

# The Undergraduate Scientific Research Communication Platform of Applied Mathematics——Mathematical Modeling and Application Association

Zhang Huiming

Department of Mathematics and Statistics, Central China Normal University, Wuhan, 430079, China

**Abstract:** Mathematical modeling and application association (Shumo association) is a undergraduate scientific research communication platform face to whole students in CCNU under the leadership of the university Youth League committee and relying on the school Youth League committee of department of mathematics and statistics.

**Key words:** Mathematical modeling; Mathematical modeling Association; Writing Scientific Research Articles; Team spirit; Undergraduate Mathematical Contest in Modeling

# 本科生科研交流平台—数学建模与数学应用协会

**摘要:** 数学建模与数学应用协会（以下简称数模协会）是在校团委的领导下，以数学与统计学学院团委为依托，以数学科研组为指导，面向全校学生组成的学生学术科技类社团组织。

**关键词:** 数学建模；数模协会；科研论文写作；团队精神；大学生数学建模竞赛

## 1 引言

数模协会是为华中师范大学学生（尤其是理工科）提供认识建模、开始建模活动，交流建模经验平台的组织。数模协会的活动方针是宣传、发展数模，让大多数人了解数模，为数模爱好者提供一个展示才华的舞台，提高每位会员自身综合素质，激发他们的创造创新能力，加强他们的应变能力，提高科研论文写作能力，培养团队精神和拼搏精神，活跃校园学术气氛，促进学校素质教育的发展，以迎接 21 世纪经济发展和人才培养的挑战。数模协会本着以“交流思想、提高能力”的活动宗旨，以“基于学术、用于生活”为主要目标，以“老师指点、同学互促”为活动形式，来培养学生创新精神和创新能力，真正发扬“忠诚博雅，朴实刚毅，求实创新，立德树人”的校训精神<sup>[1]</sup>。

数模协会成立于 2007 年，现我协会共有新老会员约 400 人。指导老师有李波、左国新、阴小波老师等。协会第一届会长宋春龙，第二届会长王文敏，第三届会长邱梦蛟，第四届会长高胜男，第五届会长张慧铭，第六届会长李琛琛。数模协会活动形式多样，主要为以下几个方面：

1. 培养学员的论文写作以及信息资源检索能力（数学建模比赛是以交论文作为答卷）
2. 举行数学建模理论知识的讲座（数学建模的基石就是数学模型的建立）<sup>[2,3]</sup>；
3. 举行数学建模数学软件知识的讲座（数学建模的结果依靠软件实现）；
4. 邀请获奖同学交流得体会（经验的交流也是重要的）；
5. 协办数学建模暑期培训班（备战全国大学生数学建模竞赛）<sup>[4]</sup>；
6. 协办校级数学建模竞赛（时间为每年数学建模暑期培训结束之后）；
7. 协办华中地区数学建模竞赛（时间为每年 5 月份）<sup>[5]</sup>；
8. 选拔优秀学生代表华中师范大学参加全国大学生数学建模竞赛（时间大概在每年 9 月份）及美国大学生数学建模竞赛（时间为每年春节左右）<sup>[6]</sup>。

## 2 数学建模相关问题

### 2.1 什么是数学建模？

当需要从定量的角度分析和研究一个实际问题时，人们就要在深入调查研究、了解对象信息、作出简化假设、分析内在规律等工作的基础上，用数学的符号和语言，把它表述为数学式子，也就是数学模型，然后通过软件（例如 Matlab, Mathematica, Maple, Lingo/Lindo, C/C++, Java, SAS, SPSS, EViews, S-Plus&R, Stata 等）计算得到的模型结果来解释实际问题，并接受实际的检验。这个全过程就称为数学建模。数学建模在 20 世纪 60 和 70 年代进入一些西方国家大学，我国的几所大学也在 80 年代初将数学建模引入课堂。经过 20 多年的发展，现在绝大多数本科院校和许多专科学校都开设了各种形式的数学建模课程和讲座，为培养学生利用数学方法分析、解决实际问题的能力开辟了一条有效的途径<sup>[7]</sup>。我校赵东方老师从 1988 年开始教授《数学模型》课程<sup>[8]</sup>，至今仍然开设。1999 年，国家教委高教司与中国工业与应用数学会联合组成的全国大学生数学建模竞赛组委会授予赵东方优秀指导教师称号。2011 年，李波老师获得全国大学生数学建模竞赛优秀指导教师称号。

