

# THE CHAOTIC HOUSE OF PRIMES AND THE UNPROVABLE RIEMANN HYPOTHESIS

Federico Romagnoli  
federico.romagnoli@libero.it  
06/06/2022

## Abstract (En) - (Full paper on page 2)

It was decided to title this paper "*The chaotic house of primes and the unprovable Riemann hypothesis*" since the aim is to photograph the structure in which the prime numbers are placed (the house), to analyse the results obtained in the context of the Riemann hypothesis, results that attest to its non-verifiability, and finally to put emphasis on the distribution of primes, a distribution that is not random, not regular, but chaotic and from which order is generated.

Taking advantage the complementarity of the set of prime numbers with that of composite numbers, it is possible to photograph the structure in which primes are placed using the ordered structure of composite numbers. The latter is described by two families of double sequences  $(x, y)$  defined in  $\mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  and whose analytical expressions change according to the choice of parameters  $l, m \in \mathbb{Z}$ . Graphical representations follow to better grasp the regularity of composite numbers, as well as the spaces left by them free where the prime numbers find "house".

It is therefore possible to shed light on the distribution of primes and at the same time validate and contradict a particular aspect of the Riemann, namely that prime numbers are distributed with regularity. It follows the thesis according to which the Riemann hypothesis is impossible to prove or to disprove due to the "falsely ordered" nature of prime numbers. In fact, their nature is neither ordered nor random, but chaotic and generative of the order, the true one of composite numbers which, due to their complementarity with prime numbers, make appear ordered even the prime numbers. These are the conclusions.

**Keywords:** composite numbers, primes, distribution of prime numbers, Riemann hypothesis, chaos, order, primality, sequence of prime numbers, set of prime numbers, polynomial efficiency, polynomial sieve.

**MSC2010:** Primary 11A41, 11N32, 11Y11, 11N13, 11M06, 11M20, 11M26, 11N05, 97F60; Secondary: 1B25, 60E10, 97E60, 97E20.

## Abstract (It) - (Documento completo a pag. 12)

Si è scelto di intitolare questo *paper* "*La caotica casa dei numeri primi e l'indimostrabile ipotesi di Riemann*" poiché l'obiettivo è di fotografare la struttura nella quale i numeri primi trovano posto (la casa appunto), di analizzare le risultanze ottenute nel contesto dell'ipotesi di Riemann, risultanze che attestano la sua non verificabilità, infine, di porre l'accento sulla distribuzione dei numeri primi, una distribuzione non casuale, non regolare, ma caotica e generatrice di ordine.

Sfruttando la complementarietà dell'insieme dei numeri primi con quello dei numeri composti, è possibile fotografare la struttura nella quale i numeri primi trovano posto utilizzando la struttura ordinata dei numeri composti. Quest'ultima è infatti descritta da due famiglie di successioni a due indici  $(x, y)$  definite in  $\mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  e le cui espressioni analitiche cambiano a seconda di come vengano scelti i parametri  $l, m \in \mathbb{Z}$ . Seguono delle rappresentazioni grafiche per meglio cogliere le regolarità con le quali si susseguono i numeri composti, nonché i posti lasciati liberi dove trovano "casa" i numeri primi.

E' possibile quindi fare luce sulla distribuzione dei numeri primi e avvalorare e al contempo contraddire un particolare aspetto della congettura di Riemann, ovvero quello secondo il quale i numeri primi si distribuiscano con regolarità. Segue la tesi secondo cui l'ipotesi di Riemann sia impossibile da dimostrare o da smentire a causa della natura "falsamente ordinata" dei numeri primi. La loro natura non è infatti né ordinata, né casuale, ma caotica e generatrice di ordine, quello vero dei numeri composti che, a causa della loro complementarietà con i numeri primi, fanno sembrare ordinati anche i numeri primi. Queste le conclusioni.

**Chiavi di ricerca:** numeri composti, numeri primi, distribuzione di numeri primi, ipotesi di Riemann, caos, ordine, primalità, successioni di numeri primi, insieme di numeri primi, efficienza polinomiale, crivello polinomiale.

**MSC2010:** Primaria 11A41, 11N32, 11Y11, 11N13, 11M06, 11M2, 11M26, 11N05, 97F60; Secondaria 1B25, 60E10, 97E60, 97E20

## Introduction

It was decided to title this paper "*The chaotic house of primes and the unprovable Riemann hypothesis*" since the aim is to photograph the structure in which the prime numbers are placed (the house), to analyse the results obtained in the context of the Riemann hypothesis [1], results that attest to its non-verifiability, and finally to put emphasis on the distribution of primes, a distribution that is not random [2-5], not regular [6-9], but chaotic and from which order is generated.

Taking advantage the complementarity of the set of prime numbers with that of composite numbers, it is possible to photograph the structure in which primes are placed using the ordered structure of composite numbers [10-13].

The latter is in fact described by two families of double sequences  $(x, y)$  defined in  $\mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  and whose analytical expressions change depending on how are chosen the parameters  $l, m \in \mathbb{Z}$ . These double sequences have been identified in a previous work [14], summarized here, starting from the simple multiplication table, excluding even numbers from it and comparing the different arithmetic sequences placed in correspondence with each row (or column) of the matrix starting from the second element of sequence. There are also graphical representations that clearly show the regularities that characterize the odd composite numbers, as well as the places left free by them where the prime numbers find "house".

It is therefore possible to shed light on the distribution of primes and at the same time validate and contradict a particular aspect of the Riemann hypothesis, namely that prime numbers are distributed with regularity. It follows the thesis according to which the Riemann hypothesis is impossible to prove or to disprove due to the "falsely ordered" nature of prime numbers.

In fact, their nature is neither ordered nor random, but chaotic and generative of the order, the true one of composite numbers which, due to their complementarity with prime numbers, make appear ordered even the prime numbers. These are the conclusions.

Finally, there are two annexes. In the first, using the two sequences mentioned above and referring only to odd numbers, we report two definitions of primality and sequences of prime numbers, as well as a definition of a set of prime numbers. In the second, we evaluate the efficiency of the two sequences of composite numbers for the primality test and we propose a polynomial sieve.

## 1. The distribution of composite odd numbers

The distribution of composite odd numbers is described by two families of quadratic polynomials (hyperbolas) with two variables  $(x, y)$  and integer coefficients, whose evaluations, for fixed values of  $l, m \in \mathbb{Z}$  and for all  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$  (or  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$ ), generate infinite sequences formed, as  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$  varies (or  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$ ), from infinite odd composite numbers<sup>1</sup>.

In other words, they are two families of double sequences  $(x, y)$  defined in  $\mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  and whose analytical expressions change depending on how are chosen the parameters  $l, m \in \mathbb{Z}$ .

Fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$ , the two families of double sequences  $\{a_{x,y}(l, m)\}$  have domain, analytic expression and geometric locus of the points for which  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 0$  as follows:

---

<sup>1</sup> We have chosen to limit the analysis to odd numbers only, but if we extend the domain to  $\mathbb{Q}$  (in particular, to odd numbers divided by 2), we can also generate even composite numbers.

Domain	Analytical expression	$a_{x,y}(l, m) = 0$
$x \in \mathbb{Z}_{>l}$ $y \in \mathbb{Z}_{>m}$	$\{a_{x,y}(l, m)\} = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$	$x = -\frac{1 - 2l}{2}$ ; $y = -\frac{1 - 2m}{2}$
for fixed $l, m \in \mathbb{Z}$	$\{a_{x,y}(l, m)\} = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$	$x = -\frac{1 - 2l}{2}$ ; $y = -x + \frac{2l + 2m + 1}{2}$

(1.1)

(1.2)

More details on the method used and on the parameters of the two hyperbolas are reported in [14]. Furthermore, the results obtained seem to generalize some contributions [10-13] present in the literature on the distribution of composite numbers. Finally, with regard to the primality test, we anticipate that sequence (1.2) is more efficient than (1.1) (Annex 2).

It is therefore possible to state the following two theorems:

**THEOREM 1.1** Fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$ . For all  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$  (or  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$ ),  $a_{x,y}(l, m) : \mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  with  $a_{x,y}(l, m) = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$  generates infinite sequences formed, as  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$  (or  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$ ) varies, by infinite composite odd numbers.

**THEOREM 1.2** Fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$ . For all  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$  (or  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$ ),  $a_{x,y}(l, m) : \mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  with  $a_{x,y}(l, m) = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$  generates infinite sequences formed, as  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$  (or  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$ ) varies, by infinite composite odd numbers..

Fixed for convenience  $l = m$ , we report below some double sequences generated from (1.1) and (1.2).

**Table 1** - Some double sequences generated from (1.1) with  $l = m$

Domain	Analytical expression of $\{a_{x,y}(l, m)\}$ , with $l = m$	$a_{x,y}(l, m) = 0$
...	...	...
$\mathbb{Z}_{>-2}^2$	$\{a_{x,y}(-2, -2)\} = 4xy + 10x + 10y + 25$	$x = -\frac{5}{2}$ ; $y = -\frac{5}{2}$
$\mathbb{Z}_{>-1}^2 (\mathbb{N}^2)$	$\{a_{x,y}(-1, -1)\} = 4xy + 6x + 6y + 9$	$x = -\frac{3}{2}$ ; $y = -\frac{3}{2}$
$\mathbb{Z}_{>0}^2 (\mathbb{N}_{>0}^2)$	$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4xy + 2x + 2y + 1$	$x = -\frac{1}{2}$ ; $y = -\frac{1}{2}$
$\mathbb{Z}_{>1}^2 (\mathbb{N}_{>1}^2)$	$\{a_{x,y}(1,1)\} = 4xy - 2x - 2y + 1$	$x = \frac{1}{2}$ ; $y = \frac{1}{2}$
$\mathbb{Z}_{>2}^2 (\mathbb{N}_{>2}^2)$	$a_{x,y}\{a_{x,y}(2,2)\} = 4xy - 6x - 6y + 9$	$x = \frac{3}{2}$ ; $y = \frac{3}{2}$
....	....	....

**Table 2** - Some double sequences generated from (1.2) with  $l = m$

Domain	Analytical expression of $\{a_{x,y}(l, m)\}$ , with $l = m$	$a_{x,y}(l, m) = 0$
...	...	...
$\mathbb{Z}_{>-2}^2$	$\{a_{x,y}(-2, -2)\} = 4x^2 + 4xy + 24x + 10y + 35$	$x = -\frac{5}{2}$ ; $y = -x - \frac{7}{2}$
$\mathbb{Z}_{>-1}^2 (\mathbb{N}^2)$	$\{a_{x,y}(-1, -1)\} = 4x^2 + 4xy + 12x + 6y + 9$	$x = -\frac{3}{2}$ ; $y = -x - \frac{3}{2}$
$\mathbb{Z}_{>0}^2 (\mathbb{N}_{>0}^2)$	$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4x^2 + 4xy + 2y - 1$	$x = -\frac{1}{2}$ ; $y = -x + \frac{1}{2}$
$\mathbb{Z}_{>1}^2 (\mathbb{N}_{>1}^2)$	$\{a_{x,y}(1,1)\} = 4x^2 + 4xy - 12x - 2y + 5$	$x = \frac{1}{2}$ ; $y = -x + \frac{5}{2}$
$\mathbb{Z}_{>2}^2 (\mathbb{N}_{>2}^2)$	$\{a_{x,y}(2,2)\} = 4x^2 + 4xy - 24x - 6y + 27$	$x = \frac{3}{2}$ ; $y = -x + \frac{9}{2}$
...	...	...

## 2. The house of prime numbers

Choosing for convenience  $l = m = 0$ , the double sequences (1.1) and (1.2) are reduced respectively to:

$$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4xy + 2x + 2y + 1, \quad \{a_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8} \quad (2.1)$$

$$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4x^2 + 4xy + 2y - 1, \quad \{a_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8} \quad (2.2)$$

For greater visual clarity of the structure drawn by the composite numbers, we place the sequences 2.1 and 2.2 equal to  $d_n = 2n + 1$  with  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  (the sequence of odd numbers greater than 1), from which we get:

$$\{n_{x,y}(0,0)\} = 2xy + x + y, \quad \{n_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>3} \quad (2.3)$$

$$\{n_{x,y}(0,0)\} = 2x^2 + 2xy + y - 1, \quad \{n_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>3} \quad (2.4)$$

We therefore want to verify for which values of  $n$  we obtain composite  $d_n$  and graph these values.

