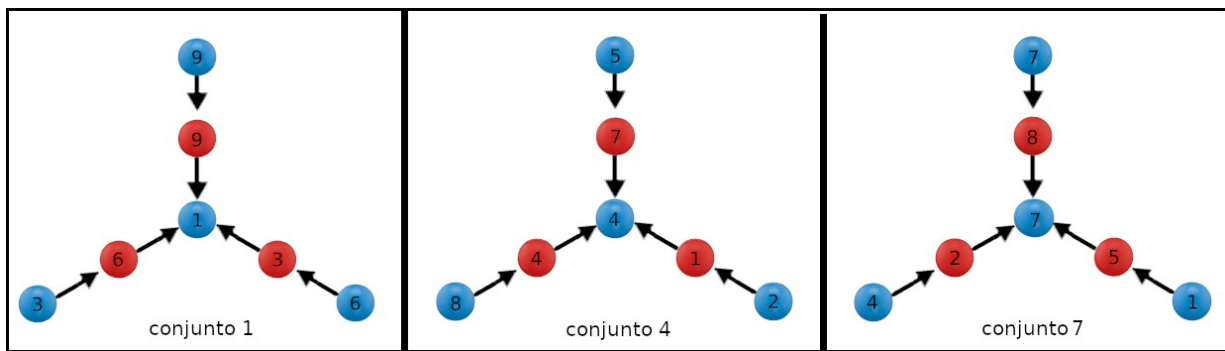


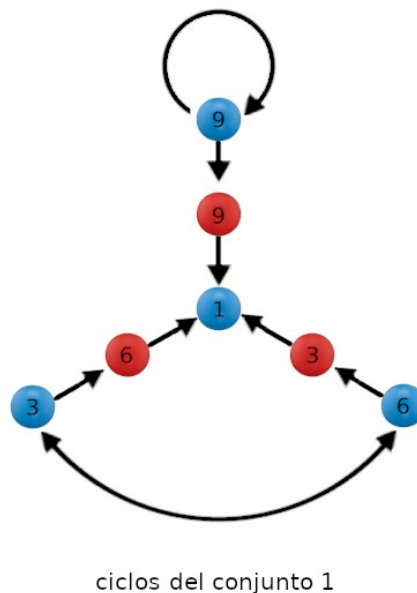
VII. LA CONJETURA DE COLLATZ.
 Orden y armonía en los números de las secuencias.

Miguel Cerdá Bennassar – Septiembre de 2020

Los nodos de color azul representan grupos de números pares, clasificados según el valor de su raíz digital y los de color rojo, grupos de números impares, clasificados del mismo modo. Llamamos a estos grupos $rd(n)$, vértices con sus aristas que indican la dirección de las iteraciones. Todos los números impares de una secuencia de Collatz iteran a números pares de $rd(1)$, $rd(4)$ y $rd(7)$. Los tres conjuntos representan las iteraciones de los números en una secuencia de Collatz, cuando de la función aplicada a un número par resulta un número impar y aplicada a un número impar, resulta un número par.

