiche mit jeweils $\Delta f = 8 \text{ nHz}$ etwas breiter als erforderlich. Das Spektrum des gefilterten Signals (Abb. 3) zeigt, dass die Amplituden der vier Seitenbänder geringer sind als die Amplitude des Trägers. Wäre β bekannt, könnte man die Amplituden A_0 , A_1 und A_2 der Spektrallinien eines frequenzmodulierten Signals mit folgenden Formeln berechnen (J_n sind die Besselfunktionen der ersten Art):

Amplitude der Trägerfrequenz f_{GW} : $A_0 = J_0(\beta)$

Amplitude der Seitenbänder $f_{\text{GW}} \pm f_{\text{MOD}}$: $A_1 = J_1(\beta)$ und $f_{\text{GW}} \pm 2 \cdot f_{\text{MOD}}$: $A_2 = J_2(\beta)$

Bei der Suche nach GW gilt der umgekehrte Weg: Man bestimmt die Amplituden von Trägerfrequenz und Seitenbändern und schätzt damit den Modulationsindex β der GW. Das schlechte Signal-Rausch-Verhältnis sorgt für ein ungenaues Ergebnis.

Dieses lässt sich durch eine erneute Anwendung des Superhetverfahrens verbessern: Man ändert die Zwischenfrequenz #1 (etwa 4 μHz) nochmals, diesmal aber mit einem variablen Oszillator Osz #2 (etwa 3,5 μHz). Um die entstehende Differenzfrequenz #2 (0,5 μHz) konstant zu halten, iteriert man die Eigenschaften des Osz #2 so, dass die Frequenzdrift und die Seitenbänder der Differenzfrequenz #2 verschwinden.

Dieses Kompensationsverfahren überträgt die Eigenschaften Frequenzdrift und Phasenmodulation des GW-Signals auf den variablen Oszillator Osz #2. Aus Modulationsindex und Phase lässt sich die Richtung zur Quelle der GW bestimmen.

Mit der Annäherung an dieses Ziel steigt die Amplitude der Zwischenfrequenz #2, weil sich die Gesamtenergie des Signals, die sich vorher teilweise auf die Seitenbänder verteilte, nun auf die Trägerfrequenz konzentriert. Das verbessert das Signal-Rausch-Verhältnis. Abb. 4 zeigt den Signalfluss der Datenverarbeitung mit der Iteration, um die geforderten Ergebnisse zu extrahieren.

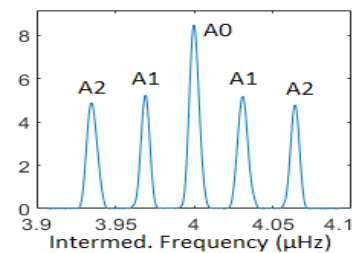


Abb. 3: Spektrum nach dem Matched Filter

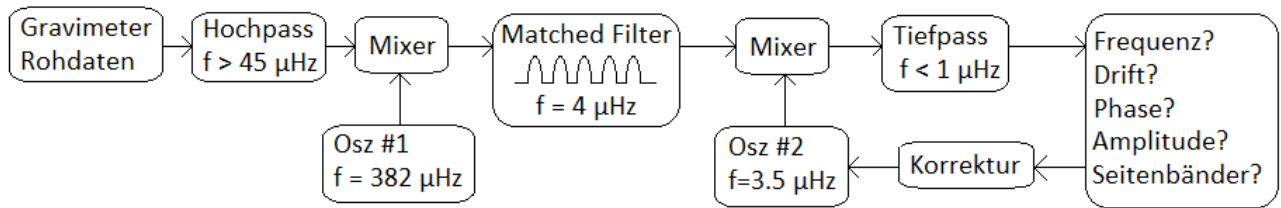


Abbildung 4: Signalfluss der Gravitationsdaten. Alle Kenngrößen des Oszillator #2 sind variabel.

Auswertung der Phasenmodulation

Abb. 5 zeigt das Spektrum des Osz #2 ($f_{\text{Osz}\#2} = 3,5 \mu\text{Hz}$) nach dem Ende der Iterationen. Die sehr geringe Frequenzdrift beeinflusst diese Darstellung nicht. Da die Datenverarbeitung nur aus der Aufeinanderfolge linearer Prozesse besteht, besitzt die GW der Frequenz $f_{\text{GW}} = 386,28 \mu\text{Hz}$ ein identisches Spektrum. Dieses lässt sich jedoch wegen der 110-fach höheren Frequenz und des schlechten Signal-Rausch-Verhältnisses nicht mit vergleichbarer Präzision darstellen.