From (2.3), as  $y = 1, 2, 3, \dots, k$  varies, we deduce the following sequences:

$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=1}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * 1 + x + 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{3x + 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{4, 7, 10, 13, \dots\}$$

$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=2}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * 2 + x + 2\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{5x + 2\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7, 12, 17, 22, \dots\}$$

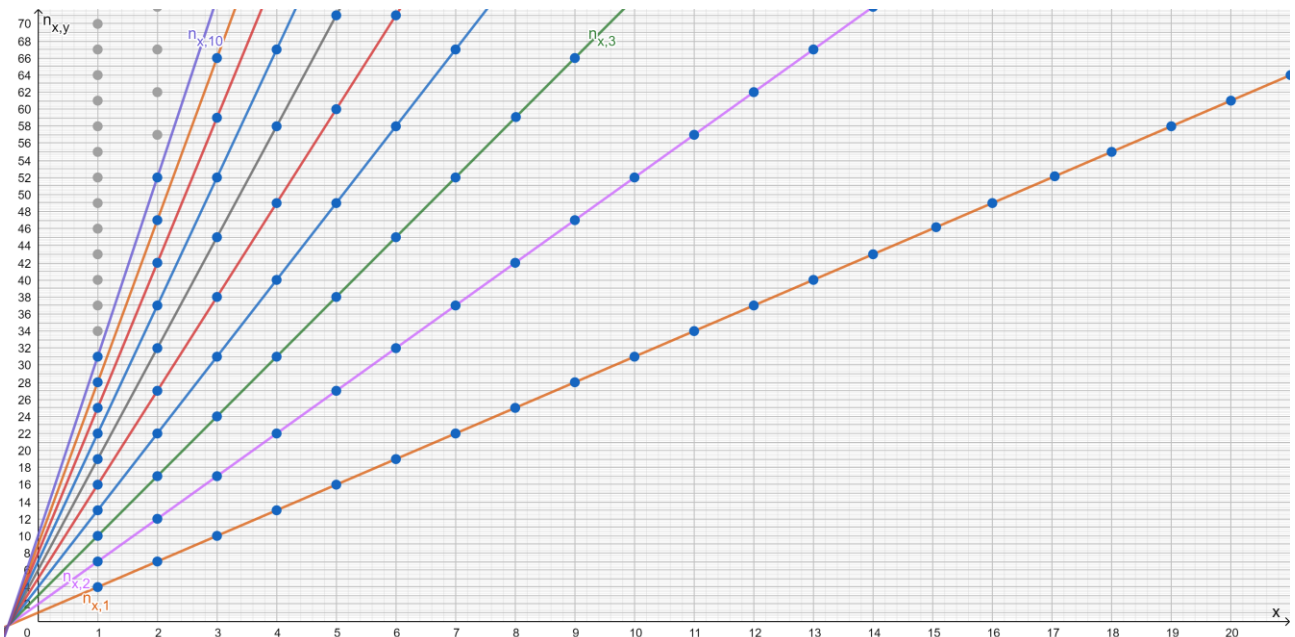
$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=3}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * 3 + x + 3\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7x + 3\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{10, 17, 24, 31, \dots\}$$

...

$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=k}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * k + x + k\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2k + 1)x + k\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(3k + 1), (5k + 2), (7k + 3), (9k + 4), \dots\}$$

Of course, in the case of (2.3) it does not matter if the sequences are generated by  $\{\{n_{x,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  or  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , since the sequences obtained are exactly the same.

Graph 1 shows the structure created by the first 10 sequences whose terms, remember, are the values of  $n$  that identify composite  $d_n$ .



**Graph 1** - SEQUENCES  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2y + 1)x + y\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  OF  $n \mid d_n$  IS A COMPOSITE NUMBER

The structure is not random and is based on very precise **regularities**, more visible if we observe the sequences placed in correspondence to the single integer values of the x-axis.

In fact, the regularities can be observed on the sequences  $\{\{n_{x,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  (straight lines) and  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ .

As regards the sequences  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2y + 1)x + y\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$ , the numbers  $n$  that identify composite  $d_n$  follow each other every  $2y + 1$  unit of  $n$  starting from  $n$  equal to  $3y + 1$ . In analogous way, as regards the sequences  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + x\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , the numbers  $n$  that identify composite  $d_n$  follow each other every  $2x + 1$  unit of  $n$  starting from  $n$  equal to  $3x + 1$ . Of course, the law that describes these regularities is represented by (2.3).

With regard to (2.4), the different sequences of numbers  $n$  that identify composite  $d_n$  can be shown by two distinct graphs: one by first varying  $y = 1, 2, 3, \dots, k$  and the other by first varying  $x = 1, 2, 3, \dots, k$ .

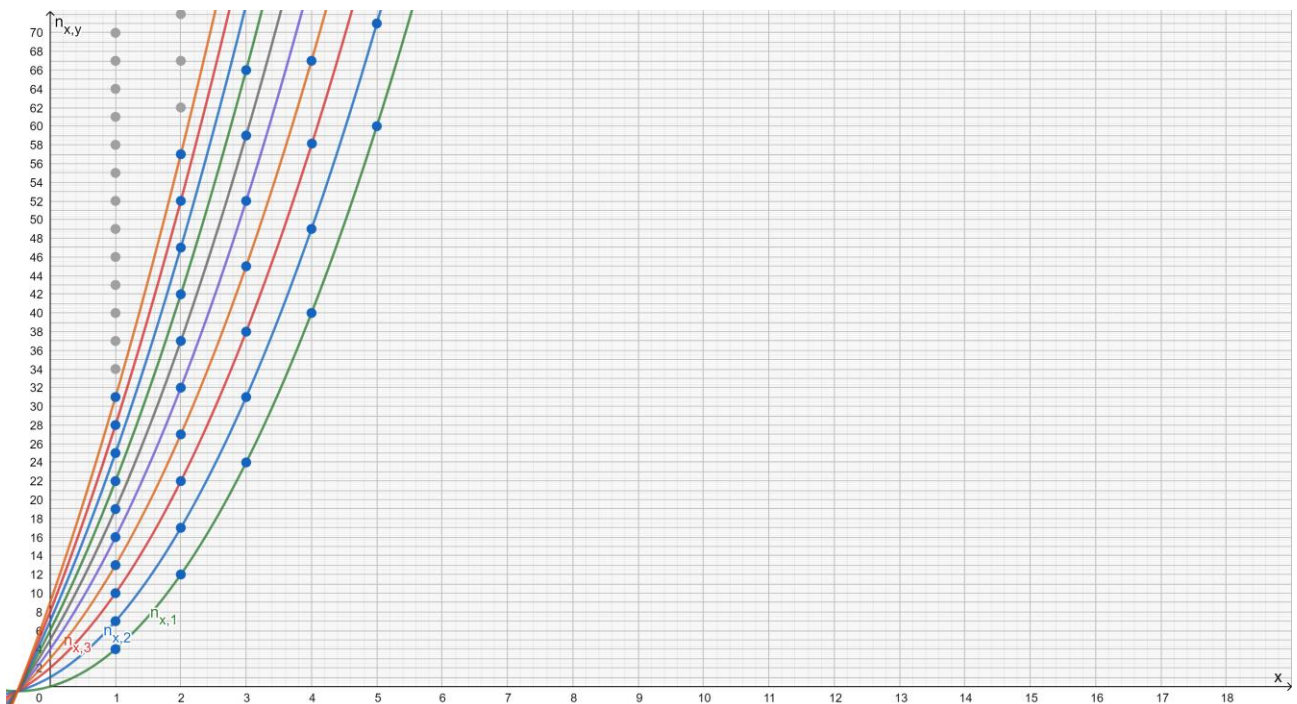
By first varying  $y = 1, 2, 3, \dots, k$  we get the following sequences:

$$\begin{aligned} \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=1}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * 1 + 1 - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 2x\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{4, 12, 24, 40, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=2}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * 2 + 2 - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 4x + 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7, 17, 31, 49, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=3}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * 3 + 3 - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 6x + 2\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{10, 22, 38, 58, \dots\} \\ &\dots \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=k}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * k + k - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 2kx + k - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \\ &= \{(3k + 1), (5k + 7), (7k + 17), (9k + 31), \dots\} \end{aligned}$$

Instead, by first varying  $x = 1, 2, 3, \dots, k$  we get the sequences:

$$\begin{aligned} \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=1}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * 1^2 + 2 * 1 * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{3y + 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{4, 7, 10, 13, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=2}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * 2^2 + 2 * 2 * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{5y + 7\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{12, 17, 22, 27, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=3}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * 3^2 + 2 * 3 * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7y + 17\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{24, 31, 38, 45, \dots\} \\ &\dots \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=k}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * k^2 + 2 * k * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2k + 1)y + (2k^2 - 1)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \\ &= \{(2k^2 + 2k), (2k^2 + 4k + 1), (2k^2 + 6k + 2), (2k^2 + 8k + 3), \dots\} \end{aligned}$$

However, the structure in which the prime numbers find their place is best expressed by the sequences that are generated by first varying  $y = 1, 2, \dots, k$ , rather than  $x = 1, 2, \dots, k$ . The branches of the parabola that are generated allow us to immediately grasp where "the prime numbers live" (Graph 2).



**Graph 2** - SEQUENCES  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + (2y)x + (y - 1)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  OF  $n \mid d_n$  IS A COMPOSITE NUMBER

Also in this case, the structure is based on very precise **regularities**, both on the sequences  $\{\{n_{x,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  and  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , the latter in correspondence with the integer values of  $x$  reported on the abscissa axis.

In particular, regarding  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + (2y)x + (y - 1)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  (the paraboles), the numbers  $n$  identifying composite  $d_n$  always start from  $3y + 1$ , but follow each other with a regularity that is no longer constant as seen previously (+3 units of  $n$  for the first sequence, +5 units of  $n$  for the second sequence, etc.), but follow a recursive law according to which each interval between two numbers  $n$  identifying composite  $d_n$  is equal to the length of the previous interval plus 4 units of  $n$ .

As for the sequences  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + (2x^2 - 1)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , i.e. those that are highlighted in correspondence with the single integer values of  $x$ , the composite  $d_n$  are identified by those values of  $n$  which, starting from  $n$  equal to  $2x^2 + 2x$ , follow each other every  $2x + 1$  unit of  $n$ .

Of course, the law describing these regularities is (2.4).

Also, looking at graph 2 - in addition to deducing the loneliness that characterizes primes particularly large and the way they move further and further away from each other - it would be tempting to argue, if the opposite had not already been amply demonstrated, that there are not infinitely many primes.

### 3. The Riemann hypothesis

Returning to the results obtained, first of all we highlight some coincidences with the Riemann conjecture. In fact, the zeta function was studied by Riemann in the context of complex numbers with real part greater than 1 and is based on the assumption that non-trivial zeros are distributed around the real line  $x = \frac{1}{2}$ , the same that verifies  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 0$  when  $l = m = 1$ , i.e. when  $x$  and  $y$  are greater than 1, both in the first and in the second double sequences<sup>2</sup>. Of course we are talking about different things but in some ways complementary, since the zeta function is formed only by prime numbers and  $a_{x,y}(l, m)$  which, for  $x > l$  and  $y > m$  generates only non-prime numbers<sup>3</sup>.

Regardless of any coincidences, in this paper we have shown, both analytically and graphically, how the odd composite numbers are distributed. A distribution that follows very specific regularities.

Since composite numbers are distributed with regularity and are complementary to primes, then also the primes are distributed with regularity. The Riemann conjecture - understood, on the basis of non-trivial zeros, as a harmonic and non-random distribution of prime numbers - is therefore true.

