La présomption de la continuité de l'espace-temps dans la gravité quantique

René Friedrich, Strasbourg[1]

La relativité générale et la mécanique quantique ont été confirmées par des expériences. Pour unir les deux, les théories de la gravité quantique deviennent de plus en plus sophistiquées, mais sans succès.

Les théories courantes de la gravité quantique sont basées sur la présomption de la continuité de la variété Lorentzienne d'espace-temps. Cette présomption ne reçoit que peu d'attention, mais aucune théorie n'est complète sans la vérification préliminaire du bien-fondé des présomptions sur lesquelles elle a été construite.

Basé sur les principes de la relativité générale il sera démontré que la présomption peut être invalidée pour deux raisons :

- Sur le plan mathématique, la métrique des variétés Lorentziennes n'est pas définie correctement, et
- Sur le plan physique, les principes de la relativité se réfèrent aux lignes d'univers, mais pas au vide entre les lignes d'univers.

1. Introduction

Les modèles de l'espace-temps Lorentzien sont utilisés pour la représentation des principes de la relativité restreinte et de la relativité générale. En 1908, c'était Minkowski qui fournissait une interprétation géométrique de la relativité restreinte, et quelques années plus tard, Einstein et Grossmann développaient un modèle géométrique pour la description des principes de la relativité générale. Dans les deux cas il avait été présumé que l'espace-temps est une variété continue, et les deux modèles fonctionnaient très bien de façon à ce qu'on les considérait comme partie intégrante de la relativité restreinte/ générale. Le seul problème survenait quand on essayait de quantifier l'espace Lorentzien, mais personne ne doutait que ce problème pouvait avoir sa cause dans un défaut de la présomption de la continuité des variétés espace-temps.

Cependant, contrairement à l'intuition, rien ne corrobore cette présomption, quelle que soit l'approche choisie :

Sur le plan mathématique, les variétés Lorentziennes d'espace-temps demandent une double métrique, une pour les intervalles genre temps et une autre pour les intervalles genre espace, et il n'y a pas de fondement physique pour une telle métrique scindée ;

Sur le plan physique, la théorie de la gravité de la relativité générale définit des lignes d'univers, mais pas le vide entre ces lignes d'univers.

[1] rene_friedrich@orange.fr

2. La continuité de l'espace-temps n'est qu'une présomption

Cette présomption avait été exprimée par Minkowski dans son discours "Espace et Temps" en 1908 :

> *"Pour ne laisser de vide béant nulle part, nous voulons nous représenter en chaque lieu et à chaque instant quelque chose de perceptible."* **[1]**

Minkowski souhaitait définir une variété continue de l'espace-temps, et la citation montre qu'il était bien conscient du fait que le vide entre les lignes d'univers n'était pas défini par la relativité restreinte (voir ci-dessous **section 4**), sinon sa phrase aurait été sans utilité. Cette présomption d'une variété continue d'espace-temps semblait si évidente et si naturelle que depuis il n'y avait pas de doutes sérieuses par rapport à celle-ci[2].

Cependant, cette présomption le contraignait plus loin dans son discours en section III à scinder la métrique de l'espace-temps en deux, afin d'éviter des intervalles imaginaires d'espace-temps (voir ci-dessous **sous-section 3.1**), simplement en changeant le signe du carré de l'intervalle (l'équation

$$" - F = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = k^2 "$$

s'appliquant à *"toutes les valeurs constantes et positives de k^2."*)**[1]**

3. Le problème sur le plan mathématique : Les intervalles genre espace de l'espace-temps ne sont pas définis correctement

3.1. Les intervalles genre espace de l'espace-temps sont imaginaires

Parmi les deux conventions possible pour la signature de l'intervalle espace-temps (+ - - - et - + + +), la première (+ - - -) est selon Penrose "plus directement physique" **[3]** car elle correspond au temps propre dτ qui est l'intervalle d'espace-temps des lignes d'univers genre temps des particules. En suivant cette interprétation, nous obtenons l'intervalle d'espace-temps

$$ds = d\tau = \sqrt{dt^2 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{c^2}}$$

