

# On Tetration Theory.

Juan Elías Millas Vera.

juanmillaszgz@gmail.com

Zaragoza (Spain)

December 2022

## 0. Abstract:

In this paper I am going to explain and compare some of the different tetration notations and properties for the tetration concept. Then I am going to incorporate some tables of reference for numerical tetration .

## 1. Introduction:

First of all, I will introduce some different notation for tetration hyper-operator algebras, we owe the definition of tetration to that a lot of people have used to Goodstein. Tetration is the derivative word from the greek term tetra- (four) and iteration. The classic notation, used for example in the work of Takeji Ueda [1] is the following,

$${}^a n = n \uparrow\uparrow a \tag{1}$$

We can also introduce here the notation from M. H. Hooshmand [2],

$$a^{\underline{1}} = a^a, a^{\underline{2}} = a^{a^a} \tag{2}$$

We can standardised it as,

$$n^{\underline{a}} = n \uparrow\uparrow a \tag{3}$$

And finally, but not less important in my opinion my own work [3] in tetration notation introducing an operator to simplify the "uparrow" notation,

$$n \sqcap a = n \uparrow\uparrow a \tag{4}$$

## 2. Properties

I am going to list here some of the most important properties in my opinion of the tetration algebra, with the necessary correlation between different notations:

$${}^1n = n \uparrow\uparrow 1 = n^{\underline{1}} = n \sqcap 1 = n \quad (5)$$

$${}^0n = n \uparrow\uparrow 0 = n^{\underline{0}} = n \sqcap 0 = \emptyset \quad (6)$$

$${}^2n = n \uparrow\uparrow 2 = n^{\underline{2}} = n \sqcap 2 = n^n \quad (7)$$

$${}^3n = n \uparrow\uparrow 3 = n^{\underline{3}} = n \sqcap 3 = n^{n^n} \quad (8)$$

$${}^{(-1)}n = n \uparrow\uparrow (-1) = n^{\underline{(-1)}} = n \sqcap (-1) = -n \quad (9)$$

$${}^{(-2)}n = n \uparrow\uparrow (-2) = n^{\underline{(-2)}} = n \sqcap (-2) = -n^{(-n)} \quad (10)$$

$${}^{(-3)}n = n \uparrow\uparrow (-3) = n^{\underline{(-3)}} = n \sqcap (-3) = (-n)^{(-n)^{(-n)}} \quad (11)$$

$${}^1(-n) = (-n) \uparrow\uparrow 1 = (-n)^{\underline{1}} = (-n) \sqcap 1 = -n \quad (12)$$

$${}^2(-n) = (-n) \uparrow\uparrow 2 = (-n)^{\underline{2}} = (-n) \sqcap 2 = -n^{(-n)} \quad (13)$$

$${}^3(-n) = (-n) \uparrow\uparrow 3 = (-n)^{\underline{3}} = (-n) \sqcap 3 = (-n)^{(-n)^{(-n)}} \quad (14)$$

$${}^0n = n \uparrow\uparrow 0 = n^{\underline{0}} = n \sqcap 0 = \emptyset \quad (15)$$

$${}^{(-1)}(-n) = (-n) \uparrow\uparrow (-1) = (-n)^{\underline{(-1)}} = (-n) \sqcap (-1) = n \quad (16)$$

$${}^{(-2)}(-n) = (-n) \uparrow\uparrow (-2) = (-n)^{\underline{(-2)}} = (-n) \sqcap (-2) = n^n \quad (17)$$

$${}^a n = n \uparrow \uparrow a = n^{\overset{a}{\uparrow}} = n \sqcap a = n \uparrow (n \sqcap (a - 1)) \quad (18)$$

