

# Teoria Względności



Zbigniew Osiak

Podstawy

01

Linki do moich publikacji naukowych i popularnonaukowych, e-booków oraz audycji telewizyjnych i radiowych są dostępne w bazie ORCID pod adresem internetowym:

<http://orcid.org/0000-0002-5007-306X>

**Zbigniew Osiak** (Tekst)

**TEORIA WZGLĘDNOŚCI**  
Podstawy

**Małgorzata Osiak** (Ilustracje)

© Copyright 2012 by  
Zbigniew Osiak (text) and Małgorzata Osiak (illustrations)

Wszelkie prawa zastrzeżone.

Rozpowszechnianie i kopiowanie całości lub części publikacji  
zabronione bez pisemnej zgody autora tekstu i autorki ilustracji.

Portret autora zamieszczony na okładkach przedniej i tylnej  
Rafał Pudło

Wydawnictwo: Self Publishing

ISBN: 978-83-272-3800-9

e-mail: [zbigniew.osiak@gmail.com](mailto:zbigniew.osiak@gmail.com)

---

W 2011 i 2012 wygłosiłem dla słuchaczy Uniwersytetu Trzeciego Wieku w Uniwersytecie Wrocławskim cykl wykładów:

01. Teoria Względności – Podstawy
02. Teoria Względności – Wyniki/Rezultaty
03. Teoria Względności – Testy
04. Teoria Względności – Zastosowania
05. Teoria Względności – Problemy
06. Teoria Względności – Błędne Interpretacje
07. Teoria Względności – Prekursorzy
08. Teoria Względności – Twórcy
09. Teoria Względności – Kulisy
10. Teoria Względności – Kosmologia Relatywistyczna
11. Teoria Względności – Czarne Dziury
12. Teoria Względności – Fale Grawitacyjne
13. Teoria Względności – Antygravitacja
14. Teoria Względności – Kalendarium

---

Pomocnicze materiały do tych wykładów będą dostępne w internecie.

Szczegółowe informacje dotyczące sygnalizowanych tam zagadnień zainteresowani Czytelnicy znajdą w innych moich eBookach:

Z. Osiak: *Szczególna Teoria Względności*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Antygravitacja*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Giganci Teorii Względności*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Energia w Szczególnej Teorii Względności*. SP (2012).

Z. Osiak: *Energy in Special Relativity*. Self Publishing (2012).

Z. Osiak: *Encyklopedia Fizyki*. Self Publishing (2012).

Wykład 1

---

# TEORIA WZGLĘDNOŚCI

## Podstawy

**dr Zbigniew Osiak**

Portrety wykonała

**Małgorzata Osiak**

## SZCZEGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI 11

- Metodologiczne podstawy STW 12
  - Podstawowe założenia STW 13
  - Komentarz metodologiczny 14
  - Komentarz historyczny 15
  - Podstawowe wady STW 16
- Doświadczalne podstawy STW 17
  - Prędkość światła ma skończoną wartość 18
  - Aberracja światła gwiazd 19
  - Laboratoryjny pomiar wartości prędkości światła – Fizeau 20
  - Doświadczenie Fizeau – Składanie prędkości 21
  - Laboratoryjny pomiar wartości prędkości światła – Foucault 22
  - Doświadczenie Michelsona-Morleya 23
  - Doświadczenie Kennedy’ego-Thorndike’a 26
  - Hipoteza FitzGeralda 27
  - Hipoteza Lorentza 28



- 
- Hipoteza FitzGeralda-Lorentza 29
  - Doświadczenie Lodge'a 31
  - Doświadczenie Rayleigha 32
  - Doświadczenie Rayleigha-Brace'a 33
  - Doświadczenie Troutona-Noble'a 34
  - Doświadczenie Troutona-Rankine'a 35
  - Nowa dynamika elektronów 36
  - Czy masa cząstki zależy od prędkości? 37
  - Matematyczne podstawy STW 38
    - Czasoprzestrzeń 39
  
  - OGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI 40
    - Metodologiczne podstawy OTW 41
      - Podstawowe założenia OTW 42
      - Komentarz metodologiczny 43
      - Komentarz historyczny 44

- 
- Doświadczalne podstawy OTW 45
    - Doświadczenie Eötvösa 46
    - Doświadczenie Dicke'a 49
    - Doświadczenie Bragińskiego 50
  - Matematyczne podstawy OTW 51
    - Zdeformowane przestrzenie wielowymiarowe 52
    - Metryka czasoprzestrzeni jako uogólnione twierdzenie Pitagorasa
    - Symbole Christoffela 54
    - Rachunek tensorowy 55
    - Rachunek tensorowy w Teorii Względności 56
    - Tożsamości Bianchi 57
    - Przesunięcie równoległe 58
    - Tensory mieszane 59
    - Tensor Weyla 60
    - Tensor skręcenia 61

# SZCZEGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI

# **Metodologiczne podstawy Szczególnej Teorii Względności**

- 
- STW bada wnioski wynikające z założeń, że:
  - Maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów jest taka sama we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.
  - Definicje wielkości fizycznych oraz prawa (równania) fizyki można tak sformułować, aby ich ogólne postacie były niezależne od wyboru inercjalnego układu odniesienia.

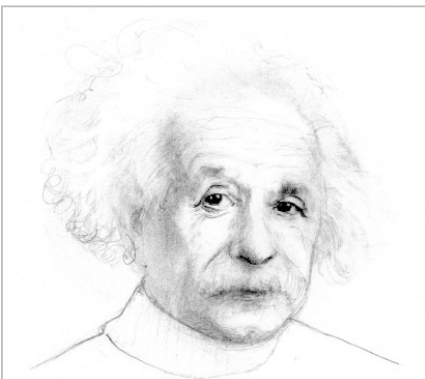


Isaac Newton  
(1642-1727)

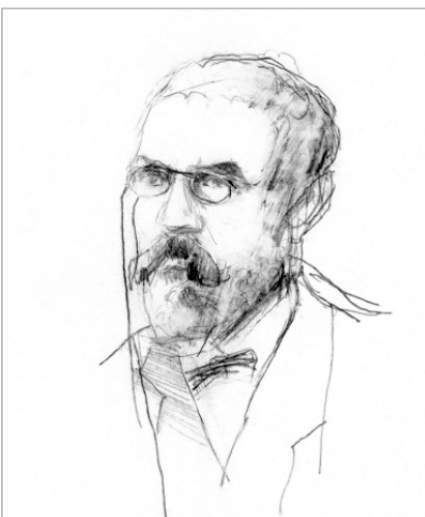


James Clerk Maxwell  
(1831-1879)

- Przyjęte założenia, nie zmieniając równań Maxwella będących podstawą elektrodynamiki, wymusiły drastyczne zmiany w mechanice Newtona.



