## Quantengravitation dank eines Lorentz-invarianten Gravitationskonzepts

**René Friedrich, Straßburg[1]**

Abstract

**Gravitation wurde von Einstein und Grossmann als gekrümmte Raumzeit modellisiert. Alle Versuche der Quantisierung schlugen jedoch fehl. Es zeigte sich, dass das Modell der gekrümmten Raumzeit mit der Quantenmechanik nicht vereinbar ist.**

**Doch gibt es ein alternatives Modell für Gravitation: Die gravitative Zeitdilatation. Es wird hier am Beispiel der Schwarzschild-Metrik gezeigt werden, dass sich Gravitation nicht nur in der Form gekrümmter Raumzeit darstellen lässt, sondern auch in der Form der gravitativen Zeitdilatation im flachen ungekrümmten $R^3$ Raum - beide Konzepte sind vollständig äquivalent. Gravitative Zeitdilatation wirkt nicht auf die Raumzeit sondern auf die Weltlinien, und von daher werden Weltlinien zu einem zentralen Element der Quantengravitation.**

**Weltlinien müssen sich im Rahmen der Quantengravitation, um Lorentz-invariant zu sein, ihrer Raumzeitkoordinaten entledigen. Hierzu ist es erforderlich, sie nicht durch die Koordinatenzeit eines beliebigen Beobachters zu parametrisieren, sondern durch ihre jeweilige Eigenzeit. Die gravitative Zeitdilatation verlangsamt diesen Eigenzeitparameter der Weltlinien von Teilchen und Quantensystemen.**

**Das Ergebnis: Dank der Lorentz-invarianten Parametrisierung der Weltlinien harmoniert die allgemeine Relativitätstheorie nahtlos mit der Quantenmechanik, kurz gesagt: GR "likes" QM.**

### 1. Einleitung

Das Scheitern der Quantisierung gekrümmter Raumzeit bedeutet nicht notwendig, dass Gravitation und Quantenmechanik nicht miteinander vereinbar sind.

Hierzu muss man einerseits zwischen der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie und andererseits der mathematischen Struktur unterscheiden: 1905 veröffentlichte Einstein die spezielle Relativitätstheorie **[1]**, und 1908 versah Minkowski sie mit einer geometrischen Interpretation in der Form der Raumzeit **[2]**. Ein paar Jahre später im Jahr 2013 entwickelten Einstein und Grossmann eine pseudo-Riemannsche Raumzeitmannigfaltigkeit als geometrisches Modell zur Beschreibung der Prinzipien der allgemeinen Relativitätstheorie, insbesondere des Äquivalenzprinzips **[3]**. In beiden Fällen wurde zunächst eine physikalische Idee entwickelt, und erst dann wurde dafür eine geeignete mathematische Struktur gesucht.

Dementsprechend wird hier am Beispiel der Schwarzschild-Metrik gezeigt werden, dass die gekrümmte Raumzeit für die Beschreibung der allgemeinen Relativitätstheorie nicht unverzichtbar ist, und dass Gravitation nicht nur in der Form der gekrümmten Raumzeit, sondern auch in der Form der gravitativen Zeitdilatation im flachen, ungekrümmten Raum dargestellt werden kann. Gravitative Zeitdilatation ist vollständig äquivalent mit Gravitation, und sie wirkt nicht auf die Raumzeit sondern auf die Weltlinien **(Abschnitt 3)**.

[1] rene_friedrich@orange.fr

Diese Weltlinien müssen, damit sie sowohl mit der allgemeinen Relativitätstheorie als auch mit der Quantenmechanik vereinbar sind, eine Lorentz-invariante Parametrisierung erhalten. Das bedeutet, dass die Weltlinien, nachdem sie zunächst im Rahmen der Beobachtung in einem ersten Schritt mit der Koordinatenzeit des Beobachters parametrisiert wurden, in einem zweiten Schritt mit ihrer jeweiligen Eigenzeit neu parametrisiert werden müssen **(Abschnitt 2)**.

Bei der Beschreibung des Universums der Quantengravitation muss zugrundegelegt werden, dass Gravitation auf den Eigenzeitparameter der Weltlinien wirkt **(Abschnitt 4)**. Es stellt sich heraus, dass die Generierung der Eigenzeit und die gravitative Zeitdilatation zwei verschiedene Wirkungen von der Ruheenergie der Masseteilchen sind **(Abschnitt 5)**.

## 2. Die fundamentale Rolle der Eigenzeit

Die Eigenzeit-Gleichung

$$d\tau = dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

wird ergänzt durch die inverse Gleichung der Zeitdilatation

$$dt = d\tau\,\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Eigenzeit ist Zeit vor Zeitdilatation, und Koordinatenzeit ist Zeit nach Zeitdilatation. Beide sind durch den Lorentz-Faktor **γ(v)**, und auch - nicht zu vergessen - den zweiten Faktor der gravitativen Zeitdilatation verbunden.

