Czarne dziury i antygrawitacja

Zbigniew Osiak

E-mail: zbigniew.osiak@gmail.com

http://orcid.org/0000-0002-5007-306X

http://vixra.org/author/zbigniew_osiak

Streszczenie

W ramach ogólnej teorii względności przedstawiono mowy model czarnej dziury. Opis pola grawitacyjnego pod horyzontem zdarzeń stał się możliwy, gdy pojawiły się modyfikacje znanych wcześniej koncepcji. Czarna dziura jest jednorodną kulą o promieniu mniejszym od promienia Schwarzschilda, ale niemniejszym od połowy promienia Schwarzschilda. Równania opisujące przyspieszenie grawitacyjne wewnątrz czarnej dziury korespondują z grawitacyjnym prawem Gaussa. Przyspieszenie grawitacyjne na zewnątrz czarnej dziury jest skierowane od jej centrum. W odległościach od centrum większych od promienia Schwarzschilda przyspieszenie grawitacyjne jest skierowane do centrum.

Słowa kluczowe: ogólna teoria względności, czarna dziura, promień Schwarzschilda, antygrawitacja

01. Wprowadzenie

Opis pola grawitacyjnego pod horyzontem zdarzeń stał się możliwy, gdy pojawiły się modyfikacje znanych wcześniej koncepcji.

1. Iloczyn skalarny [3]

Aby w fizycznej czasoprzestrzeni lokalne wektory bazowe miały rzeczywiste wartości, należy przyjąć nową relację między tymi wektorami i składowymi tensora metrycznego.

$$\boxed{\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = -\left(\operatorname{sgn} ds^2\right) g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\mu, \nu = 1,2,3,4)}.$$

Pociąga to za sobą konieczność zmiany definicji iloczynu skalarnego i związanych z nim pojęć. Zmiany te, wymuszone przez fizykę, spowodują jedynie drobne komplikacje niektórych wzorów.

W przypadku zagadnień, w których

$$(ds)^2 < 0 \quad \text{oraz} \quad g_{\mu\nu} \geq 0,$$

powyższe modyfikacje nie prowadzą do żadnych zmian, ponieważ mamy wtedy

$$\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = g_{\mu\nu} \geq 0.$$

Iloczynem skalarnym wektorów $\mathbf{A} = A^{\mu}\mathbf{e}_{\mu}$ i $\mathbf{B} = A^{\nu}\mathbf{e}_{\nu}$ nazwiemy wyrażenie

$$\boxed{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A^{\mu}B^{\nu}\mathbf{e}_{\mu} \cdot \mathbf{e}_{\nu}},$$

uwzględniając, że

$$\mathbf{e}_{\mu} \cdot \mathbf{e}_{\nu} = -\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{\mu\nu} \geq 0, \quad (ds)^2 \neq 0, \quad (\mu, \nu = 1,2,3,4),$$

dostajemy

$$\boxed{A \cdot B = -\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{\mu\nu}A^{\mu}B^{\nu}}.$$

2. Czterowymiarowe równania ruchu cząstki próbnej [3]
Składowe czteroprzyspieszenia cząstki próbnej o masie (m) w danym punkcie zakrzywionej czasoprzestrzeni Riemanna opisywane są równaniami

$$\boxed{\frac{\tilde{F}^{\alpha}}{m} = \tilde{a}^{\alpha}_{force} \overset{df}{=} \left(\operatorname{sgn} ds^2\right)c^2\left(\frac{d^2x^{\alpha}}{ds^2} + \tilde{k}\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}\right), \quad ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \neq 0, \quad \left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{\mu\nu} \leq 0},$$

gdzie

$(\tilde{F}^{\alpha})$ – składowe czterowektora siły wypadkowej, z pominięciem sił „grawitacyjnych" oraz „bezwładnościowych",
$(g_{\mu\nu})$ – składowe tensora metrycznego zakrzywionej czasoprzestrzeni (będące rozwiązaniami równań pola),

$$\tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz źródłowych mas} \\ -1 & \text{wewnątrz źródłowych mas} \end{cases}.$$

3. Dwu-potencjalność pola grawitacyjnego [3, 5, 8]
Z fizyki klasycznej wiadomo, że bezwzględna wartość natężenia pola grawitacyjnego w centrum jednorodnej kuli o stałej gęstości jest równa zeru, wraz ze wzrostem odległości od środka – rośnie liniowo, osiągając maksymalną wartość na powierzchni kuli, przy dalszym wzroście odległości – maleje odwrotnie kwadratowo.