### 3. Numeric example tables

$$2 \sqcap 1 = 2 \quad (19)$$

$$2 \sqcap 2 = 4 \quad (20)$$

$$2 \sqcap 3 = 16 \quad (21)$$

$$2 \sqcap 4 = 216 \quad (22)$$

$$2 \sqcap 5 = 65536 \quad (23)$$

$$2 \sqcap 6 = 4294967296 \quad (24)$$

$$2 \sqcap 7 = 18446744073709551616 \quad (25)$$

$$2 \sqcap 8 = 340282366920938463463374607431768211456 \quad (26)$$

$$2 \sqcap 9 = 115792089237316195423570985008 \quad (27)$$

$$687907853269984665640 \quad (28)$$

$$564039457584007913129639936 \quad (29)$$

$$2 \sqcap 10 = 13407807929942597099574024998205846127479365 \quad (30)$$

$$820592393377723561443721764030073546976801874 \quad (31)$$

$$29816690342769003185818648605085375388 \quad (32)$$

$$2811946569946433649006084096 \quad (33)$$

$$3 \sqcap 1 = 3 \quad (34)$$

$$3 \square 2 = 27 \quad (35)$$

$$3 \square 3 = 19683 \quad (36)$$

$$3 \square 4 = 7625597484987 \quad (37)$$

$$3 \square 5 = 443426488243037769948249630619149892803 \quad (38)$$

$$3 \square 6 = 87189642485960958202911070585860 \quad (39)$$

$$771696964072404731750085525219437990 \quad (40)$$

$$967093723439943475549906831683116791055225665627 \quad (41)$$

$$3 \square 7 = 6628186054241871761051728642144797 \quad (42)$$

$$48588986673875686419462793267420461 \quad (43)$$

$$248113287928124072014075084032555900 \quad (44)$$

$$857691049061274135779819474602180821485 \quad (45)$$

$$1093884470928488367538790247025087855760 \quad (46)$$

$$7543139203723695055306418868995491259871 \quad (47)$$

$$239807975904046447471772644936318562205668 \quad (48)$$

$$4690721420542800623411346656785162817900551 \quad (49)$$

$$337542270334990205437212700131838846883 \quad (50)$$

$$3 \square 8 = 6628186054241871761051728642144797 \quad (51)$$

$$48588986673875686419462793267420461 \quad (52)$$

$$248113287928124072014075084032555900 \quad (53)$$

$$857691049061274135779819474602180821485 \quad (54)$$

$$1093884470928488367538790247025087855760 \quad (55)$$

$$7543139203723695055306418868995491259871 \quad (56)$$

$$239807975904046447471772644936318562205668 \quad (57)$$

$$4690721420542800623411346656785162817900551 \quad (58)$$

$$337542270334990205437212700131838846883 \uparrow 3 \quad (59)$$

$$\begin{aligned}
3 \square 9 &= 6628186054241871761051728642144797 & (60) \\
&48588986673875686419462793267420461 & (61) \\
&248113287928124072014075084032555900 & (62) \\
&857691049061274135779819474602180821485 & (63) \\
&1093884470928488367538790247025087855760 & (64) \\
&7543139203723695055306418868995491259871 & (65) \\
&239807975904046447471772644936318562205668 & (66) \\
&4690721420542800623411346656785162817900551 & (67) \\
&337542270334990205437212700131838846883 \uparrow 3 \uparrow 3 & (68)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3 \square 10 &= 6628186054241871761051728642144797 & (69) \\
&48588986673875686419462793267420461 & (70) \\
&248113287928124072014075084032555900 & (71) \\
&857691049061274135779819474602180821485 & (72) \\
&1093884470928488367538790247025087855760 & (73) \\
&7543139203723695055306418868995491259871 & (74) \\
&239807975904046447471772644936318562205668 & (75) \\
&4690721420542800623411346656785162817900551 & (76) \\
&337542270334990205437212700131838846883 \uparrow 3 \uparrow 3 \uparrow 3 & (77)
\end{aligned}$$

$$4 \square 1 = 4 \quad (78)$$

$$4 \square 2 = 256 \quad (79)$$

$$4 \square 3 = 4294967296 \quad (80)$$

$$4 \square 4 = 340282366920938463463374607431768211456 \quad (81)$$

$$4 \square 5 = 134078079299425970995740249982058461274 \quad (82)$$

$$79365820592393377723561443721764030073546 \quad (83)$$

$$9768018742981669034276900318581864860508 \quad (84)$$

$$53753882811946569946433649006084096 \quad (85)$$

4 □ 6 = 32317006071311007300714876688669951	(86)
960444102669715484032130345427524655	(87)
138867890893197201411522913463688717	(88)
960921898019494119559150490921095088	(89)
152386448283120630877367300996091750	(90)
197750389652106796057638384067568276	(91)
792218642619756161838094338476170470	(92)
581645852036305042887575891541065808	(93)
607552399123930385521914333389668342	(94)
420684974786564569494856176035326322	(95)
058077805659331026192708460314150258	(96)
592864177116725943603718461857357598	(97)
351152301645904403697613233287231227	(98)
125684710820209725157101726931323469	(99)
678542580656697935045997268352998638	(100)
215525166389437335543602135433229604	(101)
645318478604952148193555853611059596	(102)
230656	(103)

