

La teoría relativista de la gravitación superior que la relatividad general



Por Alfonso León Guillén Gómez

Colombia, Enero 2020

aguillen@gmx.net

Abstracto

Presentamos lo básico de la teoría relativista de la gravitación, con la inclusión de textos originales, de varios papeles, publicados entre 1987 y 2009, por sus autores: S. S Gershtein, A. A Logunov, Yu. M Loskutov y M. A Mestvirishvili junto con las introducciones, resúmenes y conclusiones elaborados por el autor de este papel.

Esta es una teoría gauge, compatible con las teorías de la física cuántica de las fuerzas electromagnética, débil y fuerte, que define la gravedad como la cuarta fuerza existente en la naturaleza, como campo estático dotada de la partícula transmisora del gravitón virtual de espines 2 y 0, dentro del espíritu del principio de relatividad de Galilei, en su generalización de la relatividad especial de Poincaré que le permitió a los autores la universalización de que las leyes físicas de la naturaleza se cumplen con independencia de los marcos de referencia donde se apliquen. No obstante, integrada a la teoría Entwurf de Grossmann-Einstein, en su

desarrollo ulterior, por parte de estos autores, por tanto, preserva las leyes de conservación de la energía-impulso y del impulso angular conjuntamente del campo gravitacional y los demás campos materiales existentes en la naturaleza, en el espaciotiempo efectivo de Riemann, mediante su identidad con el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski.

Introducción

La ciencia de la física es una ciencia factual, soportada por la ciencia formal de la matemática y geometría, cuyo objeto de estudio son las propiedades de la materia-energía y el espaciotiempo y sus mutuas interacciones, cuya evolución en lo que concierne a la naturaleza de la gravedad, se haya anclada en las ecuaciones de Grossmann-Einstein-Hilbert, puesto que, en lo que en un tiempo fue conocida como teoría general de la relatividad, hoy día carece de principios, por Einstein haber abandonado tempranamente el principio de Mach, y el resto refutados, demostrado por grandes filósofos de la física, entre otros Norton y Earman, como es el general principio de equivalencia, ya que en sentido restringido se aplica sólo a la gravedad homogénea o el general principio de covariancia una simple propiedad de los tensores.

A partir de las ecuaciones, se da una explicación métrica de la gravedad, con tufo medieval dado que la materia, o sea, campos físicos, curvan el espaciotiempo, un campo métrico, es decir, un campo metafísico y éste determina como la materia se mueve. No obstante, constituye el actual paradigma sobre la gravedad, que como tal, se resiste a concluir su ciclo, a pesar de sus anomalías cruciales, en virtud a su autoprotección, proveniente de la ciencia normal que lo auto sostiene y reproduce. Es así, como mediáticamente se presenta el hallazgo de las ondas gravitacionales, que aunque ondas cuadripolares no son gravitacionales, a las que Einstein recurrió tácticamente en 1918, para defenderse de Lorentz que le increpaba la irrealidad física de su “teoría de la gravedad” y lo obligó a llamar éter relativista al campo gravitatorio estático, inadmisibile desde la gravedad como efecto métrico, que una vez Lorentz falleció y se extinguió su influencia en la comunidad científica, Einstein honestamente renegó, primero en 1937, aunque, impedido por la influencia de Harvey Robertson, profesor de Princeton, y definitivamente en 1938. O de la foto espectacular, en buena parte generada con logaritmos, donde sin duda debieron usar las famosas ecuaciones de Einstein, de un astro obscurecido, por la acción de su gravedad, que impide escapen las ondas electromagnéticas, atrapadas por el mismo, cuya existencia fue predicha con base en la teoría corpuscular de la luz y las ecuaciones de Newton, en 1783, por John Michell, pero que, se presenta a los espectadores mundiales del común, asaltándolos en su inocencia y manipulándolos en su ausencia de conocimiento especializado, como la prueba de la existencia de los agujeros negros, también, obtenida desde esas poderosas ecuaciones de Einstein, además, persiguiendo un nuevo premio Nobel para agregarlo al obtenido por el supuesto descubrimiento de las ondas gravitacionales.

Pero, la historia inevitablemente continúa y en el perenne ascenso de la ciencia a un conocimiento superior, por fin, siete décadas después, Anatoli Logunov y su equipo lograron lo que Albert Einstein y Marcel Grossmann intentaron, en la teoría Entwurf, como fue formular una teoría en que la gravedad es un campo físico como todos los demás existentes en la naturaleza, sujeto a que las leyes físicas se cumplen con independencia de los marcos de referencia donde se aplican, bajo la conservación del impulso-energía e impulso angular