However, if we exclude the set of composite numbers and analyse the distribution of primes separately, then, lacking the support of composite numbers and their complementarity, we could no longer argue that the distribution of prime numbers is regular. In fact, they show a distribution whose only certainty is that they become increasingly "rarefied" as the digits considered increase. The Riemann conjecture is therefore false.

**In conclusion, the Riemann hypothesis is true only if analysed together with the composite numbers, otherwise it is false.** We therefore deduce that it is impossible to prove that the non-trivial zeros of the Riemann function are distributed around the real line  $x = \frac{1}{2}$ , since the zeta function is constructed in such a

<sup>2</sup> In reality the second double sequence is verified for per  $x = \frac{1}{2}$ , but also for  $y = -x + \frac{5}{2}$ .

<sup>3</sup> It should be remembered that - fixed  $l, m$  -  $\{a_{x,y}(l, m)\}$  identifies sequences of not-prime numbers also for certain values of  $x \leq l$  and  $y \leq m$ , as well as that sequence consisting of all odd numbers and therefore also primes.



way as to be formed by only prime numbers, without having the support of composite numbers. At the same time it is impossible to prove its falsity, since non-trivial zeros will always be placed on the line  $x = \frac{1}{2}$ , due to the complementarity of prime numbers with "true regular" composite numbers. Identical conclusions, albeit with a different approach, emerge from [15].

**It could be closed by saying that the Riemann hypothesis is "falsely true".**

## 4. Conclusion

We want to conclude this paper with considerations that refer above all to Greek mythology, according to which "*In the beginning was the Chaos*" from which the order (the Cosmos) arose which did not erase the Chaos but coexists in balance with it. A thought also present in Chinese and Indian mythology or in the ancient Egyptian cosmology [16].

A thought taken up, among others, by Friedrich Nietzsche - with the contrast of the Apollonian spirit and the Dionysian one to describe the birth of the Greek tragedy - and which in the last few decades has inspired and opened new paths in many areas of the natural and human sciences. Consider, for example:

- the "*principle of order from noise*" by Heinz von Foerster [17], the "*Complexity from noise*" by Henri Atlan [18], the concept of "*Self-Organization*" by Ross Ashby [19], according to which some complex systems are able to develop ordered structures from locally chaotic situations;
- the new developments of Thermodynamics with "*order through fluctuations*" [20] by Gregoire Nicolis or "*order out of chaos*" by Ilya Prigogine [21], according to which order could and should coexist with disorder, be complementary to it.
- some aspects of the recent Chaos Theory. A Theory that, among other things, sees the possible presence of deterministic bases even in those phenomena that show a random trend (*deterministic chaos*) [22] and that paints chaos as a set of signals that are halfway between "a regular and predictable trend and an accidental and unpredictable one" [23].

The characteristics of prime numbers and composite numbers seem to find a good correspondence with many of the concepts mentioned above.

**We can imagine the disorder of prime numbers as the representation not of randomness, but of chaos<sup>4</sup>, from which the order of composite numbers originates, which in turn explains the chaos of prime numbers. In a complementary relationship, the order of composite numbers and the chaos of prime numbers coexist in equilibrium in the set of natural numbers, almost in mutualistic symbiosis.**

Without the chaos of prime numbers there cannot exist the order of composite numbers and in general the order that characterizes arithmetic and perhaps the whole of mathematics, with its rules and all that mathematics itself can represent, including chaos of the prime numbers represented in this paper.

Find a simple formula (without factorials, summations, logarithms, etc.) that can describe all prime numbers would be finding the formula from which mathematics was generated, a contradiction. Perhaps, as the Pythagoreans maintained, everything originates from the number 1, or rather the unit, from which the chaos of prime numbers has perhaps been generated, from which in turn arose the order of composite numbers and of all mathematics. **A sort of big bang, where Arithmetic can be understood as the numerical representation of the origin and evolution of the universe.**

---

<sup>4</sup> Intended as a set of signals that are placed halfway between "*a regular and predictable trend and an accidental and unpredictable one*" [23].

## Annex 1. Some definitions

Returning to Earth, by exploiting the two double sequences (1.1) and (1.2) we can formally represent an Odd prime number, a Sequence of odd prime numbers, as well as a Set of odd prime numbers. For further definitions, see [14] from which this work has been drawn.

### DEFINITION A1.1 - REPRESENTATION OF AN ODD PRIME NUMBER AND A SEQUENCE OF ODD PRIME NUMBERS

Let:  $\{d_n\} = 2n + 1$  con  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  (The sequence of infinite odd numbers greater than 1)  
 Fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$ .  
 Let:  $x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}$   
 Let:  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$ ,  $\{a_{x,y}(l, m)\} : \mathbb{Z}_{x>l, y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$   
 (The infinite sequences of infinite composite odd numbers)  
 Let:  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$  (Or in an equivalent way:  
 $2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) \leq n$ ;  $x \leq \frac{n+(2l-1)y+(l+m-2lm)}{2y+(1-2m)}$ ;  $y \leq \frac{n+(2m-1)x+(l+m-2lm)}{2x+(1-2l)}$ )  

$$d_n \text{ is prime} \Leftrightarrow \nexists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n$$
 (but also:  $n$  identifies a  $d_n$  prime  $\Leftrightarrow \nexists 2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) = n \forall x, y, n$ )  
 Or  

$$d_n \text{ is composite} \Leftrightarrow \exists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n; \text{ else } d_n \text{ is prime}$$
 (but also:  $n$  identifies a  $d_n$  composite  $\Leftrightarrow \exists 2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) = n, \forall x, y, n$ ;  
 else  $n$  identifies a  $d_n$  prime)  
 Let:  $I_P(d_n) = \begin{cases} 1, & \text{If } d_n \text{ is prime} \\ 0, & \text{If } d_n \text{ is composite} \end{cases} \quad \forall d_n$  (The indicator function equal to 1 when  $d_n$  is a prime number)  

$$G_E(d_n) = \frac{d_n}{I_P(d_n)} = \begin{cases} \text{Undefined, if } I_P(d_n) = 0 \\ d_n, & \text{if } I_P(d_n) = 1 \end{cases} \quad \forall d_n, \text{ defines the sequence of prime numbers greater than 2.}$$

### DEFINITION A1.2 - REPRESENTATION OF AN ODD PRIME NUMBER AND A SEQUENCE OF ODD PRIME NUMBERS

Let:  $\{d_n\} = 2n + 1$  con  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  (The sequence of infinite odd numbers greater than 1)  
 Fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$   
 Let:  $x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}$   
 Let  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$ ,  $\{a_{x,y}(l, m)\} : \mathbb{Z}_{x>l, y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$   
 (The infinite sequences of infinite composite odd numbers)  
 Let:  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$  (Or in an equivalent way:  $2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) \leq n$ ;  
 $\frac{2l+m-y-\sqrt{y^2-(2m+2)y+m^2+2m+2+2n}}{2} \leq x \leq \frac{2l+m-y+\sqrt{y^2-(2m+2)y+m^2+2m+2+2n}}{2}$ ;  $y \leq \frac{n-2x^2+(4l+2m)x-2l^2-2lm+m+1}{2x+1-2l}$ )  

$$d_n \text{ is prime} \Leftrightarrow \nexists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n$$
 (but also:  $n$  identifies a  $d_n$  prime  $\Leftrightarrow \nexists 2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) = n \forall x, y, n$ )  
 Or  

$$d_n \text{ is composite} \Leftrightarrow \exists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n; \text{ else } d_n \text{ is prime}$$
 (but also:  $n$  identifies a  $d_n$  composite  $\Leftrightarrow \exists 2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) = n, \forall x, y, n$ ;  
 else  $n$  identifies a  $d_n$  prime)  
 Let:  $I_P(d_n) = \begin{cases} 1, & \text{If } d_n \text{ is prime} \\ 0, & \text{If } d_n \text{ is composite} \end{cases} \quad \forall d_n$  (The indicator function equal to 1 when  $d_n$  is a prime number)  

$$G_E(d_n) = \frac{d_n}{I_P(d_n)} = \begin{cases} \text{Undefined, if } I_P(d_n) = 0 \\ d_n, & \text{if } I_P(d_n) = 1 \end{cases} \quad \forall d_n, \text{ defines the sequence of prime numbers greater than 2.}$$

### DEFINITION A1.3 - REPRESENTATION OF A SET OF ODD PRIME NUMBERS

Fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$   
 Let:  $n \in \mathbb{N}_{>0}$   
 Let:  $x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}$   
 Let:  $A = \{z \in \mathbb{N}_{>2} \mid z = 2n + 1\}$   
 Let:  $B = \{z \in \mathbb{N}_{>8} \mid z = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)\}$   
 or  
 Let:  $B = \{z \in \mathbb{N}_{>8} \mid z = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)\}$   

$$\text{The set } A - B = \{z \mid z \in A \wedge z \notin B\} \text{ defines the set of infinite odd prime numbers.}$$



## Annex 2. Primality test and Polynomial sieve

In this annex we want to verify the efficiency of the two double sequences for the primality test, and in particular the number of checks to be carried out to verify that an odd number is also prime. Given  $d_n = 2n + 1$ , we exploit the following condition

$$a_{x,y}(l, m) \leq d_n \quad (\text{A2.1})$$

reported in definitions A1.1 and A1.2 of Annex 1, functional to avoid an infinite search if  $d_n$  is a prime number, but also to narrow the search if  $d_n$  is a composite number.

Furthermore, from the condition A2.1 emerge further equivalent conditions. In particular, fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$ , with reference to the two double sequences we have the following equivalent conditions:

Sequence (1.1):  $a_{x,y}(l, m) = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$

Condition (A2.1):  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$ , hence the equivalent ones:

$$2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) \leq n \quad (\text{A2.2})$$

$$x \leq \frac{n + (2l - 1)y + (l + m - 2lm)}{2y + (1 - 2m)} \quad (\text{A2.3})$$

$$y \leq \frac{n + (2m - 1)x + (l + m - 2lm)}{2x + (1 - 2l)} \quad (\text{A2.4})$$

Sequence (1.2):  $a_{x,y}(l, m) = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$

Condition (A2.1):  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$ , hence the equivalent ones:

$$2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) \leq n \quad (\text{A2.5})$$

$$\frac{2l + m - y - \sqrt{y^2 - (2m + 2)y + m^2 + 2m + 2 + 2n}}{2} \leq x \leq \frac{2l + m - y + \sqrt{y^2 - (2m + 2)y + m^2 + 2m + 2 + 2n}}{2} \quad (\text{A2.6})$$

$$y \leq \frac{n - 2x^2 + (4l + 2m)x - 2l^2 - 2lm + m + 1}{2x + 1 - 2l} \quad (\text{A2.7})$$

