Числофизика: Время и расширение числовой вселенной
(Numberphysics: Time and the expansion of the numerical universe)

Александр Васильевич Исаев
(Alexander Vasilievich Isaev)

Abstract

В монографии от 03.05.2015 рассмотрены следующие вопросы:Закон роста простых чисел; Радиусы простых чисел; Идеальные простые числа; Время у идеальных простых чисел; Скатерть (спираль) Улама; М-фактор идеального простого числа; Параметр Н у идеальных простых чисел; Время у проточисел; Проточисла, t-равные обычным числам; Магический квадрат Манси; Время у экзочисел; Прайм-время; «Улучшенные» идеальные простые числа.

In the monograph dated 05/03/2015 the following issues are considered: The law of growth of prime numbers; Radii of prime numbers; Perfect primes; Time for ideal primes; Ulam tablecloth (spiral); M-factor of an ideal prime; Parameter H for ideal primes; Time has protochisel; Proto-numbers, t-equal to ordinary numbers; Muncie Magic Square; Time at exo-numbers; Prime time; "Improved" ideal primes.

О Г Л А В Л Е Н И Е

1. Закон роста простых чисел

Пусть P – это *простое число* (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,…) с порядковым номером X_{p} (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,… соответственно) в ряде всех простых чисел. Напомню, что простое число делится только на единицу и само себя. Всякое натуральное число – это уникальная комбинация (произведение) простых чисел (см. *основную теорему арифметики*), то есть простые числа – это «кирпичики» из которых строится мир натуральных чисел. Простые числа подобны квантовым струнам в теории струн, и почти все законы *теории чисел* (раздел высшей математики) – это своеобразный «танец» простых чисел.

Рассмотрим *отрезок* $[2; P]$ числовой оси, то есть от числа 2 до простого числа P (включительно, поэтому мы и говорим – отрезок). Причем отрезок достаточно большой ($P >> 2$) – его правая граница намного больше (дальше) числа 2. Согласно важнейшему закону *теории чисел* порядковый номер (X_{p}) простого числа P будет близок к такому числу X (которое никогда не будет целым числом):

$$\boldsymbol{X = P/(\ln P - 1) \approx P/\ln P}. \qquad (1.1)$$

Иначе говоря, *количество* ($X_р$) простых чисел на отрезке [2; P] будет близко к указанному числу X. При этом вторая формула ($X \approx P/\ln P$) для $P \geq 7$ всегда выдает номера меньше реальных ($X < X_р$), и имеет *относительную погрешность* ОП $\equiv (X_р - X)/X$, убывающую по степенному закону ОП $\approx 0{,}3151/P$^0,0961 (по крайней мере до $P = 376001$, когда ОП $\approx 9{,}2\%$). А вот первая формула (с минус единицей в знаменателе) при $P \geq 31$ всегда будет ещё точнее – это доказал великий русский математик П. Л.Чебышев (1821 – 1894). Так, при $P = 376001$ формула Чебышева имеет ОП $\approx 0{,}7\%$ (т.е. на порядок точнее).

Формула $X = P/(\ln P - 1)$ всегда выдает некое вещественное число X, которое, вероятно, лишь в редких случаях может сближаться с неким *целым* числом (но таковым никогда не будет). Например, при $P = 139021$ мы получим $X = 12822{,}000004\ldots$ (вместо реального номера $X_р = 12927$), а при $P = 665507$ мы получим $X = 53633{,}999993\ldots$ (вместо реального номера $X_р = 53988$).

Ещё раз подчеркну (это для нас имеет значение), что в самом начале ряда простых чисел точнее работает… «грубая» формула $X \approx P/\ln P$, которая для первых семи простых чисел (P = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17) выдает такие условные номера: X = 2,8854…; 2,7307…; 3,1067…; 3,5973…; 4,5874…; 5,0683…; 6,0003 и все эти значения *точнее*, чем X, выдаваемые формулой Чебышева (которая берет реванш при $P \geq 31$ и далее превосходит по точности вплоть до бесконечности).

Из формулы $X \approx P/\ln P$ легко получить обратный закон – для поиска простого числа P по его номеру X. Для этого данную формулу прологарифмируем: $\ln X \approx \ln(P/\ln P) \approx \ln P - \ln\ln P$, и обе части умножим на X: $X\cdot\ln X \approx X\cdot(\ln P - \ln\ln P)$. Учитывая, что $X \approx P/\ln P$, мы получаем: $X\cdot\ln X \approx (P/\ln P)\cdot(\ln P - \ln\ln P) = P\cdot(1 - \ln\ln P/\ln P) \sim P$. Символ тильда (~) означает, что полученное равенство выполняется тем точнее (с меньшей ОП), чем больше число P. Итак, получаем закон, обратный закону $X \sim P/\ln P$ и эквивалентный (тождественный) ему:

$$\boldsymbol{P \sim X\cdot\ln X}. \qquad (1.2)$$

Эта формула при X = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,… выдает нам такие значения P = 0,0000…; 1,3863…; 3,2958…; 5,5452…; 8,0472…; 10,7506…; 13,6214… – эти числа не являются целыми (и так будет при всех прочих X). Причем получаемые P всегда *меньше* реального простого числа с тем же порядковым номером X, но с ростом X относительная погрешность формулы (1.2), вообще говоря, убывает. Знак тильды (~), строго говоря, и означает, что $X \cdot \ln X / P \to 1$ при $X \to \infty$. О том, как можно «улучшить» формулу (1.2) – см. гл. 13.

2. Радиусы простых чисел

Радиус (R) простого числа P (с номером X) – так мы назовем расстояние (по числовой оси) до последующего простого числа (с номером $X + 1$). На графике рис. 2.1 радиуса первых простых чисел P обозначены точками. Только одно простое число $P = 2$ имеет радиус $R = 1$, а у прочих простых чисел минимально возможный радиус равен двум: $R = R_{\min} = 2$. Такой радиус имеет первое число в паре *простых чисел-близнецов*: (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31),… . Причем радиус $R = 2$ может появляться (псевдослучайным образом), вероятно, до бесконечности, однако эту, «очевидную» для всех «нормальных» людей истину, математики ещё не доказали.

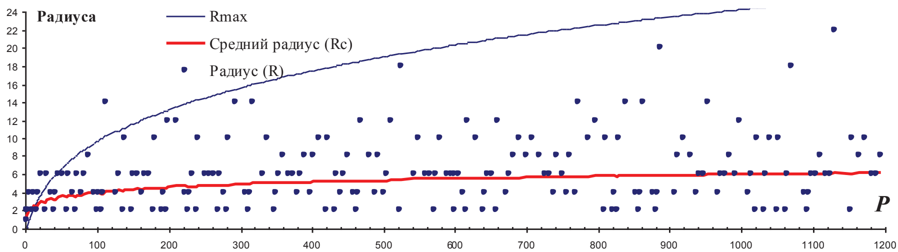

Рис. 2.1. Радиуса первых простых чисел (от $P = 2$ до $P = 1193$)

Радмакс – так мы назовем простое число P, у которого радиус ($R = R_{\max}$) превосходит радиуса всех предшествующих простых чисел. Радмаксов бесконечно много, но в числовом ряде они встречаются всё реже и реже: P = 2, 3, 7, 23, 89, 113, …, 1294268491 (это 31-й радмакс, у которого $R = R_{\max} = 188$, см. в Википедии статью «Энциклопедия целочисленных последовательностей», A002386, автор – Нейл Слоан).

Согласно *теории чисел* мы вправе записать такую формулу:

$$\mathbf{R_{\max} < 2 \cdot Q \cdot (\ln P)^\wedge 2 \approx 1{,}32 \cdot (\ln P)^\wedge 2} \qquad (2.1)$$

где Q = 0,660.161.815.846.869… – константа простых близнецов. При этом *линия тренда* с 5-го по 31-й радмакс дает нам следующее:

$$R_{\max} \approx 0{,}2929 \cdot (\ln P)^\wedge 2{,}2861. \qquad (2.2)$$

Эта *эмпирическая* формула дает нам воображаемую линию (синяя тонкая линия на графике), *вокруг* которой располагаются реальные значения R_{max} (точки, которые могут выпрыгивать за тонкую линию). Формулой (2.2) можно пользоваться, вероятно, не далее числа $P \approx 7{,}3 \cdot 10^{83}$, при котором получим $R_{max} \approx 49233$, поскольку этот R_{max} наконец-то дорастает до значения, выдаваемого и формулой (2.1), и выше которого R_{max} уже никак быть не может. Таким образом, можно утверждать, что, скажем, в районе числа $\boldsymbol{P \approx 8 \cdot 10^{60}}$ (возможно, это «отражает» наше «сегодня», ведь именно столько *планковских времен* помещается в возрасте Вселенной) радиуса простых чисел – это некие псевдослучайные целые числа из огромного диапазона: от $R_{min} = 2$ до $R_{max} \approx 23694$. Таким образом, можно сказать, что радиуса (R) простых чисел как бы совершают (псевдослучайные) колебания, которые, вообще говоря, тем интенсивнее, чем больше простые числа P.

Здесь уместно напомнить следующее. В ряде натуральных чисел встречаются (также псевдослучайным образом) так называемые *типомаксы* – целые числа N, чей тип $T = T_{max}$ превосходит типы у всех предшествующих чисел. Где *тип* (T) – это количество всех целых делителей натурального числа N. Например, тип всякого простого числа P равен двум ($T = 2$). И можно сказать, что типомаксы «похожи» на радмаксы (у них похожие определения). При этом у всякого радмакса P радиус (R_{max}) всегда будет меньше максимально возможного типа (T_{max}) на отрезке $[2; P]$. И если до 14-го радмакса ($P = 31397$) отношение T_{max}/R_{max} не превосходит числа 2, то с ростом правой границы отрезка $[2; P]$, указанное отношение начинает быстро расти и при $P \approx 10^{61}$ уже дорастает до значения $T_{max}/R_{max} \approx 2{,}9 \cdot 10^{7}$.