4 □ 7 = 32317006071311007300714876688669951	(104)
960444102669715484032130345427524655	(105)
138867890893197201411522913463688717	(106)
960921898019494119559150490921095088	(107)
152386448283120630877367300996091750	(108)
197750389652106796057638384067568276	(109)
792218642619756161838094338476170470	(110)
581645852036305042887575891541065808	(111)
607552399123930385521914333389668342	(112)
420684974786564569494856176035326322	(113)
058077805659331026192708460314150258	(114)
592864177116725943603718461857357598	(115)
351152301645904403697613233287231227	(116)

125684710820209725157101726931323469	(117)
678542580656697935045997268352998638	(118)
215525166389437335543602135433229604	(119)
645318478604952148193555853611059596	(120)
230656 $\uparrow$ 4	(121)

4 $\square$ 8 = 32317006071311007300714876688669951	(122)
960444102669715484032130345427524655	(123)
138867890893197201411522913463688717	(124)
960921898019494119559150490921095088	(125)
152386448283120630877367300996091750	(126)
197750389652106796057638384067568276	(127)
792218642619756161838094338476170470	(128)
581645852036305042887575891541065808	(129)
607552399123930385521914333389668342	(130)
420684974786564569494856176035326322	(131)
058077805659331026192708460314150258	(132)
592864177116725943603718461857357598	(133)
351152301645904403697613233287231227	(134)
125684710820209725157101726931323469	(135)
678542580656697935045997268352998638	(136)
215525166389437335543602135433229604	(137)
645318478604952148193555853611059596	(138)
230656 $\uparrow$ 4 $\uparrow$ 4	(139)

4 $\square$ 9 = 32317006071311007300714876688669951	(140)
960444102669715484032130345427524655	(141)
138867890893197201411522913463688717	(142)
960921898019494119559150490921095088	(143)
152386448283120630877367300996091750	(144)
197750389652106796057638384067568276	(145)

792218642619756161838094338476170470	(146)
581645852036305042887575891541065808	(147)
607552399123930385521914333389668342	(148)
420684974786564569494856176035326322	(149)
058077805659331026192708460314150258	(150)
592864177116725943603718461857357598	(151)
351152301645904403697613233287231227	(152)
125684710820209725157101726931323469	(153)
678542580656697935045997268352998638	(154)
215525166389437335543602135433229604	(155)
645318478604952148193555853611059596	(156)
230656 $\uparrow$ 4 $\uparrow$ 4 $\uparrow$ 4	(157)

$4 \sqcap 10 =$ 32317006071311007300714876688669951	(158)
960444102669715484032130345427524655	(159)
138867890893197201411522913463688717	(160)
960921898019494119559150490921095088	(161)
152386448283120630877367300996091750	(162)
197750389652106796057638384067568276	(163)
792218642619756161838094338476170470	(164)
581645852036305042887575891541065808	(165)
607552399123930385521914333389668342	(166)
420684974786564569494856176035326322	(167)
058077805659331026192708460314150258	(168)
592864177116725943603718461857357598	(169)
351152301645904403697613233287231227	(170)
125684710820209725157101726931323469	(171)
678542580656697935045997268352998638	(172)
215525166389437335543602135433229604	(173)
645318478604952148193555853611059596	(174)
230656 $\uparrow$ 4 $\uparrow$ 4 $\uparrow$ 4 $\uparrow$ 4	(175)