Albert Einstein  
(1879-1955)



Henri Poincaré  
(1854-1912)

- Einstein i Poincaré niemal równocześnie sformułowali Szczególną Teorię Względności. Wyniki opublikowali odpowiednio 30 czerwca i 23 lipca 1905.
- Podstawowa różnica między ich pracami polegała na interpretacji wniosków wynikających z transformacji Lorentza. Einstein uważał, że wskutek ruchu układu odniesienia deformacji ulegają czas i przestrzeń. Poincaré twierdził, że deformacje dotyczą ciał materialnych.

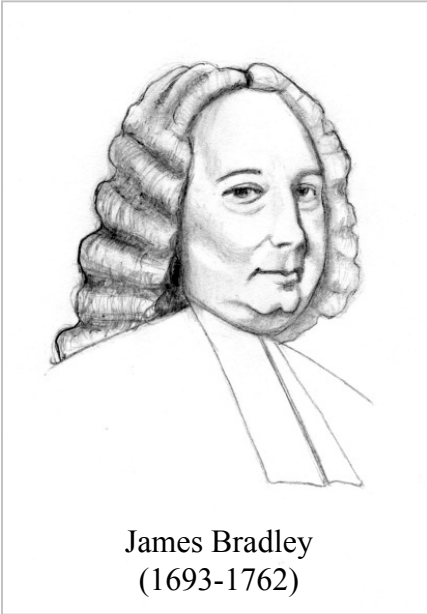
• A. Einstein: *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. Annalen der Physik **17**, 10 (1905) 891-921. [Eingegangen 30. Juni 1905.] [Juni – czerwiec]

• H. Poincaré: *Sur la dynamique de l'électron*. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo **21** (1906) 129-176. [Adunanza del 23 luglio 1905.] [luglio – lipiec]

- Podstawową wadą STW jest to, że została ona sformułowana dla układów inercjalnych oraz to, że ignoruje ona istnienie wszechobecnego pola grawitacyjnego.



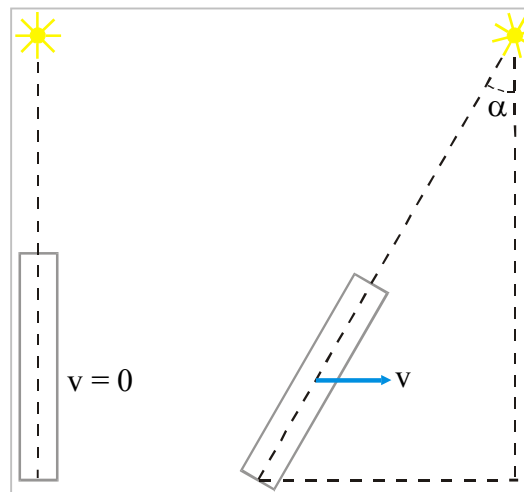
# **Doświadczalne podstawy Szczególnej Teorii Względności**



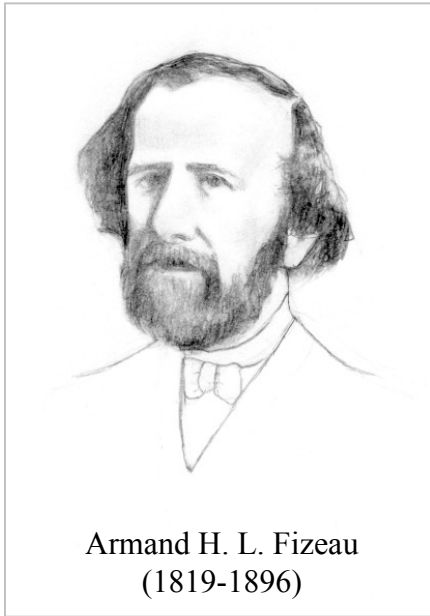
James Bradley  
(1693-1762)

- Angielski astronom **James Bradley** odkrył (1728) zjawisko aberracji światła gwiazd.
- Obliczył (1728) wartość prędkości światła z pomiaru kąta aberracji jako 10210 razy większą niż wartość orbitalnej prędkości Ziemi.

- Aberracja polega na tym, że obserwowane przez teleskop położenie gwiazdy jest inne od jej położenia rzeczywistego. Podczas przelotu światła od obiektywu do okularu teleskop zmienia swoje położenie wskutek ruchu Ziemi dookoła Słońca z prędkością  $v = 30 \text{ km/s}$ . Aby zobaczyć gwiazdę, należy teleskop odchylić od kierunku prostej łączącej gwiazdę z okiem obserwatora o kąt ( $\alpha$ ), zwany kątem aberracji.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c}$$

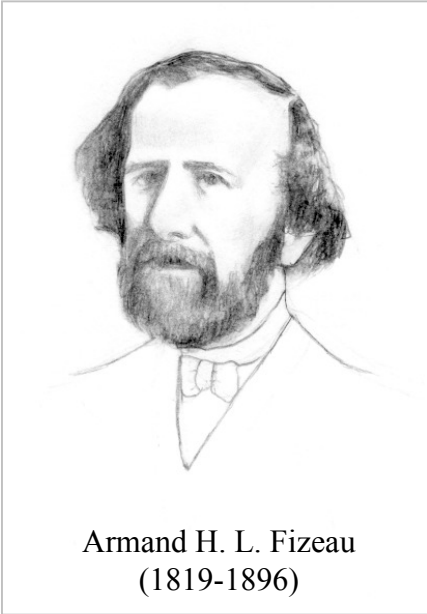


Armand H. L. Fizeau  
(1819-1896)

- Francuski fizyk **Armand Hippolyte Louis Fizeau** jako pierwszy zmierzył (1849) wartość prędkości światła w laboratorium metodą „koła zębatego”.