Средний радиус (R_c) всех простых чисел на отрезке $[2; P]$ – это среднее арифметическое значение всех радиусов (у всех простых чисел отрезка, см. красную линию на графике). Если на отрезке $[0; P]$ содержится X простых чисел, то, очевидно, что *среднее расстояние* (по числовой оси) между простыми числами будет равно отношению P/X. При $P > 2$ отношение P/X всегда будет меньше *среднего радиуса* R_c (среднее арифметическое), но с ростом P параметр R_c устремляется именно к среднему расстоянию P/X (и уже при $P > 3000$ всегда ОП < 1%). Поэтому для упрощения формул мы будем полагать:

$$\boldsymbol{R_c \approx P/X}. \tag{2.3}$$

Из формулы Чебышева: $X = P/(\ln P - 1)$, где X – это количество всех простых чисел на отрезке [2; P], мы получаем такие формулы:

$$\boldsymbol{R_c \approx \ln P - 1}, \tag{2.4}$$

$$\boldsymbol{R_c \approx \ln X + \ln\ln X - 1}. \tag{2.5}$$

Из этих формул видно, что, в отличие от вечно «скачущего» радиуса (R), средний радиус (R_c) ведет себя удивительно спокойно – он монотонно и медленно растет (см. график). После $X \approx 20000$ *относительная погрешность* (ОП) формулы (2.5) убывает до уровня ОП < 0,5% и, вообще говоря, становится меньше, чем модуль ОП у формулы (2.4) (но как долго сохраняется такое соотношение ОП?). При $P \approx 8 \cdot 10$^60 мы получаем $R_c \approx \ln P - 1 \approx 139{,}23$, а поскольку $X \approx P/\ln P \approx 5{,}7 \cdot 10$^58, то по формуле (2.5) получаем: $R_c \approx \ln X + \ln\ln X - 1 \approx 139{,}20$. То есть в наше «сегодня» средний радиус R_c близок к $1/\alpha \approx 137$, где α (Альфа) – *постоянная тонкой структуры* (см. конец гл. 7).

3. Идеальные простые числа

Мы назовем простые числа (P) ***идеальными***, если они растут по закону $P = X \cdot \ln X$ (со знаком *точного* равенства =), где X = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … – это порядковые номера идеальных чисел P. Первые идеальные числа P (0,0000…; 1,3863…; 3,2958…; 5,5452…; 8,0472…; 10,7506…; 13,6214…), как и все последующие – это вещественные числа, отличные от целого числа. Идеальные числа всегда *меньше* реального простого числа с тем же порядковым номером X. Поскольку далее речь пойдет в основном об идеальных простых числах, то мы не будем обозначать их особым символом, и будем по-прежнему писать P, оговаривая, что это реальное простое число, когда это имеет принципиальное значение. Почему, казалось бы, «корявые» (не целые, «некрасивые»), числа названы… идеальными? Это станет ясно из следующих глав.

4. Время у идеальных простых чисел

В предыдущих своих работах я ввёл параметр $t \equiv \ln\ln N$, который назвал «время», где N – некое вещественное число, превышающее число «e» ≡ 2,718… (в этой точке время обращается в ноль: $t = \ln\ln e =$

$\ln 1 = 0$). Однако в данной работе справа от числа «е» у нас появятся три времени: х-время, р-время и прайм-время.

Х-время – это двойной логарифм порядкового номера ($X = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$) идеального простого числа ($P \equiv X\cdot\ln X$):

$$\boldsymbol{t_x \equiv \ln\ln X}, \qquad (4.1)$$

откуда вытекают такие формулы (в силу определения логарифма):

$$X = e\hat{}(e\hat{}t) \equiv \exp(\exp(t)), \qquad \ln X = e\hat{}t \equiv \exp(t) \qquad (4.2)$$

Р-время – это двойной логарифм простого числа ($P \equiv X\cdot\ln X$):

$$\boldsymbol{t_p \equiv \ln\ln P \equiv \ln(\ln X + \ln\ln X)}. \qquad (4.3)$$

Время $t \equiv \ln\ln N$, которое я рассматривал в предыдущих своих работах до появления моей книги «Прай".., по сути дела, является р-временем простых чисел P (и как частный случай – целых чисел N). Однако для прайма (праймориала) понятие «время» уже требует более внимательного подхода. Большой прайм N (с большим порядковым номером $X >> 1$) это примерно такое число $N \sim e\hat{}P$, где $P \sim X\cdot\ln X$ – простое число с номером X. Поэтому, во избежание путаницы, время $t \equiv \ln\ln N$ теперь надо назвать, скажем, прайм-время.

Прайм-время – это двойной логарифм прайма $N \sim e\hat{}P$:

$$\boldsymbol{t_п \sim \ln X + \ln\ln X}. \qquad (4.4)$$

Прайм-время растет по экспоненте от р-времени ($t_п \sim e\hat{}t_p$) и в данной главе мы больше не будем упоминать о прайм-времени (см. гл. 12).

Очевидно, что разница указанных выше времен будет такой:

$$\boldsymbol{t_p - t_x = \ln(1 + \ln\ln X/\ln X)}. \qquad (4.5)$$

При $X = 2$ имеем $t_p - t_x \approx -0{,}7524$; при $X = 3$ имеем $t_p - t_x \approx 0{,}0821$, и далее с ростом X всегда $(t_p - t_x) > 0$ и эта разница растет, достигая своего максимума $t_p - t_x = 0{,}313259770360441\ldots$ при $X = 15$ (когда $t_x \approx 0{,}996$). А затем разница времен монотонно убывает, устремляясь к нулю при $X \to \infty$. Например, при $\ln X = 933{,}811323365\ldots$ (когда $X \sim 10\hat{}405$ и $t_x \approx 6{,}839$) имеем: $t_p - t_x = 0{,}0072973525698\ldots$ (Альфа).

Если $\boldsymbol{\ln X \equiv 10\hat{}Z}$, где $Z = 1, 2, 3, 4, \ldots$, то верна и такая формула:

$$\boldsymbol{t_p - t_x \approx 2{,}3\cdot Z/10\hat{}Z}. \qquad (4.6)$$

Например, при $t_x \approx 137{,}036$ (1/Альфа) имеем $Z = \ln\ln X/\ln 10 = t_x/2{,}3 \approx 59{,}514$, поэтому $t_p - t_x \approx 4{,}2\cdot 10\hat{}{-58}$. Таким образом, при $X > 15$ с ростом X (равным 2, 3, 4, 5, 6, 7, …) х-время устремляется к р-времени и в районе $t_x \approx 137$ (1/Альфа) времена t_p и t_x становятся практически неразличимыми. Однако следует ли из выше сказанного, что при зарождении нашей Вселенной (на самой ранней её стадии) физики-теоретики могут обнаружить… два разных времени (по типу t_p и t_x)?

Квант х-времени (K_x) – это разность соседних х-времен:

$$\mathbf{K_x \equiv \ln\ln(X + 1) - \ln\ln X}, \tag{4.7}$$

то есть квант х-времени – это наименьший промежуток х-времени, разделяющий простое число P (с номером X) и последующее простое число (с номером $X + 1$). Если псевдослучайное появление очередного *простого числа P* (по мере движения вдоль числовой оси) – назвать ***элементарным событием*** (в мире чисел), то тогда квант х-времени – это наименьший промежуток х-времени, разделяющий соседние элементарные события. И всё это, возможно, не только игра слов (моих терминов); во всяком случае, лично я уверен, что природа (структура) мира чисел содержит некий ключ к пониманию того, что в физики называют термином «время», и что является одной из давних и мучительных тайн физики. Например, возможно, что введенное здесь понятие «квант х-времени» отчасти «отражает» *планковское время* (квант времени) из теоретической физики.

А теперь мы преобразуем формулу (4.7): $K_x \equiv \ln\ln(X + 1) - \ln\ln X = \ln[\ln(X + 1)/\ln X]$, где $\ln(X + 1)/\ln X = \ln[X\cdot(1 + 1/X)]/\ln X = [\ln X + \ln(1 + 1/X)]/\ln X \approx 1 + 1/(X\cdot\ln X) \sim 1 + 1/P$, то есть $K_x \sim \ln(1 + 1/P)$, откуда получаем *закон уменьшения (сжатия) кванта х-времени*:

$$\mathbf{K_x \sim 1/P \sim 1/(X\cdot\ln X)}. \tag{4.8}$$

То есть квант х-времени сжимается обратно пропорционально величине простого числа $P = X\cdot\ln X$ (с порядковым номером X). При этом будем полагать (в виде исключения), что первое идеальное простое число устремляется к единице (справа, никогда её не достигая: $P > 1$ и $P \to 1$), то есть $P_1 \equiv 0{,}999999999\ldots$ (почти 1).

Х-возраст (B_x) идеального простого числа P – так мы назовем сумму всех квантов х-времени вплоть до кванта у самого числа P:

$$\mathbf{B_x \equiv 1/P_1 + 1/P_2 + 1/P_3 + 1/P_4 + \ldots + 1/P}. \tag{4.9}$$

В *теории чисел* для такой суммы ***реальных*** простых чисел (до реального старшего простого числа P) есть красивая формула:

$$\mathbf{B_x \approx \ln\ln P + m + \varepsilon}, \tag{4.10}$$

где $m \equiv 0{,}261\ 497\ 212\ 847\ 642\ldots$ – константа Мейсселя-Мертенса, а поправка ε устремляется к нулю ($\varepsilon \to 0$), скажем, так: $\varepsilon < 1/X$^0,7675 для $1 < X < 120\ 000$. Для идеальных простых чисел мы получаем:

$$\boldsymbol{B_х \approx \ln\ln(X\cdot\ln X) + m + \varepsilon}, \qquad (4.11)$$

где поправка ε при $2 \le X < 22$ убывает от 2,5787 до 1,2291 (локальный минимум), а при $X > 22$ поправка ε начинает… расти, хотя при $X \to \infty$ поправка ε, согласно *теории чисел*, обязана устремляться всё-таки к нулю ($\varepsilon \to 0$). Для $X = 20… 30$ в среднем имеем $\varepsilon \approx 1{,}2296$.