- $5 \sqcap 1 = 5$  (176)
- $5 \sqcap 2 = 3125$  (177)
- $5 \sqcap 3 = 298023223876953125$  (178)
- $5 \sqcap 4 = 23509887016445750159374730744444$  (179)
- $9135563733111354417504301750341$  (180)
- $2556834518909454345703125$  (181)
- $5 \sqcap 5 = 718212087483073508066162477348002474436$  (182)
- $46340206560432071396707807743664171107442$  (183)
- $30376725189970180627417964852836169339590$  (184)
- $84936077890725905152053760052170385188643$  (185)
- $43357974324172025963219925969594574290850$  (186)
- $48683346494104271761092943744025308612741$  (187)
- $31588811191108785652548707148071273055012$  (188)
- $50316534243564700489124592870454956410729$  (189)
- $57730169031770880096063325579268434790130$  (190)
- $16244013934816175546533108991001381760099$  (191)
- $77541980333626270294189453125$  (192)
- $5 \sqcap 6 = 718212087483073508066162477348002474436$  (193)
- $46340206560432071396707807743664171107442$  (194)
- $30376725189970180627417964852836169339590$  (195)
- $84936077890725905152053760052170385188643$  (196)
- $43357974324172025963219925969594574290850$  (197)
- $48683346494104271761092943744025308612741$  (198)
- $31588811191108785652548707148071273055012$  (199)
- $50316534243564700489124592870454956410729$  (200)
- $57730169031770880096063325579268434790130$  (201)
- $16244013934816175546533108991001381760099$  (202)
- $77541980333626270294189453125 \uparrow 5$  (203)

5 □ 7 = 718212087483073508066162477348002474436	(204)
46340206560432071396707807743664171107442	(205)
30376725189970180627417964852836169339590	(206)
84936077890725905152053760052170385188643	(207)
43357974324172025963219925969594574290850	(208)
48683346494104271761092943744025308612741	(209)
31588811191108785652548707148071273055012	(210)
50316534243564700489124592870454956410729	(211)
57730169031770880096063325579268434790130	(212)
16244013934816175546533108991001381760099	(213)
77541980333626270294189453125 ↑ 5 ↑ 5	(214)
5 □ 8 = 718212087483073508066162477348002474436	(215)
46340206560432071396707807743664171107442	(216)
30376725189970180627417964852836169339590	(217)
84936077890725905152053760052170385188643	(218)
43357974324172025963219925969594574290850	(219)
48683346494104271761092943744025308612741	(220)
31588811191108785652548707148071273055012	(221)
50316534243564700489124592870454956410729	(222)
57730169031770880096063325579268434790130	(223)
16244013934816175546533108991001381760099	(224)
77541980333626270294189453125 ↑ 5 ↑ 5 ↑ 5	(225)
5 □ 9 = 718212087483073508066162477348002474436	(226)
46340206560432071396707807743664171107442	(227)
30376725189970180627417964852836169339590	(228)
84936077890725905152053760052170385188643	(229)
43357974324172025963219925969594574290850	(230)
48683346494104271761092943744025308612741	(231)
31588811191108785652548707148071273055012	(232)

	50316534243564700489124592870454956410729	(233)
	57730169031770880096063325579268434790130	(234)
	16244013934816175546533108991001381760099	(235)
	77541980333626270294189453125 $\uparrow$ 5 $\uparrow$ 5 $\uparrow$ 5 $\uparrow$ 5	(236)
5 $\square$ 10	= 718212087483073508066162477348002474436	(237)
	46340206560432071396707807743664171107442	(238)
	30376725189970180627417964852836169339590	(239)
	84936077890725905152053760052170385188643	(240)
	43357974324172025963219925969594574290850	(241)
	48683346494104271761092943744025308612741	(242)
	31588811191108785652548707148071273055012	(243)
	50316534243564700489124592870454956410729	(244)
	57730169031770880096063325579268434790130	(245)
	16244013934816175546533108991001381760099	(246)
	77541980333626270294189453125 $\uparrow$ 5 $\uparrow$ 5 $\uparrow$ 5 $\uparrow$ 5	(247)
	6 $\square$ 1 = 6	(248)
	6 $\square$ 2 = 46656	(249)
	6 $\square$ 3 = 10314424798490535546171949056	(250)
6 $\square$ 4	= 1204120867648235108202090056857	(251)
	28340333673269345745322435812122	(252)
	11450205557106367897040854752345	(253)
	91191603986789604949502079328192	(254)
	35882656189578163611533465605005	(255)
	7189523456	(256)