Aby w ramach ogólnej teorii względności Einsteina uzyskać analogiczny wynik, należy zauważyć, że stacjonarne pole grawitacyjne jest polem dwu-potencjalnym.

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = 0 \\ \operatorname{rot}\operatorname{grad}\varphi = 0 \end{array}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} E^{in} = \operatorname{grad}\varphi^{in} = -\tilde{k}\operatorname{grad}\varphi^{in}, \quad 0 \leq r < R, \quad \lim\limits_{r\to 0}\varphi^{in} = 0 \\ \mathbf{E}^{ex} = -\operatorname{grad}\varphi^{ex} = -\tilde{k}\operatorname{grad}\varphi^{ex}, \quad r \geq R, \quad \lim\limits_{r\to\infty}\varphi^{ex} = 0 \end{array}}$$

$$E^{in}_r = -\frac{4}{3}\pi G\rho r, \quad \varphi^{in} = -\frac{2}{3}\pi G\rho r^2, \quad E^{ex}_r = -\frac{GM}{r^2}, \quad \varphi^{ex} = -\frac{GM}{r}.$$

Na powierzchni kuli mamy

$$\varphi^{in} - \varphi^{ex} = \frac{GM}{2R}, \quad \mathbf{E}^{in} - \mathbf{E}^{ex} = 0,$$

gdzie

($\mathbf{E}^{in}$), ($\mathbf{E}^{ex}$) – natężenia pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli,
(φ^{in}), (φ^{ex}) – potencjały pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli,
(M) – masa kuli, (R) – promień kuli, (ρ) – gęstość kuli,

$$\tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz źródlowych mas} \\ -1 & \text{wewnątrz źródlowych mas} \end{cases}.$$

4. Energie relatywistyczne: spoczynkowa, kinetyczna i całkowita [3, 9, 11, 12]
Energia spoczynkowa (E_0), relatywistyczna energia kinetyczna (E_k) oraz relatywistyczna energia całkowita (E) dane są odpowiednio przez:

$$\boxed{E_0 = \frac{1}{2}mc^2},$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2}m\gamma^2 v^2},$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2}m\gamma^2 c^2},$$

gdzie

$$\boxed{\gamma = \left(1 - v^2 c^{-2}\right)^{-\frac{1}{2}}},$$

(γ) – czynnik Lorentza,
(m) – masa (spoczynkowa),
(v) – wartość trójwektora prędkości,
(c) – maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów.

5. Tensor energii-pędu (pędu-energii) [3, 11]
Tensor energii-pędu (pędu-energii) ma postać

$$\boxed{T_{\alpha\alpha} = -k\rho c^2 g_{\alpha\alpha}, \quad T_{\mu\nu} = 0, \quad (\alpha, \mu, \nu = 1,2,3,4; \quad \mu \neq \nu), \quad 0,5 \leq k < 1}$$

6. Równania pola grawitacyjnego [1, 3, 4, 10, 11, 13]
Równania pola grawitacyjnego

$$\boxed{R_{\alpha\beta} = -\kappa\left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T\right)}, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2{,}073 \cdot 10^{-43}\frac{s^2}{kg \cdot m},$$

zapiszemy w innej postaci.

Uwzględniając, że

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2 \sin^2\theta, \quad g^{\alpha\alpha} = \frac{1}{g_{\alpha\alpha}},$$

$$\boxed{T_{\alpha\alpha} = -k\rho c^2 g_{\alpha\alpha}}, \quad \boxed{T \overset{df}{=} \sum_{\alpha=1}^{4} g^{\alpha\alpha} T_{\alpha\alpha} = -4\rho c^2}, \quad \boxed{T_{\alpha\alpha} - \frac{1}{2} g_{\alpha\alpha} T = k\rho c^2 g_{\alpha\alpha}},$$