Of course, together with the conditions posed and fixed  $l, m \in \mathbb{Z}$ ,

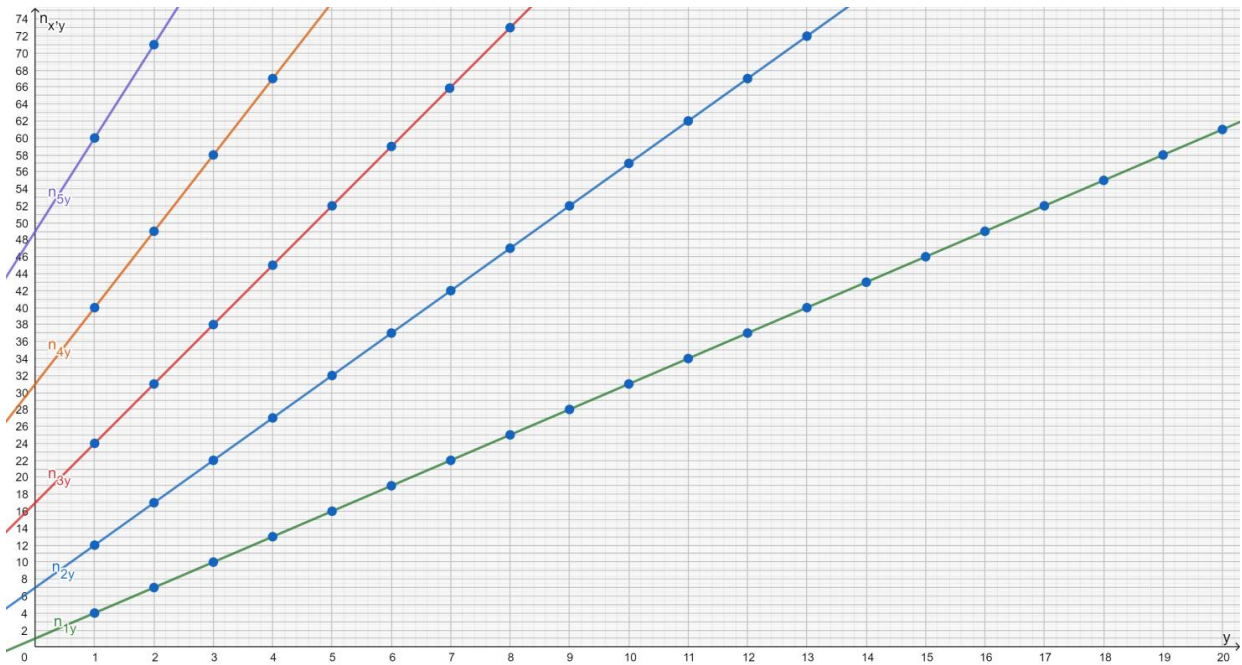
- $d_n$  is prime  $\Leftrightarrow \nexists a_{x,y}(l, m) = d_n, \forall x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}, n \in \mathbb{N}_{>0}$ , or in an equivalent way:
  - $n$  identifies a  $d_n$  prime  $\Leftrightarrow \nexists 2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) = n$
  - $n$  identifies a  $d_n$  prime  $\Leftrightarrow \nexists 2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) = n$

Compared to the canonical method, which on a generic odd number  $d_n = 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}_{>0}$  provides a quantity of checks equal to the total of the odd numbers between 3 (inclusive) and  $\lceil \sqrt{d_n} \rceil$ , we can verify that the use of the sequence (1.1) leads to results less efficient. The results are instead completely identical to the canonical method if we use sequence (1.2) and in particular the one in which we first vary  $x$ , namely  $\{\{n_{x,y}(l, m)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  whose number of controls (sequences to be checked) is described by 3.2.2.

For example, we want to verify the number of checks to be done for the primality test on the number  $d_n = 123.456.789$ . In this case, always fixing for convenience  $l = m = 0$ , the condition (A2.6) reduces to  $1 \leq x \leq \frac{-y + \sqrt{y^2 - 2y + 2 + 2n}}{2}$  which, in the worse hypothesis  $y = 1$ , requires the verification of a number of sequences equal to  $1 \leq x \leq 5.555$ , completely identical to those suggested by the canonical method, that is  $\frac{\lceil \sqrt{123.456.789} \rceil}{2} = 5.555$ .

After all, the use of polynomials for the primality test opens up **new scenarios**.

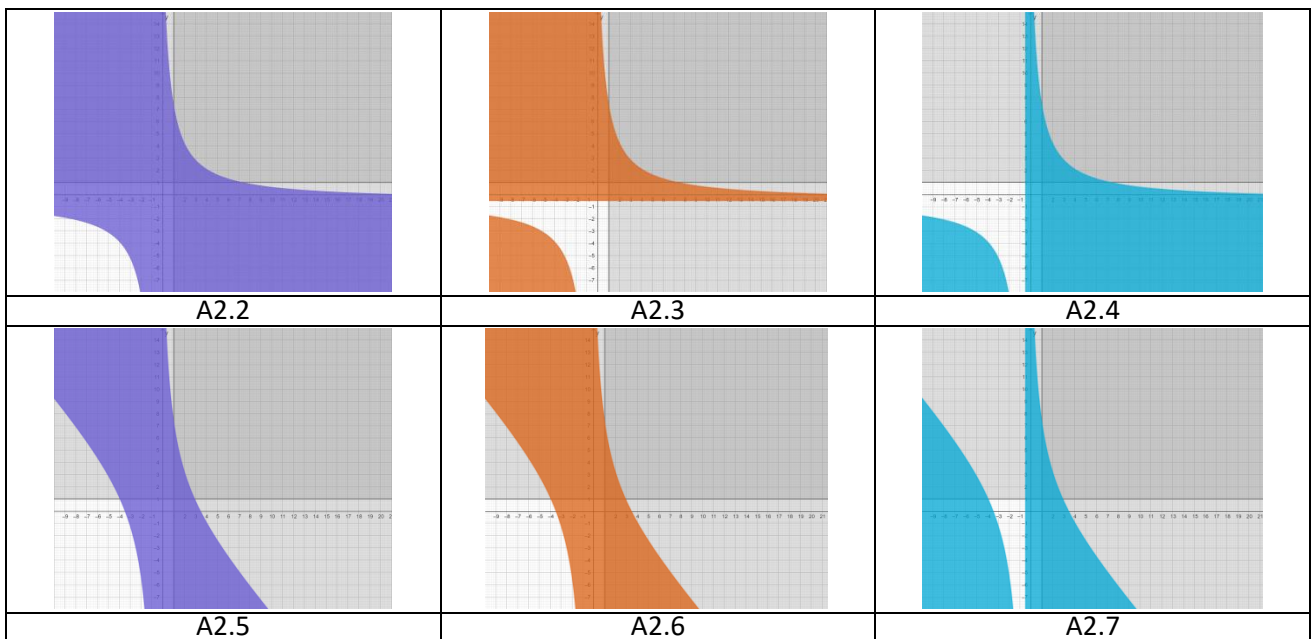
Below, the graph  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + (2x^2 - 1)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  referring to the first 5 sequences. Previously it was omitted because the regularities are less evident, but it is fundamental for the primality test and in particular to determine the number of sequences to be verified.



**Graph 3** – SEQUENCES  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + (2x^2 - 1)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  OF  $n \mid d_n$  IS A COMPOSITE NUMBER

For example, the number  $d_n = 47$  from which  $n = 23$  and  $x \leq 2.9$ , requires to carry out checks only on the first 2 sequences:  $n_{1,y} = 3y + 1$  and  $n_{2,y} = 5y + 7$ . Of course, there are no integer values of  $y > 0$  such as to verify the equalities  $3y + 1 = 23$  or  $5y + 7 = 23$  and therefore 47 is a prime number.

Fixed  $n = 23$ , as well as  $l = m = 0$  and therefore  $x, y \in \mathbb{Z}_{>0}$ , we report the graphs 4 relating to conditions A2.2, A2.3, A2.4, as well as A2.5, A2.6, A2.7.



**Graph 4** – CONDITIONS A2.2 - A2.7, FIXED  $n = 23$  AND  $l = m = 0$

Finally, given a sequence  $d_n = 2n + 1$ , with  $n \in \mathbb{N}_{>0}$ , of odd numbers greater than 1, if we first exclude those values of  $n$  obtained from the sequence  $\{n_{1,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  i.e. 4, 7, 10, ..., then those obtained from the sequence  $\{n_{2,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  i.e. 12, 17, 22, ..., then those of the sequence  $\{n_{3,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  etc., then what remains is the infinite sequence of odd numbers  $d_n$  primes.

It is a sort of **Eratosthenes sieve, but more efficient, based on polynomials.**

## References

- [1] J. Derbyshire, *Prime Obsession: Bernhard Riemann and the Greatest Unsolved Problem in Mathematics*, Joseph Henry Press, (2003).
- [2] E. Gracian, *I numeri primi. Un lungo cammino verso l'infinito*, RBA Italia S.r.l., (2018).
- [3] P. Martinson, *Observations on the Regularity of Prime Number Distribution*, ASSA-No14 p.80-85 Ver. 2.2, (8 June 2005).
- [4] M.L. Stein, S.M. Ulam, and M.B. Wells, *A visual display of some properties of the distribution of primes*, American Mathematical Monthly 71(May):516-520, (1964).
- [5] Wikipedia: *Formulas for primes*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Formula\\_for\\_primes](https://en.wikipedia.org/wiki/Formula_for_primes)
- [6] M. Berezowski, *Chaotic distribution of prime numbers and digits of  $\pi$* , SSRN Electronic Journal, (2019).
- [7] A. Bershardskii, *Hidden Periodicity and Chaos in the Sequence of Prime Numbers*, Advances in Mathematical Physics, Article ID 519178, 8 pages, (2011).
- [8] E. Bogomolny, *Riemann zeta function and quantum chaos*, Progress of Theoretical Physics, 166, pp. 19–44, (2007).
- [9] T. Timberlake and J. Tucker, *Is there quantum chaos in the prime numbers?*, Bulletin of the American Physical Society, vol. 52, p. 35, (2007).
- [10] H. Iwaniec *Almost-primes represented by quadratic polynomials*. Invent. Math., 47(2):171–188, (1978).
- [11] M. Wolf, F. Wolf. *Representation theorem of composite odd numbers indices*. SCIREA Journal of Mathematics, Journal of Mathematics 3(3), pp.106-117. hal-01832624, (2018).
- [12] M. Wolf, F. Wolf, F.X. Villemin. *On the distribution of composite odd numbers*. Fundamental Research and Development International, 10 (2), pp.39-55. hal-01865904, (2018).
- [13] R.G. Lanzara, *The Odd Composite Numbers Part I - Preprint* · (September 2020) <https://www.researchgate.net/publication/344014371>
- [14] F. Romagnoli, *Notes on prime numbers: regularity on composite numbers, formal representations and Riemann hypothesis*, Preprint V.1 - DOI: 10.13140/RG.2.2.26236.46728 (January 2022), Preprint V.2 - <https://vixra.org/pdf/2201.0002v2.pdf> (may 2022).
- [15] Craig A. Feinstein, *The Riemann Hypothesis is Unprovable*, arXiv:math/0309367 (v4 Nov. 2011).
- [16] G. Villani, *Caos e ordine*, Scienza in Rete, (2011) <https://www.scienzainrete.it/articolo/caos-e-ordine/giovanni-villani/2011-03-28>
- [17] H. Von Foerster, *On self-organizing systems and their environments*, pp. 31–50 in Self-organizing systems. M.C. Yovits and S. Cameron (eds.), Pergamon Press, London, (1960).
- [18] H. Atlan, *Entre le cristal et la fumée: Essai sur l'organisation du vivant*, Seuil (1979).
- [19] W.R. Ashby, *Principles of the self-organizing system*, pp. 255–278 in Principles of Self-Organization. Heinz von Foerster and George W. Zopf, Jr. (eds.) U.S. Office of Naval Research, (1962).
- [20] G. Nicolis, and I. Prigogine, *Self-organization in non equilibrium systems: From dissipative structures to order through fluctuations*, Wiley, (1977).
- [21] I. Prigogine, and I. Stengers, *Order out of chaos: Man's new dialogue with nature*, Bantam Books. (1984).
- [22] A. Vulpiani, *Caos deterministico*, Enciclopedia della Scienza e della Tecnica, Treccani, (2007).
- [23] M.C. Catone, *La teoria del caos nelle scienze sociali*, PhD thesis, Firenze, (2010-2012).

## Introduzione

Si è scelto di intitolare questo paper “*La caotica casa dei numeri primi e l’indimostrabile ipotesi di Riemann*” poiché l’obiettivo è di fotografare la struttura nella quale i numeri primi trovano posto (la casa appunto), di analizzare le risultanze ottenute nel contesto dell’ipotesi di Riemann [1], risultanze che attestano la sua non verificabilità, infine, di porre l’accento sulla distribuzione dei numeri primi, una distribuzione non casuale [2-5], non regolare [6-9], ma caotica e generatrice di ordine.

Sfruttando la complementarietà dell’insieme dei numeri primi con quello dei numeri composti, è possibile fotografare la struttura nella quale trovano posto i numeri primi utilizzando la struttura ordinata dei numeri composti [10-13].