Die entscheidende Frage ist: Welcher Zeitbegriff ist von einem axiomatischen Gesichtspunkt der fundamentalere Zeitbegriff, die Koordinatenzeit **dt** oder die Eigenzeit **dτ**? Die Antwort auf diese Frage ist überraschend klar und ergibt sich aus der Definition der Eigenzeit:

> *"Die Zeit, die von einer Uhr gemessen wird, die einem bestimmten Objekt folgt"* **[4]**

Diese Definition der Eigenzeit nimmt keinen Bezug auf die Raumzeit, sondern sie bezieht sich nur auf das Objekt, das Teilchen. Statt des Teilchens können wir seine Ruheenergie $mc^2$ als Eigenzeitgenerator betrachten, entsprechend der Wirkungsgleichung für ein punktförmiges Teilchen:

$$S = mc^2\int d\tau$$

Jedes Teilchen generiert unabhängig seine eigene Eigenzeit und sein eigenes Altern, was anschließend in der Form von Koordinatenzeit beobachtet und synchronisiert werden kann:

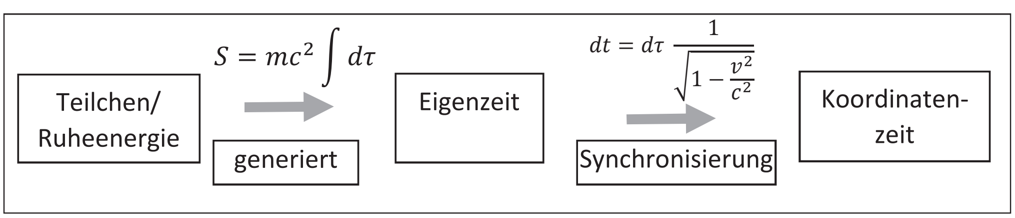


*Abb. 1: Das Teilchen als der Ursprung der Produktion von Zeit*

Umgekehrt ist Eigenzeit aus der Perspektive der Experimentalphysik nicht beobachtbar und kann nur durch Berechnung ermittelt werden, auf der Grundlage der gemessenen Koordinatenzeit:

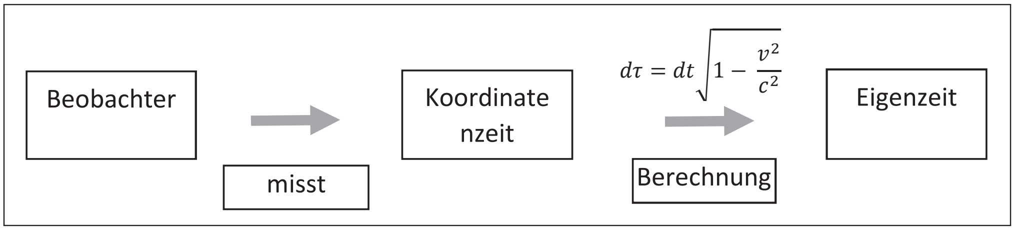


*Abb. 2: Die Perspektive des Beobachters und der Experimentalphysik*

Infolgedessen leitet sich die Koordinatenzeit vom fundamentalen Eigenzeitparameter ab. In einem ersten Schritt misst der Beobachter die Koordinatenzeit, und in einem zweiten Schritt kann daraus durch Berechnung die zugrundeliegende Eigenzeit ermittelt werden. Leider sind die aktuellen Theorien der Quantengravitation auf den ersten Schritt beschränkt, und dies ist der Grund, warum sie zu keiner Lösung führen: In Raumzeitmannigfaltigkeiten werden Weltlinien mit Koordinatenzeit parametrisiert, die der Uhr eines Beobachters entspricht.

Für fundamentale Fragen wie die der Quantengravitation ist es jedoch entscheidend, den zweiten Schritt zu tun: Dazu müssen die gemessenen Weltlinien entsprechend ihrer jeweiligen Eigenzeit umparametrisiert werden. Als Ergebnis erhält man eine Vielzahl von Weltlinien ohne gemeinsames Koordinatensystem, jede Weltlinie ist nach ihrer eigenen Uhr parametrisiert:

$$S_{cumulated} = \sum_n m_n c^2 \int d\tau_n$$

Auf den ersten Blick scheint dies keinen Sinn zu machen, weil es keine Bezugsuhr gibt. Aber nach der allgemeinen Relativitätstheorie ist die Welt eben genau so strukturiert: Es gibt keine universelle Zeitachse, und jedes Teilchen altert individuell entsprechend seiner eigenen Uhr, durch die Generierung von seiner eigenen Eigenzeit.