## 2.2 什么是数学建模竞赛?

### 2.2.1 全国大学生数学建模竞赛

全国大学生数学建模竞赛于 1992 年正式创立, 每年举办一次。竞赛一般在每年 9 月下旬举行(竞赛时间为 72 小时)。竞赛题目都来自于社会、经济、工程等领域的热点问题, 具有很高的学术价值和应用价值。大学生以团队为单位参赛, 每队 3 人, 专业不限。研究生不得参加。每队可设一名指导教师(或教师组)。竞赛期间参赛队员可以在 72 小时内使用各种图书资料、计算机和软件, 在国际互联网上浏览, 但不得与队外任何人(包括在网上)讨论。要求每个队完成一篇包括模型的假设、建立和求解, 计算方法的设计和计算机实现, 结果分析和检验, 模型的改进等方面的论文。目前, 该赛已发展成为全国高校中规模最大、在海内外具有重要影响力的基础性学科竞赛。竞赛以“创新意识、团队精神、重在参与、公平竞争”为宗旨, 由教育部高等教育司和中国工业与应用数学学会共同主办。大赛中数学专业的学生仅占 10%, 不少人文和社会科学专业的学生也踊跃参加<sup>[9]</sup>。

### 2.2.2 美国大学生数学建模竞赛

**"How much do the leaves on a tree weigh?" How might one estimate the actual weight of the leaves (or for that matter any other parts of the tree)? How might one classify leaves? Build a mathematical model to describe and classify leaves. Consider and answer the following:**

- Why do leaves have the various shapes that they have?
- Do the shapes "minimize" overlapping individual shadows that are cast, so as to maximize exposure? Does the distribution of leaves within the "volume" of the tree and its branches effect the shape?
- Speaking of profiles, is leaf shape (general characteristics) related to tree profile/branching structure?
- How would you estimate the leaf mass of a tree? Is there a correlation between the leaf mass and the size characteristics of the tree (height, mass, volume defined by the profile)?

**In addition to your one page summary sheet prepare a one page letter to an editor of a scientific journal outlining your key findings.**

图 2 2012 美国大学生数学建模竞赛 A 题: The Leaves of a Tree<sup>[10]</sup>

美国大学生数学建模竞赛(MCM/ICM), 是一项国际级的竞赛项目, 为现今各类数学建模竞赛之鼻祖。MCM/ICM 是 Mathematical Contest in Modeling 和 Interdisciplinary Contest in Modeling 的缩写, 即“数学建模竞赛”和“交叉学科建模竞赛”。MCM 始于 1985 年, ICM 始于 2000 年, 由 COMAP (the Consortium for Mathematics and Its Application, 美国数学及其应用联合会) 主办, 得到了 SIAM, NSA, INFORMS 等多个组织的赞助。MCM/ICM 着重强调研究问题、解决方案的原创性和团队合作、交流以及结果的合理性。竞赛以三人(本科生)为一组, 在四天时间内, 就指定的问题, 完成该实际问题的数学建模的全过程, 并就问题的重述、简化和假设及其合理性的论述, 数学模型的建立、求解(及软件), 检验和改进, 模型的优缺点及其可能的应用范围的自我评述等内容写出一篇英文论文。由专家组成的评阅组进行评阅, 评出优秀论文, 并给予某种奖励, 竞赛共设置 5 个奖项, : Outstanding Winner (特等奖), Finalist (特等奖候选奖), Meritorious Winner (一等奖), Honorable Mention (二等奖), Successful Participant (成功参赛奖)。参赛者在竞赛期间不得与队外任何人讨论赛题, 但可以利用任何图书资料、互联网上的资料、任何类型的计算机和软件等, 为充分发挥参赛学生的创造性提供了广阔的空间。竞赛每年都吸引大量著名高校参赛, MCM/ICM 已经成为最著名的国际大学生竞赛之一。2012 年 MCM/ICM 有超过 5026 个队伍参加, 遍及五大洲<sup>[11]</sup>。

### 2.2.3 华中地区大学生数学建模邀请赛

传统汽车以汽油为动力原料，利用燃油发动机驱动汽车行驶。电动汽车（Electric Vehicle）是指以车载电源（蓄电池）为动力，用电机驱动车轮行驶的车辆。混合动力汽车（Hybrid Electric Vehicle, HEV）的混合动力就是指汽车使用汽油驱动和电力驱动两种驱动方式，以节省燃油及降低排放为其主要优点。结合目前的汽油价格和电能（车用蓄电池）价格，对这三类汽车的能耗和成本（生产成本和使用成本）进行分析比较，试建立相应的数学模型，根据相关资料，解决以下问题：

1. 从能耗的角度，分析比较这三类汽车哪一类节能效果最好；
2. 从使用成本角度，分别为三类汽车建立相应的成本模型；
3. 请具体选取三类汽车，对其使用成本进行比较和分析；
4. 请探讨汽油价格的变化对三类汽车所占市场份额的影响。

图1 第五届华中地区数学建模邀请赛赛题 A 不同类型汽车的能耗和使用成本问题<sup>[12]</sup>、

华中地区大学生数学建模邀请赛是在湖北省数模组委会、武汉工业与应用数学学会的支持下，由华中地区数学建模协会联盟发起并组织开展的竞赛。竞赛以“提高华中地区数学建模能力、发展并壮大数模事业”为宗旨，其目的在于提高同学们独立分析问题、建立数学模型、运用计算机技术模拟解决实际问题以及论文写作等综合能力，提高各高校大学生数学建模水平，从而加强各高校数学建模能力。同时，也希望能推动数学建模这一事业的不断发展，提高广大同学的参与积极性，以及能有效地将学与用结合起来，创造更大的社会价值。武汉地区6所高校（华中师范大学、武汉大学、华中科技大学、中南财经政法大学、华中农业大学、武汉理工大学）的数模协会组成华中数学建模协会联盟，共同组织策划，于2008年5月举办了这次大型的学科竞赛活动——“首届华中数模邀请赛”<sup>[5]</sup>。