• H. Fizeau: *Sur une expérience relative à la vitesse de propagation de la lumière.*

Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris **29** (1849) 90-92. [Séance du lundi 23 juillet 1849]

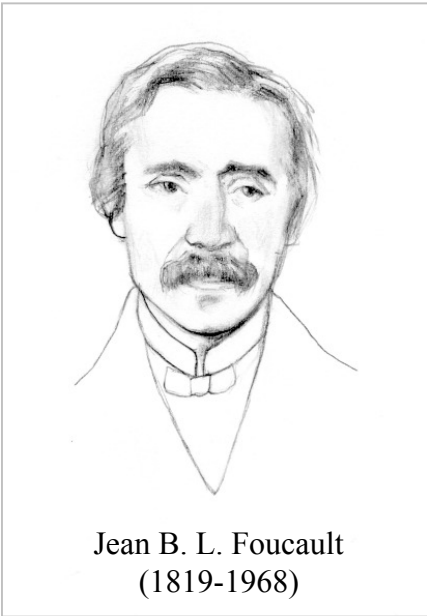


Armand H. L. Fizeau  
(1819-1896)

- Fizeau wykonał (1851) pomiary wartości prędkości światła w spoczywającej i poruszającej się wodzie wskazywały one, że klasyczny wzór na składanie prędkości nie jest prawdziwy w przypadku światła.

• H. Fizeau: *Sur les hypotheses relatives a l'éther lumineux, et sur une expérience qui paraît démontrer que le mouvement des corps change la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans leur intérieur.*

Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris **33** (1851) 349-355. [Séance du lundi 29 septembre 1851]

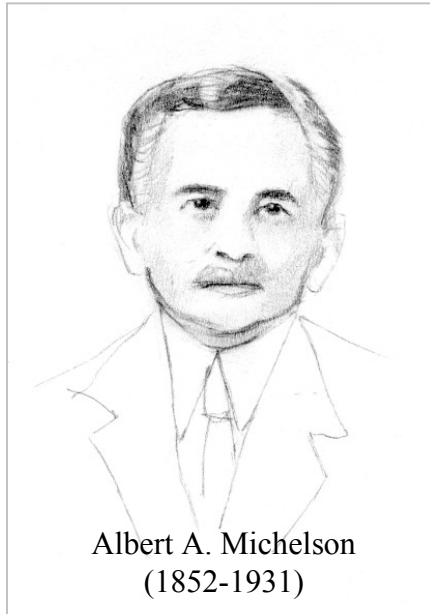


Jean B. L. Foucault  
(1819-1968)

- Francuski fizyk **Jean Bernard Léon Foucault** zmierzył (1850) wartość prędkości światła metodą obracającego się zwierciadła.

• L. Foucault: *Méthode générale pour mesurer la vitesse de la lumière dans l'air et les milieux transparents. Vitesses relatives de la lumière dans l'air et dans l'eau. Projet d'expérience sur la vitesse de propagation du calorique rayonnant.*

Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris **30** (1850) 551-560. [Séance du lundi 6 mai 1850]

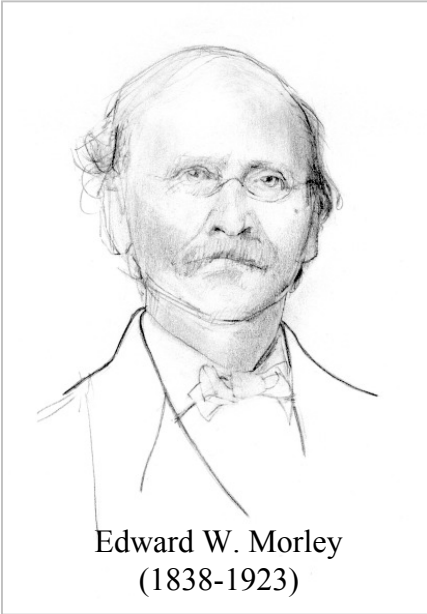


Albert A. Michelson  
(1852-1931)

- Amerykański fizyk **Albert Abraham Michelson**, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1907, skonstruował interferometr, co pozwoliło mu doświadczalnie ustalić niezależność wartości prędkości światła od ruchu Ziemi względem Słońca, najpierw samemu w Berlinie (1881) a później wspólnie z Morley'em (1887).
- **Edward Williams Morley (1838-1923)** amerykański chemik i fizyk

• A. A. Michelson: *The Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether*. American Journal of Science **22**, 127/132 (1881) 120-129.

• A. A. Michelson and E. W. Morley: *On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether*. American Journal of Science **34**, 203 (November, 1887) 333-345. [oraz] Philosophical Magazine **24** (1887) 449-463.



Edward W. Morley  
(1838-1923)

- Amerykański chemik i fizyk **Edward Williams Morley** wspólnie z Michelsonem przeprowadzili (1887) eksperyment, z którego wynikało, że wartość prędkości światła nie zależy od ruchu Ziemi względem Słońca.
- Edward W. Morley i Dayton C. Miller powtórzyli (1902-1904) eksperyment Michelsona-Morley'a z 1887.
- **Dayton Clarence Miller (1866-1941)** amerykański fizyk



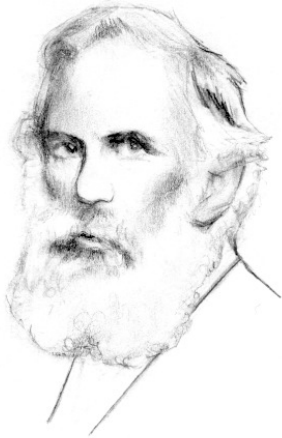
- Doświadczenie Michelsona-Morleya było planowane jako rozstrzygające o istnieniu eteru. Z historycznego punktu widzenia eksperyment ten był źródłem inspiracji dla wielu fizyków, znajdowali się wśród nich Brace, FitzGerald, Lodge, Lorentz, Noble, Poincaré, Rayleigh oraz Trouton.
- Należy wyraźnie podkreślić, że negatywne wyniki doświadczenia, które miało potwierdzić unoszenie hipotetycznego eteru przez poruszające się w nim ciała, nie miały wpływu na poglądy Alberta Einsteina, gdy tworzył on w 1905 podstawy szczególnej teorii względności. Powód był bardzo prosty, Einstein z zasady nie czytał prac kolegów.