Из формул (4.2) и (4.11) следует связь между t и $B_х$:

$$\boldsymbol{B_х \approx \ln(e\text{^}t + t) + m + \varepsilon}. \qquad (4.12)$$

Отношение $B_х/t$ убывает от 21,528 (при $X = 3$) до 1,06 при $X = 10\text{^}61$. При $t \to \infty$ можно записать: $B_х/t \to (1 + m/t) \to 1$, то есть параметр $B_х$ устремляется к параметру t. Значит, на бесконечности введенные нами понятия «х-время» и «х-возраст» становятся неразличимыми.

Теперь рассмотрим любопытный пример. Найдем х-возраст 20-го простого числа ($X = 20$): $B_{20} \approx \ln\ln(X\cdot\ln X) + m + \varepsilon \approx 2{,}9000$ (в неких условных единицах времени) и х-возраст 30-го простого числа ($X = 30$): $B_{30} \approx 3{,}0236$. То есть при зарождении мира чисел (и… реальной Вселенной – именно это пытается доказать моя *виртуальная космология*) десяти квантам х-времени (от $X = 20$ до $X = 30$) соответствует отрезок х-времени длиной $B_{30} – B_{20} \approx 3{,}0236 – 2{,}9000 = 0{,}1236$. Пусть нашему «сегодня» соответствует $X_с \approx 8\cdot10\text{^}60$ (столько планковских времен помещается в возрасте Вселенной) и $B_с \approx 5{,}2395$. Тогда «вчера» должно иметь параметры $X_в \approx 4{,}27\cdot10\text{^}53$ и $B_в \approx 5{,}1159$, чтобы мы получили равенство: $B_с – B_в = B_{30} – B_{20} \approx 0{,}1236$, при этом $X_с – X_в \approx 8\cdot10\text{^}60 – 4{,}27\cdot10\text{^}53 \approx 8\cdot10\text{^}60$. Таким образом, 10 квантов х-времени при зарождении Вселенной протекали (длились) в части х-времени почти так же долго, как и… всё остальное х-время во Вселенной. Переводя это на язык физики, получается (?), что попади мы (с мерками х-времени нашего «сегодня») в мгновения Большого взрыва (пусть даже условного «взрыва») при зарождении Вселенной, мы бы обнаружили… *застывшую, «замороженную» картину мира*?!

Если, как уже говорилось, понятие «квант х-времени» отчасти отражает *планковское время* из физики, то последний (квант времени в физике), возможно, эволюционирует вместе со всей Вселенной, и при её зарождении это был совсем не тот квант времени, что подразумевается сейчас. Впрочем, время – это настолько «скользкое» понятие (например, Андрей Линде в своей лекции говорил, что «*на самом деле Вселенная может быть бесконечно старая*», см.

http://elementy.ru/lib/430484), что я и далее буду оперировать разными формулами в части «времени» *в мире чисел*, но от «расшифровки» их физического смысла буду воздерживаться (обвинений в «безумии» и без того уже хватит на мою голову).

5. Скатерть (спираль) Улама

Галактики («острова» из мириады звёзд) – это главные структурные единицы Вселенной, формирующие крупномасштабную структуру Вселенной – структуру распределения видимого вещества на самых больших наблюдаемых масштабах. И если в гигантской галактике насчитывается до *триллиона* (10^12) звёзд, то количество самих галактик в видимой нами Вселенной также приближается к *триллиону*. Любопытно, что количество всех целых делителей у целого числа $N \approx 8{\cdot}10$^60 также близко к *триллиону*. То есть типомакс N, соответствующий нашему «сегодня», имеет тип $T \approx 7{\cdot}10$^11 (см. мою книгу «И-триллион – «новая константа» Вселенной»).

В 1990-е Маргарет Геллер и Джон Хукра выяснили, что на масштабах порядка 300 мегапарсек Вселенная практически однородна и представляет собой совокупность *нитевидных скоплений* галактик, разделённых областями, в которых практически нет светящейся материи. Эти области (пустоты, войды) имеют размер порядка сотни мегапарсек. *Нити и пустоты* могут образовывать протяжённые относительно плоские локальные структуры, которые получили название «стен». В работах советского физика Я. Б. Зельдовича (1914 – 1987) показано, что к образованию нитевидной крупномасштабной структуры Вселенной приводит то, что первоначально почти однородное распределение массы во Вселенной за счёт гравитационной неустойчивости концентрируется на *каустиках*.

Итак, крупномасштабную структуру Вселенной формируют *галактики*, а важнейшим параметром здесь является ***масштабный фактор*** – расстояние между двумя далекими *галактиками* во Вселенной. Так вот, в некотором смысле можно сказать, что крупномасштабную структуру *мира чисел* формируют ***простые числа*** (для которых ниже мы введем понятие *м-фактор*, «отражающий» масштабный фактор в реальной космологии). Более того, простые числа (подобно галактикам) также образуют «нити и пустоты», которые можно увидеть на *скатерти (спирали) Улама* (см. рис. 5.1).

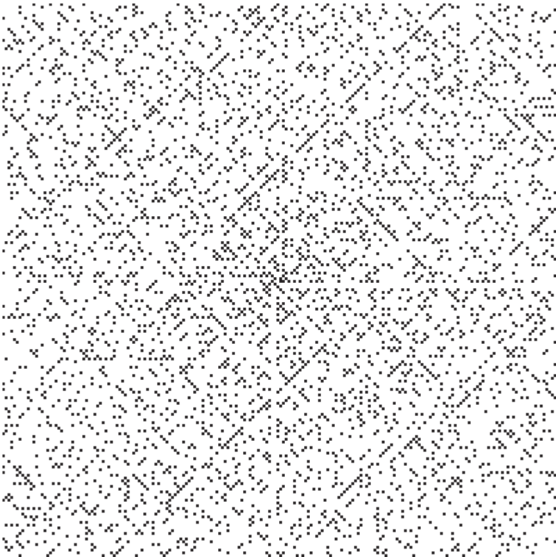

Рис. 5.1. Скатерть (спираль) Улама
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/69/Ulam_1.png

Математик Станислав Мартин Улам (1909 – 1984) открыл эту скатерть случайно в 1963 году. Однажды этому математику довелось присутствовать на очень длинном и скучном докладе. Чтобы развлечься, он начертил на листке бумаги вертикальные и горизонтальные линии (их на наших рисунках не видно), чтобы заняться составлением шахматных этюдов. Но вместо этого он стал нумеровать клетки: в центре поставил единицу, а затем, двигаясь по спирали (против часовой стрелки), поставил 2, 3, 4, 5, 6, 7, и прочие натуральные числа (по возрастанию). При этом он машинально отмечал *простые числа* (см. рисунок на обложке данной книги; на рис. 5.1 видны только простые числа в виде точек). Оказалось, что простые числа стали выстраиваться вдоль диагональных прямых (многочисленные «нити» на рис. 5.1). Это заинтересовало Улама, и позже он вместе с Майроном Л. Стейном и Марком Б. Уэллсом продолжил это исследование на ЭВМ MANIAC II

Лос-Аламосской лаборатории, использовав магнитную ленту, на которой были записаны 90 миллионов первых простых чисел (на рис. 5.1 всего лишь порядка 2000 простых чисел-точек).

6. М-фактор идеального простого числа

М-фактор – это расстояние (по вещественной числовой оси) между данным идеальным простым числом $P = X{\cdot}\ln X$ (с порядковым номером X) и последующим идеальным простым числом (с порядковым номером $X + 1$):

$$\boldsymbol{M \equiv (X + 1)\cdot\ln(X + 1) - X\cdot\ln X}. \qquad (6.1)$$

На первый взгляд кажется, что понятие «м-фактор» в мире чисел – это нечто неосязаемое, ускользающее от нашего понимания (в силу того, что мы здесь оперируем *идеальными* простыми числами, которых реально и не существует). Однако нетрудно доказать, что м-фактор (M) *идеального* простого числа почти равен *среднему расстоянию* (среднему радиусу $\boldsymbol{R_c \approx \ln X + \ln\ln X - 1}$, см. гл. 2) между ***реальными*** простыми числами на достаточно большом отрезке [2, P]. Чтобы это доказать мы сначала преобразуем формулу (6.1): $M \equiv X{\cdot}[\ln(X + 1) - \ln X] + \ln(X + 1) \approx X{\cdot}\ln[(X + 1)/X] + \ln X \approx X{\cdot}\ln(1 + 1/X) + \ln X \approx X{\cdot}(1/X) + \ln X$, в результате чего окончательно получаем:

$$\boldsymbol{M \approx 1 + \ln X}. \qquad (6.2)$$

При этом: $R_c/M \approx (\ln X + \ln\ln X - 1)/(1 + \ln X) = (1 + \ln\ln X/\ln X - 1/\ln X)/(1/\ln X + 1)$, то есть $R_c/M \to 1$ при $X \to \infty$. Иначе говоря, с ростом номера X м-фактор (M) устремляется к *среднему расстоянию* (R_c) между *реальными* простыми числами отрезка [2, P]. Например, при $X = 8{\cdot}10$^60 получаем $R_c \approx 144{,}178$ и ОП $\equiv (R_c - M)/M \approx 0{,}021$. При $X = 10$^261,45 получаем $R_c \approx 607{,}411$ (почти число зверя, упоминаемое в Библии) и ОП $\approx 0{,}007297$ (почти Альфа – постоянная тонкой структуры). При $\ln X = 10$^15,8 получаем $R_c \approx 6{,}3{\cdot}10$^15 и ОП $\approx 5{,}4{\cdot}10$^–15. И при всём при этом будет верно следующее:

$$\boldsymbol{R_c - M \approx \ln\ln X - 2 \equiv t - 2}, \qquad (6.3)$$

то есть разность между (виртуальным) средним расстоянием (R_c) и (тем более виртуальным) м-фактором (M) (точнее говоря, $R_c - M + 2$) – это и есть то, к чему устремляется параметр, который мы назвали х-время t (см. гл. 4).