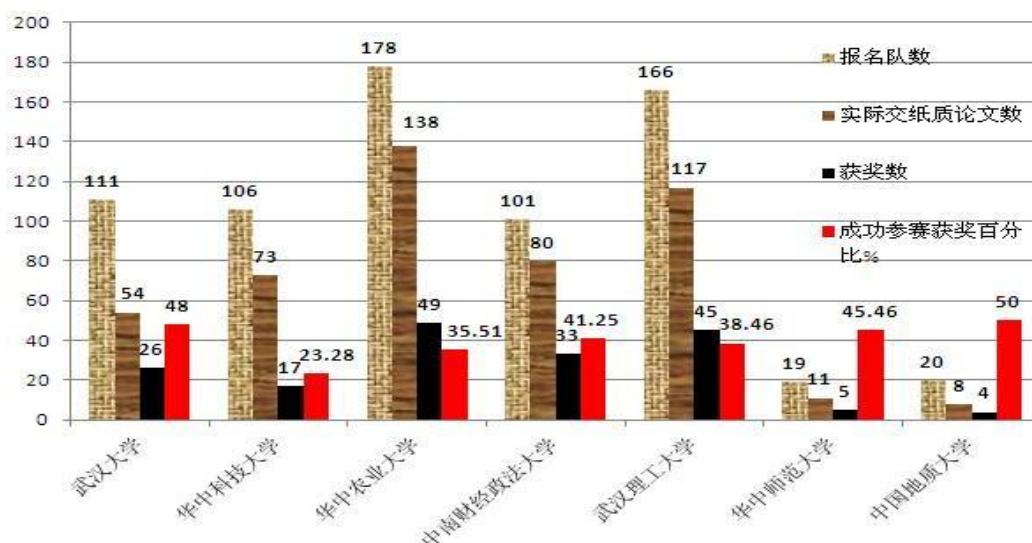


图2 第5届华中赛七大合作高校参赛数目及获奖比例

目前，华中赛已经举办到第5届。竞赛是面向华中地区和全国大学生的课外团队性科技活动，邀请赛题目一般来源于工程技术、经济、管理、金融、生物、医学、环境、地质、人口、交通等领域经过适当简化加工的实际问题。同时也是为全国大学生数学建模竞赛做准备。竞赛时间大概在每年5月份。竞赛采用统一竞赛题目（二选一），通讯竞赛，并以相对集中的形式进行，最后提交竞赛论文。大学生以队为单位报名参赛，一队为2-3人，专业不限。

### 2.2.4 数学建模能为我们带来什么？

1. 培养创新意识和创造能力。2. 学以致用，将所学的理论知识与生活联系起来，解决实际问题。3. 锻炼快速了解和掌握新知识的技能，锻炼了我们从互联网和图书馆查阅文献、收集资料的能力；4. 增强论文写作技能和排版技术，提高了我们的文字表达水平，为以后

学术科研论文、毕业论文的撰写打好坚实的基础（见表 1）。5. 获得国家级、省级数学建模比赛奖的学生在申请推荐免试硕士研究生时可获得奖励加分。6. 如果你的数学建模比赛成绩优秀，美国以及其他国家很重视这类的实践创新活动，会个人申请留学有很大帮助。7. 数学建模比赛能培养了我们同舟共济的团队精神和进行协调的组织能力，在竞赛中经历诚信意识和自律精神的考验，这种品格的锤炼使我们终身受益，在未来应聘某些工作时大有益处。8. 对于优秀的数模、科研论文，适当修改后，可以投到《华中师范大学大学生学报》上发表。9. 大学生科研立项的主题可以针对一些数模问题进行研究，见表 2。

### 2.2.5 进一步了解数学建模？

**网站：**数学中国网站 [www.madio.net](http://www.madio.net)；华中数学建模网 [www.shumo.cn](http://www.shumo.cn)。全国大学生数学建模竞赛 <http://www.mcm.edu.cn/>。美国大学生数学建模竞赛 <http://www.comap.com/>

**中文图书：**1. 数学模型（第 4 版），姜启源，高等教育出版社。2. 数学建模及其应用（第 2 版），韩中庚，高等教育出版社。3. 数学建模与数学实验（第三版），赵静、但琦，高等教育出版社。4. MATLAB 数学实验与建模，马莉，清华大学出版社。5. Matlab 基础及在经济管理科学中的应用，王翼，机械工业出版社。6. MATLAB 在数学建模中的应用，卓金武，北京航空航天大学出版社。7. MATLAB 统计分析与应用:40 个案例分析，谢中华 北京航空航天大学出版社。8. MATLAB 神经网络 30 个案例分析，MATLAB 中文论坛，北京航空航天大学出版社。9. 图论算法及其 MATLAB 实现，王海英，北京航空航天大学出版社。10. 数学建模算法与应用，司守奎、孙玺菁，国防工业出版社。11. 算法方面的书籍