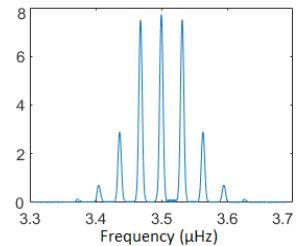


Abbildung 5: Spektrum des phasenmodulierten Hilfsoszillators Osz #2

Aus dem Amplitudenverhältnis der Spektrallinien errechnet sich der Modulationsindex $\beta = 1,412$ mit Hilfe der Besselfunktionen erster Art. Die Berechnung des Frequenzhubes des GW-Signals liefert ein überraschendes Ergebnis: Die maximale Frequenzabweichung um den Mittelwert f_{GW} als Folge der Rotation der Erde um die Sonne beträgt $\Delta f = \pm 44,75 \mu\text{Hz}$. Eine direkte Messung der Schwingungsdauer von Osz #2 bestätigt dieses Ergebnis: Nach der Bestimmung der Zeitabstände zwischen den Nulldurchgängen lässt sich die Frequenz als Funktion der Zeit darstellen.

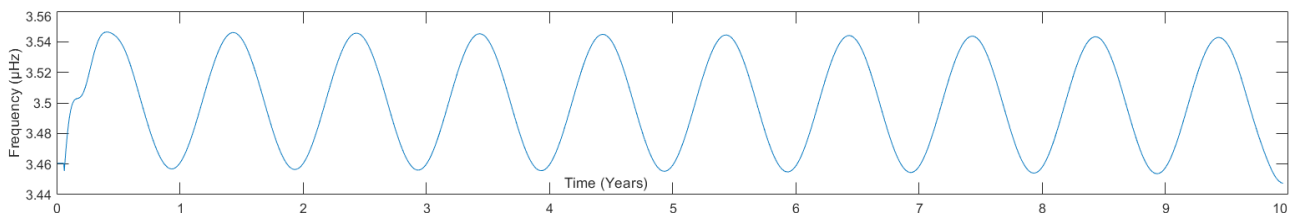


Abb. 6: Periodische Schwankung der Frequenz von Osz #2 um den Mittelwert. Überlagert ist eine langsame Verringerung der mittleren Frequenz.

Der Abbildung 6 entnimmt man folgende Informationen:

1. Die Frequenz des Osz #2 pendelt sinusförmig um den Mittelwert $3,5 \mu\text{Hz}$. Der Frequenzhub von $\Delta f = \pm 44,80 \text{ nHz}$ gilt auch für die ursprüngliche GW der Frequenz $f_{\text{GW}} = 386,28 \mu\text{Hz}$. Die zweistufige Reduktion der Empfangsfrequenz in Mixer #1 und Mixer #2 (Abb. 4) ändert nicht den Frequenzhub Δf .
2. Unter der Annahme einer kreisförmigen Bahn der Erde um die Sonne empfängt man die niedrigsten Frequenzen etwa am 341. Tag eines jeden Jahres. Während einer kurzen Beobachtungsdauer im Dezember jeden Jahres kann man die Momentanfrequenz $f_{\text{GW}} - \Delta f$ dieser GW nachweisen.
3. Die höchste Frequenz empfängt man etwa am 158. Tag eines jeden Jahres. Im Juni jeden Jahres misst man die Momentanfrequenz $f_{\text{GW}} + \Delta f$ dieser GW. Diese Zeitangaben erlauben die Bestimmung der ekliptikalen Länge, in der die Quelle der GW zu suchen ist.
4. Die mittlere Frequenz der GW verringert sich um $0,3927 \text{ nHz}$ pro Jahr. Die Änderungsgeschwindigkeit der Orbitalfrequenz beträgt $df/dt = -3,22 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-2}$.

Die Frequenzabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Der gemessene hohe Wert des Frequenzhubes von $\Delta f = \pm 44,80$ nHz widerspricht der üblichen Annahme, dass sich die GW mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wäre diese Vermutung korrekt, dürfte der Frequenzhub – verursacht durch die relativistische Dopplerverschiebung – den Wert

$$\Delta f_{max} = f_{GW} \left(\sqrt{\frac{c + v_{Erdbahn}}{c - v_{Erdbahn}}} - 1 \right) = 38,63 \text{ nHz}$$

nicht überschreiten. Diesen Maximalwert dürften nicht einmal die Signale überschreiten, die von GW-Quellen nahe der Ebene der Ekliptik kommen. Mit zunehmender ekliptikaler Breite der GW-Quelle verringert sich der Frequenzhub bis zum Wert null.