$$R_{12} = R_{21} = R_{13} = R_{31} = R_{14} = R_{41} = R_{23} = R_{32} = R_{24} = R_{42} = R_{34} = R_{43} = 0,$$

$$R_{11} = \frac{1}{g_{44}} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2} \right),$$

$$R_{22} = -1 + g_{44} + r \frac{\partial g_{44}}{\partial r},$$

$$R_{33} = \sin^2\theta \left(-1 + g_{44} + r \frac{\partial g_{44}}{\partial r} \right),$$

$$R_{44} = g_{44} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2} \right),$$

otrzymujemy

$$\boxed{R_{\alpha\alpha} = -\kappa k\rho c^2 g_{\alpha\alpha}, \quad R_{\mu\nu} = 0, \quad (\alpha, \mu, \nu = 1,2,3,4; \quad \mu \neq \nu), \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}, \quad 0{,}5 \leq k < 1}$$

7. Zewnętrzne (próżniowe) rozwiązanie Schwarzschilda i antygrawitacja [14]

Dokładne zewnętrzne (próżniowe) rozwiązanie równań pola grawitacyjnego podał w 1916 Carl Schwarzschild (1873-1916):

$$\boxed{g_{44} = \frac{1}{g_{11}} = 1 - \frac{r_S}{r}, \quad r \geq R},$$

gdzie

(M) – masa jednorodnej kuli o stałej gęstości,
(R) – promień kuli,
$\boxed{r_S = \frac{2GM}{c^2}}$ – promień Schwarzschilda.

W rozwiązaniu tym ukryta jest antygrawitacja.

Jak łatwo zauważyć, dla $r > r_S$ znak różniczkowej formy kwadratowej czasoprzestrzeni

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + g_{44}(dx^4)^2$$

jest ujemny, a dla $r < r_S$ znak ten jest dodatni.

8. Wartość prędkości światła w polu grawitacyjnym [3, 7, 11]
W przypadku, gdy źródłem pola jest masa jednorodnie rozmieszczona w obszarze kuli, metryka czasoprzestrzeni ma postać

$$\boxed{(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2\sin^2\theta\,(d\varphi)^2 + g_{44}(dx^4)^2, \quad x^4 \equiv ict},$$

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2\sin^2\theta, \quad g^{11} = \frac{1}{g_{11}}, \quad g^{22} = \frac{1}{g_{22}}, \quad g^{33} = \frac{1}{g_{33}}, \quad g^{44} = \frac{1}{g_{44}}.$$

Metryka ta, dla

$$\theta = \text{const}, \quad d\theta = 0, \quad \varphi = \text{const}, \quad d\varphi = 0,$$

redukuje się do

$$\boxed{(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 - g_{44}c^2(dt)^2}.$$

Wartość prędkości (v_{light}) rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym wyznaczymy z warunku

$$\boxed{(ds)^2 = 0}$$

lub równoważnego

$$\boxed{v_{light}^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = c^2(g_{44})^2 \le c^2}.$$

9. Energia fotonu w polu grawitacyjnym [3]
Zakładamy, że energia fotonu zależy od punktu czasoprzestrzeni, w którym nastąpiła jego emisja i pozostaje stała podczas wędrówki fotonu. Oznacza to, że fotony mają „pamięć”, lub bardziej uczenie – energia fotonu jest niezmiennikiem. Przy czym, w silniejszym polu grawitacyjnym dane źródło powinno wysyłać fotony o mniejszej energii niż to samo źródło znajdujące się w słabszym polu.

Energia fotonu, emitowanego w danym punkcie czasoprzestrzeni, dana jest wzorem:

$$\boxed{E = \sqrt{|g_{44}|}\,E_{max}},$$

gdzie

(E_{max}) – energia fotonu emitowanego w czasoprzestrzeni niezdeformowanej,
(g_{44}) – składowa czasowo-czasowa tensora metrycznego w punkcie emisji fotonu.