Quest’ultima è infatti descritta da due famiglie di successioni a due indici  $(x, y)$  definite in  $\mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  e le cui espressioni analitiche cambiano a seconda di come vengano scelti i parametri  $l, m \in \mathbb{Z}$ . Tali successioni a due indici sono state individuate in un precedente lavoro [14], qui sintetizzato, partendo dalla semplice tavola pitagorica, escludendo da essa i numeri pari e comparando le diverse successioni aritmetiche poste in corrispondenza di ciascuna riga (o colonna) della matrice a partire dal secondo elemento della successione. Sono inoltre presenti delle rappresentazioni grafiche che mostrano con chiarezza le regolarità che caratterizzano i numeri dispari composti, nonché i posti da essi lasciati liberi dove trovano “casa” i numeri primi.

E’ possibile quindi fare luce sulla distribuzione dei numeri primi e avvalorare e al contempo contraddire un particolare aspetto della congettura di Riemann, ovvero quello secondo il quale i numeri primi si distribuiscano con regolarità. Segue la tesi secondo cui l’ipotesi di Riemann sia impossibile da dimostrare o da smentire a causa della natura “falsamente ordinata” dei numeri primi.

La loro natura non è infatti né ordinata né casuale, ma caotica e generatrice di ordine, quello vero dei numeri composti che, per via della loro complementarietà con i numeri primi, fanno sembrare ordinati anche questi ultimi. Queste le conclusioni.

Il paper si chiude con due allegati. Nel primo, utilizzando le due successioni di cui sopra e facendo riferimento ai soli numeri dispari, vengono riportate due definizioni di primalità e di successioni di numeri primi, nonché una definizione di insieme di numeri primi. Nel secondo, viene valutata l’efficienza delle due successioni ai fini della primalità e viene proposto un crivello polinomiale.

## 1. La distribuzione dei numeri dispari composti

La distribuzione dei numeri dispari composti viene descritta da due famiglie di polinomi (iperboli) di II grado - caratterizzate da due indeterminate  $(x, y)$  con coefficienti e termine noto interi - le cui valutazioni, per fissati valori di  $l, m \in \mathbb{Z}$  e per ogni  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$  (oppure  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$ ), generano infinite successioni formate, al variare  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$  (oppure di  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$ ), da infiniti numeri dispari<sup>5</sup> composti.

In altre parole, sono due famiglie di successioni a due indici  $(x, y)$  definite in  $\mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  e le cui espressioni analitiche cambiano a seconda di come vengano scelti i parametri  $l, m \in \mathbb{Z}$ .

Fissati  $l, m \in \mathbb{Z}$ , le due famiglie di successioni a due indici  $\{a_{x,y}(l, m)\}$  hanno dominio, espressione analitica e luogo geometrico dei punti per i quali  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 0$  come di seguito riportato.

---

<sup>5</sup> Si è scelto di limitare l’analisi ai soli numeri dispari ma, se si estende il dominio a  $\mathbb{Q}$  (in particolare ai numeri dispari rapportati a 2), si possono generare anche i composti pari.

Dominio	Espressione analitica	$a_{x,y}(l, m) = 0$	
$x \in \mathbb{Z}_{>l}$ $y \in \mathbb{Z}_{>m}$	$\{a_{x,y}(l, m)\} = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$	$x = -\frac{1 - 2l}{2}$ ; $y = -\frac{1 - 2m}{2}$	(1.1)
per fissati $l, m \in \mathbb{Z}$	$\{a_{x,y}(l, m)\} = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$	$x = -\frac{1 - 2l}{2}$ ; $y = -x + \frac{2l + 2m + 1}{2}$	(1.2)

Maggiori dettagli sul metodo utilizzato e sui parametri delle due iperboli sono riportati in [14]. Le risultanze ottenute sembrano inoltre generalizzare alcuni contributi [10-13] presenti in letteratura sulla distribuzione dei numeri composti. Riguardo infine al test di primalità, si segnala anticipatamente una maggiore efficienza della successione (1.2) rispetto alla (1.1) (Allegato 2).

E' possibile quindi enunciare i seguenti due teoremi:

**TEOREMA 1.1** Fissati  $l, m \in \mathbb{Z}$ . Per ogni  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$  (oppure  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$ ),  $a_{x,y}(l, m) : \mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  con  $a_{x,y}(l, m) = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$  genera infinite successioni formate, al variare di  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$  (oppure  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$ ), da infiniti numeri dispari composti.

**TEOREMA 1.2** Fissati  $l, m \in \mathbb{Z}$ . Per ogni  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$  (oppure  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$ ),  $a_{x,y}(l, m) : \mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$  con  $a_{x,y}(l, m) = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$  genera infinite successioni formate, al variare di  $y \in \mathbb{Z}_{>m}$  (oppure  $x \in \mathbb{Z}_{>l}$ ), da infiniti numeri dispari composti.

Ponendo per comodità  $l = m$ , si mostrano qui di seguito alcune successioni a due indici che si possono generare dalla (1.1) e (1.2).

**Tabella 1** - Alcune successioni a due indici che si possono generare dalla (1.1) con  $l = m$

Dominio	Espressione analitica di $\{a_{x,y}(l, m)\}$ , con $l = m$	$a_{x,y}(l, m) = 0$
...	...	...
$\mathbb{Z}_{>-2}^2$	$\{a_{x,y}(-2, -2)\} = 4xy + 10x + 10y + 25$	$x = -\frac{5}{2}$ ; $y = -\frac{5}{2}$
$\mathbb{Z}_{>-1}^2 (\mathbb{N}_{>-1}^2)$	$\{a_{x,y}(-1, -1)\} = 4xy + 6x + 6y + 9$	$x = -\frac{3}{2}$ ; $y = -\frac{3}{2}$
$\mathbb{Z}_{>0}^2 (\mathbb{N}_{>0}^2)$	$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4xy + 2x + 2y + 1$	$x = -\frac{1}{2}$ ; $y = -\frac{1}{2}$
$\mathbb{Z}_{>1}^2 (\mathbb{N}_{>1}^2)$	$\{a_{x,y}(1,1)\} = 4xy - 2x - 2y + 1$	$x = \frac{1}{2}$ ; $y = \frac{1}{2}$
$\mathbb{Z}_{>2}^2 (\mathbb{N}_{>2}^2)$	$a_{x,y}\{a_{x,y}(2,2)\} = 4xy - 6x - 6y + 9$	$x = \frac{3}{2}$ ; $y = \frac{3}{2}$
...	...	...

**Tabella 2** - Alcune successioni a due indici che si possono generare dalla (1.2) con  $l = m$

Dominio	Espressione analitica di $\{a_{x,y}(l, m)\}$ , con $l = m$	$a_{x,y}(l, m) = 0$
...	...	...
$\mathbb{Z}_{>-2}^2$	$\{a_{x,y}(-2, -2)\} = 4x^2 + 4xy + 24x + 10y + 35$	$x = -\frac{5}{2}$ ; $y = -x - \frac{7}{2}$
$\mathbb{Z}_{>-1}^2 (\mathbb{N}_{>-1}^2)$	$\{a_{x,y}(-1, -1)\} = 4x^2 + 4xy + 12x + 6y + 9$	$x = -\frac{3}{2}$ ; $y = -x - \frac{3}{2}$
$\mathbb{Z}_{>0}^2 (\mathbb{N}_{>0}^2)$	$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4x^2 + 4xy + 2y - 1$	$x = -\frac{1}{2}$ ; $y = -x + \frac{1}{2}$
$\mathbb{Z}_{>1}^2 (\mathbb{N}_{>1}^2)$	$\{a_{x,y}(1,1)\} = 4x^2 + 4xy - 12x - 2y + 5$	$x = \frac{1}{2}$ ; $y = -x + \frac{5}{2}$
$\mathbb{Z}_{>2}^2 (\mathbb{N}_{>2}^2)$	$\{a_{x,y}(2,2)\} = 4x^2 + 4xy - 24x - 6y + 27$	$x = \frac{3}{2}$ ; $y = -x + \frac{9}{2}$
...	...	...

## 2. La casa dei numeri primi

Scegliendo per comodità  $l = m = 0$ , le successioni a due indici (1.1) e (1.2) si riducono rispettivamente a:

$$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4xy + 2x + 2y + 1, \quad \{a_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8} \quad (2.1)$$

$$\{a_{x,y}(0,0)\} = 4x^2 + 4xy + 2y - 1, \quad \{a_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8} \quad (2.2)$$

Per una maggiore chiarezza visiva della struttura disegnata dai numeri composti, si eguagliano le successioni (2.1) e (2.2) a  $d_n = 2n + 1$  con  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  (la successione di numeri dispari maggiori di 1), da cui si ricava:

$$\{n_{x,y}(0,0)\} = 2xy + x + y, \quad \{n_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>3} \quad (2.3)$$

$$\{n_{x,y}(0,0)\} = 2x^2 + 2xy + y - 1, \quad \{n_{x,y}(0,0)\} : \mathbb{N}_{>0}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>3} \quad (2.4)$$

Si è scelto quindi di verificare per quali valori di  $n$  si ottengono  $d_n$  composti e di rappresentare graficamente detti valori.

Dalla (2.3), al variare di  $y = 1, 2, 3, \dots, k$  si ottengono le seguenti successioni:

$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=1}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * 1 + x + 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{3x + 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{4, 7, 10, 13, \dots\}$$

$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=2}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * 2 + x + 2\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{5x + 2\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7, 12, 17, 22, \dots\}$$

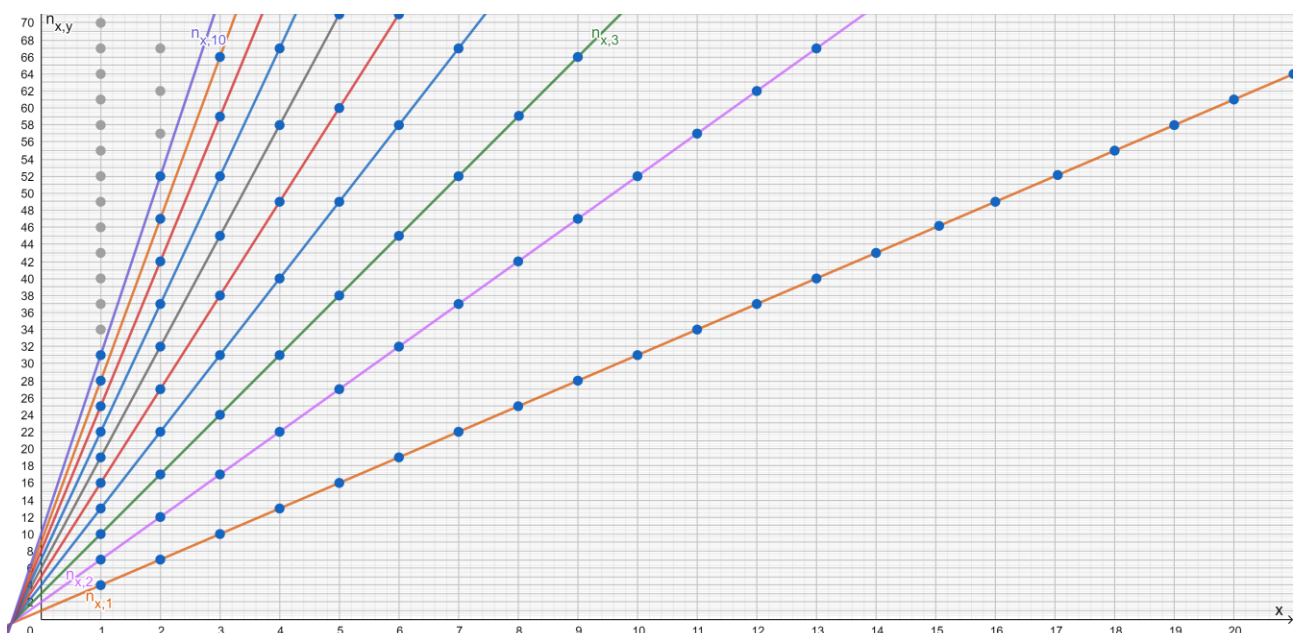
$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=3}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * 3 + x + 3\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7x + 3\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{10, 17, 24, 31, \dots\}$$

...

$$\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=k}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x * k + x + k\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2k + 1)x + k\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(3k + 1), (5k + 2), (7k + 3), (9k + 4), \dots\}$$

Naturalmente, nel caso della (2.3) è indifferente che le successioni siano generate da  $\{\{n_{x,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  oppure da  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , poiché quelle ottenute sono esattamente le stesse.