Die Überschreitung des nach der Relativitätstheorie erlaubten Grenzwertes für Δf_{max} lässt sich durch die Annahme erklären, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{GW} kleiner ist als die Lichtgeschwindigkeit. Damit lautet die Herleitung des relativistischen Dopplereffektes:

$$f_{RX} = \frac{f_{GW}}{\gamma(1 - \cos(\epsilon) \cdot v_{Erdbahn}/v_{GW})} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{v_{Erdbahn}}{c}\right)^2} \approx 1$$

$v_{Erdbahn} = 30$ km/s und $\epsilon =$ Ekliptische Breite der Quelle der GW.

Da die gemessene Frequenz periodisch zwischen den Grenzen $f_{GW} - \Delta f < f_{RX} < f_{GW} + \Delta f$ schwankt, folgt $v_{GW} \approx 2,6 \cdot 10^8$ m/s = 0,86·c (falls $\epsilon = 0$). Die bisherige Suche im Frequenzbereich bis 400 μ Hz ergab 83 Frequenztripel mit der typischen Signaturen einer phasenmodulierten GW. Berechnet man v_{GW} aus dem Frequenzhub jedes Kandidaten und verknüpft das Ergebnis mit der Frequenz f_{GW} , erhält man die Punktwolke in Abbildung 7. Ihr entnimmt man, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{GW} offenbar frequenzabhängig ist (Dispersion). Im Frequenzbereich $48 \mu\text{Hz} < f_{GW} < 402 \mu\text{Hz}$ gilt für alle Ergebnisse die Relation $v_{GW} \geq W c f_{GW}$ mit $W \approx 1350$ s. Die physikalische Interpretation der Konstanten W muss noch gefunden werden.

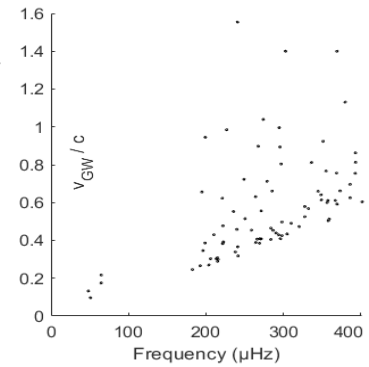


Abb. 7: Ausbreitungsgeschwindigkeit der GW in Relation zur Frequenz. Annahme: $\epsilon = 0$.

Es scheint eine untere Grenzgerade $v_{GW} = W c f_{GW}$ zu existieren, die für alle GW-Quellen mit der ekliptikalen Breite $\epsilon \approx 0$ gilt. Die Punktwolke ist nach oben unbegrenzt, weil die Position der GW-Quellen

unbekannt ist und der Wert von $\cos(\epsilon)$ sehr klein sein kann. Würde man den Wert von W kennen, ließe sich die ekliptikale Breite der GW-Quellen bestimmen. Falls sich die Dispersionsformel

$v_{GW} = W c f_{GW}$ bestätigt, würde die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{GW} ab $f_{GW} > 760 \mu\text{Hz}$ den Wert der Lichtgeschwindigkeit überschreiten. Weitere Messungen werden zeigen, ob die Grenzgerade nur eine Approximation für Frequenzen unterhalb 400 μ Hz ist.

Richtung zur Quelle der GW

Falls die Ausbreitungsgeschwindigkeit der GW proportional zur Frequenz ist und der oben angegebene Wert von W zutrifft, lässt sich die Koordinaten der Quelle im ekliptischen Koordinatensystem berechnen. Aus $f_{GW} = 386,28 \mu\text{Hz}$ würde $v_{GW} = 1,564 \cdot 10^8$ m/s folgen. Damit besitzt die GW-Quelle die ekliptikalen Breite $\epsilon = \pm 53^\circ$. Am 158. Tag eines jeden Jahres zeigt die Tangentialgeschwindigkeit der Erdbahn annähernd in die Richtung der GW-Quelle. Daraus lässt sich die ekliptikale Länge berechnen.