Die Wirkung eines punktförmigen Teilchens

$$S = mc^2 \int d\tau$$

ist Lorentz-invariant und mit der Quantenmechanik kompatibel, sie beschreibt den Alterungsprozess von Teilchen und von Quantensystemen mit Masse: Es gibt keinerlei Bezugnahme auf die Raumzeit, und Raumzeit erweist sich als nichts anderes als eine "Beobachter-Schnittstelle", die dem Beobachter den Zugang zum Universum der Quantengravitation verschafft.

### 3. Gravitation im ungekrümmten Raum

Wie lässt sich Gravitation in einem solchen Lorentz-invarianten Universum von Weltlinien ohne Raumzeit darstellen? Die Antwort ist überraschend klar und einfach: Die gekrümmte Raumzeit ist nur ein mögliches Modell zur Beschreibung der Gravitation, und Gravitation lässt sich auch als gravitative Zeitdilatation im flachen, ungekrümmten Raum beschreiben.

Um die vollständige Äquivalenz von Gravitation und gravitativer Zeitdilatation aufzuzeigen, beginnen wir mit der Gleichung der Schwarzschildmetrik der gekrümmten Raumzeit:[2]

$$ds^2 = -c^2(1-\frac{2GM}{c^2r})dt^2 + \frac{dr^2}{1-\frac{2GM}{c^2r}} + r^2(d\Theta + sin^2\Theta\, \mathrm{d}\phi^2)$$

Nun bezeichnen wir die gravitative Zeitdilatation der Uhr eines Teilchens in einem Gravitationsfeld vom Blickpunkt eines entfernten Beobachters mit C:

$$C = \frac{\tau}{t} = \sqrt{1-\frac{2GM}{c^2r}}$$

Durch Einsetzen von C in die obere Gleichung erhalten wir eine veränderte Form der Schwarzschild-Metrik:

$$ds^2 = -c^2(Cdt)^2 + \left(\frac{dr}{C}\right)^2 + r^2(d\Theta + sin^2\Theta\, \mathrm{d}\phi^2)$$

Nun vergleichen wir diese Gleichung mit der Gleichung der flachen Minkowski-Metrik **[5]**:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dr^2 + r^2(d\Theta + sin^2\Theta\, \mathrm{d}\phi^2)$$

Wir sehen, dass die Schwarzschild-Metrik und die Minkowski-Metrik einander sehr ähnlich sind: Aus dem Ausdruck *dt* wird *Cdt* , und der Ausdruck *dr* wird zu $\frac{dr}{C}$ . C ist der einzige Unterschied zwischen gekrümmter und ungekrümmter Raumzeit - zwischen Raumzeit mit und ohne Gravitation. Wenn C= 1, erhalten wir die Minkowski-Metrik, und wenn C kleiner als 1 ist, dann ist dies ein Zeichen für die Gravitation in der Schwarzschild-Metrik. Infolgedessen lässt sich Gravitation vollständig als gravitative Zeitdilatation beschreiben, und es gibt keinerlei irgendwie geartetes sonstiges Element, das Auswirkungen auf die Gravitation hat, sodass Gravitation und gravitative Zeitdilation vollständig äquivalente Begriffe sind.

Darüberhinaus folgt aus der Äquivalenz von Gravitation und gravitativer Zeitdilatation, dass Gravitation sich nicht nur als gekrümmte Raumzeit darstellen lässt, sondern auch als gravitative Zeitdilatation im flachen Raum.

## 4. Quantengravitation

Es ergibt sich ein Universum der Quantengravitation mit folgenden Eigenschaften:

a) Raum: Die zugrundeliegende Mannigfaltigkeit ist der $R^3$ Raum, und die Raumzeit der allgemeinen Relativitätstheorie dient lediglich als eine Art "Beobachter-Schnittstelle", die dem Beobachter den Zugang zum Universum der Quantengravitation vermittelt (siehe **Abschnitt 2**).

b) Zeit: Das Universum der Quantengravitation ist überall dort zeitlos, wo nicht Eigenzeit ausdrücklich definiert ist, nach den folgenden vier Hauptkategorien:

- Die Quantensysteme von Masseteilchen generieren Eigenzeit.