[2] Cependant, il mérite d'être mentionné que même Einstein exprima des doutes par rapport à la continuité de l'espace-temps, en 1916, dans une lettre à Dällenbach : *"Mais vous avez aussi bien saisi l'inconvénient que le continuum apporte. Si la vue moléculaire de la matière est la correcte (la vue appropriée), c'est à dire si une partie de l'univers peut être représentée par un nombre fini de points en mouvement, cela implique que le continuum de la présente théorie contient une variété de possibilité trop importante. Moi aussi je crois que ce trop est responsable pour le fait que nos moyens actuels de description échouent quand ils agit de la théorie quantique. Pour moi la question semble être celle comment on peut formuler des constatations par rapport à un discontinuum sans se référer à un continuum (espace-temps) ; ce dernier devrait être éliminé de la théorie en tant que construction supplémentaire non justifiée par la nature du problème qui ne correspond à rien de "réel". Mais malheureusement, pour cela il nous manque toujours la structure mathématique. Combien je me suis déjà tracassé pour cela !"* **[2]**

Il est évident que cette métrique ne pourra pas être la base d'une variété réelle : elle donne des solutions réelles uniquement pour les intervalles genre temps de l'espace-temps. Les intervalles genre espace de l'espace-temps deviennent imaginaire, ils ne sont pas définis.

Le changement de signature ne pourra pas pallier à ce problème : Si les intervalles genre espace de l'espace-temps étaient traités comme réels, cela impliquerais que les intervalles genre temps soient imaginaires.

Comme il a été démontré en **section 2**, Minkowski voyait bien ce problème, mais il le contournait en simplement définissant une métrique réelle pour les intervalles imaginaires. Le résultat était un genre de patchwork de deux métriques complémentaires, chaque métrique s'appliquait là où l'autre métrique donnait des résultats imaginaires.

Sur le plan mathématique, il est toujours possible de redéfinir la métrique de certaines zones afin d'obtenir une variété continue, de la même façon qu'on peut définir que 2 x 2 = 5 ou $(-1)^{0,5} = +1$. Cependant, le problème consiste dans le fait que cette redéfinition se fait sans aucun raisonnement physique.

Malgré l'absence de toute justification physique, la double métrique des variétés Lorentziennes est généralement acceptée. Un exemple est Misner/ Thorne/ Wheeler (p. 305) qui définissait la métrique moyennant l'équation

$$\varDelta s^2 = -\varDelta\tau^2 = g_{\mu\nu}x^{\alpha}\Delta x_{\mu}\Delta x_{\nu} \quad \textbf{[4]},$$

ce qui impliquait que l'intervalle d'espace-temps et le temps propre soient deux métriques opposées, parce qu'il en suivait que l'équation

$$\varDelta\tau^2 = -\varDelta s^2 = -g_{\mu\nu}x^{\alpha}\Delta x_{\mu}\Delta x_{\nu}$$

devait être une deuxième métrique indépendante. Encore une fois, un tel traitement distinct des intervalles genre temps et genre espace ne correspond à aucune réalité physique.

3.2. Pas de topologie "jolie"

La topologie ne fournit aucune corroboration de la présomption de la continuité de l'espace-temps. Au contraire, il a été constaté qu'il n'y a aucune topologie "jolie" pour l'espace-temps Lorentzien **[5][6]**. Une topologie possible parmi d'autres est la topologie standard 1+3 qui traite l'espace et le temps séparément, corroborant plutôt la présomption d'une variété tridimensionelle de l'espace qu'une variété à 4 dimensions de l'espace-temps **[7-9]**.

3.3. De la variété Euclidienne à l'espace-temps Lorentzien

L'espace-temps a une métrique Lorentzienne. Cependant, il faut se rappeler que les coordonnées de l'espace-temps ont une géométrie Euclidienne, et que sans la géométrie Euclidienne il ne pourrait pas y avoir de cône de lumière : Puisque l'intervalle Lorentzien d'espace-temps de phénomènes genre lumière est zéro, le cône de lumière serait réduit à un simple point.