**英文图书：**1. A First Course in Mathematical Modeling (Fourth Edition, Frank R. Giordano) .2. Mathematical Modeling (Third Edition, Mark M. Meerschaert).3. Mathematical Modeling in Economics, Ecology and the Environment, (经济、生态与环境科学中的数学模型 N. V. Hritonenko, Y. P. Yatsenko, Natali Hritonenko, Yuri Yatsenko) . 4. The Elements of Statistical Learning data Mining, Inference, and Prediction(Trevor Hastie, Robert Tibshirani, Jerome Friedman.) .

**期刊：**《数学建模及其应用》。

表 1 我校本科生在正规期刊上发表有关数学建模的论文(不完全统计)

<p>[1] Some Properties of the Generalized Stuttering Poisson Distribution and Its Applications. Zhang, H., Chu, L., &amp; Diao, Y. , Studies in Mathematical Sciences, 2012, 5(1):11-26.</p> <p>[2] 基于 Hermite 过程的 (S, s) 库存策略与单服务台排队模型, 张慧铭, 俞渊铭, 中国管理科学与工程学会 2012 年会文集.</p> <p>[3] 区域体育事业发展水平综合评价体系研究, 樊帆, 华中师范大学体育学院, 高等函授学报(自然科学版) 2012-07-25</p> <p>[4] 基于模糊数学选取房地产市场发展的核心指标, 王俊杰; 刘小芳; 邹智, 华中师范大学, 商业文化(上半月) 2012-03-15</p> <p>[5] 公共租赁住房的需求函数探索——来源于武汉市洪山区调研数据的实证分析, 张凤青, 华中师范大学经济学院, 现代经济信息, 2012-02-08</p> <p>[6] 华中师范大学首届免费师范毕业生就业状况与对政策满意度的调查分析, 李文姣; 刘甜甜; 高巍, 华中师范大学数学与统计学学院; 华中师范大学教育学院, 高等函授学报(自然科学版) 2012-01-25</p> <p>[7] 中国工业部门全要素能源效率状况分析——基于 2005—2009 年省际面板数据的实证研究, 李旭超; 张艳丽; 吴春雅; 胡继亮 华中师范大学经济管理学院; 武汉大学数学与统计学学院; 江西农业大学经济与贸易学院, 江西农业大学学报(社会科学版) 2011-12-30</p> <p>[8] 旅游外汇收入本底趋势线的优化模型. 李文姣; 雷家友; 刘海欣, 华中师范大学数学与统计学学院, 高等函授学报(自然科学版) 2011-12-25.</p> <p>[9] 多元统计在神经元分类中的应用. 邓中浩; 吴贤盛; 杨冲; 陈龙, 华中师范大学数学与统计学学院, 高等函授学报(自然科学版) 2011-12-25</p> <p>[10] 超越对数成本函数在规模经济分析中的应用, 李力; 吴瑶明; 杨柳 湖北大学商学院; 华中师范大学经济学院, 统计与决策 2011-10-30</p> <p>[11] 农民对农村公路满意度的实证分析, 赵昕; 王晓敏; 黄朝凤; 王焱, 华中师范大学数学与统计学学院; 华中师范大学经济学院, 现代商业 2011-09-15</p> <p>[12] 随机过程理论在期权定价中的应用, 刘云嘯, 华中师范大学数学与统计学学院, 时代金融, 2011-08-30</p> <p>[13] 因子分析法在新能源类上市公司综合业绩评价中的应用, 王以恒; 赵昕, 华中师范大学数学与统计学</p>
---

学院,企业技术开发 2011-05-01

[14] 房价对城镇居民耐用品中汽车消费量影响的协整分析,赵昕;余巍,华中师范大学数学与统计学学院,中国城市经济

[15] 平行四边形上的几何概率研究,吴贤盛;乔琦花;张聪,华中师范大学数学与统计学学院,高等函授学报(自然科学版) 2011-02-25

[16] 基于模拟退火算法的均衡路程 MTSP,吴慧萍;熊翠;吴量,华中师范大学数学与统计学学院,高等函授学报(自然科学版) 2010-08-25

[17] 基于禁忌搜索的蚁群算法求解旅行商问题,徐英钟;高震;李波,华中师范大学信息技术系;华中师范大学数学与统计学学院,第四届中国智能计算大会论文集,2010-05-21