Вероятно, м-фактор $M \approx 1 + \ln X$ идеальных простых чисел $P = X \cdot \ln X$ (где $X = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$) является в некотором смысле *квинт-эссенцией* мира чисел, то есть это его основная сущность, самая тонкая и чистая сущность, концентрированный экстракт, основа, на которой строится мир чисел. Образно говоря, под маской м-фактора M скрываются многие важнейшие параметры мира, которые близки к $\ln X$ и сливаются с M при $X \to \infty$. Вот примеры таких важнейших параметров (и этот ряд примеров можно продолжить):

1). Средний радиус ($R_c \approx \ln X + \ln\ln X - 1$) всех реальных простых чисел, находящихся на отрезке [2, P] (см. выше гл. 2).

2). Средний тип ($T_c \approx \ln X + \ln\ln X + 0{,}1544$) всех натуральных чисел на отрезке [1, P] (см. в Википедии статью «Формула Дирихле).

3). Сумма (S) первых X членов гармонического ряда ($S \approx \ln X + 0{,}577$).

4). Отношение кванта р-времени к кванту х-времени (порядка $\ln X$).

5). Количество целых делителей (их порядка $\ln N$), копирующих начало натурального ряда (1, 2, 3, 4,…) у больших тильдаобразных чисел N: типомаксов, праймов (см. книгу «Прайmoриал…») и т.д.

В силу всего выше сказанного, читателю теперь должно быть понятно, почему вещественные («корявые») числа $P = X \cdot \ln X$ названы мной *идеальным* простыми числами. Ведь к м-фактору именно этих чисел устремляются важнейшие параметры мира чисел. Более того, м-фактор мира чисел, возможно, «отражает» *масштабный фактор* реальной Вселенной (это, например, расстояние от одной далёкой галактики до другой). Ведь из определения х-времени ($t \equiv \ln\ln X$) следует, что $\ln X \equiv e\hat{\ }t \equiv \exp(t)$, поэтому в мире чисел м-фактор (M) – это *экспонента* х-времени (правда, увеличенная на единицу):

$$\boldsymbol{M \approx 1 + e\hat{\ }t}. \tag{6.4}$$

А в реальной космологии есть общеизвестные гипотезы (скажем, Андрея Линде), согласно которым масштабный фактор Вселенной также растет *экспоненциально* (а в ряде гипотез – *всегда* так растет).

7. Параметр *H* у идеальных простых чисел

В мире чисел м-фактор (M) – это экспонента х-времени ($M \approx 1 + e\hat{\ }t$), поэтому её производная (M') также будет экспонентой:

$$\boldsymbol{M' = e\hat{\ }t}. \tag{7.1}$$

Данная производная – это скорость изменения м-фактора (M) от времени t. Поскольку эта производная больше нуля ($M' > 0$), то мир идеальных простых чисел *расширяется* (как и реальная Вселенная).

В космологии есть так называемый *параметр Хаббла*, который показывает *скорость*, с которой галактики убегают друг от друга. И мы также можем сконструировать ***параметр H***, который, возможно, в некотором смысле «отражает» параметр Хаббла (в мире чисел):

$$\boldsymbol{H \equiv M'/M \approx 1/(1 + 1/e\hat{}t)}. \tag{7.2}$$

Поведение параметра H показано на графике рис. 7.1. В нулевой момент х-времени ($t = 0$ при X = «e» = 2,718…) параметр $H = 0{,}5$. По мере роста t параметр H начинает свой бесконечный рост, причем темп этого роста (скорость роста H) бесконечно замедляется. При $X = 10\hat{}308$ ($t \approx 6{,}56$) получаем $M \approx 709$ и $H \approx 0{,}998$.

Параметр H (как некое число) можно представить в виде:

$$\boldsymbol{H \approx 1 - 1/10\hat{}D}, \tag{7.3}$$

где D – количество девяток, идущих подряд после запятой в числовом значении числа H. Тогда из уравнений (7.2) и (7.3) мы получаем:

$$\boldsymbol{D \approx t/\ln 10 \approx t/2{,}3}, \tag{7.4}$$

Например, при $t \approx 137$ (1/Альфа) мы получаем $D \approx 60$, то есть $H \approx 0{,}9999…$ (около 60 девяток, идущих подряд после запятой у числа H).

Параметр H асимптотически устремляется к константе: $M'/M = H \to \text{const} = 1$. И если это дифференциальное уравнение разрешить, окажется, что м-фактор (как и масштабный фактор Вселенной) ведет себя асимптотически приблизительно так: $M \sim e\hat{}t$, то есть мир идеальных простых чисел *экспоненциально расширяется* (как и реальная Вселенная, что было открыто в 1998 году). Таким образом, в мире чисел и м-фактор (M), и его производная ($M' > 0$), и «параметр Хаббла» ($H \equiv M'/M$), по крайней мере, качественно «отражают» фундаментальные космологические параметры *реальной* Вселенной.

Если взять производную (H') от параметра H, то получим:

$$\boldsymbol{H' \approx 1/(e\hat{}t + 2 + 1/e\hat{}t)}. \tag{7.5}$$

Если параметр H говорит нам о *скорости* изменения м-фактора (M), то производная H' говорит нам об *ускорении* м-фактора (M), причем при $t \to \infty$ мы получаем $H' \to 1/e\hat{}t \to 0$ (см. графики).

Параметр H' (как некое число) можно представить в виде:

$$\boldsymbol{H' \approx 1/10\hat{}Z}, \tag{7.6}$$

где $(Z - 1)$ – это количество нулей, идущих подряд после запятой в числовом значении числа H'. Тогда из (7.5) и (7.6) получаем:

$$\boldsymbol{Z \approx t/\ln 10 \approx t/2{,}3}. \tag{7.7}$$

Например, при $t = 0$ мы имеем $H' = 0{,}25$, а вот при $t \approx 137$ (то есть когда $t = 1/$Альфа – именно такое время t, возможно, «отражает» в мире чисел момент нашего «сейчас», «сегодня») получаем $Z - 1 \approx 59$, то есть $H' \approx$ 0,0000000000000000000000000000…09 (около 59 нулей, идущих подряд после запятой у числа H'). При этом в ранней Вселенной (скажем, при $t < 7$, что очередной раз говорит о «магии» числа 7, см. графики), по-видимому, Вселенная тоже расширялась ускоренно, причем с гораздо большим ускорением (*на много десятков порядков*), чем то, с каким она расширяется сейчас (и опять всё – как в мире чисел?).

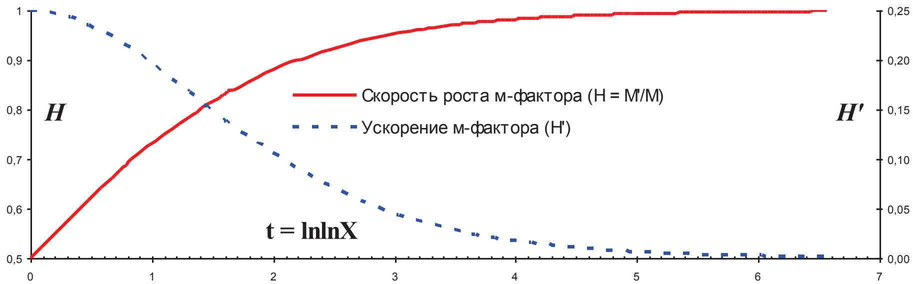

Рис. 7.1. Параметр H (и его производная H') у идеальных простых ($P = X{\cdot}\ln X$)

Если c – это скорость света, а L – характерный размер Вселенной (скажем, её радиус), то тогда параметр c^2/L – это, фактически, ускорение (в мире чисел его, возможно, «отражает» наш параметр H'~1/e^t), с которым растёт темп расширения Вселенной – то есть, ускорение, производимое *космологической константой*. Причем, по сравнению с обычными масштабами, это очень малое ускорение – порядка 1/10^8 сантиметров в секунду за секунду. Масштаб c^2/L характеризует ускорения, где закон Ньютона нарушается для галактик. Это сейчас называется астрономами *законом Милгрома* [см. в Википедии статью: «Модифицированная ньютоновская динамика» (MOND) – это физическая гипотеза, альтернативная теория гравитации, предлагающая изменение в законе тяготения Ньютона, объясняющее вращение галактик без привлечения *тёмной материи*].

Замечание (про Альфу). Говоря о времени t в рамках *виртуальной космологии,* я то и дело привязываю к моменту нашего «сегодня» значение $t = 1/\alpha \approx 137$, где α (Альфа) – *постоянная тонкой структуры*. То есть при зарождении Вселенной $t = 0$, а сейчас $t = 1/\alpha \approx 137$ (в неких условных единицах времени), и это подразумевает (а может – вовсе и нет?), что у меня Альфа *убывает* с ростом времени. Однако у физиков Альфа, похоже, ***растет*** со временем. Так, например, австралийцы изучили измерения света от восьмидесяти экземпляров квазаров, используя очень точные измерения, полученные телескопом Кека (Keck) на Гавайях. Они вывели из своих данных, что около 10 миллиардов лет назад Альфа была меньше примерно на 1/10000 часть своего нынешнего значения. Это малое изменение, но если оно подтвердится, это будет весомое открытие, самое важное за последнее время. Это мог бы быть первый раз, когда было экспериментально обнаружено, что фундаментальная константа природы (Альфа) меняется во времени.

Короче говоря, моя привязка времени t к Альфа (в качестве некой метки нашего «сегодня»), возможно, ошибочна. Но это, вероятно, ещё не является приговором для виртуальной космологии.