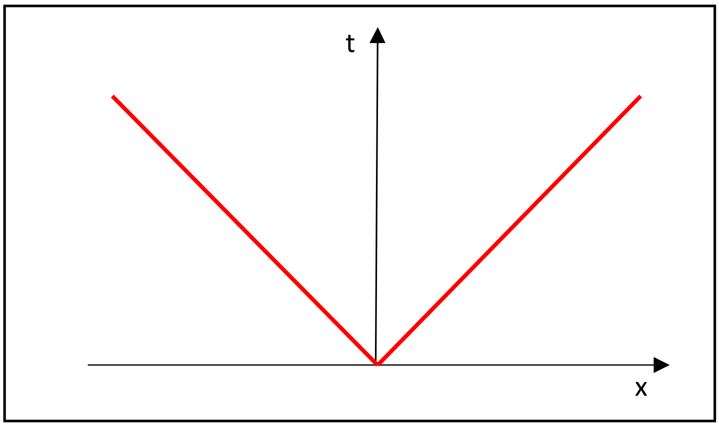

Fig. 1 : Les représentations de l'espace-temps avec des cônes de lumière sont toujours Euclidiennes puisque dans une représentation Lorentzienne les cônes de lumières seraient réduits à zéro

Les représentations de l'espace-temps telles que dans le diagramme en **fig. 1** ressemblent aux représentations de l'espace et du temps par Newton : Elles sont toujours des variétés continues Euclidiennes, et si elles sont planes et à deux dimensions elles peuvent même avoir la forme d'une feuille de papier. Avec un mètre, nous pouvons mesurer des intervalles d'espace et des périodes de temps, les mesures qui longent l'un des axes (temps ou espace) correspondent à l'observation. Cependant, pour les intervalles mixtes, la métrique Euclidienne donne des résultats sans aucun sens, et l'intervalle Lorentzien doit être calculé. Dans les variétés Euclidiennes, la métrique Lorentzienne ne peut pas être mesurée, elle peut seulement être calculée. L'espace-temps de Newton devient Lorentzien au travers de sa métrique dissimulée. Cependant, dès que nous appliquons une métrique Lorentzienne à une variété d'espace-temps, la continuité est perdu parce que les intervalles d'espace-temps genre espace sont imaginaire et donc pas définis (voir ci-dessus **sous-section 3.1**).

4. Le problème sur le plan physique : Le vide entre les lignes d'univers n'est pas défini

4.1. Les deux postulats de la relativité spéciale

Voici les deux postulats de la relativité spéciale :

1. *Les lois de la physiques sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie.*
2. *La vitesse de la lumière est mesurée avec la même valeur c dans tous les référentiels d'inertie.*

Les deux postulats parlent de référentiels d'inertie (et aussi de phénomènes genre lumière) avec leur lignes d'univers respectives, mais pas du vide entre les lignes d'univers. Le vide est décrit par la physique quantique et peut-être aussi par la cosmologie sous la forme de l'énergie noire, mais il n'est ni décrit par la relativité restreinte ni par la théorie de la gravitation de la relativité générale. Exemple : La métrique de Schwarzschild introduit la courbure des lignes d'univers par la gravitation, mais le vide entre les lignes d'univers n'est pas décrit.

Cela veut dire que la relativité générale même contredit la présomption de la continuité de l'espace-temps qui devrait inclure des points de vide.

4.2. Les points de vide n'ont aucune évolution dans le temps.

Qu'est-ce qui se passe avec les points de vide dans la relativité restreinte ?
Pour cette question, nous considérons un diagramme de Minkowski avec deux lignes de simultanéité.

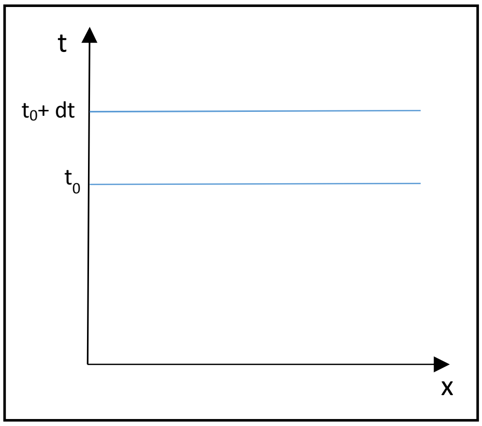

Fig. 2 : Deux lignes de simultanéité semblent être parfaitement continues.