10. Poczerwienienie [3, 6, 11]
Poczerwienienie (z^*) światła docierającego do Ziemi (między innymi) z odległych galaktyk zostało określone poniżej.

$$z^* \equiv \frac{E_{lab}}{E_{out}} - 1,$$

gdzie

$$E_{lab} = \sqrt{g_{44}^{lab}}\,E_{max}, \quad E_{out} = \sqrt{g_{44}^{out}}\,E_{max},$$

(E_{lab}) – energia fotonu emitowanego ze źródła znajdującego się w laboratorium,
(E_{out}) – energia fotonu emitowanego ze źródła znajdującego się poza laboratorium,
(E_{max}) – energia fotonu emitowanego w nieobecności pola grawitacyjnego,
(g_{44}^{lab}) – składowa tensora metrycznego w laboratorium w miejscu detekcji fotonu,
(g_{44}^{out}) – składowa tensora metrycznego poza laboratorium w miejscu emisji fotonu.

02. Czarna dziura

Czarna dziura jest jednorodną kulą o masie (M) i promieniu (R) mniejszym od promienia Schwarzschilda (r_S), ale niemniejszym od połowy promienia Schwarzschilda.

$$0{,}5r_S \le R < r_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad R = kr_S, \quad 0{,}5 \le k < 1.$$

(c) – maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów, (G) – stała grawitacyjna.

03. Gęstość energii w obszarze czarnej dziury

Według Ogólnej Teorii Względności metryka czasoprzestrzeni jest determinowana przez przestrzenny rozkład gęstości wszelakich energii (w tym energii równoważnej masie) [10].

Energia spoczynkowa (E_0) kuli o masie (M), objętości (V), gęstości (ρ) i promieniu (R) dana jest przez [3, 9, 11, 12]:

$$E_0 = \frac{1}{2}\rho V c^2.$$

Dla jednorodnej kuli gęstość energii spoczynkowej (ε_0) wynosi:

$$\varepsilon_0 = 0{,}5\rho c^2.$$

Ogólnie przyjmiemy dla gęstość energii (ε), że

$$0{,}5\rho c^2 \le \varepsilon < \rho c^2, \quad \varepsilon = k\rho c^2, \quad 0{,}5 \le k < 1.$$

04. Metryka czasoprzestrzeni pod horyzontem i nad horyzontem zdarzeń

Metryka czasoprzestrzeni pod horyzontem i nad horyzontem zdarzeń, gdy źródłem pola grawitacyjnego jest czarna dziura, może być opisana równaniami [11, 13]:

$$R_{\alpha\alpha} = -\kappa k\rho c^2 g_{\alpha\alpha}, \quad R_{\mu\nu} = 0, \quad (\alpha, \mu, \nu = 1,2,3,4; \quad \mu \ne \nu), \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}, \quad 0{,}5 \le k < 1$$

UWAGA
Wszystkie składowe mieszane tensora Ricciego są tożsamościowo równe zeru. Zbiór pozostałych równań można zredukować tylko do dwóch niezależnych.

$$\boxed{\begin{aligned} R_{11} &= -\kappa k \rho c^2 g_{11} \\ R_{22} &= -\kappa k \rho c^2 g_{22} \end{aligned}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial g_{44}}{\partial r} + \frac{r}{2}\frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2} = -\kappa k \rho c^2 r \\ &-1 + g_{44} + r\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\kappa k \rho c^2 r^2 \end{aligned}}$$

Czasoprzestrzeń opisywana powyższymi równaniami, w których każda składowa tensora Ricciego jest proporcjonalna do odpowiedniej składowej tensora metrycznego, jest przestrzenią Einsteina [13].

Równania te są spełnione, gdy

$$0 \le r < R, \quad \rho = \mathrm{const} > 0, \quad g_{44} = 1 - \frac{k r_S}{R}\frac{r^2}{R^2}, \quad 0{,}5 \le k < 1,$$

$$r \ge R, \quad \rho = 0, \quad g_{44} = 1 - \frac{r_S}{r}, \quad r \ne r_S.$$

05. Zewnętrzna metryka Schwarzschilda

Metryka czasoprzestrzeni na zewnątrz źródłowej masy ($r \ge R$, $\rho = 0$) opisywana jest zewnętrzną metryką Schwarzschilda [14]:

$$\boxed{(ds)^2 = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2\sin^2\theta\,(d\varphi)^2 + \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)(dx^4)^2, \quad x^4 = ict, \quad r \ne r_S = \frac{2GM}{c^2}}.$$