8. Время у проточисел

Напомню, что *проточисла* (Π) – это вещественные числа, находящиеся на числовой оси между единицей и числом «е» ≡ 2,718… ($1 < \Pi \le e$). Проточисла – это моё изобретение (в рамках виртуальной космологии), в общеизвестной *теории чисел* данные числа, насколько мне известно, никак не выделяются. Проточисел *бесконечно много*, ведь, условно говоря, *малые* проточисла могут иметь в частности и такой вид (где $Z \to \infty$):

$$\boldsymbol{\Pi \equiv 1 + 1/10\text{^}Z} \tag{8.1}$$

Когда $Z = 1, 2, 3, 4, \ldots$ (целое число), то количество нулей после запятой у проточисла Π будет равно $(Z - 1)$. Например, при $Z = 8$ получаем проточисло Π = 1,000.000.01 (семь нулей после запятой). И для всех проточисел «как ни в чем не бывало» продолжает работать (вычислять) важнейшая формула *теории чисел*: $X \sim \Pi/\ln\Pi$, а именно: по мере роста Π (от 1 до числа «е») параметр X убывает от «плюс» бесконечности до числа «е». Однако каким смыслом наделять параметр X в области проточисел? Ведь среди проточисел есть лишь единственное простое число $П = 2$, для которого мы получаем: $П/\ln П = 2/\ln 2 = 2{,}885\ldots$ [так, словно 2 – это… третье простое число (с порядковым номером $X \approx 3$), идущее после… простых чисел 0 и 1].

Зная реальное простое число (P), мы можем примерно оценить его порядковый номер в ряде всех простых чисел: $X^* \sim P/\ln P$ (см. гл. 1). При этом мы также можем примерно оценить и х-время t^*, которое соответствует данному реальному простому числу P:

$$\boldsymbol{t^* \equiv \ln\ln(X^*) \sim \ln(\ln P - \ln\ln P)}. \tag{8.2}$$

Погрешность (ОП) данной формулы относительно х-времени $t \equiv \ln\ln X$ (где $X = 1, 2, 3, 4,\ldots$ – реальный порядковый номер реального простого числа P) убывает близко к такому эмпирическому закону:

$$ОП \equiv (t - t^*)/t^* \approx 4/(\ln P)\verb|^|e. \tag{8.3}$$

А теперь новая гипотеза: ***проточисла можно воспринимать как «продолжение» ряда простых чисел*** (влево от простого числа $P = 3$). И для *больших* проточисел, то есть для $(1 + 1/10\verb|^|8) \le П \le 2{,}718$, мы будем пользоваться формулой (8.2), переписанной в таком виде:

$$\boldsymbol{t = \ln(\ln П - \ln\ln П)}, \tag{8.4}$$

Эта формула при $П = e \equiv 2{,}718\ldots$ обращает время в ноль ($t = 0$), а к точке $П = 1 + 1/10\verb|^|8 = 1{,}000.000.01$ время монотонно возрастает до значения $t \approx 2{,}913$ (и далее формула 8.4 уже начинает «грешить»).

Поэтому для *малых* проточисел $П = 1 + 1/10\verb|^|Z$ (при $Z > 8$) верно следующее: $\ln П = \ln(1 + 1/10\verb|^|Z) \approx 1/10\verb|^|Z$, поэтому $\ln\ln П \approx \ln(1/10\verb|^|Z) \approx -Z\cdot\ln 10 \approx -Z\cdot 2{,}3026$. Тогда формула (8.4) примет вид:

$$\boldsymbol{t \approx \ln(1/10\verb|^|Z + Z\cdot\ln 10)}. \tag{8.5}$$

Для очень больших показателей степени ($Z >> 8$) можно полагать:

$$\boldsymbol{t \approx \ln Z + \ln\ln 10 \approx \ln Z + 0{,}834}. \tag{8.6}$$

Например, при $Z = 10\verb|^|61$ мы получим такое время: $t \approx 141{,}29$ (близко к 1/Альфа). Когда проточисла устремляются к единице ($П \to 1$ при $Z \to \infty$), время устремляется к бесконечности: $t \to \infty$. При этом саму единицу можно считать особым простым числом ($P = 1$), у которого порядковый номер X (в ряде всех реальных простых чисел P) устремляется к бесконечности. Ведь когда $P \to 1$, то формула $X = P/\ln P$ будет выдавать всё возрастающие значения, например, при $P =$

1,000 000 000 000 01 мы получаем X = 100 079 991 719 346. Кстати, иногда даже математики принимают единицу за простое число. Но только у меня (?) говорится, что её порядковый номер $X \to \infty$.

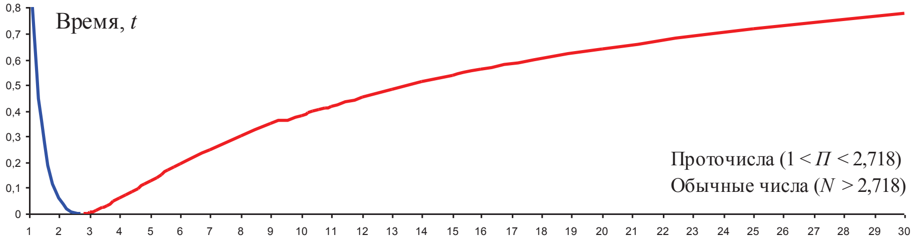

Рис. 8.1. Рост х-времени t у обычных чисел и у проточисел $П$ (при убывании $П$)

На рис. 8.1 приведен график, который (качественно) отражает картину роста х-времени t у обычных чисел N (красная линия на графике, построенная по формуле 8.2) и у проточисел $П$ (синяя линия на графике, построенная по формуле 8.4).

9. Проточисла, t-равные обычным числам

С точки зрения виртуальной космологии появления на вещественной числовой оси любого проточисла ($П$) *равновероятно*. То есть все вещественные числа $П$ (из диапазона $1 < П \leq e$) абсолютно одинаковы перед Творцом, и нет «плохих» или «хороших» проточисел. А нам «трудно» оперировать с малыми проточислами (типа $П$ = 1,00000000000000000000000007), только потому, что наша математика до сих пор не «заточена» под проточисла. Подобно тому, как наша физика до сих пор не «заточена» под миры, находящиеся за гранью планковских масштабов (но такую физику пытаются создать).

Рассмотрим проточисло $П$ = 1,005124… (даю его с точностью до шестой цифры после запятой), у которого *время* $t_п \equiv \ln(\ln П - \ln\ln П)$ ≈ 1,6642… . Между указанным проточислом $П$ и числом e ≡ 2,718…, заключена такая *доля* ($Д$) всех проточисел: $\boldsymbol{Д \equiv (e - П)/(e - 1)}$ ≈ 99,7% (за 100% мы принимаем разницу e – 1 = 1,718…). Полученные здесь проценты выбраны мной с оглядкой на *правило трех сигм*, в котором

99,7% – это вероятность попадания (*нормально распределённой* случайной величины) в отрезок шириной ± 3σ (три сигмы), поэтому на практике (в точных науках, технике, экономике, и т.д.) обычно именно этим отрезком и ограничиваются. Короче говоря, мы будем условно полагать (всё это не совсем корректно), что в 99,7% случаев появления проточисел (по всяким «случайным» поводам) – они окажутся именно между числами $П$ = 1,005124… и е = 2,718… .

Далее путем подбора (на ПК это нетрудно сделать) мы найдем *обычное* (то есть справа от числа «е») реальное простое число P с условным порядковым номером (согласно теории чисел) $X = P/\ln P$, у которого время $t \equiv \ln\ln X = \ln(\ln P - \ln\ln P)$ будет равно (максимально близко) выше найденному $t_п \equiv \ln(\ln П - \ln\ln П) \approx 1{,}6642\ldots$. Легко проверить, что оговоренным здесь простым числом окажется $P = 1429$ (его реальный номер $X = 226$). Поэтому проточисло $П$ = 1,005124… мы назовем ***t-равным*** числу P = 1429 (у них одинаковые времена t). И если нам известна доля $Д$, выраженная в процентах (%), то тогда:

$$П = e - (e - 1)\cdot Д/100. \qquad (9.1)$$

Замечание. Описанный выше поиск t-равного $П$ логически не безупречен. Вероятно, правильней будет искать реальное простое число P, у которого *реальный* номер X дает время $t \equiv \ln\ln X \approx t_п$. Таковым, является реальное простое число P = 1201 с реальным номером X = 197 и временем $t \equiv \ln\ln 197 = 1{,}6645\ldots \approx t_п$. Однако всё это не меняет сути дальнейшего текста в части (возможно, весьма важного) *t-равенства* проточисел ($П$) и обычных чисел (P).

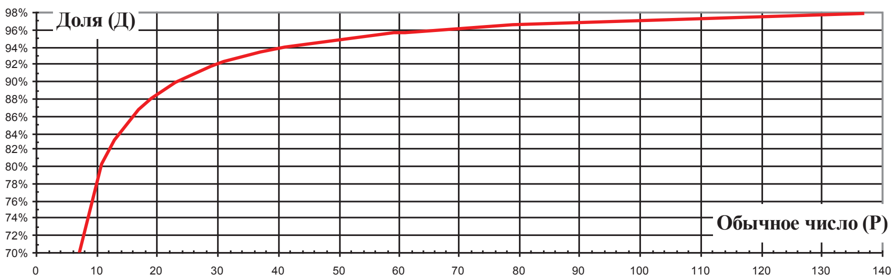

Рис. 9.1. Рост доли ($Д$) у проточисел, t-равных обычным числам (P)

Итак, если найти (пусть даже не совсем корректно, см. замечание) хотя бы некоторые t-равные проточисла, то можно построить график, по типу приведенного на рис. 9.1. Из которого, например, видно, что обычному числу $P = 7$ (очередная «магия» числа 7) будет *t-равно* проточисло ($П \approx 1{,}53$, его можно найти по формуле 9.1), у которого доля $Д \approx 69\%$ ($\pm\sigma$). А числу $P = 59$ будет *t-равно* проточисло ($П \approx 1{,}07729$), у которого доля $Д \approx 95{,}5\%$ ($\pm 2\sigma$).