Les deux lignes de simultanéité semblent être parfaitement continues.

Maintenant nous ajoutons deux lignes d'univers de deux particules. La ligne d'univers de chaque particule est déterminée par sa position et par sa vitesse.

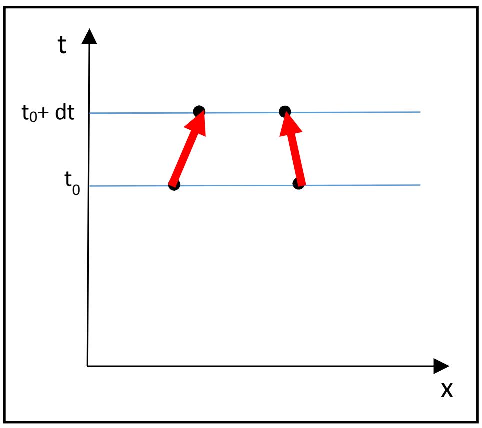

Fig. 3 : Deux lignes d'univers de particules

Mais qu'est-ce qui se passe avec un point de vide entre les deux particules ? Aucune vitesse n'est définie pour un point de vide. Contrairement aux espaces-temps Euclidiens tels que l'espace-temps Newtonien, il ne va pas simplement vers le haut en direction du temps, parce que ceci impliquerait un observateur privilégié. Le résultat : Aucun point sur la ligne supérieure t_0 + dt ne correspond au point de vide sur la ligne inférieure t_0. Le vide n'a pas d'évolution dans le temps.

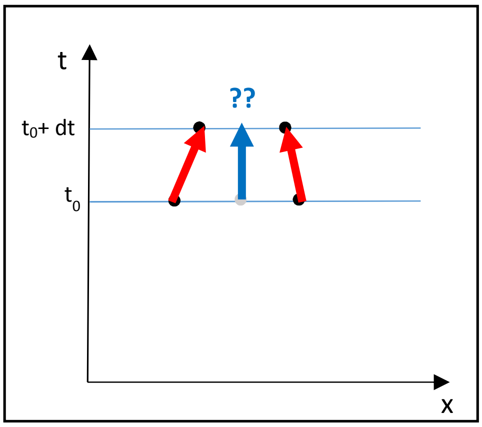

Fig. 4 : Aucun point sur la ligne supérieure ne correspond au point de vide sur la ligne inférieure.

Cela veut dire : Chaque point de vide n'est qu'un point indépendant avec des coordonnées de temps et d'espace, sans aucune information supplémentaire. Ou, dans l'autre sens : La seule "raison d'être" d'un point de vide entre des lignes d'univers est son système de coordonnées qui avait été dressé pour la description des lignes d'univers. Le point de vide représente simplement le vide entre les lignes d'univers, sans aucune importance physique.

Pour les phénomènes genre lumières qui se propagent à la vitesse c (comme par exemple les champs électromagnétiques ou gravitationnels), le problème est un autre : On pourrait supposer que les phénomènes genre lumières soient continus et partout, même dans le vide entre des particules. Cependant, le problème ici est que de nombreux phénomènes genre lumière passent par le même point, et pour cette raison il ne peut pas y avoir un point sur la ligne supérieur qui correspond de façon univoque au point sur la ligne inférieur.

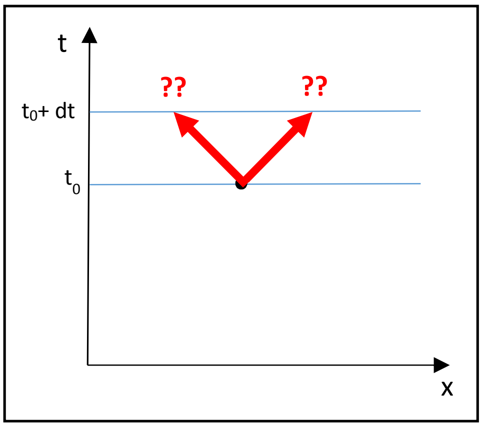

Fig. 5 : Pas de solution univoque pour les phénomènes genre lumière

5. La théorie des ensembles causaux

La théorie des ensembles causaux se rapproche beaucoup de la solution qui est proposé ici, mais au lieu de chercher une solution à l'intérieur de la relativité générale, la théorie des ensembles causaux cherche inutilement un concept plus fondamental au-delà de la relativité générale.