Roy James Kennedy  
(1897- )

Edward Moulton Thorndike  
(1905- )

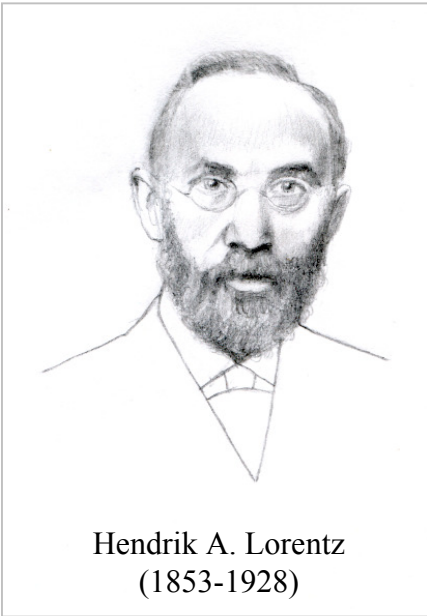
- Amerykańscy fizycy **Kennedy** i **Thorndike** powtórzyli w **1932** eksperyment Michelsona-Morleya, posługując się interferometrem o różnych długościach ramion.

• Roy J. Kennedy and Edward M. Thorndike: *Experimental Establishment of the Relativity of Time*. *Physical Review* **42**, 3 (November 1, 1932) 400-418.



George F. FitzGerald  
(1851-1901)

- Irlandzki fizyk **George Francis FitzGerald** sugerował (1889), że wynik doświadczenia Michelsona-Morleya może być spowodowany skróceniem ciał materialnych w kierunku ruchu wskutek oddziaływania z eterem.



Hendrik A. Lorentz  
(1853-1928)

- Holenderski fizyk teoretyk **Hendrik Antoon Lorentz**, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1902, niezależnie od FitzGerala tłumaczył (1892) negatywny wynik doświadczenia Michelsona-Morley'a skróceniem długości ciała [ramion interferometru] wzdłuż kierunku ruchu Ziemi względem eteru.
- Według Lorentza obiekty materialne skracają się w kierunku ruchu w wyniku oddziaływania z eterem.
- **George Francis FitzGerald (1851-1901)** irlandzki fizyk

• H. A. Lorentz: *De relatieve beweging van de aarde en den aether*. Verslagen der [zittingen van de wis-en natuurkundige afdeeling der] Koninklijke Akademie van Wetenschappen [te Amsterdam] **1** (26 November 1892) 74-79. *Względny ruch Ziemi i eteru*.

- Hipoteza FitzGeralda-Lorentza tłumaczyła negatywny wynik doświadczenia Michelsona-Morleya tym, że obiekty materialne poruszające się z prędkością o wartości ( $v$ ) skracają się  $\alpha$ -krotnie w kierunku ruchu w wyniku oddziaływania z eterem.

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- **George Francis FitzGerald (1851-1901)**  
irlandzki fizyk

- **Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)**  
holenderski fizyk teoretyk, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1902

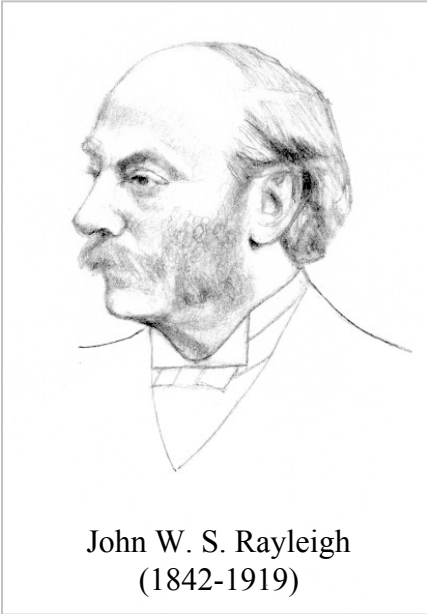
- Doświadczenia Lodge'a (1893), Rayleigha-Brace'a (1902 i 1904), Troutona-Noble'a (1903) oraz Troutona-Rankine'a (1908) wykazały, że hipoteza FitzGeralda-Lorentza jest błędna.
- Według Einsteina kontrakcja jest wynikiem własności czasoprzestrzeni, a nie oddziaływania pręta z hipotetycznym eterem.

Oliver J. Lodge  
(1851-1940)

- Brytyjski fizyk **Sir Oliver Joseph Lodge** za pomocą interferometru wykazał w 1893, że hipotetyczny eter znajdujący się między dwoma wirującymi dyskami nie jest przez nie unoszony.
- Dyski o średnicy jednego jarda (około 0,9144 m) wykonane były ze stali i wirowały wokół wspólnej osi z prędkością przekraczającą 20 obrotów na sekundę.

• O. J. Lodge, F.R.S.: *Aberration Problems. - A Discussion concerning the Motion of the Ether near the Earth, and concerning the Connexion between Ether and Gross Matter; with some new Experiments.*

Philosophical Transactions of the Royal Society of London A **184** (1893) 727-804 [plus 4 nienumerowane strony zawierające rysunki].



