

## Определение термина «НАПРАВЛЕНИЕ»

*Рассмотрено одно из исходных или первичных понятий, считающееся «простейшим» (не выражаемым через другие понятия). Выявлена структура этого понятия. Найдены алгебраические и геометрические следствия.*

Положение некоторой точки на прямой может быть охарактеризовано расстоянием от этой точки до какой-нибудь другой точки.

Это расстояние называется *координатой*, первая точка – интересующей нас точкой, вторая – отсчетной точкой.

Если известно положение интересующей нас точки на прямой, то ее координата определяется однозначно.

Если напротив известна координата интересующей нас точки, то ее положение на прямой определяется неоднозначно, т.к. существуют две разные точки, имеющие одно и то же значение координаты.

Для того, чтобы выделить из двух возможных единственную интересующую нас точку (однозначно задать положение интересующей нас точки на прямой), нужно задать еще одно дополнительное условие, например, расстояние от интересующей нас точки до какой-нибудь другой точки.

В самом деле, введение второй отсчетной точки, хотя бы сколько-нибудь смещенной относительно первой отсчетной точки, сразу же нарушает симметрию, иными словами одна из двух возможных точек оказывается ближе расположенной ко второй отсчетной точке, а другая – дальше.

Поэтому задание координаты интересующей нас точки относительно второй отсчетной точки одновременно с заданием координаты интересующей нас точки относительно первой отсчетной точки уже вполне однозначно определяет положение интересующей нас точки на прямой.

Таким образом, положение точки на прямой однозначно определяется заданием двух чисел, иными словами, прямая (и шире – линия) является пространством *двух измерений*.

Собственно говоря, точное числовое значение второй (дополнительной) координаты знать не требуется.

Достаточно указать, больше или меньше это значение значения первой координаты, иными словами задать неравенство:

$$O_2A > O_1A \text{ или } O_2A < O_1A,$$

где  $O_1$  - первая отсчетная точка,  $O_2$  - вторая отсчетная точка,  $A$  - интересующая нас точка (для точек  $A$  с координатой  $O_1A > 0,5 O_1O_2$ ).

По определению, положение самих отсчетных точек следует считать известным.

Итак, задание равенств:

$$\begin{aligned} O_1A &= a, \\ O_2A &= b, \end{aligned}$$

или, после устранения избыточной информации, равенства и неравенства:

$$\begin{aligned} O_1A &= a, (O_1A > 0,5 O_1O_2), \\ O_2A &> O_1A, \text{ или } O_2A < O_1A, \end{aligned}$$

однозначно определяет положение интересующей нас точки на прямой.

Замена равенства  $O_2A = b$  неравенством  $O_2A > O_1A$  или  $O_2A < O_1A$ , кроме устранения избыточной информации, дает еще одно громадное преимущество, а именно: в отличие от

равенства, которое у разных точек  $A$  может иметь бесчисленное множество значений, неравенство может иметь всего два значения и потому может быть сокращено до знаков " $>$ " и " $<$ " или любой другой пары символов, синонимов данной пары, например, " $+$ " и " $-$ " независимо от числового значения второй координаты.

Последняя модернизация по части сокращения записи состоит в том, что указанные знаки вводятся в первое равенство, содержащее координату:

$$O_1A = + a.$$

Таким образом, " $+ a$ " надо понимать так:

$$O_1A = a,$$

$$O_2A > O_1A,$$

иными словами в одном равенстве содержатся одновременно два условия.

Для точек  $A$  со значением координаты  $O_1A < 0,5 O_1O_2$  положение на прямой без указания числового значения второй (дополнительной) координаты остается неопределенным.

Сближение отсечных точек  $O_1O_2$  уменьшает отрезок, на котором требуется указывать величину второй дополнительной координаты, в пределе, для бесконечно близко расположенных отсечных точек  $O_1$  и  $O_2$ , указанный отрезок стремится к нулю, и относительные числа могут считаться однозначно определяющими положение интересующих нас точек на всей прямой.

Итак, знаки относительных чисел в неявном виде задают дополнительную координату.

Термины "слева", "справа" или вообще "направление" невозможно объяснить без введения второй отсечной точки. Напротив, после такого введения объяснение достигается легко, например, "справа" означает то же и " $+ a$ ", а именно:

$$O_1A = a,$$

$$O_2A > O_1A.$$

Таким образом, "направление", также как и "знак", является неявно выраженной дополнительной координатой.

На плоскости положение точки однозначно определяется заданием трех чисел, – расстояний до трех отсечных точек, не лежащих на одной прямой (вместо четырех декартовых координат – двух явных и двух неявных).

В евклидовом пространстве положение точки однозначно определяется заданием расстояний до четырех отсечных точек, не лежащих в одной плоскости, причем каждые три из них не должны лежать на одной прямой.

Таким образом, так называемое "трехмерное" евклидово пространство, в проекциях определяемое шестью декартовыми координатами – тремя явными и тремя неявными, на деле является пространством *четырёх* измерений.