$6 \sqcap 5 =$	1204120867648235108202090056857	(257)
	28340333673269345745322435812122	(258)
	11450205557106367897040854752345	(259)
	91191603986789604949502079328192	(260)
	35882656189578163611533465605005	(261)
	7189523456 $\uparrow$ 6	(262)
$6 \sqcap 6 =$	1204120867648235108202090056857	(263)
	28340333673269345745322435812122	(264)
	11450205557106367897040854752345	(265)
	91191603986789604949502079328192	(266)
	35882656189578163611533465605005	(267)
	7189523456 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6	(268)
$6 \sqcap 7 =$	1204120867648235108202090056857	(269)
	28340333673269345745322435812122	(270)
	11450205557106367897040854752345	(271)
	91191603986789604949502079328192	(272)
	35882656189578163611533465605005	(273)
	7189523456 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6	(274)
$6 \sqcap 8 =$	1204120867648235108202090056857	(275)
	28340333673269345745322435812122	(276)
	11450205557106367897040854752345	(277)
	91191603986789604949502079328192	(278)
	35882656189578163611533465605005	(279)
	7189523456 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6	(280)
$6 \sqcap 9 =$	1204120867648235108202090056857	(281)
	28340333673269345745322435812122	(282)
	11450205557106367897040854752345	(283)
	91191603986789604949502079328192	(284)
	35882656189578163611533465605005	(285)
	7189523456 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6 $\uparrow$ 6	(286)

$6 \sqcap 10$	$= 1204120867648235108202090056857$	(287)
	$28340333673269345745322435812122$	(288)
	$11450205557106367897040854752345$	(289)
	$91191603986789604949502079328192$	(290)
	$35882656189578163611533465605005$	(291)
	$7189523456 \uparrow 6 \uparrow 6 \uparrow 6 \uparrow 6 \uparrow 6$	(292)
$7 \sqcap 1$	$= 7$	(293)
$7 \sqcap 2$	$= 823543$	(294)
$7 \sqcap 3$	$= 256923577521058878088611477224235621321607$	(295)
$7 \sqcap 4$	$= 7389715606740350813199256196401079$	(296)
	$748862351081141146596309675655318767$	(297)
	$367424219220805290714088250892199293$	(298)
	$089731634418846720252225478630393586$	(299)
	$588076787721122567816828432044660785$	(300)
	$849055530635493481944599985158447598$	(301)
	$043031044924209086701915582559477912$	(302)
	$835538077499504912$	(303)
	$4533408341373887572343$	(304)
$7 \sqcap 5$	$= 7389715606740350813199256196401079$	(305)
	$748862351081141146596309675655318767$	(306)
	$367424219220805290714088250892199293$	(307)
	$089731634418846720252225478630393586$	(308)
	$588076787721122567816828432044660785$	(309)
	$849055530635493481944599985158447598$	(310)
	$043031044924209086701915582559477912$	(311)
	$835538077499504912$	(312)
	$4533408341373887572343 \uparrow 7$	(313)

$$\begin{aligned}
7 \square 6 &= 7389715606740350813199256196401079 & (314) \\
&748862351081141146596309675655318767 & (315) \\
&367424219220805290714088250892199293 & (316) \\
&089731634418846720252225478630393586 & (317) \\
&588076787721122567816828432044660785 & (318) \\
&849055530635493481944599985158447598 & (319) \\
&043031044924209086701915582559477912 & (320) \\
&\quad 835538077499504912 & (321) \\
&\quad 4533408341373887572343 \uparrow 7 \uparrow 7 & (322)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7 \square 7 &= 7389715606740350813199256196401079 & (323) \\
&748862351081141146596309675655318767 & (324) \\
&367424219220805290714088250892199293 & (325) \\
&089731634418846720252225478630393586 & (326) \\
&588076787721122567816828432044660785 & (327) \\
&849055530635493481944599985158447598 & (328) \\
&043031044924209086701915582559477912 & (329) \\
&\quad 835538077499504912 & (330) \\
&\quad 4533408341373887572343 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 & (331)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7 \square 8 &= 7389715606740350813199256196401079 & (332) \\
&748862351081141146596309675655318767 & (333) \\
&367424219220805290714088250892199293 & (334) \\
&089731634418846720252225478630393586 & (335) \\
&588076787721122567816828432044660785 & (336) \\
&849055530635493481944599985158447598 & (337) \\
&043031044924209086701915582559477912 & (338) \\
&\quad 835538077499504912 & (339) \\
&\quad 4533408341373887572343 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 & (340)
\end{aligned}$$