John W. S. Rayleigh  
(1842-1919)

- Brytyjski fizyk **John William Strutt Rayleigh**, laureat Nagrody Nobla z fizyki w 1904, w przeprowadzonym eksperymencie nie stwierdził (1902) oczekiwanego podwójnego załamania światła, które miał spowodować ruch przezroczystego ciała przez eter.
- Gdyby istniał eter, to zjawisko takie wg Rayleigha byłoby konsekwencją kontrakcji FitzGeralda-Lorentza.

• J. W. S. Rayleigh: *Is Rotatory Polarization Influenced by the Earth Motion?*

Philosophical Magazine and Journal of Science 4 (1902) 215-220. *Czy ruch eteru wpływa na polaryzację kołową?*

• J. W. S. Rayleigh: *Does Motion Through the Ether Cause Double Refraction?*

Philosophical Magazine and Journal of Science 4 (1902) 678-683. *Czy ruch przez eter powoduje podwójną refrakcję?*



De Witt B. Brace  
(1859-1905)

- Amerykański fizyk **De Witt Bristol Brace** powtórzył w 1904 doświadczenie Rayleigha z większą dokładnością. Nazywane jest ono doświadczeniem Rayleigha-Brace'a.
- De Witt Bristol Brace również nie stwierdził oczekiwanego podwójnego załamania, które miał spowodować ruch przezroczystego ciała przez eter.

Frederick T. Trouton  
(1863-1922)

- Irlandzki fizyk **Frederick Thomas Trouton** w 1903 razem z Noble przeprowadzili eksperyment, którego celem był pomiar postulowanych sił torsyjnych (skręcających) działających na wiszący naładowany płaski kondensator w wyniku oddziaływania ładunków na okładkach z hipotetycznym eterem. Oczekiwanego oddziaływania nie stwierdzono.

• F. T. Trouton and H. R. Noble: *The Forces Acting on a Charged Condenser moving through Space*. Proceedings of the Royal Society of London **72** (1903) 132-133.

• F. T. Trouton and H. R. Noble: *The Mechanical Forces Acting on a Charged Electric Condenser moving through Space*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A **202** (1904) 165-181.

Frederic Thomas Trouton  
(1863-1922)

Alexander Olivver Rankine  
(1881-1956)

- W 1908 brytyjscy fizycy Trouton i Rankine wykonali pomiary oporu elektrycznego miedzianego drutu ustawionego równolegle i prostopadle do kierunku ruchu Ziemi wokół Słońca. Oczekiwanych zmian oporu, będących wynikiem skrócenia FitzGeralda-Lorentza, nie stwierdzono.
- Z doświadczenia Troutona-Rankine'a wynika, że hipoteza FitzGeralda-Lorentza jest błędna.

• F. T. Trouton, A. O. Rankine: *On the Electrical Resistance of Moving Matter*.  
Proceedings of the Royal Society of London A **80**, 540 (05/1908) 420-435.

Walter Kaufmann  
(1871- 1947)

- Niemiecki fizyk **Walter Kaufmann** doświadczalnie wykazał [odkrył] (1901), że pozorne masy poruszających się elektronów, pochodzących z promieniotwórczego źródła, są większe co najmniej trzykrotnie w stosunku do masy spoczynkowej elektronu.
- Druga zasada dynamiki Newtona nie jest spełniona w przypadku szybko poruszających się elektronów.

• W. Kaufmann: *Die magnetische und elektrische Ablenbarkeit der Bequerelstrahlen und die scheinbare Masse der Elektronen*. Nachrichten [von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu] Göttingen [Mathematisch-physikalische Klasse] Heft 2 (1901) 143-155.



Hermann Minkowski  
(1864-1909)



Max K. E. L. Planck  
(1858-1947)

- Zgodnie ze STW poprawna odpowiedź na tytułowe pytanie pochodzi od Minkowskiego.

## Minkowski

$$m \rightarrow m$$

$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d}{dt}$$

## Planck

~~$$m \rightarrow \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$~~

~~$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{d}{dt}$$~~

- M. Planck: *Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik.* Verhandlungen der Deutschen physikalischen Gesellschaft 4 (1906) 136-141. *Zasada względności i podstawowe równania mechaniki.*

- H. Minkowski: *Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern.* Nachrichten [von der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu] Göttingen [Mathematisch-physikalische Klasse] (1908) 53-111. *Podstawowe równania dla zjawisk elektromagnetycznych w poruszających się ciałach.*

# **Matematyczne podstawy Szczególnej Teorii Względności**



- Niemiecki matematyk i fizyk **Hermann Minkowski** wprowadził (1908) pojęcie czterowymiarowej czasoprzestrzeni.
- Według Minkowskiego  
“Przestrzeń sama w sobie i czas sam w sobie są fikcją i tylko pewien sposób połączenia ich obu jest samodzielny bytem”.
- Metryka czasoprzestrzeni dana jest wyrażeniem:

$$(ds)^2 = dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 + dx_4 dx_4$$

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ict$$

• H. Minkowski: *Raum und Zeit*. Physikalische Zeitschrift **10**, 3 (1. Februar 1909) 104-111. *Przestrzeń i czas*.

Wykład wygłoszony 21 września 1908 roku na 80-tym posiedzeniu niemieckich przyrodników i lekarzy w Kolonii, opublikowany dopiero po śmierci Minkowskiego.

# OGÓLNA TEORIA WZGLĘDNOŚCI



# **Metodologiczne podstawy Ogólnej Teorii Względności**

- OTW bada wnioski wynikające z założeń, że:
- Maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów jest taka sama we wszystkich układach odniesienia.
- Definicje wielkości fizycznych oraz prawa (równania) fizyki można tak sformułować, aby ich ogólne postacie były niezależne od wyboru układu odniesienia.
- Metryka czasoprzestrzeni jest zależna od rozkładu gęstości energii wszelkiej postaci (w tym gęstości energii równoważnej masie oraz ciśnienia). Składowe tensora metrycznego są rozwiązaniami równań pola.
- Masa inercyjna jest równa masie grawitacyjnej.