[2] Nach der gängigen Signatur (- + + +)

- Das Raumzeitintervall von lichtartigen Phänomenen wie zum Beispiel Photonen im Vakuum, elektromagnetischen und Gravitationsfeldern ist null, und ebenso ist ihre Eigenzeit gleich null.**[6][7][8]** Ihre Weltlinie ist eine degenerierte Null-Weltlinie, die zeitsymmetrisch ist, weil Weltlinien mit der Länge null nicht asymmetrisch sein können.
- Das Vakuum zwischen den Weltlinien ist nicht definiert, und es ist somit zeitlos.
- Besondere Merkmale gelten für die Wechselwirkungen von lichtartigen Phänomenen mit Masse, wie zum Beispiel sich durch ein Medium ausbreitende Photonen.

c) Gravitation wirkt in folgender Weise auf die nach ihrer jeweiligen Eigenzeit parametrisierten Weltlinien von Quantensystemen: Gravitation moduliert in der Form von gravitativer Zeitdilatation den Zeitparameter der Weltlinien von Quantensystemen.

Beispiel: Im nachstehenden Diagramm hat das Quantensystem nahe der Gravitationsquelle eine langsamere Eigenzeitfrequenz.

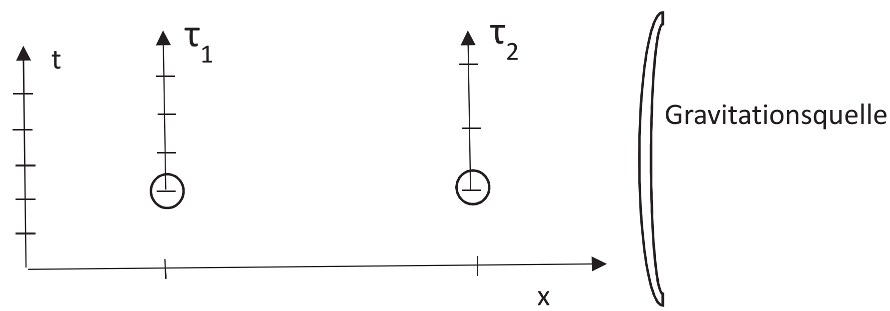


*Abb. 3: Quantengravitation: Zwei Quantensysteme mit Masse in der Nähe von einer Gravitationsquelle, mit Einzeichnung der Frequenz des jeweiligen Eigenzeitparameters der Masseteilchen*

## 5. Gravitation als Zeitdilatationsfeld

Wir haben gesehen, dass Gravitation als ein Zeitdilatationsfeld beschrieben werden kann, das die Weltlinien von Masseteilchen umgibt. Wir sahen desweiteren in **Abschnitt 2**, dass Zeit durch die Weltlinien von Masseteilchen in der Form von Eigenzeit generiert wird. Das bedeutet, dass Masseteilchen (genauer: deren Ruheenergie) zwei verschiedene Wirkungen entfalten:

- Die Ruheenergie der Masseteilchen produziert Eigenzeit,
- Und gleichzeitig verlangsamt die Ruheenergie der Masseteilchen die Eigenzeitfrequenz der anderen Teilchen in ihrem Gravitationsfeld. Somit kann man Gravitation und gravitative Zeitdilatation als einen Nebeneffekt betrachten, der den Zeitgenerierungsprozess der Teilchen umgibt.

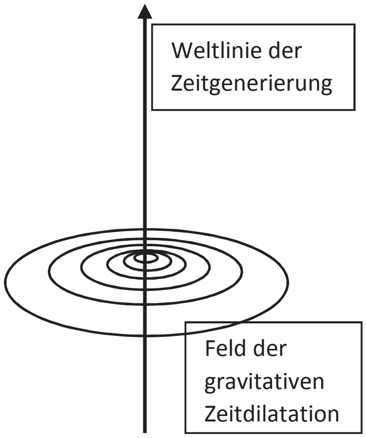


*Abb. 4: Gravitation als Zeitdilatationsfeld, das den Zeitgenerierungsprozess des Teilchens umgibt*

## 6. Referenzen

**[1]** Albert Einstein: On the Electrodynamics of Moving Bodies, Annalen der Physik 1905

**[2]** Hermann Minkowski: Space and Time (1908), in: Space and Time, Minkowski's Papers on Relativity, Minkowski Institute Press 2012

**[3]** Albert Einstein, Marcel Grossmann: Outline of a Generalized Theory of Relativity and of a Theory of Gravitation, 1913

**[4]** Landau/ Lifshitz: The Classical Theory of Fields, 1951, § 1.3. Proper time, p.8

**[5]** Robert M. Wald: General Relativity, 1984, p.271

**[6]** Wolfgang Rindler: Relativity, Special, General, Cosmological, 2001/2006, 3.5 Light cones and intervals

**[7]** Sexl/ Urbantke: Relativity, Groups, Particles, Springer-Verlag Wien 1992/2001, 4.3 Photons: Doppler effect and Compton effect

**[8]** James B. Hartle: Gravity, Addison Wesley 2003, p.91