А теперь в рамках виртуальной космологии такая гипотеза: ***между проточислами и обычными числами фундаментально важна взаимосвязь по типу t-равенства*** (ранее в своих трудах я говорил о *равномощности* чисел *П* и *N*), которая объясняет («отражает») ***вероятность появления обычных чисел***: человек в своей деятельности чаще всего сталкивается с обычными числами из диапазона, скажем (об этом можно спорить), от числа «е» до числа 137 (см. график на рис. 9.1) или до числа 1429 (условно говоря, см. выше о правиле трех сигм). И чем больше обычные числа, тем реже они встречаются, что отчасти подтверждает и пресловутый *закон Бенфорда* (см. мою книгу «Параллельные миры II…», § 3.1).

10. Магический квадрат Манси

Почему единицу в ряде случаев можно принимать за *простое число*? При этом (абзац моих крайне спорных рассуждений), согласно формуле $X \sim P/\ln P$, у числа $P = 1$ его порядковый номер (в ряде всех простых чисел) X «равен» бесконечности: $X = 1/\ln 1 \to 1/0 \to \infty$ (в математике деления на ноль не существует). Также любопытно, что согласно более точной (правда, не для первых простых чисел $P < 31$) формуле Чебышева $X \sim P/(\ln P - 1)$ у числа $P = 1$ его номер X оказывается равным… «минус» единице: $X = 1/(\ln 1 - 1) = -1$.

Почему простое число 2 – единственное *особое проточисло*? Почему «важны» именно *первые* простые числа (скажем первые 144 простых числа вплоть до $P = 827$)? Важны, в том смысле, что человек в своей разнообразной деятельности сталкивается чаще всего именно с такими, относительно малыми, числами (см. конец гл. 9). Возможно, некую подсказку на эти вопросы даёт *магический квадрат Манси* (о нём говорится ниже). Во всяком случае, этот квадрат, как минимум, свидетельствует о зн*а*чимости указанных «дурацких» вопросов.

Магический (волшебный) квадрат – это квадратная таблица $N \times N$, заполненная N^2 числами таким образом, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова. Сумма чисел в каждой строке, столбце и на диагоналях называется *магической постоянной* (*МП*). Если в квадрате равны суммы чисел только в строках и столбцах, то он называется полумагическим.

Нормальным называется магический квадрат, заполненный *натуральными* числами от 1 до N^2. Нормальные магические квадраты существуют для всех порядков $N \geq 3$ (случай $N = 1$ тривиален – квадрат состоит из одного числа). Единственный *нормальный* магический квадрат 3×3 (то есть $N = 3$ и *МП* = 15) был известен ещё в Древнем Китае (квадрат Ло Шу), его первое изображение на черепаховом панцире датируется 2200 г. до н.э.. Магическая постоянная *нормального* волшебного квадрата зависит только от N и определяется такой формулой:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Ло Шу

$$\boldsymbol{МП = (1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + N\text{^}2)/N = (N\text{^}3 + N)/2}. \qquad (10.1)$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37	4514
2	89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739	4514
3	97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281	4514
4	223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157	4514
5	367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599	4514
6	349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449	4514
7	503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433	4514
8	229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283	4514
9	509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593	4514
10	661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151	4514
11	659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41	4514
12	827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751	4514
	4514	4514	4514	4514	4514	4514	4514	4514	4514	4514	4514	4514	

Рис. 10.1. Нетрадиционный магический квадрат Манси (12x12)

Нетрадиционный магический квадрат – это когда в матрицу $N \times N$ заносится не строго натуральный ряд чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …), а, например, *простые числа*. К таким квадратам относится и *квадрат Дж. Н. Манси*, построенный им в 1913 году (см. рис. 10.1). Этот квадрат (12×12) примечателен тем, что составлен из первых простых чисел, идущих подряд (без пропусков): 1, 3, 5, 7, 11, 13, …, 827 (это 144-ое простое число). При этом (внимание!) исключением является такой момент: единственное чётное (первое) простое число 2 (у меня это ещё и единственное целое *проточисло*) заменено единицей, которую математики, как правило, простым числом не считают. Насколько мне известно, из первых простых чисел больше нельзя составить другие магические квадраты (кроме квадрата Манси).

Квадрат Манси *нормальным* не является, поэтому формула (10.1) не работает – для $N = 12$ она выдает $МП = 870$, хотя на самом деле сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях квадрата Манси равна 4514.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	**1**	**143**	**142**	**140**	**141**	**139**	**8**	**10**	**65**	**11**	**9**	**12**	821
2	**24**	**23**	**47**	**22**	**116**	**115**	**114**	**127**	**113**	**16**	**14**	**131**	862
3	**25**	**49**	**27**	**28**	**44**	**102**	**128**	**129**	**111**	**34**	**134**	**60**	871
4	**48**	**119**	**95**	**45**	**29**	**30**	**103**	**92**	**40**	**135**	**107**	**37**	880
5	**73**	**75**	**98**	**76**	**53**	**91**	**55**	**56**	**57**	**39**	**110**	**109**	892
6	**70**	**72**	**71**	**118**	**77**	**67**	**66**	**64**	**80**	**63**	**62**	**87**	897
7	**96**	**99**	**51**	**68**	**101**	**78**	**82**	**7**	**79**	**58**	**83**	**84**	886
8	**50**	**94**	**74**	**93**	**89**	**54**	**86**	**90**	**33**	**85**	**88**	**61**	897
9	**97**	**46**	**21**	**100**	**69**	**43**	**42**	**104**	**106**	**105**	**38**	**108**	879
10	**121**	**26**	**117**	**52**	**125**	**126**	**31**	**32**	**41**	**112**	**59**	**36**	878
11	**120**	**122**	**123**	**124**	**20**	**19**	**18**	**15**	**17**	**132**	**130**	**13**	853
12	**144**	**2**	**4**	**3**	**6**	**5**	**138**	**136**	**137**	**81**	**35**	**133**	824
	869	870	870	869	870	869	871	862	879	871	869	871	**870**

Рис. 10.2. Не магический квадрат из порядковых номеров квадрата Манси

У каждого простого числа из квадрата Манси, разумеется, есть свой порядковый номер (в ряде всех простых чисел). Эти порядковые номера я поместил в соответствующие клетки (у единицы полагаем порядковый номер 1) и получил также некий (уже не магический) квадрат из порядковых номеров (см. рис. 10.2). Любопытно, что при этом: *средняя арифметическая сумма* чисел в 12-ти строках и такая же сумма в 12-ти столбцах равна 870 (как и *магическая постоянная* $МП = 870$ для

$N = 12$ у нормального квадрата, см. чуть выше), а *средняя арифметическая сумма* чисел на обеих диагоналях моего квадрата равна 870,5. Чтобы это всё значило?

См. также мою статью «Ошибка гения» про Эйлера и (магический) греко-латинский квадрат 10-го порядка («Сборник-2015»).

11. Время у экзочисел

Напомню, что *экзочисла* (Э) – это вещественные числа, находящиеся на числовой оси между нулем и единицей: 0 < Э < 1. Экзочисла – мой термин, однако эти числа (в отличие от проточисел?) и общеизвестная *теория чисел* явно выделяет на числовой оси. Ведь в теории чисел есть много красивых теорем для натуральных (и сколь угодно гигантских) чисел, построенных, исходя из («крохотных», «едва видимых») чисел из отрезка [0; 1], см., например, удивительный мемуар Эйлера (в моей книге «Леонард Эйлер и космология чисел», гл. 2.8). И есть целый ряд интересных особенностей отрезка [0; 1]. Так, для отрезка [0;1] *мера Лебега* равна 1 (в силу самого определения данной меры), где мера Лебéга – это мера, являющаяся продолжением меры Жордана на более широкий класс множеств (введена Лебегом в 1902 году). *Мера Жордана* – один из способов формализации понятия длины, площади и N-мерного объёма в N-мерном евклидовом пространстве.

Экзочисел *бесконечно много*, ведь, условно говоря, *малые* экзочисла могут иметь в частности и такой вид (где $Z \to \infty$):

$$\textbf{Э} \equiv \mathbf{1/10\hat{\ }}\boldsymbol{Z}. \tag{11.1}$$

Когда $Z = 1, 2, 3, 4, \ldots$ (целое число), то количество нулей после запятой у экзочисла Э будет равно $Z - 1$. Например, при $Z = 8$ получаем экзочисло Э = 0,000.000.01 (семь нулей после запятой).

А *большие* экзочисла могут иметь в частности и такой вид:

$$\textbf{Э} \equiv \mathbf{1 - 1/10\hat{\ }}\boldsymbol{W}. \tag{11.2}$$

Когда $W = 1, 2, 3, 4, \ldots$ (целое число), то количество девяток после запятой у экзочисла Э будет равно W. Например, при $W = 8$ получаем экзочисло Э = 0,999.999.99 (восемь девяток после запятой).