Isaac Newton  
(1642-1727)

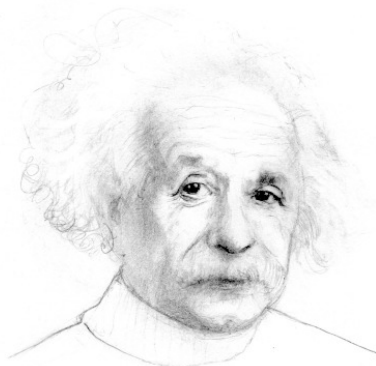


Siméon Poisson  
(1781-1840)

- OTW jest najczęściej rozpatrywana jako współczesna teoria grawitacji. Równania pola Einsteina w granicznym przypadku redukują się do równania Poissona.
- OTW umożliwia badanie czarnych dziur i modeli kosmologicznych Wszechświata.
- OTW przewidywała istnienie fal grawitacyjnych, których detekcja może umożliwić nawiązanie kontaktu z cywilizacjami poza ziemskimi!?
- W ramach OTW zostały opracowane ogólnie kowariantna mechanika i elektrodynamika.
- Program dalszych badań ogólnie kowariantnej fizyki jest ciągle otwarty.



David Hilbert  
(1862-1943)



Albert Einstein  
(1879-1955)

- Praca zawierająca ogólnie kowariantne równania pola grawitacyjnego została przedstawiona przez Hilberta 20 listopada 1915 na posiedzeniu Królewskiego Towarzystwa Naukowego w Getyndze.
- Pięć dni później na posiedzeniu Królewskiej Pruskiej Akademii Nauk w Berlinie Einstein również zaproponował poprawne równania pola.

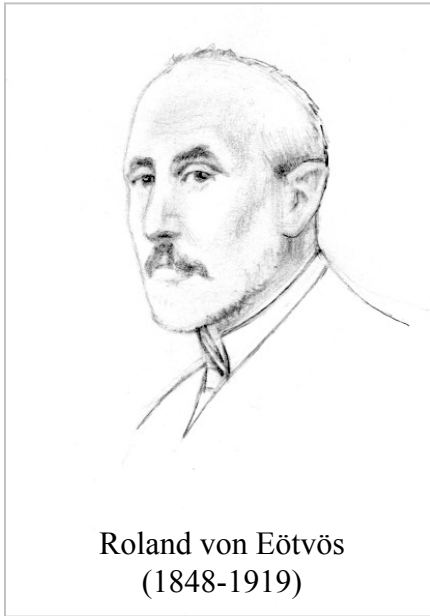
• D. Hilbert: *Die Grundlagen der Physik. (Erste Mitteilung.)*

Nachrichten [von der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu] Göttingen [Mathematisch-physikalische Klasse] (1915) 395-407. [Vorgelegt in der Sitzung vom 20. November 1915.]  
*Podstawy fizyki. (Pierwsze doniesienie.)*

• A. Einstein: *Die Feldgleichungen der Gravitation.*

Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften 2, 48 (1915) 844-847.  
[Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1915]  
[Ausgegeben am 2. Dezember 1915.]  
*Równania polowe grawitacji.*

# **Doświadczalne podstawy Ogólnej Teorii Względności**



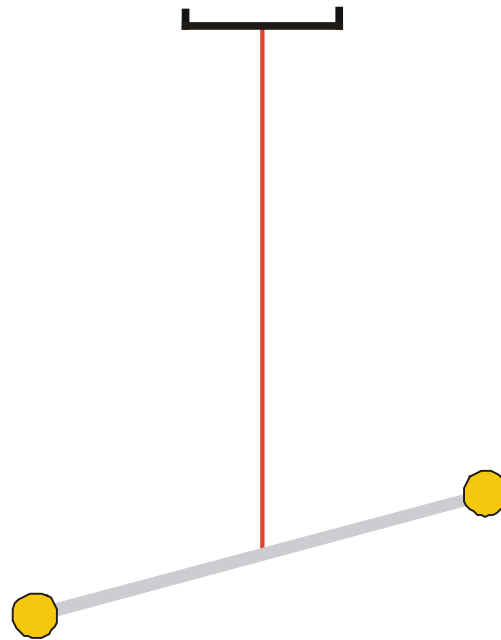
Roland von Eötvös  
(1848-1919)

- Węgierski geofizyk **Roland von Eötvös** wykazał doświadczalnie w latach 1888-1908 równość masy grawitacyjnej i inercyjnej z dokładnością do  $5 \cdot 10^{-9}$ .

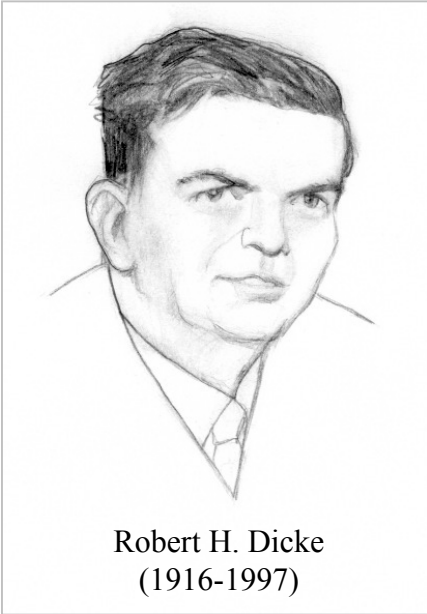
• Roland von Eötvös, Desiderius Pekár und Eugen Fekete: *Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität*. *Annalen der Physik* **68**, 9 (1922) 1-66.

Praca ta otrzymała w 1909 pierwszą nagrodę Fundacji Benckego przyznaną przez Wydział Filozoficzny Uniwersytetu Getyńskiego. Opublikowana została dopiero 13 lat później.

- 
- Na cienkim drucie ze stopu platyny i irydu Eötvös podwiesił poprzecznie lekki pręt. Na jego końcach znajdowały się ciężarki o identycznym kształcie i jednakowych masach grawitacyjnych, wykonane z różnych materiałów.
  - Gdyby masa grawitacyjna nie była proporcjonalna do masy inercyjnej, to na ciężarki działałyby różne siły bezwładności, będące skutkiem ruchu wirowego Ziemi.
  - Wynik doświadczenia był negatywny, Eötvös nie stwierdził skręcenia drutu.