06. Wartość prędkości rozchodzenia się światła a zewnętrzna metryka Schwarzschilda

Zewnętrzna metryka Schwarzschilda, dla

$$\theta = \mathrm{const}, \quad d\theta = 0, \quad \varphi = \mathrm{const}, \quad d\varphi = 0,$$

redukuje się do postaci [3, 7, 11]

$$\boxed{(ds)^2 = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1}(dr)^2 - \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)c^2(dt)^2}.$$

Wartość prędkości (v_{lihgt}) rozchodzenia się światła wyznaczymy z warunku

$$\boxed{(ds)^2 = 0}$$

lub równoważnego

$$\boxed{0 < v^2_{light} = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = c^2\left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^2 \le c^2}.$$

$$\lim_{r\to 0,5r_S} v_{light} = c\,,\quad \lim_{r\to r_S} v_{light} = 0\,,\quad \lim_{r\to\infty} v_{light} = c\,.$$

Zauważmy, że

$$\left[0 < \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \le c^2\right] \Leftrightarrow \left[r \ge \frac{1}{2}r_S,\quad r \ne r_S\right].$$

Oznacza to, że zewnętrzna metryka Schwarzschilda jest poprawna wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\boxed{r \ge \frac{1}{2}r_S,\quad r \ne r_S}.$$

07. Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku na zewnątrz źródłowej masy

Radialną składową przyspieszenia grawitacyjnego swobodnie spadającej cząstki wyznaczymy z równania ruchu [3, 11]:

$$\tilde{a}^r = \tilde{a}^1 = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)c^2\left(\Gamma^1_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds}\right),\quad r \ne r_S\,,\quad (ds)^2 \ne 0\,.$$

Uwzględniając, że

$$g_{44} = 1 - \frac{r_S}{r}\,,\quad r_S = \frac{2GM}{c^2}\,,\quad \tilde{k} = +1\,,$$

$$\Gamma^1_{11} = -\frac{1}{2g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}\cdot\frac{GM}{c^2r^2}\,,\quad \Gamma^1_{44} = -\frac{1}{2}g_{44}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\left(1-\frac{r_S}{r}\right)\cdot\frac{GM}{c^2r^2}\,,$$

$$1 = \left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + \left(1-\frac{r_S}{r}\right)\left(\frac{dx^4}{ds}\right)^2,$$

otrzymujemy

$$\boxed{\tilde{a}^r = \tilde{a}^1 = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = \left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{GM}{r^2}}.$$

Fizyczna (prawdziwa) składowa przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku

$$\hat{a}^r \overset{df}{=} \sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{rr}}\;\tilde{a}^r\,,$$

gdzie

$$g_{rr} = g_{11} = \left(1-\frac{r_S}{r}\right)^{-1},$$

ostatecznie może być zapisana w postaci:

$$\boxed{\hat{a}^r = \sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right) g_{rr}}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{GM}{r^2}}.$$

08. Grawitacja i antygrawitacja

Powyższe równanie posiada ciekawą interpretacje fizyczną. Dla $r > r_S$ opisuje ono grawitację, a dla $\frac{1}{2} r_S \le r < r_S$ – antygrawitację [3, 11].

Grawitacja

$$r > r_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad g_{rr} = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} > 0, \quad (ds)^2 < 0, \quad \hat{a}^r = -\frac{GM}{r^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r_S}{r}}}$$

Antygrawitacja

$$\frac{1}{2} r_S \le r < r_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad g_{rr} = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right)^{-1} < 0, \quad (ds)^2 > 0, \quad \hat{a}^r = +\frac{GM}{r^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{r_S}{r} - 1}}$$

09. Główna hipoteza

Antygrawitacja polega na tym, że swobodna cząstka próbna znajdująca się w zewnętrznym polu grawitacyjnym masy źródłowej uzyskuje w pewnym obszarze przyspieszenie skierowane od centrum tej masy [3, 11].

W obszarach, w których $g_{\mu\nu} \ge 0, \quad (ds)^2 < 0, \quad (\mu, \nu = 1,2,3,4)$, występuje grawitacja.

W obszarach, w których $g_{\mu\nu} \le 0, \quad (ds)^2 > 0, \quad (\mu, \nu = 1,2,3,4)$, występuje antygrawitacja.

10. Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz źródłowej masy

Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz źródłowej masy ($0 \le r < R$, $\rho = \text{const} > 0$) dana jest przez [3, 7, 11]:

$$\boxed{(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2 \sin^2\theta\,(d\varphi)^2 + g_{44}(dx^4)^2},$$

gdzie

$$x^4 = ict, \quad g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{44} == 1 - \frac{kr_S}{R}\frac{r^2}{R^2}, \quad 0{,}5 \le k < 1, \quad r_S = \frac{2GM}{c^2}.$$

11. Wartość prędkości rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym znajdującym się wewnątrz czarnej dziury

Metryka czasoprzestrzeni wewnątrz czarnej dziury, dla

$$\theta = \text{const}\,,\quad d\theta = 0\,,\quad \varphi = \text{const}\,,\quad d\varphi = 0\,,\quad R = kr_S\,,\quad 0{,}5 \le k < 1\,,$$

redukuje się do postaci [3, 7, 11]:

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 - g_{44}c^2(dt)^2\,,\quad g_{11} = \frac{1}{g_{44}}\,,\quad g_{44} = 1 - \frac{r^2}{R^2}\,.$$

Wartość prędkości (v_{light}) rozchodzenia się światła w wirtualnym tunelu próżniowym wyznaczymy z warunku

$$(ds)^2 = 0$$

lub równoważnego

$$\boxed{0 < v_{light}^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = c^2\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 \le c^2}\,.$$

$$\lim_{r\to 0} v_{light} = c\,,\quad \lim_{r\to R} v_{light} = 0\,.$$

Zauważmy, że

$$R = kr_S\,,\quad 0{,}5 \le k < 1\,,\quad 0 < v_{light}^2 \le c^2\,.$$

Oznacza to, że metryka czasoprzestrzeni wewnątrz czarnej dziury jest poprawna wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\boxed{\frac{1}{2}r_S \le R < r_S,\quad r < R}\,.$$

12. Przyspieszenie grawitacyjne swobodnego spadku wewnątrz czarnej dziury z otoczką antygrawitacyjną

Radialną składową przyspieszenia grawitacyjnego swobodnie cząstki w wirtualnym tunelu próżniowym, znajdującym się wewnątrz czarnej dziury z otoczką antygrawitacyjną, wyznaczymy z równania ruchu [3, 11]

$$\tilde{a}^r = \tilde{a}^1 = -\tilde{k}\left(\text{sgn}\, ds^2\right)c^2\left(\Gamma^1_{11}\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds} + \Gamma^1_{44}\frac{dx^4}{ds}\cdot\frac{dx^4}{ds}\right),\quad 0 \le r < R\,,\quad (ds)^2 \ne 0\,.$$

Uwzględniając, że

$$\tilde{k} = -1\,,\quad \text{sgn}\, ds^2 = -1\,,\quad R = kr_S\,,\quad 0{,}5 \le k < 1\,,\quad r_S = \frac{2GM}{c^2}\,,$$

$$\Gamma^1_{11} = -\frac{1}{2g_{44}}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}, \quad \Gamma^1_{44} = -\frac{1}{2}g_{44}\frac{\partial g_{44}}{\partial r}, \quad g_{44} = 1-\frac{r^2}{R^2}, \quad 1 = g_{44}^{-1}\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + g_{44}\left(\frac{dx^4}{ds}\right)^2,$$

otrzymujemy

$$\boxed{\tilde{a}^r = \tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\frac{c^2}{R^2}r = -\frac{c^2}{R^2}r}.$$

Fizyczna (prawdziwa) składowa przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku

$$\hat{a}^r \stackrel{df}{=} \sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{rr}}\ \tilde{a}^r,$$

gdzie

$$g_{rr} = g_{11} = \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)^{-1},$$

ostatecznie może być zapisana w postaci:

$$\boxed{\hat{a}^r = -\tilde{k}\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)\sqrt{-\left(\operatorname{sgn} ds^2\right)g_{rr}}\ \frac{c^2}{R^2}r = -\frac{c^2}{R^2}r\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}}}.$$

13. Graficzna analiza pełnego rozwiązania

Składowa czasowo-czasowa tensora metrycznego oraz fizyczna składowa radialna przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku w trzech różnych przedziałach odległości od środka czarnej dziury dane są poniższymi relacjami.