[18] 多旅行商问题遗传算法求解及其改进,熊翠;吴慧萍;李波,华中师范大学数学与统计学学院,第四届中国智能计算大会论文集 2010-05-21

[19] 天河机场接送旅客长途客车的路线及时间设计,朱欢;贺娉婷,华中师范大学数学与统计学学院,高等函授学报(自然科学版) 2009-04-26

[20] 系统时钟序列的均匀测试模型,朱金伟;曾小雨;郑娟,华中师范大学数学与统计学学院,软件导刊 2009-03-30

[21] 湖北省中长期人口总数发展分析与预测,史洪峰;乐畅;代芳,华中师范大学数学与统计学学院,高等函授学报(自然科学版) 2008-12-26

[22] 多雷达定位误差简析,曾文军;曾小雨;郑娟;朱金伟,华中师范大学数学与统计学学院,高等函授学报(自然科学版) 2008-10-26

表 2 2005-2012 年华中师范大学与数模有关大学生科研立项(不完全统计)

年份	项目名称	项目负责人	指导老师
2012	基于数据挖掘的大学生抑郁心理统计模型及其研究	李阳,傅立权,庄光耀	何穗
	皖南地区旅游业发展水平与地区经济关系的分析、规划	陈焱翰,李琛琛,王磊,黄展	李波
	通用二维下料问题的研究	李叶,何玥,王思佳,黎尧	赵东方
2011	结巴泊松分布若干性质的研究及其应用	褚莉莉,张慧铭,刁钰	谢民育
	网络公共安全预警模型	许霞红,邓雪芹,丁艳红,王莎莎	赵东方
	随机利率环境下企业年金税收支出统计分析 & 政策改革研究	尧艳珍,刘鑫桥	邓勤涛
2010	居民住房需求层次与结构分析——以武汉市居民为例	王俊杰,刘小芳,邹智	何穗
	多元统计在神经元分类识别中的应用	吴贤盛,邓中浩,杨冲,陈龙	李波
	基于本底趋势线的改进模型研究世博会对中国旅游业影响	李文姣,甯家友,刘海欣	陈应保
2009	混沌理论对于证券市场的预测	杨翰超,张婷,韦淼	何穗
	“家电下乡”售后服务的维修问题研究	高震,邱梦蛟,郭美娟	方华强
2008	天河机场接送旅客长途客车的路线及时间设计	朱欢,贺娉婷	左国新
	城市社会养老模型与分析	倪超,曾艳,严荣海,侯武军	赵东方
2007	血型分布的预测	沈玲丹,闵芮,苏婉霞,袁焯	张兴安
	对我国师范类人才培养数目的预测及分析	裘丹洁,谭志,陈星	李波
2006	最优投资理财的数学模型研究	钱宇锋,张超,叶红雨	赵东方
	武汉地区工资收入水平与经济增长研究	翟自飞	赵东方
2005	关于武汉市降雨量的研究	毛洪振	赵东方
	多元统计分析房地产股票业绩	朱景昌	刘贤龙

### 3 数学建模小论文

数模论文的一些要求: 1. 准确具有科学性; 2. 语言表述有条理具有逻辑性; 3. 表述简洁具有数学美; 4. 体现创新之处, 符号人才培养需要; 5. 实用性, 不脱离实际。实际问题数学建模论文步骤可以看作是“八股文+四书”, 即整个论文的主体包括: 问题重述、模型假设、符号说明、问题分析、模型的建立、模型的求解、模型的推广、模型的评价。另外, 论文的开头要有摘要和关键词, 论文的结尾要有参考文献及附录。以下数学建模示范论文来源于笔者参加 2011 年数学建模暑期培训第一次作业, 在原文上稍微进行了修改。

### 店商品订购的平均利润最大化分析

**摘要:** 为求出使商店的平均利润最大化的订购量, 本文在提出三条基本假设的基础上, 构建

了平均利润方程，并通过求导求得了平均利润的最大值以及订购费所需满足的条件。然后，根据随机需求量所对应的概率密度满足均匀分布或泊松两种实际情况，对平均利润最大化的订购量的具体进行了计算。最后，本文考虑随机需求量服从推广的泊松分布(由改变泊松分布的性质得到)。

**关键词：**平均利润；订购费；随机需求量

### 1. 问题重述<sup>[13]</sup>

某商店要订购一批商品零售，设购进价  $c_1$ ，售出价  $c_2$ ，订购费  $c_0$ （与数量无关），随机需求量  $r$  的概率密度为  $p(r)$ ，每件商品的贮存费为  $c_3$ （与时间无关）。

问题 1：问如何确定订购量才能使商品的平均利润最大，这个平均利润是多少？

问题 2：为使这个平均利润为正值，需要对订购费  $c_0$  加什么限制？

### 2. 模型假设

1. 在订购前，商品的库存为 0；2. 商品的随机需求量  $r$  服从以概率密度为  $p(r)$  的分布；3. 商品的贮存费与时间无关。

### 3. 符号说明

符号	说明	符号	说明
$x$	订购量	$c_0$	订购费
$W(x)$	平均利润	$r$	随机需求量
$c_1$	购进价	$p(r)$	概率密度
$c_2$	售出价	$c_3$	每件商品的贮存费