Robert H. Dicke  
(1916-1997)

- Amerykański fizyk **Robert Henry Dicke** eksperymentalnie potwierdził (1964) równoważność masy grawitacyjnej i inercyjnej z dokładnością do  $10^{-11}$ .

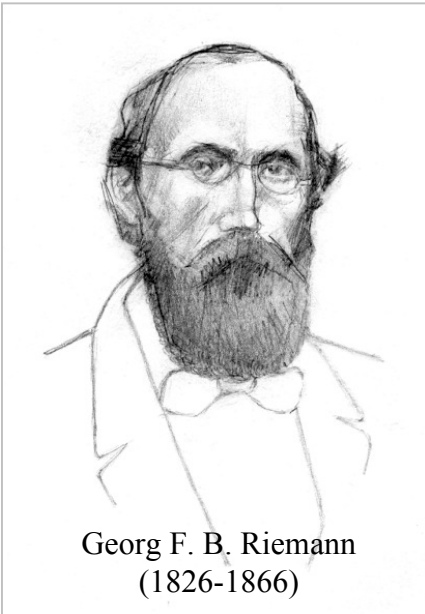
• P. G. Roll, R. Krotkov, and R. H. Dicke: *The Equivalence of Inertial and Passive Gravitational Mass*. *Annals of Physics* **26**, 3 (February 20, 1964) 442-517.

Władimir Bragiński  
(ur. 1931)

- Rosyjski fizyk Władimir Borysowicz Bragiński [Владимир Борисович Брагинский] doświadczalnie potwierdził (1971) równość masy grawitacyjnej i inercyjnej z dokładnością do  $10^{-12}$ .

• В. Б. Брагинский, В. И. Панов: *Проверка принципа эквивалентности инертной и гравитационной массы*. Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики **61** (1971) 873.

# **Matematyczne podstawy Ogólnej Teorii Względności**



Georg F. B. Riemann  
(1826-1866)

- Niemiecki matematyk i fizyk teoretyk **Georg Friedrich Bernhard Riemann** wprowadził (1854) pojęcie wielowymiarowej zdeformowanej przestrzeni z zadaną lokalnie metryką w postaci kwadratowej formy różniczkowej.

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

- Praca Riemanna została opublikowana dopiero dwa lata po jego śmierci.

• B. Riemann: *Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen.*

(Mitgetheilt durch R. Dedekind) Abhandlungen der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen **13** (1868) 133-152.

Istnieje polski przekład S. Dicksteina z objaśnieniami Wł. Gosiewskiego: *O hipotezach, które służą za podstawę geometryi.*

Pamiętnik Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu **9** (1877) 1-26.

[Przedstawiono na posiedzeniu Towarzystwa Nauk Ścisłych 5 września 1874.]

Przekład ten razem z przypisami zamieszczono również w:

Prace matematyczno-fizyczne **32** (1922). Rozprawa 113-127. Przypisy 128-143.

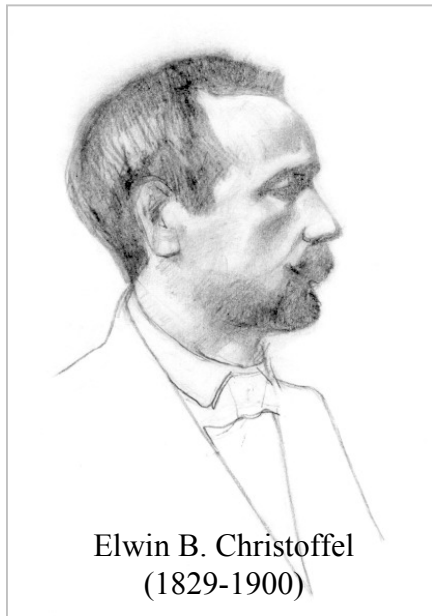
## Metryka czasoprzestrzeni jako uogólnione twierdzenie Pitagorasa

$$\begin{aligned} (ds)^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \\ &= g_{11} dx^1 dx^1 + g_{12} dx^1 dx^2 + g_{13} dx^1 dx^3 + g_{14} dx^1 dx^4 + \\ &+ g_{21} dx^2 dx^1 + g_{22} dx^2 dx^2 + g_{23} dx^2 dx^3 + g_{24} dx^2 dx^4 + \\ &+ g_{31} dx^3 dx^1 + g_{32} dx^3 dx^2 + g_{33} dx^3 dx^3 + g_{34} dx^3 dx^4 + \\ &+ g_{41} dx^4 dx^1 + g_{42} dx^4 dx^2 + g_{43} dx^4 dx^3 + g_{44} dx^4 dx^4 \end{aligned}$$

$$(ds)^2 = dx_1 dx_1 + dx_2 dx_2 + dx_3 dx_3 + dx_4 dx_4$$

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \quad \text{lub} \quad s^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$s^2 = x^2 + y^2$$



Elwin B. Christoffel  
(1829-1900)

- Niemiecki matematyk [Elwin Bruno Christoffel](#) wprowadził (1869) trójskładnikowe symbole zwane obecnie symbolami Christoffela pierwszego i drugiego rodzaju, zaproponował również czteroskładnikowe symbole znane jako składowe kowariantnego tensora krzywizny Riemanna-Christoffela czwartego rzędu.
- Wprowadził wielkości nazywane obecnie tensorami kowariantnymi.
- Zdefiniował operację różniczkowania kowariantnego (1868 i 1869).

• E. B. Christoffel: *Allgemeine Theorie der geodätischen Dreiecke.*

Mathematische Abhandlungen der Königlich Akademie der Wissenschaften zu Berlin (1868) 119-176.

• E. B. Christoffel: *Über die Transformation ganzer homogener Differentialausdrücke.*

Monatsberichte der Kgl. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin (1869) 1-6.

• E. B. Christoffel: *Über die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades.*

Journal für die reine und angewandte Mathematik [Crelle's Journal] **70** (1869) 46-70.