GRAWITACJA

$$0 \le r < R = kr_S, \quad g_{44} = \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right) > 0, \quad \hat{a}^r = -\frac{c^2}{R^2}r\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}}$$

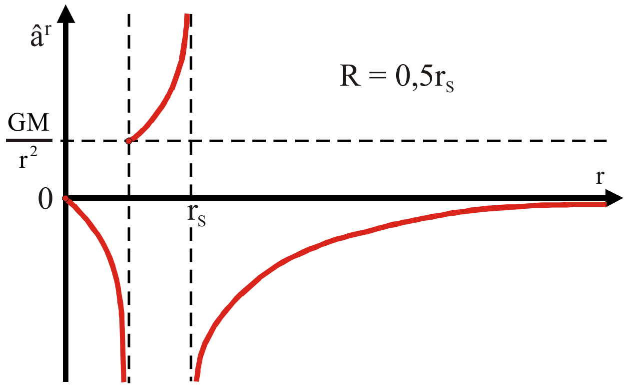
ANTYGRAWITACJA

$$kr_S = R \le r < r_S, \quad g_{44} = \left(1-\frac{r_S}{r}\right) < 0, \quad \hat{a}^r = +\frac{GM}{r^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{r_S}{r}-1}}$$

GRAWITACJA

$$r > r_S, \quad g_{44} = \left(1-\frac{r_S}{r}\right) > 0, \quad \hat{a}^r = -\frac{GM}{r^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_S}{r}}}$$

Poniżej przedstawimy wykresy zależności fizycznej (prawdziwej) składowej radialnej ($\hat{a}^r$) przyspieszenia grawitacyjnego swobodnego spadku cząstki testowej od odległości (r) od centrum czarnej dziury z otoczką antygrawitacyjną.



Z wykresów tych widać, że:

$0 \le r < R = k \cdot r_S \;\Rightarrow\;$ grawitacja,

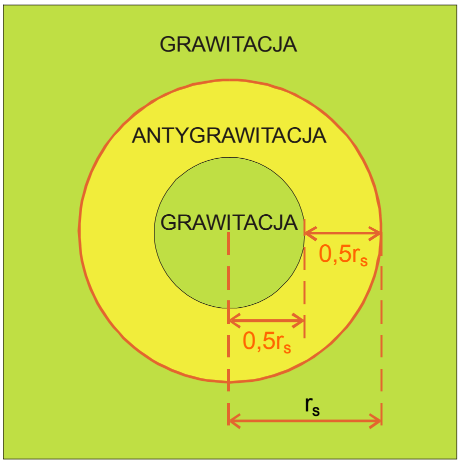
$r = R = k \cdot r_S \;\Rightarrow\;$ przejście od grawitacji do antygrawitacji,

$k \cdot r_S = R < r < r_S \;\Rightarrow\;$ antygrawitacja,

$r = r_S \;\Rightarrow\;$ przejście od antygrawitacji do grawitacji,

$r > r_S \;\Rightarrow\;$ grawitacja.

Grubość otoczki antygrawitacyjnej jest równa połowie promienia Schwarzschilda. Grawitacja i antygrawitacja mają naturę warstwową.



14. Promień i gęstość czarnej dziury

Promień i gęstość czarnej dziury wyznaczymy, wykorzystując poniższe relacje

$$R = kr_S, \quad 0{,}5 \le k < 1,$$

$$r_S = \frac{2GM}{c^2},$$

$$M = \rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right),$$

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}.$$

W wyniku otrzymujemy:

$$R^2 = \frac{3}{k} \cdot \frac{c^2}{8\pi G\rho},$$

$$R^2 = \frac{3}{k} \cdot \frac{1}{c^2\kappa\rho},$$

$$R = \sqrt{\frac{3}{k}} \cdot \frac{1}{c\sqrt{\kappa\rho}},$$

$$\rho = \frac{3}{k} \cdot \frac{1}{8\pi G R^2},$$

$$\rho = \frac{3}{k} \cdot \frac{1}{c^2\kappa R^2}.$$

15. Uwagi końcowe

Wykorzystanie tradycyjnej relacji dla gęstości energii spoczynkowej $\boxed{\varepsilon_0 = \rho c^2}$ nie opisuje czarnej dziury, a tym bardziej zjawiska antygrawitacji.