La théorie des ensembles causaux est basée sur une variété Lorentzienne continue, mais elle dit que l'espace-temps est fondamentalement discret. Son objectif et la récupération d'une variété Lorentzienne continue à partir d'un ordre causal, ce qui par nature exclut les intervalles genre espace d'espace-temps. La théorie des ensembles causaux propose une solution avec un espace-temps discret constitué de points d'espace-temps (évènements) discrets, l'un de ses préoccupations majeures étant l'invariance Lorentzienne (au lieu de tous, voir **[10-11]**).

La théorie des ensembles causaux essaie de construire une structure d'ordre causal au-delà de l'espace-temps Lorentzien, mais malheureusement sans se rendre compte du fait qu'une telle structure causale existe déjà en relativité générale sous la forme des lignes d'univers : Les lignes d'univers genre temps des particules et les lignes d'univers genre lumière des champs transportent sans faute 100% de la causalité des évènements de l'univers, et nous avons la possibilité de paramétrer chacune de ces lignes d'univers par leur temps propre respectif afin de leur procurer l'invariance Lorentzienne. Une spécificité de telles lignes d'univers solipsistiques paramétrées par leur temps propre respectif est le fait qu'on ne peut pas les représenter ensemble dans des coordonnées communes d'espace-temps, mais à ce niveau fondamental - avant la dilatation du temps - aucun espace-temps commun ni des coordonnées d'espace-temps communes sont requis. Ce n'est que dans une deuxième étape qu'un observateur mesure ces lignes d'univers dans son propre système de coordonnées, en remplaçant leur paramètre respectif de temps propre par son propre paramètre de temps de son système de coordonnées. C'est ce qu'on appelle l'"observation".

6. Conclusion :

Nous avons examiné la présomption de la continuité de l'espace-temps sous divers aspects, et, quelle que soit l'approche, le résultat était négatif. L'élément moteur de cette présomption était peut-être la symétrie de Lorentz, mais on sait que l'espace et le temps sont deux choses différentes, et que leur similarité se limite strictement à la symétrie de Lorentz. Aujourd'hui l'intérêt se concentre sur la gravité quantique, et il y avait déjà des doutes qui avaient été exprimés par rapport au modèle actuel de la variété de l'espace-temps. L'invalidation de la présomption de la continuité de l'espace-temps pourrait permettre des progrès dans ce domaine.

7. Références

[1] Hermann Minkowski: Raum und Zeit (1908), in: Space and Time, Minkowski's Papers on Relativity, Minkowski Institute Press 2012, p. 111
[2] Albert Einstein, letter to Walter Dällenbach, Nov. 1916, cited and translated by J. Stachel: Einstein and the quantum: Fifty years of struggle. In Robert G. Colodny (ed.): From Quarks to Quasars, Philosophical Problems of Modern Physics (1986), p. 379
[3] Roger Penrose: The Road to Reality, 2004, § 18.1
[4] Charles Misner, Kip Thorne, John Archibald Wheeler: Gravitation, 1973
[5] R. Göbel: Zeeman topologies on space-times of general relativity theory, Comm. Math. Phys. 1976, p. 289
[6] Renee Hoekzema: On the Topology of Lorentzian manifolds, 2011
[7] E.C. Zeeman: Causality Implies the Lorentz Group, 1963, Journal of Mathematical Physics 1964, p. 490
[8] Steven Hawking: Singularities and the geometry of spacetime, The European Physical Journal H 2014

[9] Steven Hawking, A.R. King and P.J. McCarthy: A new topology for curved space-time which incorporates the causal, differential and conformal structures, Journal of Mathematical Physics, 1976 p. 174
[10] Rafael D. Sorkin: Causal Sets: Discrete Gravity, arxiv, 01/09/2003
[11] Astrid Eichhorn: Steps towards Lorentzian quantum gravity with causal sets, arxiv, 01/02/2019