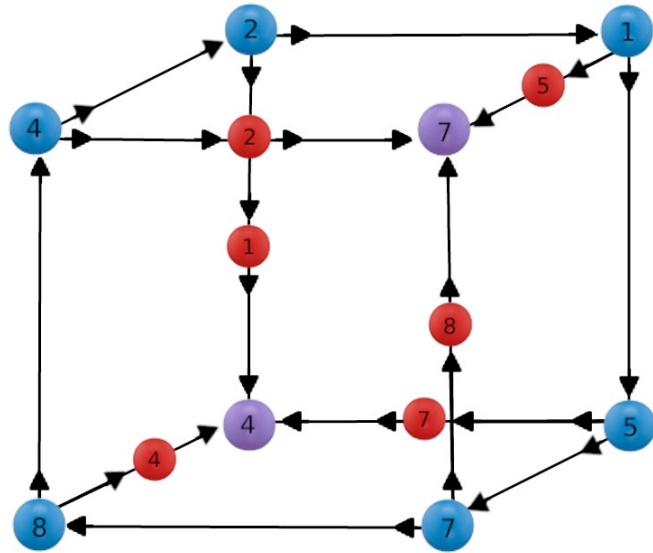


El siguiente diagrama representa los ciclos que siguen los números del conjunto 1 en sus iteraciones. Un ciclo es el que siguen las iteraciones de los números del grupo $rd(9)$ y el otro ciclo el de los números de los grupos $rd(3)$ y $rd(6)$. Los números pares de $rd(3)$ y de $rd(6)$ iteran entre ellos y los números pares de $rd(9)$ con números pares de su mismo grupo. Todos los números impares de $rd(3)$, $rd(6)$ y $rd(9)$ iteran a números pares de $rd(1)$. Estos números no iteran con los de los conjuntos 4 y 7 y solamente pueden formar parte de una secuencia de Collatz si se ha empezado con uno de ellos y estarán hasta que salga el primer número impar, que después de iterar a un número par de $rd(1)$, la secuencia entrará en el ciclo principal.