Gregorio Ricci-Curbastro  
(1853-1925)

- Włoski matematyk **Gregorio Ricci-Curbastro** stworzył (1901), poczynając od 1886, absolutny rachunek różniczkowy zwany obecnie rachunkiem tensorowym.
- Główna idea tego rachunku polega na tym, aby wszystkie wzory analizy matematycznej były niezależne od przyjętego układu współrzędnych.

• G. Ricci: *Sui parametri e gli invarianti delle forme quadratiche differenziali*. Annali di matematica pura ed applicata Ser. 2, t. 14 (1886).

• G. Ricci et T. Levi-Civita: *Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications*. Mathematische Annalen 54 (1901) 125-201.

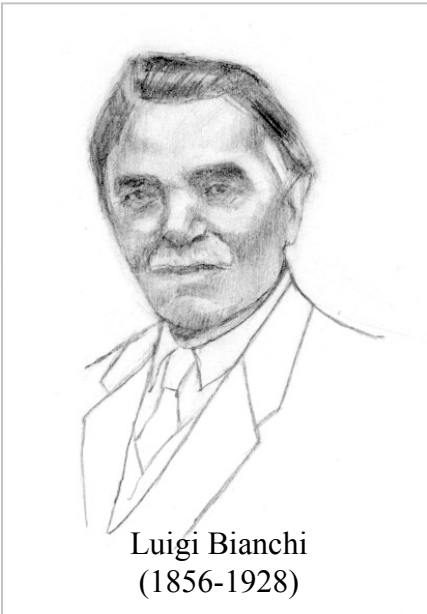
Istnieje polski przekład:

• G. Ricci i T. Levi-Civita: *Metody rachunku różniczkowego bezwzględnego i ich zastosowania*.

Prace matematyczno-fizyczne 12 (1901) 11-94.

- W rachunku tensorowym wszystkie wzory analizy matematycznej powinny być współzmiennicze względem określonej grupy transformacji układu współrzędnych w przestrzeni o zadanej metryce.
- W Teorii Względności żąda się, aby wszystkie podstawowe prawa były współzmiennicze względem transformacji, których niezmiennikiem jest maksymalna wartość prędkości rozchodzenia się sygnałów.
- Na przykład wszystkie prawa Szczególnej Teorii Względności są współzmiennicze względem transformacji Lorentza w czasoprzestrzeni Minkowskiego.





Luigi Bianchi  
(1856-1928)

- Włoski matematyk **Luigi Bianchi** udowodnił (1902) tożsamości bardzo użyteczne w rachunku tensorowym, zwane tożsamościami Bianchi.

$$R_{\alpha\beta\mu\nu;\gamma} + R_{\alpha\beta\nu\gamma;\mu} + R_{\alpha\beta\gamma\mu;\nu} = 0$$



Tullio Levi-Civita  
(1873-1941)

- Włoscy matematycy **Tullio Levi-Civita** oraz **Gregorio Ricci-Curbastro** stworzyli (1901) absolutny rachunek różniczkowy.
- Levi-Civita wprowadził (1917) pojęcie przesunięcia równoległego.

• G. Ricci et T. Levi-Civita: *Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications*. Mathematische Annalen **54** (1901) 125-201.

Istnieje polski przekład:

• G. Ricci i T. Levi-Civita: *Metody rachunku różniczkowego bezwzględnego i ich zastosowania*.

Prace matematyczno-fizyczne **12** (1901) 11-94.

• T. Levi-Civita: *Nozione di parallelismo in una varietà qualunque e conseguente specificazione geometrica della curvatura Riemanniana*.

Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo **42** (1917) 173-205.



Marcell Grossmann  
(1878-1936)

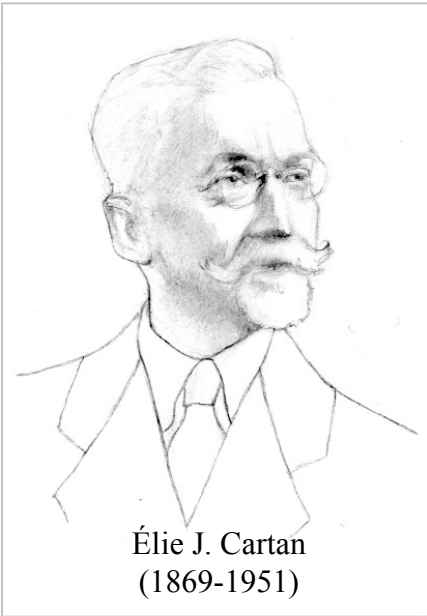
- Szwajcarski matematyk **Marcell Grossmann** w znacznym stopniu przyczynił się (1913) do powstania OTW, rozwijając rachunek tensorowy.
- Wprowadził pojęcie tensora mieszanego.
- Skonstruował mieszany tensor krzywizny czwartego rzędu.
- Utworzył kowariantny tensor krzywizny drugiego rzędu.

• A. Einstein, M. Grossmann: *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*.  
Zeitschrift für Mathematik und Physik **62**, 3 (1913) 225-261.  
*Zarys uogólnionej teorii względności i teorii grawitacji*.  
Praca składa się z dwóch części.  
Część fizyczną, strony 225-244, napisał A. Einstein. Część matematyczną, strony 244-259, napisał M. Grossmann.



Hermann C. H. Weyl  
(1885-1955)

- Niemiecki matematyk **Hermann Claus Hugo Weyl** zdefiniował (1918) bardzo przydatny w OTW nowy kowariantny tensor czwartego rzędu nazywany tensorem krzywizny konforemnej lub tensorem Weyla.



- Francuski matematyk **Élie Joseph Cartan** wprowadził (1922) tensor skręcenia.

• E. J. Cartan: *Sur une généralisation de la notion de courbure de Riemann et les espaces à torsion*.  
Comptes Rendus [hebdomadaires des séances] de l'Académie des sciences, Paris **174** (1922) 593-595.

# Teoria Względności



Zbigniew Osiak

Podstawy

01