### 4. 问题分析

首先建立平均利润的函数表达式，然后根据一阶导数为 0，二阶导数小于 0，可求得平均利润的最大值，令平均利润大于 0，可求得订购费所满足的条件。

### 5. 模型的建立

设订购量为  $x$ （连续的数），平均利润为  $W(x)$ （收入减去支出）。收入为  $c_2(\int_0^x rp(r)dr + \int_x^\infty xp(r)dr)$ ，支出包括商品成本、贮存费（只在  $x > r$  时发生）、订购费总共为  $c_1x + c_3\int_0^x (x-r)p(r)dr + c_0$ 。那么：

$$\begin{aligned} W(x) &= c_2(\int_0^x rp(r)dr + \int_x^\infty xp(r)dr) - (c_1x + c_3\int_0^x (x-r)p(r)dr + c_0) \\ &= c_2(\int_0^x (r-x)p(r)dr + \int_0^x xp(r)dr + \int_x^\infty xp(r)dr) - (c_1x + c_3\int_0^x (x-r)p(r)dr + c_0) \\ &= c_2(\int_0^x (r-x)p(r)dr + x) - (c_1x + c_3\int_0^x (x-r)p(r)dr + c_0) \\ &= (c_2 - c_1)x - (c_2 + c_3)\int_0^x (x-r)p(r)dr - c_0 \end{aligned}$$

$W'(x) = (c_2 - c_1) - (c_2 + c_3)\int_0^x p(r)dr = 0$ ，设  $x_0$  是该方程的一个解，那么就满足

$F(x_0) = \int_0^{x_0} p(r)dr = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_3}$ ，又因为  $W''(x) = -(c_2 + c_3)p(r) < 0$ ，故在  $x_0$  处取最大值。

平均利润为：

$$\begin{aligned} W(x_0) &= (c_2 - c_1)x_0 - (c_2 + c_3)\int_0^{x_0} (x_0 - r)p(r)dr - c_0 \\ &= (c_2 - c_1)x_0 - (c_2 + c_3)\frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_3}x_0 + (c_2 + c_3)\int_0^{x_0} rp(r)dr - c_0 \\ &= (c_2 + c_3)\int_0^{x_0} rp(r)dr - c_0 > 0 \end{aligned}$$

这个平均利润为正值，需要对订购费  $c_0$  满足  $c_0 < (c_2 + c_3)\int_0^{x_0} rp(r)dr$  即可。

### 6. 模型的求解

模型的求解依据随机需求量服从的分布。

### 6.1 随机需求量服从均匀分布

随机需求量  $r$  的概率密度为  $p(r) = \frac{1}{a-b}$  为区间  $[a, b]$  上的均匀分布，那么就有

$$\int_0^{x_0} \frac{1}{a-b} dr = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_3} \rightarrow x_0 = \frac{(a-b)(c_2 - c_1)}{c_2 + c_3}$$

平均利润:

$$W(x_0) = (c_2 + c_3) \int_0^{x_0} \frac{r}{a-b} dr - c_0 = \frac{(c_2 + c_3)}{2(a-b)} \left[ \frac{(a-b)(c_2 - c_1)}{c_2 + c_3} \right]^2 - c_0 = \frac{(a-b)(c_2 - c_1)^2}{2(c_2 + c_3)} - c_0$$

订购费  $c_0$  满足  $c_0 < \frac{(a-b)(c_2 - c_1)^2}{2(c_2 + c_3)}$

### 6.2 随机需求量服从泊松分布

假设随机需求量  $r$  (可以看做来购物的消费者数量,  $r$  是整数) 当一个人只买一件商品时。有如下性质: 1 在  $(t_0, t_0 + t)$  中来购物的消费者数量只与时间段长度有关, 而且与时间起点  $t_0$  无关。2. 在  $(t_0, t_0 + t)$  内到来  $i$  个消费者与时刻  $t_0$  之前到来的消费者无关。3. 在充分小的时间段中, 至多能到来的一个消费者, 一个消费者只买一件商品。由这些性质可以知道随机需求量  $r$  就是服从参数为  $\lambda t$  的泊松分布。

那么需求量为  $r$  时的概率为  $p(r) = \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t}$ , 那么积分求和可以近似看成离散的求和

$\sum_{r=0}^{x_0} \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_3}$ , 可以先画出  $\sum_{r=0}^x \frac{(\lambda t)^r}{r!} e^{-\lambda t}$ , 在图中找出与  $\frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_3}$  的交点就是  $x_0$ , 如图 1。

不妨令  $\lambda t = 50, c_2 = 100, c_1 = 60, c_3 = 10$ , 利用 maple 14 软件作图以及求解方程的数值解。