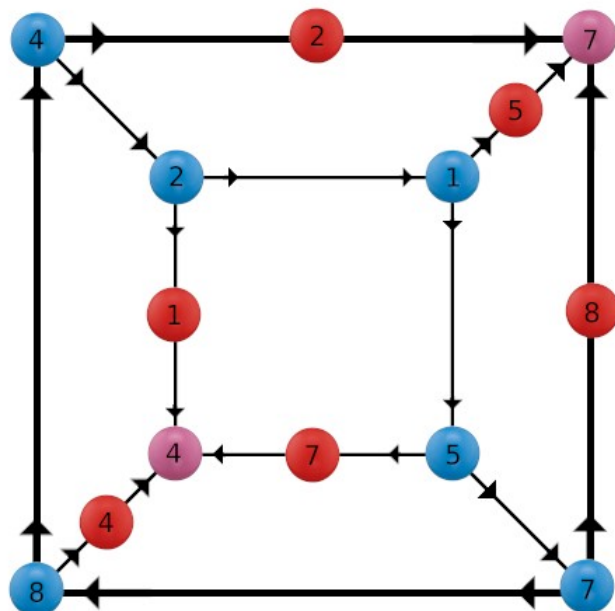


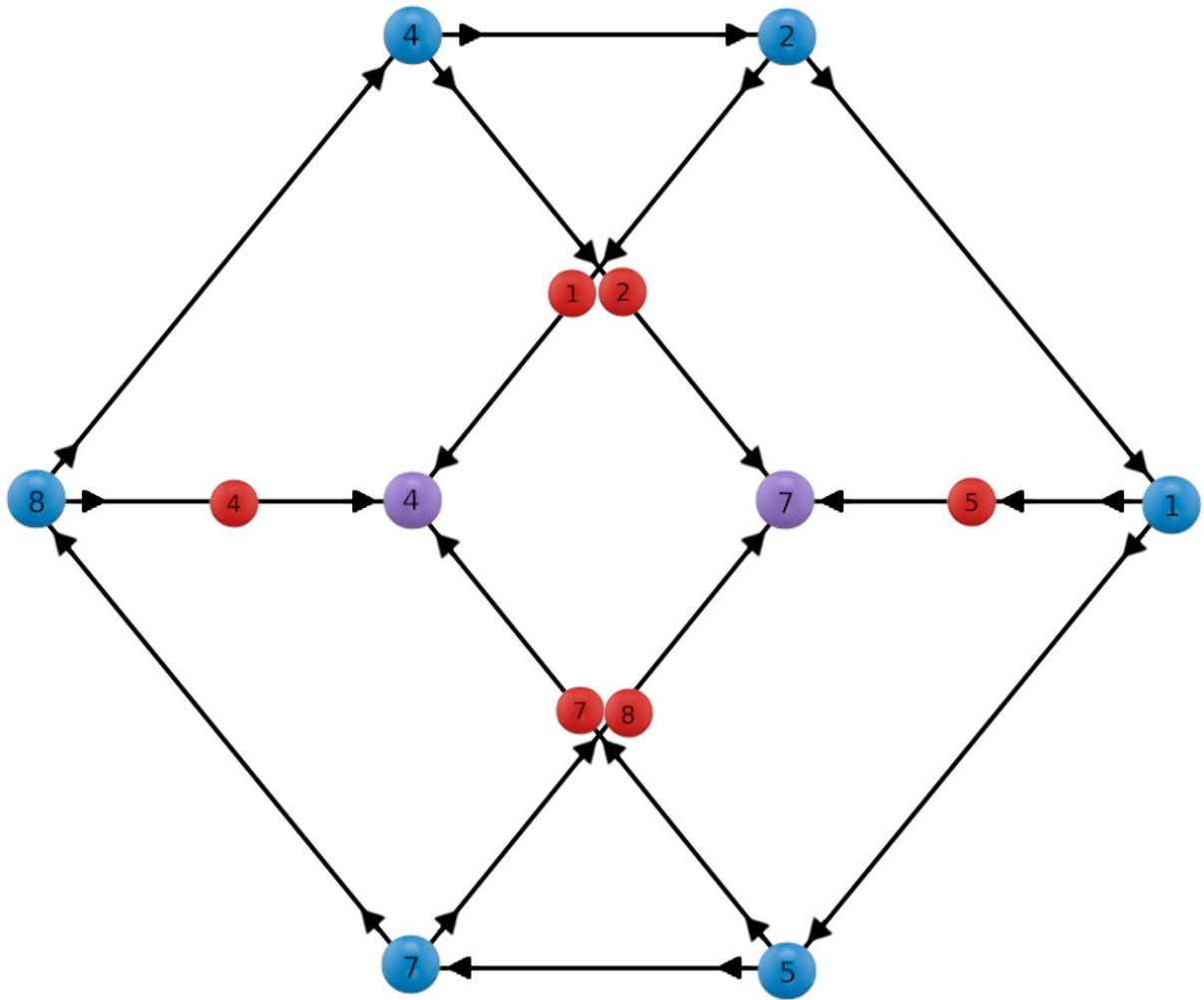
El siguiente diagrama representa el ciclo que siguen los números de los conjuntos 4 y 7 en sus iteraciones. El conjunto 7 tiene como vértices a los grupos de números pares $rd(4)$ y $rd(7)$, por esta razón, en el grafico hay duplicidad de estos dos grupos, porque a ellos iteran números pares $rd(5)$ y $rd(8)$ y también todos los números impares.

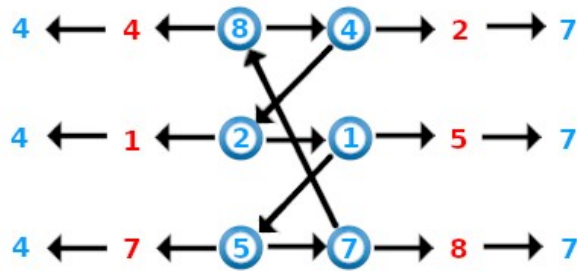
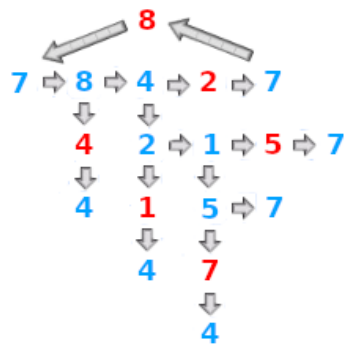
Los números pares en los grupos $rd(n)$ de color azul y los números impares en los grupos $rd(n)$ de color rojo.