Il grafico 1 mostra la struttura creata dalle prime 10 successioni i cui termini, lo si ricorda, sono i valori di  $n$  che identificano  $d_n$  composti.



**Grafico 1 - SUCCSSIONI  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2y + 1)x + y\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  Di  $n \mid d_n$  E' UN NUMERO COMPOSTO**

La struttura non è casuale e si basa su delle **regolarità** ben precise, maggiormente visibili se si osservano le successioni in corrispondenza dei singoli valori interi riportati sull'asse delle ascisse  $x$ .



Infatti, le regolarità possono essere osservate sia sulle successioni  $\{\{n_{x,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  (le rette) che  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ .

Riguardo alle successioni  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2y + 1)x + y\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  i numeri  $n$  che identificano  $d_n$  composti si susseguono ogni  $2y + 1$  unità di  $n$ , a partire da  $n$  pari  $3y + 1$ . In modo del tutto analogo, riguardo alle successioni  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + x\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , ad identificare  $d_n$  composti sono quei valori di  $n$  che si susseguono ogni  $2x + 1$  unità di  $n$  a partire da  $n$  pari a  $3x + 1$ . Naturalmente, la legge che descrive queste regolarità è rappresentata dalla (2.3).

Relativamente alla (2.4), le diverse successioni di numeri  $n$  che generano  $d_n$  composti potrebbero essere messe in mostra da due distinti grafici: uno facendo variare prima  $y = 1, 2, 3, \dots, k$  e l'altro facendo variare prima  $x = 1, 2, 3, \dots, k$ .

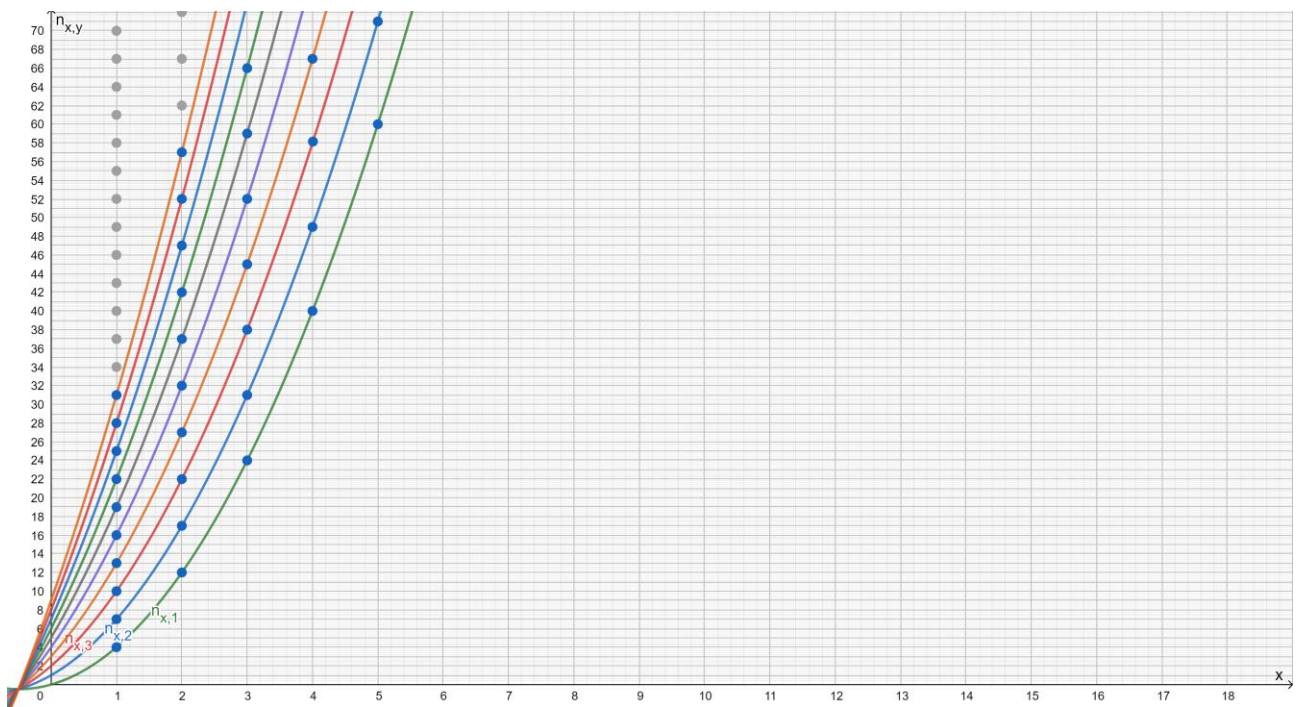
Facendo variare prima  $y = 1, 2, 3, \dots, k$  si ottengono le seguenti successioni:

$$\begin{aligned} \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=1}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * 1 + 1 - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 2x\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{4, 12, 24, 40, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=2}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * 2 + 2 - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 4x + 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7, 17, 31, 49, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=3}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * 3 + 3 - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 6x + 2\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{10, 22, 38, 58, \dots\} \\ &\dots \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y=k}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2x^2 + 2x * k + k - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + 2kx + k - 1\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \\ &= \{(3k + 1), (5k + 7), (7k + 17), (9k + 31), \dots\} \end{aligned}$$

Facendo variare prima  $x = 1, 2, 3, \dots, k$  si ottengono invece le successioni:

$$\begin{aligned} \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=1}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * 1^2 + 2 * 1 * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{3y + 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{4, 7, 10, 13, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=2}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * 2^2 + 2 * 2 * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{5y + 7\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{12, 17, 22, 27, \dots\} \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=3}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * 3^2 + 2 * 3 * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{7y + 17\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{24, 31, 38, 45, \dots\} \\ &\dots \\ \{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x=k}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} &= \{2 * k^2 + 2 * k * y + y - 1\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2k + 1)y + (2k^2 - 1)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \\ &= \{(2k^2 + 2k), (2k^2 + 4k + 1), (2k^2 + 6k + 2), (2k^2 + 8k + 3), \dots\} \end{aligned}$$

Tuttavia, la struttura nella quale trovano posto i numeri primi è meglio espressa dalle successioni che si generano facendo variare prima  $y = 1, 2, \dots, k$ , piuttosto che  $x = 1, 2, \dots, k$ . I rami di parabola che si generano permettono infatti di cogliere in modo immediato dove "vivono i numeri primi" (Grafico 2).



**Grafico 2 - SUCCESSIONI  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + (2y)x + (y - 1)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  DI  $n \mid d_n$  E' UN NUMERO COMPOSTO**

La struttura è anche in questo caso basata su delle **regolarità** ben precise, sia osservando le successioni  $\{\{n_{x,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  che  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , queste ultime in corrispondenza dei valori interi di  $x$  riportati sull'asse delle ascisse.

In particolare, riguardo a  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}} = \{2x^2 + (2y)x + (y - 1)\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}$  (le parabole), i numeri  $n$  che identificano  $d_n$  composti iniziano sempre da  $3y + 1$ , ma si susseguono con una regolarità non più costante come visto in precedenza (+3 unità di  $n$  per la prima successione, +5 unità di  $n$  per la seconda successione, etc.), bensì seguono una legge ricorsiva secondo la quale ogni intervallo tra due numeri  $n$  che identificano  $d_n$  composti è pari alla lunghezza dell'intervallo precedente più 4 unità di  $n$ .

Riguardo invece alle successioni  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + (2x^2 - 1)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , ovvero quelle che si evidenziano in corrispondenza dei singoli valori interi di  $x$ , ad identificare  $d_n$  composti sono quei valori di  $n$  che, a partire da  $n$  pari a  $2x^2 + 2x$ , si susseguono ogni  $2x + 1$  unità di  $n$ .

Naturalmente, la legge che descrive queste regolarità è la (2.4).

Inoltre, osservando il grafico 2 - oltre a desumere la solitudine che caratterizza i numeri primi particolarmente grandi e come questi si allontanano sempre più gli uni dagli altri - si sarebbe tentati di sostenere, se non fosse stato già ampiamente dimostrato il contrario, che i numeri primi non siano infiniti.

### 3. L'ipotesi di Riemann

Tornando ai risultati ottenuti, si segnalano innanzitutto alcune coincidenze con la congettura di Riemann. La funzione zeta è stata infatti studiata da Riemann nell'ambito di numeri complessi con parte reale maggiore di 1 e si basa sull'assunto che gli zeri non banali si distribuiscano intorno alla retta reale  $x = \frac{1}{2}$ , la stessa che verifica  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 0$  quando  $l = m = 1$ , ossia quando  $x$  e  $y$  sono maggiori di 1, sia nella prima che nella seconda<sup>6</sup> successione a due indici. Naturalmente parliamo di cose diverse ma per certi versi complementari, essendo la funzione zeta costruita in modo tale da essere formata da soli numeri primi e  $\{a_{x,y}(l, m)\}$  che, per valori di  $x > l$  ed  $y > m$ , genera solo numeri non primi<sup>7</sup>.

Del resto, a prescindere dalle eventuali coincidenze, in questo *paper* abbiamo mostrato, sia analiticamente che graficamente, come si distribuiscano i numeri dispari composti. Una distribuzione che segue delle regolarità ben precise.

Poiché quindi i numeri composti si distribuiscono con regolarità e sono complementari ai numeri primi, allora anche i numeri primi si distribuiscono con regolarità. La congettura di Riemann - intesa, sulla base degli zeri non banali, come distribuzione armonica e non casuale dei numeri primi - risulta quindi vera.

Tuttavia, se escludiamo l'insieme dei numeri composti e analizziamo separatamente la distribuzione dei numeri primi, allora, venendo meno il supporto dei numeri composti e la loro complementarità, non potremmo più sostenere che la distribuzione dei numeri primi sia regolare. Essi, infatti, mostrano un andamento la cui unica certezza è solo quella di diventare più "rarefatti" man mano che si considerano cifre più grandi. La congettura di Riemann risulta quindi falsa.

**In conclusione, l'ipotesi di Riemann è vera solo se analizzata congiuntamente ai numeri composti, altrimenti risulta falsa.** Si desume quindi che è impossibile dimostrare che gli zeri non banali della funzione

<sup>6</sup> In realtà la seconda successione a due indici è verificata, oltre per  $x = \frac{1}{2}$ , anche per  $y = -x + \frac{5}{2}$ .

<sup>7</sup> Va precisato che, fissati  $l, m$ ,  $\{a_{x,y}(l, m)\}$  individua delle successioni di numeri non primi anche per determinati valori di  $x \leq l$  e  $y \leq m$ , nonché quella successione costituita da tutti i numeri dispari e quindi anche primi.

di Riemann si distribuiscano intorno alla retta reale  $x = \frac{1}{2}$ , poiché la funzione zeta è costruita in modo tale da essere formata da soli numeri primi, senza avere il supporto dei numeri composti. Allo stesso tempo è impossibile dimostrarne la sua falsità, poiché gli zeri non banali si collocheranno sempre sulla retta  $x = \frac{1}{2}$ , per via della complementarità dei numeri primi con i “veri regolari” numeri composti. Conclusioni identiche, sia pur con un approccio diverso, emergono da [15].

**Si potrebbe chiosare dicendo che l’ipotesi di Riemann è “falsamente vera”.**

## 4. Conclusioni

Si vuole infine concludere questo *paper* con delle considerazioni che si rifanno soprattutto all’antica mitologia greca, secondo la quale “*In principio era il Caos*” da cui è scaturito l’ordine (il Cosmo) che tuttavia non ha annullato il Caos ma convive in equilibrio con esso. Un pensiero che trova riscontro anche nella mitologia cinese e indiana o nell’antica cosmologia egiziana [16].