$$7 \square 9 = 7389715606740350813199256196401079 \quad (341)$$

- 748862351081141146596309675655318767 (342)
- 367424219220805290714088250892199293 (343)
- 089731634418846720252225478630393586 (344)
- 588076787721122567816828432044660785 (345)
- 849055530635493481944599985158447598 (346)
- 043031044924209086701915582559477912 (347)
- 835538077499504912 (348)
- 4533408341373887572343  $\uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7$  (349)
- 7  $\square$  10 = 7389715606740350813199256196401079 (350)
- 748862351081141146596309675655318767 (351)
- 367424219220805290714088250892199293 (352)
- 089731634418846720252225478630393586 (353)
- 588076787721122567816828432044660785 (354)
- 849055530635493481944599985158447598 (355)
- 043031044924209086701915582559477912 (356)
- 835538077499504912 (357)
- 4533408341373887572343  $\uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7 \uparrow 7$  (358)
- 8  $\square$  1 = 8 (359)
- 8  $\square$  2 = 16777216 (360)
- 8  $\square$  3 = 627710173538668076383578942320 (361)
- 7666416102355444464034512896 (362)
- 8  $\square$  4 = 241031242692103258858011660602831411291 (363)
- 2093247945688951359675039065257391591803 (364)
- 2006690850241073460496634487662808880047 (365)
- 8786241697879495832496961298789077465145 (366)
- 5213339381625224770782077917681499676845 (367)

5431373878200575973458579045991094613871	(368)
2209950796499781564134230067762947335528	(369)
1617428411794163967785870370368969109221	(370)
5919430542320115627584500805795878509009	(371)
9371489228347664663118151506380487337518	(372)
2260506246992837898705971012525843324401	(373)
232986857004760339316736	(374)
8 □ 5 = 241031242692103258858011660602831411291	(375)
2093247945688951359675039065257391591803	(376)
2006690850241073460496634487662808880047	(377)
8786241697879495832496961298789077465145	(378)
5213339381625224770782077917681499676845	(379)
5431373878200575973458579045991094613871	(380)
2209950796499781564134230067762947335528	(381)
1617428411794163967785870370368969109221	(382)
5919430542320115627584500805795878509009	(383)
9371489228347664663118151506380487337518	(384)
2260506246992837898705971012525843324401	(385)
232986857004760339316736 ↑ 8	(386)
8 □ 6 = 241031242692103258858011660602831411291	(387)
2093247945688951359675039065257391591803	(388)
2006690850241073460496634487662808880047	(389)
8786241697879495832496961298789077465145	(390)
5213339381625224770782077917681499676845	(391)
5431373878200575973458579045991094613871	(392)
2209950796499781564134230067762947335528	(393)
1617428411794163967785870370368969109221	(394)
5919430542320115627584500805795878509009	(395)
9371489228347664663118151506380487337518	(396)



	2260506246992837898705971012525843324401	(397)
	232986857004760339316736 $\uparrow 8 \uparrow 8$	(398)
8 $\square$ 7 =	241031242692103258858011660602831411291	(399)
	2093247945688951359675039065257391591803	(400)
	2006690850241073460496634487662808880047	(401)
	8786241697879495832496961298789077465145	(402)
	5213339381625224770782077917681499676845	(403)
	5431373878200575973458579045991094613871	(404)
	2209950796499781564134230067762947335528	(405)
	1617428411794163967785870370368969109221	(406)
	5919430542320115627584500805795878509009	(407)
	9371489228347664663118151506380487337518	(408)
	2260506246992837898705971012525843324401	(409)
	232986857004760339316736 $\uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8$	(410)
8 $\square$ 8 =	241031242692103258858011660602831411291	(411)
	2093247945688951359675039065257391591803	(412)
	2006690850241073460496634487662808880047	(413)
	8786241697879495832496961298789077465145	(414)
	5213339381625224770782077917681499676845	(415)
	5431373878200575973458579045991094613871	(416)
	2209950796499781564134230067762947335528	(417)
	1617428411794163967785870370368969109221	(418)
	5919430542320115627584500805795878509009	(419)
	9371489228347664663118151506380487337518	(420)
	2260506246992837898705971012525843324401	(421)
	232986857004760339316736 $\uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8$	(422)
8 $\square$ 9 =	241031242692103258858011660602831411291	(423)
	2093247945688951359675039065257391591803	(424)