Otras visualizaciones del ciclo anterior :





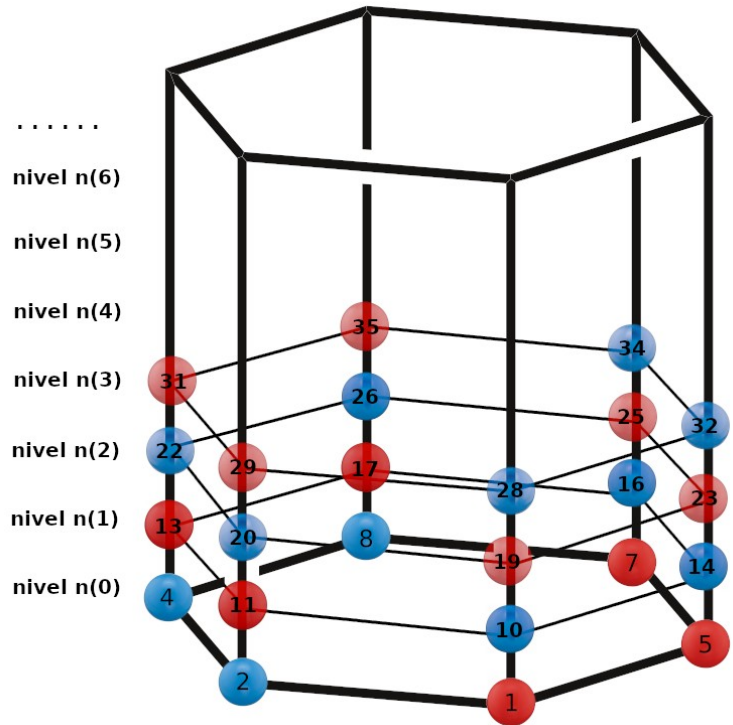


Todas las iteraciones de los números impares devuelven la secuencia a un número par del grupo $rd(4)$. También las que van al grupo $rd(7)$ de números pares, porque éstos solo pueden iterar al grupo $rd(8)$ de números pares y éstos al grupo $rd(4)$ de los números pares, con lo que todos los números impares llegan al grupo $rd(4)$ de los números pares. Las opciones de iteración de los números de este grupo son dos: iterar al grupo $rd(2)$ de números pares o al grupo $rd(2)$ de números impares, pero en este caso, la iteración volvería de nuevo al grupo $rd(4)$ a través del grupo $rd(7)$. Las iteraciones se repetirán hasta que el número par del grupo $rd(2)$ itere al menor de los números del grupo de impares $rd(1)$.

Son los números pares los que siguen el ciclo y en cada iteración son reducidos a la mitad de su valor. Los números impares, que son los que provocan las oscilaciones ascendentes de las secuencias, también provocan que la secuencia entre una y otra vez en ese ciclo cerrado hasta que queda atrapada en el bucle 4, 2, 1.

En los grupos, los números se encuentran en diferentes niveles.
 Imaginemos los grupos $rd(n)$ de los números en un prisma hexagonal y que son objetos físicos, partículas en movimiento que van de un grupo a otro y a diferentes niveles, en cada iteración.

Gráfico 3D en el que puede haber tantos niveles como números, con los seis grupos $rd(n)$ en las aristas del prisma y sus números pares e impares.



La siguiente tabla clasifica a los números naturales que participan en una secuencia de Collatz después del primer impar de la misma (no están los múltiplos de 3). El valor de (n) indica el nivel de los números de su columna.

	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	..
Números con raíz digital 8	$9n+8$	8	17	26	35	44	53	62	71	80	89	98	107	116	125	134	143	152	161	170	179	..
Números con raíz digital 4	$9n+4$	4	13	22	31	40	49	58	67	76	85	94	103	112	121	130	139	148	157	166	175	..
Números con raíz digital 2	$9n+2$	2	11	20	29	38	47	56	65	74	83	92	101	110	119	128	137	146	155	164	173	..
Números con raíz digital 1	$9n+1$	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82	91	100	109	118	127	136	145	154	163	172	..
Números con raíz digital 5	$9n+5$	5	14	23	32	41	50	59	68	77	86	95	104	113	122	131	140	149	158	167	176	..
Números con raíz digital 7	$9n+7$	7	16	25	34	43	52	61	70	79	88	97	106	115	124	133	142	151	160	169	178	..

Ejemplos: El número 136 está en el nivel $n(15)$ del grupo de números pares $rd(1)$.
 El número 169 está en el nivel $n(18)$ del grupo de números impares $rd(7)$.