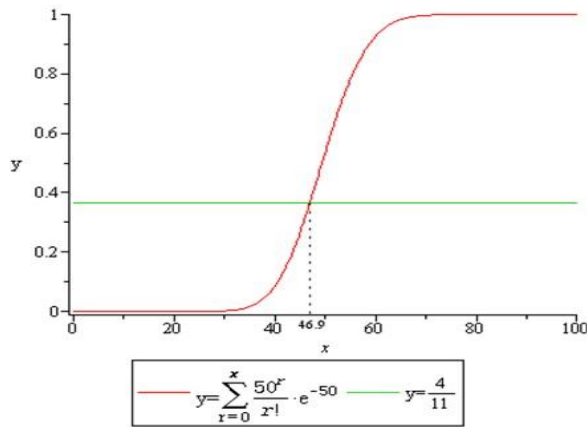


图 3  $r$  服从泊松分布时的最佳订购量

解得  $x_0 = 46.9$ , 最佳订购数约为 47, 使得平均利润最大。订购费  $c_0$  应该小于 1741.7 元使得平均利润为正值。

### 7. 模型的推广

假设随机需求量  $r$  (可以看做来购物的消费者购物总量) 当一个人只买若干商品时。有如下性质: 1 在  $(t_0, t_0 + t)$  中来购物的消费者数量只与时间段长度有关, 而且与时间起点  $t_0$  无关。2. 在  $(t_0, t_0 + t)$  内到来  $i$  个消费者与时刻  $t_0$  之前到来的消费者无关。3. 在充分小的时间段中, 至多能到来一个消费者, 一个消费者可以买若干件商品。

那么这种随机需求量服从具有若干个参数的 Stuttering Poisson 分布<sup>[14, 15]</sup>, 可以利用推广模型二的方法求解最佳订购量和能接受的最小订购费。

### 8. 模型的评价

本文根据对服从不同随机需求量制定了最佳订购量, 得到在实际中随机需求量服从的分布可



以通过历史数据得到，因此模型的可行性很大。本文只考虑的是单周期的随机储存模型，还有多周期的随机储存模型，那就更加复杂了。

### 参考文献

见文末[13],[14]。

### 附录

利用 maple 14 软件作求解方程的数值解、作图、计算：

$$\begin{aligned}
 &> fsolve\left(\sum_{r=0}^x \frac{50^r}{r!} \cdot e^{-50} = \frac{100-60}{100+10}, x=0..100\right) \\
 &\quad 46.88859285 \\
 &> plot\left(\left[\sum_{r=0}^x \frac{50^r}{r!} \cdot e^{-50}, \frac{100-60}{100+10}\right], x=0..100,\right) \\
 &> 110 \sum_{r=0}^{47} \frac{50^r}{r!} \cdot r \cdot e^{-50} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 1741.7
 \end{aligned}$$

## 4 数模竞赛的意义

“数模”竞赛金牌教练吴孟达教授曾在我校做过一个主题为大学数学建模的报告<sup>[16]</sup>。他站在教育哲学的角度，阐述了数学建模的重大意义，是自然走向理性之路，是实现知行合一的有效载体。他还强调数学建模要成功必须有三要素：一是学校的支持，要是长远人才培养，而不是仅局限于竞赛层面予以支持；二是教师的努力，教师要有奉献精神，要维持相对稳定的队伍；三是学生的水平，要有参与的积极性和相应的专业水准。

数模竞赛是课外团队性科技活动，只需要学过普通高校的数学课程。题目有较大的灵活性，供参赛者发挥其创造能力。比赛获奖与否其实并不是很重要，在比赛的几天内，三个人的协同合作才是最值得留念的，比赛既要靠实力，也要靠运气。数学建模让我们不仅要学会如何去学数学，更要懂得怎样去应用数学。针对生活中的问题，如何将它数学化，如何用数学方法描述，如何建立数学模型，如何给出目标函数等，总之建模思想最重要<sup>[2]</sup>。竞赛目的在于激励学生学习数学，提高学生建立数学模型和运用计算机技术解决实际问题的综合能力，鼓励广大学生踊跃参加课外科技活动，开拓知识面，培养创造精神及合作意识，推动大学数学教学中体系、教学、方法的改革<sup>[17]</sup>。