2006690850241073460496634487662808880047 (425)  
 8786241697879495832496961298789077465145 (426)  
 5213339381625224770782077917681499676845 (427)  
 5431373878200575973458579045991094613871 (428)  
 2209950796499781564134230067762947335528 (429)  
 1617428411794163967785870370368969109221 (430)  
 5919430542320115627584500805795878509009 (431)  
 9371489228347664663118151506380487337518 (432)  
 2260506246992837898705971012525843324401 (433)  
 232986857004760339316736  $\uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8$  (434)

$8 \sqcap 10 = 241031242692103258858011660602831411291$  (435)  
 2093247945688951359675039065257391591803 (436)  
 2006690850241073460496634487662808880047 (437)  
 8786241697879495832496961298789077465145 (438)  
 5213339381625224770782077917681499676845 (439)  
 5431373878200575973458579045991094613871 (440)  
 2209950796499781564134230067762947335528 (441)  
 1617428411794163967785870370368969109221 (442)  
 5919430542320115627584500805795878509009 (443)  
 9371489228347664663118151506380487337518 (444)  
 2260506246992837898705971012525843324401 (445)  
 232986857004760339316736  $\uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8 \uparrow 8$  (446)

$9 \sqcap 1 = 9$  (447)

$9 \sqcap 2 = 387420489$  (448)

$9 \sqcap 3 = 196627050475552913618075908526912$  (449)

116283103450944214766927315415537966391196809 (450)

- 9 □ 4 = 439328503696464329829774782657072712058010308 (451)
- 1771267106216766977504663447447640297733014 (452)
- 126124825637294350648543542990955703795034 (453)
- 52515853238520182740967398746503532324400 (454)
- 00065950512602395591314296817699836487769 (455)
- 90896661712972759562454074530331901686448 (456)
- 94850576346492691458695174281789557994923 (457)
- 60778346148642644861766707639390110447732 (458)
- 49826312976410342770938186928234886034262 (459)
- 79473674368943609268871793467206677285688 (460)
- 47845849823500285925670638904303084794550 (461)
- 65770806234300662835043975837890442454295 (462)
- 85982964571774605868466160379567432725704 (463)
- 12126094093934321790597584736509631587215 (464)
- 32409698823634353634497752543930103682673 (465)
- 43970426230801390250903399147001650831878 (466)
- 665172798468587509 (467)
- 747439118815689 (468)

- 9 □ 5 = 439328503696464329829774782657072712058010308 (469)
- 1771267106216766977504663447447640297733014 (470)
- 126124825637294350648543542990955703795034 (471)
- 52515853238520182740967398746503532324400 (472)
- 00065950512602395591314296817699836487769 (473)
- 90896661712972759562454074530331901686448 (474)
- 94850576346492691458695174281789557994923 (475)
- 60778346148642644861766707639390110447732 (476)
- 49826312976410342770938186928234886034262 (477)
- 79473674368943609268871793467206677285688 (478)
- 47845849823500285925670638904303084794550 (479)
- 65770806234300662835043975837890442454295 (480)
- 85982964571774605868466160379567432725704 (481)

- 12126094093934321790597584736509631587215 (482)
- 32409698823634353634497752543930103682673 (483)
- 43970426230801390250903399147001650831878 (484)
- 665172798468587509 (485)
- 747439118815689 ↑ 9 (486)

- 9 □ 6 = 439328503696464329829774782657072712058010308 (487)
- 1771267106216766977504663447447640297733014 (488)
- 126124825637294350648543542990955703795034 (489)
- 52515853238520182740967398746503532324400 (490)
- 00065950512602395591314296817699836487769 (491)
- 90896661712972759562454074530331901686448 (492)
- 94850576346492691458695174281789557994923 (493)
- 60778346148642644861766707639390110447732 (494)
- 49826312976410342770938186928234886034262 (495)
- 79473674368943609268871793467206677285688 (496)
- 47845849823500285925670638904303084794550 (497)
- 65770806234300662835043975837890442454295 (498)
- 85982964571774605868466160379567432725704 (499)
- 12126094093934321790597584736509631587215 (500)
- 32409698823634353634497752543930103682673 (501)
- 43970426230801390250903399147001650831878 (502)
- 665172798468587509 (503)
- 747439118815689 ↑ 9 ↑ 9 (504)