Un pensiero ripreso, tra gli altri, da Friedrich Nietzsche - con la contrapposizione dello spirito apollineo e quello dionisiaco per descrivere la nascita della tragedia greca - e che negli ultimissimi decenni ha ispirato e aperto nuove strade in molti ambiti delle scienze naturali e umane. Si pensi ad esempio:

- al “*principio dell’ordine dal rumore*” di Heinz von Foerster [17], alla “*Complessità dal rumore*” di Henri Atlan [18], al concetto di “*Auto-Organizzazione*” di Ross Ashby [19], secondo il quale alcuni sistemi complessi sono in grado di sviluppare strutture ordinate da situazioni localmente caotiche;
- ai nuovi sviluppi della Termodinamica con “*l’ordine attraverso le fluttuazioni*” di Gregoire Nicolis [20] o “*l’ordine fuori dal caos*” di Ilya Prigogine [21] secondo il quale l’ordine poteva e doveva coesistere con il disordine, essere ad esso complementare;
- ad alcuni aspetti della recente Teoria del caos. Una Teoria che, tra le altre cose, vede la possibile presenza di basi deterministiche anche in quei fenomeni che mostrano un andamento casuale (*caos deterministico*) [22] e che raffigura il caos come un insieme di segnali che si collocano a metà strada tra “un andamento regolare e prevedibile e uno accidentale ed imprevedibile” [23].

Le caratteristiche dei numeri primi e dei numeri composti sembrano trovare una buona corrispondenza con molti dei concetti sopra accennati.

**Possiamo infatti immaginare il disordine dei numeri primi come la rappresentazione non della casualità, ma del caos<sup>8</sup>, da cui ha origine l’ordine dei numeri composti che, a sua volta, spiega il caos dei numeri primi. In un rapporto di complementarità, l’ordine dei numeri composti e il caos dei numeri primi convivono in equilibrio nell’insieme dei numeri naturali, quasi in simbiosi mutualistica.**

Senza il caos dei numeri primi non può esistere l’ordine dei numeri composti e in generale l’ordine che caratterizza l’aritmetica e forse l’intera matematica, con le sue regole e tutto quello che la matematica stessa riesce a raffigurare, incluso il caos dei numeri primi che si è voluto rappresentare in questo *paper*.

Trovare una formula semplice (senza fattoriali, sommatorie, logaritmi, etc.) che possa descrivere tutti i numeri primi sarebbe come trovare la formula dalla quale si è generata la matematica, una contraddizione.

Forse, come sostenevano i pitagorici, tutto ha origine dal numero 1, o meglio l’unità, dalla quale si è forse generato il caos dei numeri primi, dal quale a sua volta è scaturito l’ordine dei numeri composti e di tutta la matematica. **Una sorta di big bang, dove l’Aritmetica può essere intesa come la rappresentazione numerica dell’origine ed evoluzione dell’universo.**

---

<sup>8</sup> Inteso come un insieme di segnali che si collocano a metà strada tra “un andamento regolare e prevedibile e uno accidentale ed imprevedibile” [23].

## Allegato 1. Alcune definizioni

Tornando sulla Terra, attraverso le due successioni a due indici (1.1) e (1.2) è possibile rappresentare formalmente un Numero primo dispari, una Successione di numeri primi dispari, nonché un Insieme di numeri primi dispari. Per ulteriori definizioni, si rimanda a [14] da cui il presente lavoro è stato tratto.

### DEFINIZIONE A1.1 - RAPPRESENTAZIONE DI UN NUMERO PRIMO DISPARI E DI UNA SUCCESSIONE DI NUMERI PRIMI DISPARI

Sia:  $\{d_n\} = 2n + 1$  con  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  (La successione infinita di numeri dispari maggiori di 1)  
 Fissati:  $l, m \in \mathbb{Z}$   
 Siano:  $x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}$   
 Sia:  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$ ,  $\{a_{x,y}(l, m)\} : \mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$   
 (Le infinite successioni di infiniti numeri dispari composti)  
 Sia:  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$  (Oppure in modo equivalente:  
 $2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) \leq n$ ;  $x \leq \frac{n+(2l-1)y+(l+m-2lm)}{2y+(1-2m)}$ ;  $y \leq \frac{n+(2m-1)x+(l+m-2lm)}{2x+(1-2l)}$ )  

$$d_n \text{ è primo} \Leftrightarrow \nexists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n$$
 (ma anche:  $n$  identifica un  $d_n$  primo  $\Leftrightarrow \nexists 2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) = n \forall x, y, n$ )  
 Oppure  

$$d_n \text{ è composto} \Leftrightarrow \exists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n; \text{ altrimenti } d_n \text{ è primo}$$
 (ma anche:  $n$  identifica un  $d_n$  composto  $\Leftrightarrow \exists 2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) = n, \forall x, y, n$ ;  
 altrimenti  $n$  identifica un  $d_n$  primo)  
 Sia:  $I_P(d_n) = \begin{cases} 1, & \text{Se } d_n \text{ è primo} \\ 0, & \text{Se } d_n \text{ è composto} \end{cases} \forall d_n$  (La funzione indicatrice pari ad 1 quando  $d_n$  è un numero primo)  

$$G_E(d_n) = \frac{d_n}{I_P(d_n)} = \begin{cases} \text{Non definita, se } I_P(d_n) = 0 \\ d_n, & \text{se } I_P(d_n) = 1 \end{cases} \forall d_n, \text{ definisce la successione di numeri primi maggiori di 2.}$$

### DEFINIZIONE A1.2 - RAPPRESENTAZIONE DI UN NUMERO PRIMO DISPARI E DI UNA SUCCESSIONE DI NUMERI PRIMI DISPARI

Sia:  $\{d_n\} = 2n + 1$  con  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  (La successione infinita di numeri dispari maggiori di 1)  
 Fissati:  $l, m \in \mathbb{Z}$   
 Siano:  $x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}$   
 Sia  $\{a_{x,y}(l, m)\} = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$ ,  $\{a_{x,y}(l, m)\} : \mathbb{Z}_{x>l; y>m}^2 \rightarrow \mathbb{N}_{>8}$   
 (Le infinite successioni di infiniti numeri dispari composti)  
 Sia:  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$  (Oppure in modo equivalente:  $2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) \leq n$ ;  
 $\frac{2l+m-y-\sqrt{y^2-(2m+2)y+m^2+2m+2+2n}}{2} \leq x \leq \frac{2l+m-y+\sqrt{y^2-(2m+2)y+m^2+2m+2+2n}}{2}$ ;  $y \leq \frac{n-2x^2+(4l+2m)x-2l^2-2lm+m+1}{2x+1-2l}$ )  

$$d_n \text{ è primo} \Leftrightarrow \nexists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n$$
 (ma anche:  $n$  identifica un  $d_n$  primo  $\Leftrightarrow \nexists 2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) = n \forall x, y, n$ )  
 Oppure  

$$d_n \text{ è composto} \Leftrightarrow \exists a_{x,y}(l, m) = d_n \forall x, y, n; \text{ altrimenti } d_n \text{ è primo}$$
 (ma anche:  $n$  identifica un  $d_n$  composto  $\Leftrightarrow \exists 2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) = n, \forall x, y, n$ ;  
 altrimenti  $n$  identifica un  $d_n$  primo)  
 Sia:  $I_P(d_n) = \begin{cases} 1, & \text{Se } d_n \text{ è primo} \\ 0, & \text{Se } d_n \text{ è composto} \end{cases} \forall d_n$  (La funzione indicatrice pari ad 1 quando  $d_n$  è un numero primo)  

$$G_E(d_n) = \frac{d_n}{I_P(d_n)} = \begin{cases} \text{Non definita, se } I_P(d_n) = 0 \\ d_n, & \text{se } I_P(d_n) = 1 \end{cases} \forall d_n, \text{ definisce la successione di numeri primi maggiori di 2.}$$

### DEFINIZIONE A1.3 - RAPPRESENTAZIONE DI UN INSIEME DI NUMERI DISPARI PRIMI

Fissati  $l, m \in \mathbb{Z}$   
 Sia:  $n \in \mathbb{N}_{>0}$   
 Siano:  $x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}$   
 Sia:  $A = \{z \in \mathbb{N}_{>2} \mid z = 2n + 1\}$   
 Sia:  $B = \{z \in \mathbb{N}_{>8} \mid z = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)\}$   
 oppure  
 Sia:  $B = \{z \in \mathbb{N}_{>8} \mid z = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)\}$   

$$\text{L'insieme } A - B = \{z \mid z \in A \wedge z \notin B\} \text{ definisce l'insieme degli infiniti numeri primi dispari.}$$

## Allegato 2. Test di primalità e Crivello polinomiale

In questo allegato si vuole verificare l'efficienza delle due successioni a due indici ai fini della primalità di un numero, ed in particolare il numero di verifiche da effettuare per verificare che un numero dispari sia anche primo. Posto  $d_n = 2n + 1$ , si sfrutta la seguente condizione

$$a_{x,y}(l, m) \leq d_n \quad (\text{A2.1})$$

riportata nelle definizioni A1.1 e A1.2 dell'allegato 1, funzionale ad evitare una ricerca infinita qualora  $d_n$  sia un numero primo, ma anche a restringere la ricerca qualora  $d_n$  sia un numero composto.

Inoltre, dalla condizione (A2.1) emergono ulteriori condizioni ad essa equivalenti. In particolare, fissati  $l, m \in \mathbb{Z}$ , rispetto alle due successioni a due indici abbiamo le seguenti condizioni equivalenti:

Successione (1.1):  $a_{x,y}(l, m) = 4xy + 2(1 - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (1 - 2l)(1 - 2m)$

Condizione (A2.1):  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$ , da cui quelle ad essa equivalenti:

$$2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) \leq n \quad (\text{A2.2})$$

$$x \leq \frac{n + (2l - 1)y + (l + m - 2lm)}{2y + (1 - 2m)} \quad (\text{A2.3})$$

$$y \leq \frac{n + (2m - 1)x + (l + m - 2lm)}{2x + (1 - 2l)} \quad (\text{A2.4})$$

Successione (1.2):  $a_{x,y}(l, m) = 4x^2 + 4xy + 2(-4l - 2m)x + 2(1 - 2l)y + (4l^2 + 4lm - 2m - 1)$

Condizione (A2.1):  $a_{x,y}(l, m) \leq d_n$ , da cui quelle equivalenti:

$$2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) \leq n \quad (\text{A2.5})$$

$$\frac{2l + m - y - \sqrt{y^2 - (2m + 2)y + m^2 + 2m + 2 + 2n}}{2} \leq x \leq \frac{2l + m - y + \sqrt{y^2 - (2m + 2)y + m^2 + 2m + 2 + 2n}}{2} \quad (\text{A2.6})$$

$$y \leq \frac{n - 2x^2 + (4l + 2m)x - 2l^2 - 2lm + m + 1}{2x + 1 - 2l} \quad (\text{A2.7})$$

Naturalmente, sotto e condizioni poste e fissati  $l, m \in \mathbb{Z}$ ,

- $d_n$  è primo  $\Leftrightarrow \nexists a_{x,y}(l, m) = d_n, \forall x \in \mathbb{Z}_{>l}, y \in \mathbb{Z}_{>m}, n \in \mathbb{N}_{>0}$ , oppure in modo equivalente:
  - $n$  identifica un  $d_n$  primo  $\Leftrightarrow \nexists 2xy + (1 - 2m)x + (1 - 2l)y + (2lm - l - m) = n$
  - $n$  identifica un  $d_n$  primo  $\Leftrightarrow \nexists 2x^2 + 2xy + (-4l - 2m)x + (1 - 2l)y + (2l^2 + 2lm - m - 1) = n$