Los cambios de nivel que experimentan los números de una secuencia de Collatz suceden de la siguiente forma:

Los números pares $p(n \text{ par})$ iteran a un número del nivel $(n/2)$ y $p(n \text{ impar})$ iteran a un número del nivel $((n-1)/2)$.

Los números impares k , que están en el nivel $k/9$ iteran a un número par $p(k/3)$, y éste itera a otro número par $p(k/6)$. Resultados teniendo en cuenta el cociente, sin los decimales.

Ejemplos:

El número 47 del nivel $n(5)$ sube al nivel $a(1/3*b) = a(15)$ y éste baja al nivel $a(1/2*1/3*b-1) = b(7)$.

$B=67$ del nivel $b(7)$ sube al nivel $a(1/3*b) = a(22)$ y éste baja al nivel $a(1/2*1/3*b) = b(11)$.

Aproximadamente es $3/2$ de subida real.

Una particularidad con los números 3, 6 y 9:

La secuencia empezada con el número 100. Debajo de los números está el grupo en el que está n los números $rd(n)$, en azul los números pares y en rojo los números impares. Y debajo de ellos están los valores de los niveles en los que están los números en cada grupo. Ejemplo: El número 88 está en el nivel 9 del grupo de los números pares $rd(7)$.

100, 50, 25, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1
 1 5 7 4 2 1 4 2 7 8 4 2 7 8 7 8 4 4 2 1 5 7 8 4 2 1
 11 5 2 8 4 2 6 3 9 4 2 1 3 1 5 2 1 4 2 1 0 1 0 0 0 0

Al dividir a los números impares entre 9, 3 y 6, se obtienen los valores de los niveles que ocupan el número impar y los dos siguientes, respectivamente. La parte entera del resultado, sin los decimales.

25/9=2,77 ↓ 19/9=2,11 ↓ 29/9=3,22 ↓ 11/9=1,22 ↓ 17/9=1,88 ↓ 13/9=1,44 ↓ 5/9=0,55
 25/3=8,33 ↓ 19/3=6,33 ↓ 29/3=9,66 ↓ 11/3=3,66 ↓ 17/3=5,66 ↓ 13/3=4,33 ↓ 5/3=1,66
 25/6=4,16 ↓ 19/6=3,16 ↓ 29/6=4,83 ↓ 11/6=1,83 ↓ 17/6=2,83 ↓ 13/6=2,16 ↓ 5/6=0,83

Si k es un número impar, $k/9$ itera a $k/3$ y éste a $k/6$. El número 29 de la secuencia anterior itera al número 88 y 44.

Si k es un número par, $k/9$ itera a $k/18$. El número 88 de la secuencia anterior, que está en el nivel 9, itera al número 44 en el nivel 4.

Otras secuencias y los niveles de los números:

65, 196, 98, 49, 148, 74, 37, 112, 56, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1
 7 21 10 5 16 8 4 12 6 3 1 0 2 1 3 1 5 2 1 4 2 1 0 1 0 0 0 0

Niveles de la secuencia: 21, 16, 12, 10, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0
 Cantidad de números: 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 3 6 6

93, 280, 140, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1
 10 31 15 7 3 12 5 17 8 4 2 1 0 1 0 0 0 0

Niveles de la secuencia: 31, 17, 15, 12, 10, 8, 7, 5, 4, 3, 2, 1, 0
 Cantidad de números: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 5

79, 238, 119, 358, 179, 538, 269, 808, 404, 202, 101, 304, 152, 76, 38, 19, 58, 29, 88, 44, 22, 11,
8 26 13 39 19 59 29 89 44 22 11 33 16 8 4 2 6 3 9 4 2 1

34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1
3 1 5 2 1 4 2 1 0 1 0 0 0 0

Niveles de la secuencia: 89, 59, 44, 39, 33, 29, 26, 22, 19, 16, 13, 11, 9, 8, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0
Cantidad de números: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 1 3 2 4 5 5

Destaca la escasa cantidad de números que ocupan los niveles superiores, mientras que los niveles inferiores son los que tienen mayor cantidad de números.