И для всех экзочисел «как ни в чем не бывало» продолжает работать (вычислять) важнейшая формула *теории чисел*: $X \sim Э/\ln Э$, которая для любого Э выдает отрицательное число ($X < 0$). На рис. 11.1 приведен график роста *модуля* $|X|$ (то есть параметра X без знака «минус»). В диапазоне $0{,}50 < Э < 0{,}75$ значения модуля $|X|$ близки к такой экспоненте (пунктирная прямая линия на графике):

$$|X| \approx 0{,}0562 \cdot \exp(5{,}0838 \cdot Э). \qquad (11.3)$$

При $Э = Э_ц \equiv 0{,}567143290409784\ldots$ (центральное экзочисло) мы получаем $|X| = |Э_ц/\ln Э_ц| = 1$. У малых экзочисел $Э \equiv 1/10\hat{\ }Z$ при $Э < 0{,}01$ происходит «обвал» модуля $|X|$ к нулю, а у больших экзочисел $Э \equiv 1 - 1/10\hat{\ }W$ при $Э > 0{,}99$ – «взрыв» модуля $|X|$ к бесконечности:

$$\mathbf{|X| \approx 1/(Z \cdot \ln 10 \cdot 10\hat{\ }Z) \quad и \quad |X| \approx 10\hat{\ }W}. \qquad (11.4)$$

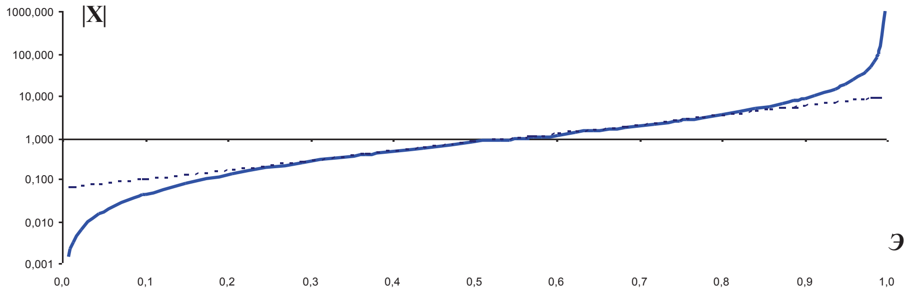

Рис. 11.1. Рост модуля параметра X у экзочисел Э

Глядя на график («тильда» на рис. 11.1) можно предположить, что модули $|X|$ (подавляющая их часть, скажем, не менее 98%) близки к логарифмически нормальному (*логнормальному*) распределению. Именно такому распределению подчиняются все целые делители достаточно больших натуральных чисел N (тильдаобразных чисел, типомаксов, праймориалов и т.д.), имеющих очень много делителей (например, см. мою книгу «Зеркало» Вселенной», гл. 13, 14, 15).

Понятие «время» (t) для экзочисел мы введем, исходя из соображений, аналогичных случаю с проточислами ($П$), для которых время мы ввели, фактически, так: $t \equiv \ln\ln X$, где $X = П/\ln П$. Только в случае экзочисел мы берем $|X| = |Э/\ln Э|$, и надо учесть, что параметр $\ln|X| < 0$ при $Э < Э_ц \equiv 0{,}567\ldots$, поэтому время t у экзочисел мы определим, используя два раза понятие «модуль» ($|\ldots|$):

$$\mathbf{t \equiv \ln|\ln|Э/\ln Э||}. \qquad (11.5)$$

То есть в мире экзочисел «время» становится *комплексной* величиной (имеющей бесконечно много значений), а мы рассматриваем только действительную часть времени. Но даже такое (предельно возможное) упрощение приведёт нас к графику (см. рис. 11.2), который смогут интерпретировать разве что самые смелые физики-теоретики (мне такое, разумеется, абсолютно недоступно).

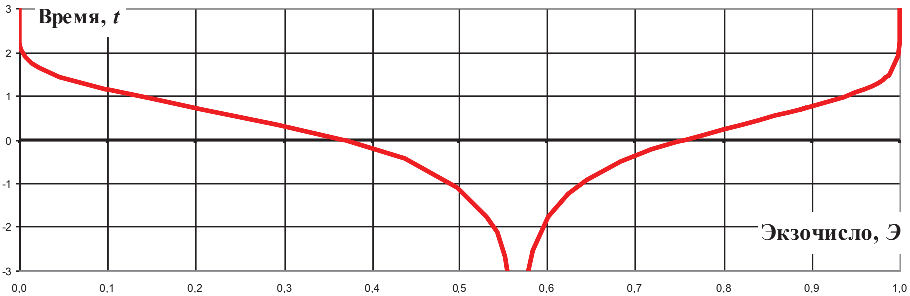

Рис. 11.2. Время $t \equiv \ln|\ln|X||$ у экзочисел Э (где $X = Э/\ln Э$)

Принятое выше определение времени (формула 11.5) приводит нас к следующей картине («воронка» с отрицательным временем, см. график на рис. 11.2). Попробую описать эту картинку словами. По мере роста экзочисел от нуля до $Э = Э_л \equiv 1/e = 0{,}367879441171442\ldots$ (левое экзочисло) время t убывает от «плюс» бесконечности до нуля ($t = 0$). При $Э_л < Э \leq Э_ц \equiv 0{,}567143290409784\ldots$ время t, став отрицательным, убывает от 0 до «минус» бесконечности ($-\infty$). При $Э_ц < Э \leq Э_п \equiv 0{,}756945106457584\ldots$ (правое экзочисло, при котором $|X| = e = 2{,}718\ldots$) время t, оставаясь отрицательным, растет от «минус» бесконечности до нуля. При $Э_п < Э < 1$ время t, вновь став положительным, растет от нуля до «плюс» бесконечности ($+\infty$). Из сказанного должно быть ясно, что около 38,9% всех времён t у экзочисел (при $Э_л < Э < Э_п$) – это отрицательное время ($t < 0$). Насколько мне известно, у физиков-теоретиков также есть гипотезы, в которых фигурирует *отрицательное* время.

По аналогии с t-равными проточислами (см. гл. 9), вероятно, можно ввести понятие о t-равных экзочислах (как с проточислами, так и с обычными числами). Более того, как в общеизвестной *теории чисел* комплексные числа приоткрывают многие тайны мира чисел (природы простых чисел), так, возможно, и экзочисла содержат «зашифрованную» информацию, «отражающую» тайны тёмной энергии, тёмной материи и прочих главных тайн мироздания.

12. Прайм-время

Напомню, что *прайм* (праймориал) N с номером X – это число, равное произведению всех первых *простых чисел* вплоть до простого числа P с порядковым номером X (в ряде всех простых чисел):

$$\boldsymbol{N \equiv 2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11\cdot13\cdot\ldots\cdot P}. \qquad (12.1)$$

Для больших чисел $P >> 2$ можно полагать $P \sim X\cdot\ln X$, поэтому (см. мою книгу «Праймориал…») большой прайм примерно такой:

$$\boldsymbol{N \sim e\hat{\ }P}. \qquad (12.2)$$

Прайм-время – это двойной логарифм прайма ($t_п \equiv \ln\ln N$):

$$\boldsymbol{t_п \sim \ln X + \ln\ln X}. \qquad (12.3)$$

Начиная с пятого прайма $N = 2310$ (у него $X = 5$ и $P = 11$) модуль относительной погрешности формулы (12.3), вероятно, никогда не превысит значения $|ОП| < 2\%$.

Квант прайм-времени ($K_п$) – это разность соседних п-времен:

$$\boldsymbol{K_x \equiv \ln(X + 1) + \ln\ln(X + 1) - \ln X - \ln\ln X}, \qquad (12.4)$$

то есть квант прайм-времени (п-времени) – это наименьший промежуток п-времени, разделяющий прайм N (с номером X) и последующий прайм (с номером $X + 1$). Поскольку $\ln(X + 1) = \ln[X\cdot(1 + 1/X)] \approx \ln X + 1/X$, то $\ln\ln(X + 1) \approx \ln\ln X$, а из формулы (12.4) мы получаем *закон уменьшения («сжатия») кванта прайм-времени:*

$$\boldsymbol{K_п \sim 1/X}. \qquad (12.5)$$

То есть квант прайм-времени «сжимается» обратно пропорционально величине порядкового номера ($X = 1, 2, 3, 4, \ldots$) прайма N.

Прайм-возраст ($B_п$) – так мы назовем сумму всех квантов прайм-времени вплоть до кванта у прайма с номером X:

$$\boldsymbol{B_п \equiv 1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + \ldots + 1/X}. \qquad (12.6)$$

В *теории чисел* указанную сумму называют частичной суммой *гармонического ряда*. Еще в 1740 году Эйлером было получено асимптотическое выражение для такой суммы:

$$\boldsymbol{B_п \approx \ln X + \gamma + \varepsilon_п}, \qquad (12.7)$$

где $\gamma \equiv 0{,}577\ 215\ 664\ 901\ 532\ldots$ постоянная Э́йлера-Маскеро́ни (или постоянная Эйлера) – математическая константа, а поправка $\varepsilon_п \to 0$ [в квадратных скобках – бесконечная сумма с числами Бернулли]:

$$\boldsymbol{\varepsilon_п} = 0{,}5/X + [-1/(12\cdot X\hat{\ }2) + 1/(120\cdot X\hat{\ }4) - 1/(252\cdot X\hat{\ }6) + \ldots]. \qquad (12.8)$$

У второго прайма $N = 6$ (у него $X = 2$ и $P = 3$) относительная погрешность формулы (12.7) составляет ОП ≈ 6%. А затем вплоть до прайма $N \approx 4{,}445 \cdot 10^{93}$ (у него $X = 51$ и $P = 233$) относительная погрешность формулы (12.7) растет вплоть до ОП ≈ 27,58%. Для последующих праймов ОП неизменно убывает, например, у 60000-го прайма N (у него $P = 746773$) имеем ОП ≈ 20%.

Из формул (12.3) и (12.7) следует связь между $t_п$ и $B_п$:

$$\boldsymbol{B_п \sim t_п - \ln\ln X + \gamma}. \tag{12.9}$$

С ростом X отношение $B_п/t_п$ устремляется к единице, то есть параметр $B_п$ численно устремляется к параметру $t_п$ (на бесконечности понятия «прайм-время» и «прайм-возраст» становятся неразличимыми).