- 9 □ 7 = 439328503696464329829774782657072712058010308 (505)
- 1771267106216766977504663447447640297733014 (506)
- 126124825637294350648543542990955703795034 (507)
- 52515853238520182740967398746503532324400 (508)
- 00065950512602395591314296817699836487769 (509)
- 90896661712972759562454074530331901686448 (510)

94850576346492691458695174281789557994923	(511)
60778346148642644861766707639390110447732	(512)
49826312976410342770938186928234886034262	(513)
79473674368943609268871793467206677285688	(514)
47845849823500285925670638904303084794550	(515)
65770806234300662835043975837890442454295	(516)
85982964571774605868466160379567432725704	(517)
12126094093934321790597584736509631587215	(518)
32409698823634353634497752543930103682673	(519)
43970426230801390250903399147001650831878	(520)
665172798468587509	(521)
747439118815689 $\uparrow 9 \uparrow 9 \uparrow 9$	(522)

$9 \sqcap 8 = 439328503696464329829774782657072712058010308$	(523)
1771267106216766977504663447447640297733014	(524)
126124825637294350648543542990955703795034	(525)
52515853238520182740967398746503532324400	(526)
00065950512602395591314296817699836487769	(527)
90896661712972759562454074530331901686448	(528)
94850576346492691458695174281789557994923	(529)
60778346148642644861766707639390110447732	(530)
49826312976410342770938186928234886034262	(531)
79473674368943609268871793467206677285688	(532)
47845849823500285925670638904303084794550	(533)
65770806234300662835043975837890442454295	(534)
85982964571774605868466160379567432725704	(535)
12126094093934321790597584736509631587215	(536)
32409698823634353634497752543930103682673	(537)
43970426230801390250903399147001650831878	(538)
665172798468587509	(539)
747439118815689 $\uparrow 9 \uparrow 9 \uparrow 9 \uparrow 9$	(540)

- $9 \sqcap 9 = 439328503696464329829774782657072712058010308$  (541)  
 $1771267106216766977504663447447640297733014$  (542)  
 $126124825637294350648543542990955703795034$  (543)  
 $52515853238520182740967398746503532324400$  (544)  
 $00065950512602395591314296817699836487769$  (545)  
 $90896661712972759562454074530331901686448$  (546)  
 $94850576346492691458695174281789557994923$  (547)  
 $60778346148642644861766707639390110447732$  (548)  
 $49826312976410342770938186928234886034262$  (549)  
 $79473674368943609268871793467206677285688$  (550)  
 $47845849823500285925670638904303084794550$  (551)  
 $65770806234300662835043975837890442454295$  (552)  
 $85982964571774605868466160379567432725704$  (553)  
 $12126094093934321790597584736509631587215$  (554)  
 $32409698823634353634497752543930103682673$  (555)  
 $43970426230801390250903399147001650831878$  (556)  
 $665172798468587509$  (557)  
 $747439118815689 \uparrow 9 \uparrow 9 \uparrow 9 \uparrow 9 \uparrow 9$  (558)
- $9 \sqcap 10 = 439328503696464329829774782657072712058010308$  (559)  
 $1771267106216766977504663447447640297733014$  (560)  
 $126124825637294350648543542990955703795034$  (561)  
 $52515853238520182740967398746503532324400$  (562)  
 $00065950512602395591314296817699836487769$  (563)  
 $90896661712972759562454074530331901686448$  (564)  
 $94850576346492691458695174281789557994923$  (565)  
 $60778346148642644861766707639390110447732$  (566)  
 $49826312976410342770938186928234886034262$  (567)  
 $79473674368943609268871793467206677285688$  (568)  
 $47845849823500285925670638904303084794550$  (569)  
 $65770806234300662835043975837890442454295$  (570)  
 $85982964571774605868466160379567432725704$  (571)