Proponowany przeze mnie model czarnej dziury (poza nazwą) ma niewiele wspólnego z powszechnie akceptowanymi modelami tego obiektu.

Punkty 9 i 10 ze wstępu zostały wykorzystane w [3] aby między innymi wyjaśnić w ramach czarnodziurowego modelu Wszechświata
A. nieliniowy gwałtowny wzrost poczerwienienia światła docierającego do Ziemi z bardzo odległych źródeł jakimi są galaktyki,
B. istnienie odległości od Ziemi, gdzie poczerwienienie zmienia znak z ujemnego na dodatni.

16. Propozycje

Proponuję, aby mieszany tensor krzywizny czwartego rzędu $R^{\alpha}_{\beta\mu\nu}$ nazywać tensorem krzywizny Grossmanna. Pojęcie tensora mieszanego jako pierwszy wprowadził Marcel Grossmann (1878-1936) przy okazji rozważań dotyczących krzywizny czasoprzestrzeni [2].

Poniżej przypomnimy znane twierdzenia o płaskości i zakrzywieniu przestrzeni [10].

Przestrzeń jest płaska wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie składowe tensora $R^{\alpha}_{\beta\mu\nu}$ są równe zeru.

Przestrzeń jest zakrzywiona wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej jedna ze składowych tensora $R^{\alpha}_{\beta\mu\nu}$ jest różna od zera.

Cytowane prace

[1] A. Einstein: *Die Feldgleichungen der Gravitation.* Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **2**, 48 (1915) 844-847.

[2] A. Einstein, M. Grossmann: *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation.* Zeitschrift für Mathematik und Physik **62**, 3 (1913) 225-261.

[3] Z. Osiak: *Antygrawitacja.* viXra:1804.0495 (2018), http://viXra.org/abs/1804.0495

[4] Z. Osiak: *Czarnodziurowy Wszechświat a przestrzeń Einsteina.* viXra:1807.0376 (2018), http://viXra.org/abs/1807.0376

[5] Z. Osiak: *Czarnodziurowy Wszechświat a grawitacyjne prawo Gaussa.* viXra:1806.0268 (2018), http://viXra.org/abs/1806.0268

[6] Z. Osiak: *Czarnodziurowy Wszechświat a prawo Hubble'a.* viXra:1805.0200 (2018), http://viXra.org/abs/1805.0200

[7] Z. Osiak: *Czarnodziurowy Wszechświat a wartość prędkości światła.* viXra:1805.0289 (2018), http://viXra.org/abs/1805.0289

[8] Z. Osiak: *Czarnodziurowy Wszechświat a dwu-potencjalność pola grawitacyjnego.* viXra:1807.0204 (2018), http://viXra.org/abs/1807.0204

[9] Z. Osiak: *Energy in Special Relativity.* Theoretical Physics **4**, 1 (March 2019) 22-25. https://dx.doi.org/10.22606/tp.2019.41002
[oraz:] viXra: 1512.0449 (2015) http://viXra.org/abs/1512.0449

[10] Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności.* Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, http://vixra.org/abs/1804.0178

[11] Z. Osiak: *Wirujący Wszechświat Czarnodziurowy i Antygrawitacja.* vixra:2006.0091 (2020), https://vixra.org/abs/2006.0091

[12] Z. Osiak: *Szczególna Teoria Względności.* Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3464-3, http://vixra.org/abs/1804.0179

[13] А. З. Петров: *Пространства Эйнштейна.* Физматгиз, Москва 1961.
[Istnieje angielski przekład:]
A. Z. Petrov: *Einstein Spaces.* Pergamon Press, Oxford 1969.

[14] K. Schwarzschild: *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie.* Sitzungsberichte der Königlich Preuβischen Akademie der Wissenschaften **1**, 7 (1916) 189-196.
[Istnieje angielski przekład:]
https://arxiv.org/abs/physics//9905030