Теперь рассмотрим любопытный пример. Найдем прайм-возраст (п-возраст) 20-го прайма ($X = 20$) как сумму *реальных* прайм-квантов: $B_{20} \approx 4{,}5543$ (в неких условных единицах времени) и аналогично найдем п-возраст 30-го прайма ($X = 30$): $B_{30} \approx 5{,}0842$. То есть при зарождении мира чисел (и… реальной Вселенной – именно это пытается доказать моя *виртуальная космология*) десяти квантам прайм-времени (от $X = 20$ до $X = 30$) соответствует отрезок времени длиной $B_{30} - B_{20} \approx 5{,}0842 - 4{,}5543 = 0{,}5299$. Пусть нашему «сегодня» соответствует такой номер прайма $X_с \approx 8 \cdot 10^{60}$ (столько планковских времен помещается в возрасте Вселенной) и $B_с \approx \ln(X_с) + \gamma \approx 140{,}8118$. Тогда «вчера» должно иметь параметры $X_в \approx 4{,}709 \cdot 10^{60}$ и $B_в \approx \ln(X_в) + \gamma \approx 140{,}2818$, чтобы мы получили равенство: $B_с - B_в = B_{30} - B_{20} \approx 0{,}5299$, при этом $X_с - X_в \approx 8 \cdot 10^{60} - 4{,}709 \cdot 10^{60} \approx 3{,}291 \cdot 10^{60}$. Таким образом, 10 квантов прайм-времени при зарождении Вселенной протекали (длились) в части прайм-времени почти так же долго, как и… всё остальное прайм-время во Вселенной. Получается (?), что попади мы (с мерками прайм-времени нашего «сегодня») в мгновения Большого взрыва при зарождении Вселенной, мы бы обнаружили… *застывшую, «замороженную» картину мира*?! И эти рассуждения похожи на рассуждения в части х-времени (см. конец гл. 4), но есть и принципиальные отличия, о которых говорится ниже.

Квант прайм-времени это колоссальное по своей «ёмкости» понятие, в отличие от кванта х-времени (см. гл. 4). Ведь квант х-времени как бы «внутри себя» вмещает количество натуральных (и только *составных* чисел) не более, чем максимально возможный радиус (R_{max})

простого числа P с порядковым номером X, [где $R_{max} \approx 1{,}32\cdot(\ln P)^2 \approx 1{,}32\cdot(\ln X + \ln\ln X)^2$, см. гл 2]. Напомню, что *составное* число N (в отличие от простого числа) имеет хотя бы один целый *делитель*, заключенный между 1 и числом N. Эти составные числа расположены на числовой оси между соседними простым числами (с порядковыми номерами X и $X+1$).

А вот квант прайм-времени [у прайма $N \sim e^P \sim e^{(X\cdot\ln X)}$ с большим номером X] как бы «внутри себя» содержит не только бездну *составных* чисел, но и бездну *простых* чисел. Ведь до ближайшего большего прайма $N \sim e^{[(X+1)\cdot\ln(X+1)]}$ на числовой оси расположено такое колоссальное количество целых чисел:

$$\boldsymbol{K_п \sim (X-1)\cdot e^{(X\cdot\ln X)}}, \qquad (12.10)$$

то есть это количество ($K_п$) в $(X-1)$ раз превосходит меньший прайм N (с порядковым номером X). И если допустить (в качестве гипотезы), что квант прайм-времени отражает *планковское время* из физики, то тогда получается (?), что каждое очередное планковское время (как некий эволюционирующий «шаг» по времени) вмещает в себя чудовищный объем информации. То есть планковское время (квант времени в известной нам физике), скорее всего, отражает квант х-времени (см. гл. 4). Но тогда что «отражает» квант прайм-времени?

13. «Улучшенные» идеальные простые числа

Выше (см. гл. 1 и 3) мы говорили о законе роста *идеальных* простых чисел в предельно кратком виде (в рамках *теории чисел*):

$$\boldsymbol{P^* = X\cdot\ln X}. \qquad (13.2)$$

Если в эту формулу подставлять $X = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,\ldots$, то мы будем получать «идеальные» значения (P^*), которые всегда будут меньше реальных простых чисел P с данным порядковым номером X. В последующих главах этой книги, отталкиваясь от идеальных простых чисел (в виде $P = X\cdot\ln X$) мы исследовали параметры мира чисел (х-время, м-фактор, параметр H), которые удивительным образом напоминают параметры из реальной космологии Вселенной.

«Улучшенная» формула для идеальных простых чисел (формула 13.5, которую мы получим-таки в конце данной главы) задумывалась мной для того, чтобы получить более «точные» параметры мира чисел (х-время, м-фактор, параметр *Н*). Однако потом я от данной затеи отказался, чтобы не утомлять и не запутывать читателя (в рамках данной небольшой книги). Однако сама эта идея может оказаться весьма любопытной: если найти *наиточнейший* закон идеальных простых чисел (полагаю, что ниже, увы, всего лишь поясняется, о чем именно идет сейчас речь), то можно найти и самые точные параметры мира чисел (время, м-фактор, параметр *Н*), которые будут (?) «копировать» реальные законы Вселенной.

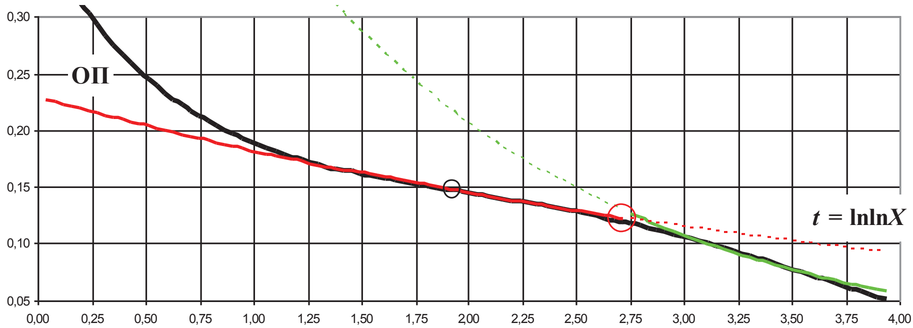

Рис. 13.1. Варианты описания относительной погрешности (ОП)

Итак, найдем «улучшенную» формулу для идеальных простых чисел. Для этого заметим, что с ростом порядкового номера *X* *относительная погрешность* (ОП) формулы (13.2) будет неизменно уменьшаться. Так для отрезка от $X = 4$ (когда $P = 7$) до $X = 32000$ (когда $P = 376127$) можно записать следующее выражение:

$$\text{ОП} \equiv (P - P^*)/P^* = P/P^* - 1 \approx a/(\ln X)\text{\textasciicircum}b, \qquad (13.3)$$

где $a = 0{,}2295$ и $b = 0{,}2318$ – эмпирические параметры (снятые со степенной линии тренда, построенной компьютером). Формулу (13.3) с указанными *a* и *b* мы назовем 1-й моделью (убывания относительной погрешности ОП, см. красную линию на графике рис. 13.1). При этом в начале указанного отрезка (в районе $X = 4$) реальная ОП будет совершать большие колебания вокруг значений ОП, выдаваемых формулой (13.3), но по мере роста *X* эти колебания затухают, сужаются и в районе $X = 32000$ реальная ОП колеблется близко к 13%, выдаваемых формулой (13.3). Однако, скажем, на отрезке от $X \approx 10$^17 до $X \approx 10$^22 точнее работает формула (13.3), в которой $a = 0{,}7656$ и $b = 0{,}6552$, и которую мы назовем 2-й моделью (см. зеленую линию на графике). При этом в качестве точки «сшивки» 1-й модели и 2-й модели можно принять $X = X_e$ (о чём ещё скажу чуть ниже). То есть *реальный* закон убывания ОП в окрестности $X = X_e$ *плавно* меняется (а наша 1-я модель переходит во 2-ю модель, увы, скачкообразно, см. большой кружок на графике). Причем некие подобные изменения закона убывания ОП, возможно, могут происходить и при $X > 10^{22}$, но мне об этом пока ничего не известно. В части порядкового номера $X = X_e \equiv 3.814.279$ – его имеет простое число $P = 64.524.793$, у которого $\ln\ln X \approx e$, то есть двойной логарифм данного X почти равен математической константе е $\equiv$ 2,718… (всего лишь на 0,000.000.067% меньше числа «е»).

Вместе с тем на отрезке от $X = 3$ до $X \approx 10^{22}$ можно пользоваться и такой (единой!) эмпирической формулой:

$$ОП \approx \exp(-0{,}076 \cdot t^3 + 0{,}4383 \cdot t^2 - 1{,}0564 \cdot t - 0{,}9697), \qquad (13.4)$$

где $t \equiv \ln\ln X$ и этому важному параметру мы присвоим имя «х-*время*» (см. гл. 4). Кубическое уравнение (13.4) имеет точку перегиба при $X \approx 931$ (когда $t \approx 1{,}92$, см. малый кружок на чёрной волнистой линии на графике), которая заметно ближе, чем $X = X_e \equiv 3.814.279$ (когда $t = 2{,}718$, см. большой кружок на графике). Причем от $X = 16$ (когда $t \approx 1$) и вплоть до $X = X_e$ формула (13.4) выдает ОП, почти совпадающие с ОП по формуле (13.3), а вот при $X > 10^{16}$ формула (13.4) выдает ОП, которая становится всё меньше и меньше реальной ОП, ну а после $X \approx 10^{22}$ формула (13.4) катастрофически «проваливается» к нулю, чего быть не может (?), поскольку реальная ОП, скорее всего, *замедляет темп своего убывания* (реальная ОП близко к зеленой линии на графике, но как долго это происходит?).

Очевидно, что формула (13.3) позволяет нам описать рост *идеальных* простых чисел такой («улучшенной») формулой:

$$\boldsymbol{P \approx [1 + a/(\ln X)^{b}] \cdot X \cdot \ln X}. \qquad (13.5)$$

где при $4 \le X \le 32000$ берем $a = 0{,}2295$ и $b = 0{,}2318$; при $X > 32000$ берем $a = 0{,}7656$ и $b = 0{,}6552$ (до $X = 120000$, но как далеко ещё?).

Вместо заключения

Изложенные здесь факты вряд ли убедят скептиков в том, что мир чисел – это «зеркало» Вселенной, «отражающее», «моделирующее» (в *предельно простом*, почти «зашифрованном» виде) фундаментальные законы пространства-времени. Но кое-кто из читателей всё-таки задумается, ведь *такие* совпадения не случайны и их невероятно много…

03.05.2015