Prüfung der Amplitudenkonstanz der GW

Ein Spektrum enthält keine Information, ob und wie sich die Amplitude eines Signals im Lauf der Zeit ändert. Nur ein phasempfindlicher Integrator kann diese Frage beantworten, weil er wie ein extrem schmalbandiges Filter wirkt. Ein mögliches Verfahren basiert auf dem Additionstheorem der trigonometrischen Funktionen und setzt eine konstante Frequenz ohne Phasenmodulation voraus. Deshalb lässt sich dieses Verfahren nicht auf die ursprüngliche phasenmodulierte GW anwenden, sondern auf das Ausgangssignal des zweiten Filters ($f_{ZF2}=0,5 \mu\text{Hz}$), bei dem der frequenzmodulierte Oszillator #2 Drift und Phasenmodulation beseitigt hat.

Die Daten der SG sind digitalisiert und bestehen aus diskreten Werten. Aufeinanderfolgende Werte z_n und z_{n+1} des ZF2-Signals werden im Zeitabstand T (Samplingzeit) gemessen, weshalb der Phasenwinkel mit jedem Schritt um den Wert $\alpha=2\pi T \cdot f_{ZF2}$ zunimmt. Jeder Datenpunkt z_n entsteht durch das Zusammenwirken vieler Frequenzkomponenten und nur einem selektiven Integrationsverfahren gelingt es, störende Komponenten zu ignorieren. Grundlage sind die beiden Formeln

$$x_{n+1} = \cos(\alpha)x_n + \sin(\alpha)y_n + z_n \quad \text{und} \\ y_{n+1} = \cos(\alpha)y_n - \sin(\alpha)x_n \quad .$$

Ohne das injizierte Signal z_n und mit dem Startwert $x_1=1$ würden die Formeln eine Wertetabelle für $x=\sin(2\pi t \cdot f_{ZF2})$ und $y=\cos(2\pi t \cdot f_{ZF2})$ mit konstanter Amplitude berechnen. Das injizierte Signal z_n stört die Berechnung: Je nach Phasenlage steigt oder fällt die Amplitude berechneten Schwingungen im Lauf der Zeit. Stimmen programmierte und empfangene Frequenz überein und bleibt die Phase stabil, steigt das Ausgangssignal des Integrators proportional zur Zeit.

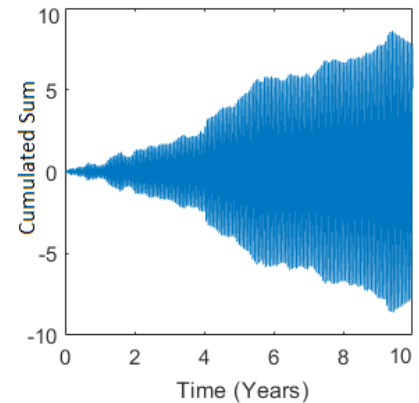


Abbildung 8: Integration der Amplituden durch einen synchronisierten Oszillator.

Die geringen Abweichungen vom linearen Anstieg der Amplitude (Abb. 8) zeigt die fast perfekte Konstanz von Amplitude und Phase des injizierten Signals z_n über den gesamten Zeitraum von zehn Jahren. Das bestätigt den Verdacht, dass die phasenmodulierte Schwingung der Frequenz $f_{GW} = 386,28 \mu\text{Hz}$ ein extraterrestisches Dauersignal ist.

Details der Datenanalyse

Die Rohdaten der Supraleitenden Gravimeter können vom GFZ geladen werden. Die Vorbereitung beschränkt sich auf drei Schritte:

1. Hochpassfilterung ($f > 45 \mu\text{Hz}$) der Originaldaten, um die starken Gezeitensignale von Sonne und Mond zu unterdrücken.
2. Verkettung zu zusammenhängenden Datenreihen der Zeitdauer zehn Jahre.
3. Verringerung der Samplingfrequenz, um die Bearbeitungsdauer zu verringern.

Die Analyse der aufbereiteten Daten erfolgte mit MATLAB. Die dazu verwendeten Programme sind beim Autor erhältlich.

- [1] GFZ Potsdam, IGETS Datenbank
- [2] [Herbert Weidner](#), Vorbereitung der Daten von Supraleitenden Gravimetern für Untersuchungen im Frequenzbereich um 100 μ Hz
- [3] D.K. Weaver, "A third method of generation and detection of single-sideband signals," Proc. of IRE, 1956; pp. 1903-5.