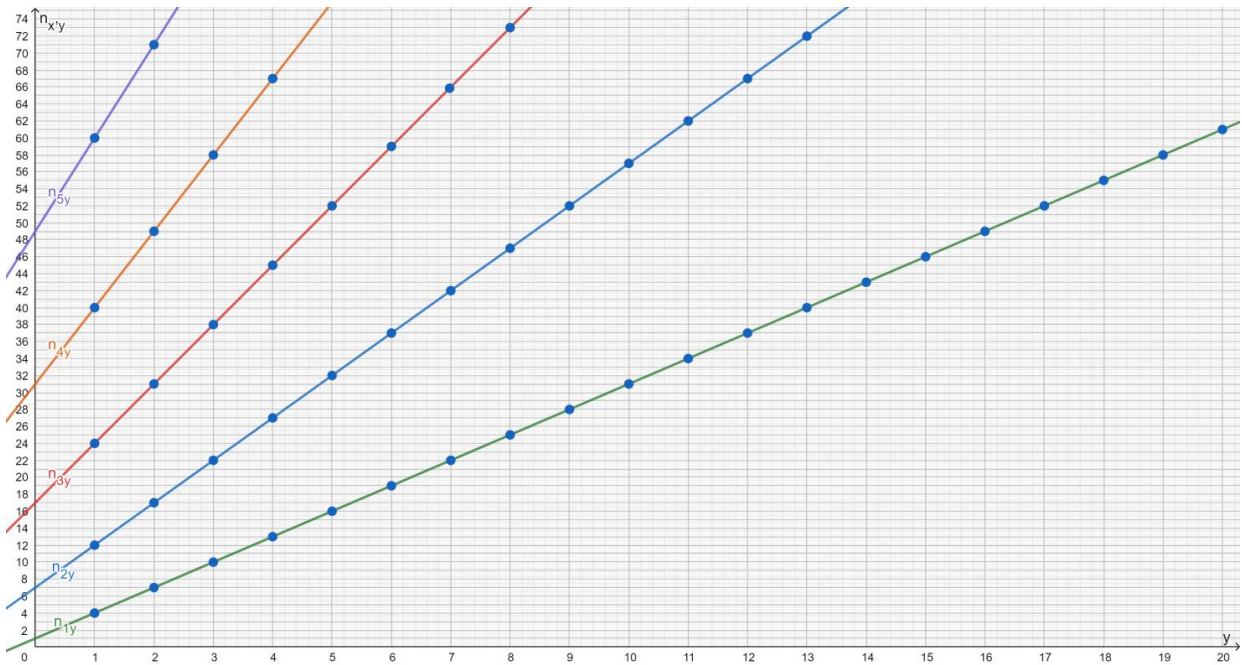
Rispetto al metodo canonico, il quale su un generico numero dispari  $d_n = 2n + 1 \forall n \in \mathbb{N}_{>0}$  prevede una quantità di controlli pari al totale dei numeri dispari compresi tra 3 (incluso) e  $\lceil \sqrt{d_n} \rceil$ , è possibile verificare che l'utilizzo della successione (1.1) porta a risultati meno efficienti. I risultati sono invece del tutto identici al metodo canonico se si utilizza la successione (1.2) ed in particolare quella dove viene fatta variare prima la variabile  $x$ , ossia  $\{\{n_{x,y}(l, m)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$ , il cui numero di controlli (successioni da verificare) è descritto dalla (A2.6).

Ad esempio si vuole verificare il numero di controlli da effettuare ai fini della primalità sul numero  $d_n = 123.456.789$ . In questo caso, posto sempre per comodità  $l = m = 0$ , la (A2.6) si riduce a  $1 \leq x \leq \frac{-y + \sqrt{y^2 - 2y + 2 + 2n}}{2}$  che, sotto l'ipotesi peggiore  $y = 1$ , richiede di controllare un numero di successioni pari a  $1 \leq x \leq 5.555$ , del tutto identico a quelli suggeriti dal metodo canonico, ossia  $\frac{\lceil \sqrt{123.456.789} \rceil}{2} = 5.555$ .

Del resto, il fatto di poter operare con dei polinomi apre **nuovi scenari per la verifica della primalità**.

Di seguito, il grafico  $\{\{n_{x,y}(0,0)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + (2x^2 - 1)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  riferito alle prime 5 successioni. Esso è stato precedentemente omesso poiché le regolarità sono meno evidenti, ma risulta fondamentale ai fini della primalità, ovvero rispetto al numero di successioni da sottoporre a verifica.

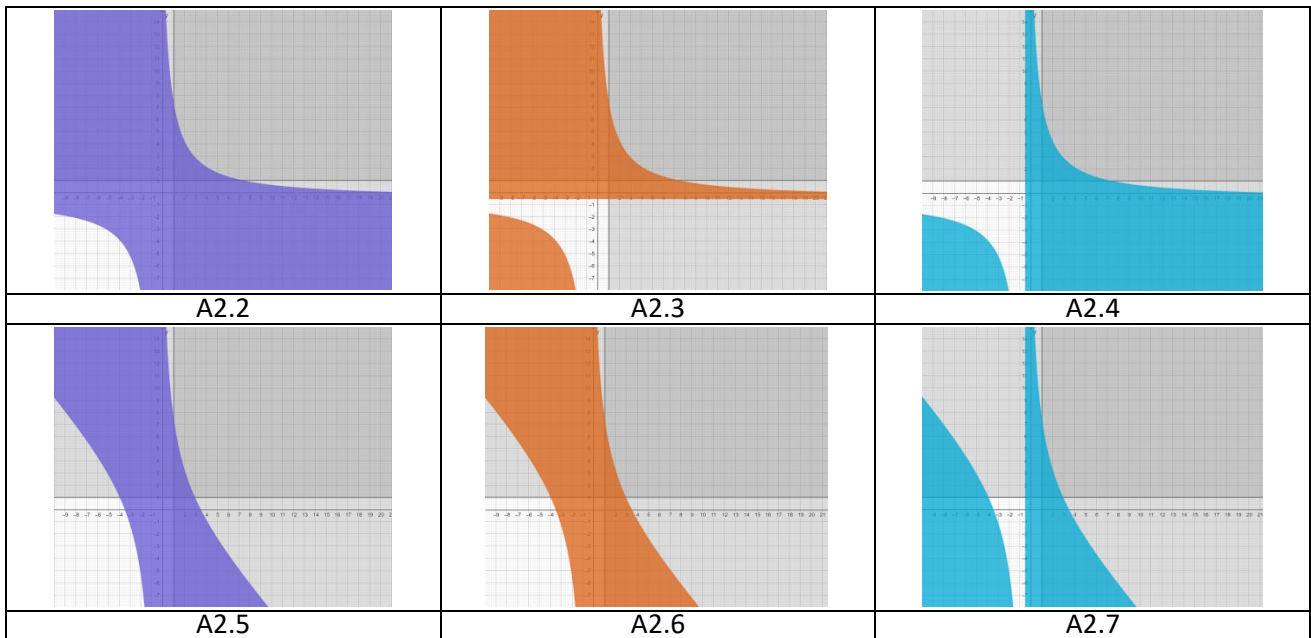




**Grafico 3** - SUCCESIONI  $\{\{n_{x,y}\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}} = \{(2x + 1)y + (2x^2 - 1)\}_{x \in \mathbb{N}_{>0}}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  DI  $n \mid d_n$  E' UN NUMERO COMPOSTO

Ad esempio, il numero  $d_n = 47$  da cui  $n = 23$  e  $x \leq 2,9$ , richiede di effettuare controlli solo sulle prime 2 successioni:  $n_{1,y} = 3y + 1$  e  $n_{2,y} = 5y + 7$ . Naturalmente, non esistono valori interi di  $y > 0$  tali da verificare le uguaglianze  $3y + 1 = 23$  o  $5y + 7 = 23$  e quindi 47 è un numero primo.

Posto  $n = 23$ , si riportano inoltre i grafici relativi alle condizioni A2.2, A2.3, A2.4, nonché A2.5, A2.6, A2.7, fissando  $l = m = 0$  e quindi sotto le condizioni  $x, y \in \mathbb{Z}_{>0}$ .



**Grafico 4** – CONDIZIONI A2.2 - A2.7, POSTO  $n = 23$  E FISSATO  $l = m = 0$

Infine, data una successione  $d_n = 2n + 1$ , con  $n \in \mathbb{N}_{>0}$ , di numeri dispari maggiori di 1, escludendo prima quei valori di  $n$  individuati dalla successione  $\{n_{1,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  ossia 4, 7, 10, ..., poi quelli individuati dalla successione  $\{n_{2,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  ossia 12, 17, 22, ..., poi quelli della successione  $\{n_{3,y}\}_{y \in \mathbb{N}_{>0}}$  etc., quello che resta è l'infinita successione di numeri dispari  $d_n$  primi.

Si tratta di una sorta di **crivello di Eratostene, ma più efficiente, basato sui polinomi**.



## Bibliografia

- [1] J. Derbyshire, *Prime Obsession: Bernhard Riemann and the Greatest Unsolved Problem in Mathematics*, Joseph Henry Press, (2003).
- [2] E. Gracian, *I numeri primi. Un lungo cammino verso l'infinito*, RBA Italia S.r.l., (2018).
- [3] P. Martinson, *Observations on the Regularity of Prime Number Distribution*, ASSA-No14 p.80-85 Ver. 2.2, (8 June 2005).
- [4] M.L. Stein, S.M. Ulam, and M.B. Wells, *A visual display of some properties of the distribution of primes*, American Mathematical Monthly 71(May):516-520, (1964).
- [5] Wikipedia: *Formulas for primes*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Formula\\_for\\_primes](https://en.wikipedia.org/wiki/Formula_for_primes)
- [6] M. Berezowski, *Chaotic distribution of prime numbers and digits of  $\pi$* , SSRN Electronic Journal, (2019).
- [7] A. Bershardskii, *Hidden Periodicity and Chaos in the Sequence of Prime Numbers*, Advances in Mathematical Physics, Article ID 519178, 8 pages, (2011).
- [8] E. Bogomolny, *Riemann zeta function and quantum chaos*, Progress of Theoretical Physics, 166, pp. 19–44, (2007).
- [9] T. Timberlake and J. Tucker, *Is there quantum chaos in the prime numbers?*, Bulletin of the American Physical Society, vol. 52, p. 35, (2007).
- [10] H. Iwaniec *Almost-primes represented by quadratic polynomials*. Invent. Math., 47(2):171–188, (1978).
- [11] M. Wolf, F. Wolf. *Representation theorem of composite odd numbers indices*. SCIREA Journal of Mathematics, Journal of Mathematics 3(3), pp.106-117. hal-01832624, (2018).
- [12] M. Wolf, F. Wolf, F.X. Villemin. *On the distribution of composite odd numbers*. Fundamental Research and Development International, 10 (2), pp.39-55. hal-01865904, (2018).
- [13] R.G. Lanzara, *The Odd Composite Numbers Part I - Preprint* · (September 2020) <https://www.researchgate.net/publication/344014371>
- [14] F. Romagnoli, *Notes on prime numbers: regularity on composite numbers, formal representations and Riemann hypothesis*, Preprint V.1 - DOI: 10.13140/RG.2.2.26236.46728 (January 2022), Preprint V.2 - <https://vixra.org/pdf/2201.0002v2.pdf> (may 2022).
- [15] Craig A. Feinstein, *The Riemann Hypothesis is Unprovable*, arXiv:math/0309367 (v4 Nov. 2011).
- [16] G. Villani, *Caos e ordine*, Scienza in Rete, (2011) <https://www.scienzainrete.it/articolo/caos-e-ordine/giovanni-villani/2011-03-28>
- [17] H. Von Foerster, *On self-organizing systems and their environments*, pp. 31–50 in Self-organizing systems. M.C. Yovits and S. Cameron (eds.), Pergamon Press, London, (1960).
- [18] H. Atlan, *Entre le cristal et la fumée: Essai sur l'organisation du vivant*, Seuil (1979).
- [19] W.R. Ashby, *Principles of the self-organizing system*, pp. 255–278 in Principles of Self-Organization. Heinz von Foerster and George W. Zopf, Jr. (eds.) U.S. Office of Naval Research, (1962).
- [20] G. Nicolis, and I. Prigogine, *Self-organization in non equilibrium systems: From dissipative structures to order through fluctuations*, Wiley, (1977).
- [21] I. Prigogine, and I. Stengers, *Order out of chaos: Man's new dialogue with nature*, Bantam Books. (1984).
- [22] A. Vulpiani, *Caos deterministico*, Enciclopedia della Scienza e della Tecnica, Treccani, (2007).
- [23] M.C. Catone, *La teoria del caos nelle scienze sociali*, Tesi di Dottorato, Firenze, (2010-2012).