

## VIII. The Collatz Conjeture: Other Algorithms for the Sequences

Miguel Cerdá Bennassar

December 2020

### Abstract

This paper studies other algorithms for the sequences in the Collatz Conjeture.

#### ALGORITMO 1:

Podemos elegir cualquier elemento de a, b, c y aplicarle una de las siguientes operaciones:

Si es un número de a, multiplicar por 3 y sumar 1 al resultado.  $3a+1$

Si es un número de b, restar 1 y dividir entre 4 el resultado.  $(b-1)/4$

Si es un número de c, multiplicar por 6 y sumar 2 al resultado.  $6c+2$

Repitiendo el mismo proceso con cada nuevo resultado, la secuencia acabará siempre en el cero.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
a) $2n$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	...
b) $2n-1$	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	...
c) $n-1/2$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	...

Un ejemplo empezando con el número 51:

La secuencia obtenida: 51, 12.5, 77, 19, 4.5, 29, 7, 1.5, 11, 2.5, 17, 4, 13, 3, 0.5, 5, 1, 0.

Cálculos realizados:

$$(51 - 1) / 4 = 12.5$$

$$(12.5 \times 6) + 2 = 77$$

$$(77 - 1) / 4 = 19$$

$$(19 - 1) / 4 = 4.5$$

$$(4.5 \times 6) + 2 = 29$$

$$(29 - 1) / 4 = 7$$

$$(7 - 1) / 4 = 1.5$$

$$(1.5 \times 6) + 2 = 11$$

$$(11 - 1) / 4 = 2.5$$

$$(2.5 \times 6) + 2 = 17$$

$$(17 - 1) / 4 = 4$$

$$(4 \times 3) + 1 = 13$$

$$(13 - 1) / 4 = 3$$

$$(3 - 1) / 4 = 0.5$$

$$(0.5 \times 6) + 2 = 5$$

$$(5 - 1) / 4 = 1$$

$$(1 - 1) / 4 = 0$$

## ALGORITMO 2:

Si es un número de a, multiplicar por 3 y dividir entre 4 el resultado.  $3a/4$

Si es un número de b, restar 1 y dividir entre 4 el resultado.  $(b-1)/4$

Si es un número de c, multiplicar por 6, sumar 1 y dividir entre 4.  $(6c+1)/4$

El anterior ejemplo de la secuencia empezada con el número 51:

La secuencia obtenida: 51, 12.5, 19, 4.5, 7, 1.5, 2.5, 4, 3, 0.5, 1, 0.

Cálculos realizados:

$$(51 - 1) / 4 = 12.5$$

$$(12.5 \times 6 + 1) / 4 = 19$$

$$(19 - 1) / 4 = 4.5$$

$$(4.5 \times 6 + 1) / 4 = 7$$

$$(7 - 1) / 4 = 1.5$$

$$(1.5 \times 6 + 1) / 4 = 2.5$$

$$(2.5 \times 6 + 1) / 4 = 4$$

$$(4 \times 3) / 4 = 3$$

$$(3 - 1) / 4 = 0.5$$

$$(0.5 \times 6 + 1) / 4 = 1$$

$$(1 - 1) / 4 = 0$$

Comparación de las secuencias:

Algoritmo de Collatz: 51, 154, 77, 232, 116, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1 (25 elementos).

Primer algoritmo: 51, 12.5, 77, 19, 4.5, 29, 7, 1.5, 11, 2.5, 17, 4, 13, 3, 0.5, 5, 1, 0. (18 elementos).

Segundo algoritmo: 51, 12.5, 19, 4.5, 7, 1.5, 2.5, 4, 3, 0.5, 1, 0. (12 elementos).

Una secuencia formada con el algoritmo de Collatz:

27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1. (112 elementos).



La representación de una secuencia formada con el primer algoritmo:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	...			
2n-1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	...			
(n-1)/2	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16	16.5	17	17.5	18	18.5	19	19.5	20	20.5	21	21.5	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25	...			
(n-3)/8			0			0.5				1					1.5				2					2.5				3				3.5				4				4.5				5				5.5			6	...			
(n-11)/32										0																	0.5																								1		...		
(n-43)/128																																																					0		...
...																																																							...

$$(77 - 1) / 4 = 19$$

$$(19 - 1) / 4 = 4.5$$

$$(4.5 \times 6) + 2 = 29$$

$$(29 - 1) / 4 = 7$$

$$(7 - 1) / 4 = 1.5$$

$$(1.5 \times 6) + 2 = 11$$

$$(11 - 1) / 4 = 2.5$$

$$(2.5 \times 6) + 2 = 17$$

$$(17 - 1) / 4 = 4$$

$$(4 \times 3) + 1 = 13$$

$$(13 - 1) / 4 = 3$$

$$(3 - 1) / 4 = 0.5$$

$$(0.5 \times 6) + 2 = 5$$

$$(5 - 1) / 4 = 1$$

$$(1 - 1) / 4 = 0$$

La representación de una secuencia formada con el segundo algoritmo:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	...					
2n-1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	...					
(n-1)/2	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16	16.5	17	17.5	18	18.5	19	19.5	20	20.5	21	21.5	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25	...					
(n-3)/8			0			0.5				1					1.5				2					2.5				3				3.5				4				4.5				5				5.5			6	...					
(n-11)/32										0																	0.5																										1		...		
(n-43)/128																																																							0		...
...																																																									...

$$(51 - 1) / 4 = 12.5$$

$$(12.5 \times 6 + 1) / 4 = 19$$

$$(19 - 1) / 4 = 4.5$$

$$(4.5 \times 6 + 1) / 4 = 7$$

$$(7 - 1) / 4 = 1.5$$

$$(1.5 \times 6 + 1) / 4 = 2.5$$

$$(2.5 \times 6 + 1) / 4 = 4$$

$$(4 \times 3) / 4 = 3$$

$$(3 - 1) / 4 = 0.5$$

$$(0.5 \times 6 + 1) / 4 = 1$$

$$(1 - 1) / 4 = 0$$