表 3 2010-2012 年我校数模竞赛获奖名单

<b>2012 年美国大学生数学建模竞赛</b> 赵昕 胡云枫 李旭超(二等奖) 刘云啸 王春雨 陈慧(二等奖) 张慧铭 俞渊铭 孙晨旻(三等奖) 许霞红 刘超 彭小娟(三等奖) 谢鑫 韩明旭 黄子龙(三等奖) 王虎 浦绍涛 徐伟(三等奖) 聂爱琳 潘静 刘鑫桥(三等奖) 陈沫 朱迪 李操(三等奖) 胡润晴 李伟 艾景志(三等奖) <b>2011 年美国大学生数学建模竞赛</b> 姜国东、武静、沈雪剑(一等奖) 高胜男、李璐华、程思远(二等奖) 石晓皎、陈焱、孔凡龙(三等奖) <b>2012 年全国大学生数学建模竞赛</b> 结果未出 <b>2012 年华中师范大学数学建模竞赛</b> 李琛琛 王磊 何建锋 (一等奖)	伍俊杰 王平 杨鹤云(一等奖) 张慧铭 李操 董念念(二等奖) 艾文会 谢依 黄月(二等奖) 李文博 庄光耀 陈垚瀚(二等奖) 李阳 何娇 金大雁(二等奖) 何亚菲 黄福平 刘芳(三等奖) 林婷 黄涵琳 王运(三等奖) 冯泽夫 陈波 魏群(三等奖) 谢定一 张李攀 朱梦琪(三等奖) 刘红利 张利 张禹津(三等奖) 王虎 蔡文武 胡玲(三等奖)	<b>2011 年全国大学生数学建模竞赛</b> 许霞红 朱喜平 王虎 (省二等奖) 张慧铭 俞渊铭 赵昕 (省三等奖)	<b>2010 年全国大学生数学建模竞赛</b> 蒋国俊、牟星宇、张婷 (省一等奖) 胡瑞嘉、吴姚明、王凯杰 (省二等奖) 吴贤盛、郝光权、姜纬 (省二等奖)	段小强、饶道、生王晨 (省三等奖) 邓中浩、杨冲、沈雪剑 (省三等奖) 石晓皎、倪泉、孔凡龙 (省三等奖) 姜国栋、吴简迪、武静 (省三等奖) <b>2012 年华中地区数模竞赛</b> 张慧铭 孙晨旻 俞渊铭 (一等奖) 邓雪芹 丁艳红 门峰 (一等奖) 李阳 傅立权 王晨 (二等奖) 何娇 王运 金大雁 (三等奖) 张轩昂 白东 李伟 (三等奖) 李琛琛 王磊 冯佳捷、黄展 曾能 吴俊爽; 董念念 李操 张大鹏、刘海山 龙坤 何澍 (校优秀奖)
		<b>2011 年华中地区数模竞赛</b> 赵昕、余巍、胡云枫 (三等奖) 杨冲、邓中浩、郭长卫 (三等奖) 吴贤盛、郝光权、陈龙 (三等奖) 张慧铭、李伟、孙晨旻 (三等奖)		

## 参考文献

[1] 数学建模与数学应用协会简介[EB/OL](2011-9-21). <http://tw.cnu.edu.cn/stl/show.asp?id=1384>

- [2] 数学建模 魔法数学[EB/OL] (2012-5-26). <http://maths.ccnu.edu.cn/showNews-4329.aspx>
- [3] 复杂的现象实例, 简单的优化模型——记数模协会第五次培训[EB/OL] (2012-5-26)  
<http://maths.ccnu.edu.cn/showNews-3862.aspx>
- [4] 数学建模国赛开赛, 华师学子奋战 6501 机房[EB/OL] (2012-5-26). <http://maths.ccnu.edu.cn/showNews-3042.aspx>
- [5] 华中地区数学建模联赛[EB/OL] (2012-5-26). <http://maths.ccnu.edu.cn/showNews-243.aspx>
- [6] 我院学子在 2011 美国大学生数学建模竞赛中喜获佳绩[EB/OL] (2012-5-26).  
<http://maths.ccnu.edu.cn/showNews-1925.aspx>
- [7] 百度百科, 数学建模[EB/OL] (2012-5-26). <http://baike.baidu.com/view/133261.htm>
- [8] 赵东方[EB/OL] (2012-5-26). [http://jpkc.ccnu.edu.cn/sj/2006/gddsylxjh/dwjg\\_zdf.html](http://jpkc.ccnu.edu.cn/sj/2006/gddsylxjh/dwjg_zdf.html)
- [9] 网易新闻, 2011 高教社杯全国大学生数学建模竞赛今开赛[EB/OL] (2012-5-26).  
<http://news.163.com/11/0909/12/7DGQA3KT00014JB5.html>
- [10] 2012 MCM Problems, PROBLEM A: The Leaves of a Tree [EB/OL] (2012-5-26).  
<http://www.comap.com/undergraduate/contests/mcm/contests/2012/problems/>
- [11] 百度百科, 美国大学生数学建模竞赛[EB/OL] (2012-5-26). <http://baike.baidu.com/view/3248615.htm>
- [12] 华中数模网, 2012 年第五届华中地区数学建模邀请赛赛题发布[EB/OL] (2012-5-26).  
[http://www.shumo.cn/html/jmjs\\_576\\_1135.html](http://www.shumo.cn/html/jmjs_576_1135.html)
- [13] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型(第 4 版)[M], 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [14] 张慧铭, 褚莉莉, 刁钰. 微分方程组解 Stuttering Poisson 分布密度函数的讨论[J]. 高等函授学报(自然科学版), 2012, 25(4):3-5
- [15] ZHANG H, CHU L, DIAO Y. Some Properties of the Generalized Stuttering Poisson Distribution and Its Applications[J]. Studies in Mathematical Sciences, 2012, 5(1): 11-26.
- [16] 数学专业建设与创新人才培养研讨会顺利召开  
[EB/OL] (2012-5-26). <http://maths.ccnu.edu.cn/showNews-4543.aspx>
- [17] 第五届华中地区大学生数学建模邀请赛成绩揭晓——我校学子成绩突出[EB/OL] (2012-5-26).  
<http://maths.ccnu.edu.cn/showNews-4579.aspx>