conjuntamente con todos los otros campos materiales, y, además, como campo gravitacional estático dotado con el transmisor bosónico del gravitón virtual de espines 2 y 0. En 1913, en Zúrich, cuando realizó su mejor trabajo científico: “la teoría Entwurf”, Einstein, el físico, para preservar las leyes de conservación de la energía y el impulso, eligió los tensores aplicados al espaciotiempo galileano de Minkowski, delante de la otra opción que le ofreció Grossman, el matemático, especialista en el entonces novísimo cálculo diferencial absoluto, de aplicar los tensores al espaciotiempo general de Riemann, para lo que tuvo que renunciar a la covariancia general, pero que le permitió plantear una explicación del campo estático gravitacional como físico, en concordancia con el electromagnetismo. Sin embargo, la teoría Entwurf fracasó por no poder sus ecuaciones dar la anómala órbita de Mercurio y, además, violar el principio de correspondencia, en condiciones del límite mínimo de la gravedad débil, de integrarse con las ecuaciones de Newton. Al desarrollar la teoría Entwurf, sobrepasando las limitaciones históricas de Grossman-Einstein, e integrándola con la relatividad especial de Poincaré y las teorías de la física cuántica de campos el magistral trabajo sobre la gravedad de Logunov y sus compañeros supera de lejos la “general relatividad”, pero luego de tres décadas de publicado y a una centuria del de Einstein, la ciencia normal sólo lo reconoce como una teoría alternativa.

En 1987, en el espíritu de la relatividad especial de Poincaré, la teoría Entwurf y de las teorías de la física cuántica de campos, Logunov, Loskutov, y Mestvirishvili presentaron la teoría relativista de la gravitación, revisada posteriormente, también, con la participación de Gershtein, en los términos siguientes:

“Dentro del marco de SRT (Teoría de la Relatividad Especial), que describe fenómenos en marcos de referencia inerciales y no inerciales, con la ayuda del principio de geometrización que refleja la universalidad de la interacción gravitacional con la materia, y con la introducción de la masa de gravitón, lograremos unificar la idea de Poincaré (1904) del campo gravitatorio como físico en el espíritu de Faraday-Maxwell con la idea de Einstein de la geometría riemanniana del espaciotiempo. Es este principio de geometrización el que nos ayudará a encontrar un grupo gauge sin desplazamientos que nos permitirá construir la densidad lagrangiana del campo gravitatorio adecuado. Todo esto nos ha llevado a la teoría relativista de la gravitación (RTG), 1989, que posee todas las leyes de conservación, como ocurre en todas las teorías físicas.”

“En esta teoría, debido a la geometrización, el tensor total de energía-impulso de la materia y el campo gravitatorio es la fuente del campo gravitatorio, justo lo que Einstein quería al construir la teoría de la gravitación (en la teoría Entwurf). En lo que sigue veremos que los requisitos físicos bastantes generales nos llevan a una construcción inequívoca del sistema completo de ecuaciones para un campo gravitatorio masivo. Las ecuaciones en esta teoría difieren considerablemente de las ecuaciones de Hilbert-Einstein, ya que conserva la noción de que los sistemas de coordenadas inerciales, y las fuerzas gravitacionales difieren del principio de la inercia, ya que son causadas por el campo físico.”

“La teoría relativista de la gravitación con masa del gravitón es una teoría de campo en la misma medida que la electrodinámica clásica, por lo que podría llamarse gravodinámica clásica”.

“De acuerdo con esta teoría, el Universo homogéneo e isotrópico se desarrolla en una serie de ciclos alternos, de alta a mínima densidad, etc., y no puede ser más que plano. La teoría predice la presencia de una gran masa latente de materia en el Universo y prohíbe la existencia de "agujeros negros". Además, la teoría explica todos los eventos observables conocidos hasta ahora que ocurren en el sistema solar” [1].

“La teoría es generalmente covariante e invariante de la forma con respecto al grupo de Lorentz.” [2].

1 Los enfoques de Henri Poincaré y Albert Einstein.

Las contribuciones de Poincaré, a la concepción relativista, fueron más universales que las de Einstein, puesto que fue quien introdujo la mecánica relativista, formuló el principio de relatividad para todos los fenómenos físicos y encontró el grupo de transformación de Lorentz, que pudo extenderlo a todas las fuerzas de la naturaleza e introdujo el espaciotiempo con su lapso invariante ds^2 , especificado por Minkowski en el espacio y tiempo relativos, permitiendo deducir que los sistemas de referencia no inerciales pueden existir junto a los inerciales, por lo tanto, como sistemas diferentes, cuestión realizada por Logunov, siete décadas luego. Ya que al formular: “todos los fenómenos físicos se producen en el espaciotiempo, cuya geometría es pseudo-euclidiana” permitió la introducción del tensor métrico $\gamma_{\mu\nu}(x)$ en el espacio de Minkowski en coordenadas arbitrarias e introducir el campo gravitacional, separando las fuerzas de inercia de la gravedad.

Por su parte, Einstein restringió la relatividad, en su teoría de la relatividad especial, TRE, a la constancia de la velocidad de la luz en los marcos inerciales, haciendo imposible llegar a marcos de referencia no inerciales y, por tanto, sin poder conducir al espaciotiempo de Minkowski de geometría pseudo-euclidiana. En la TRE, el espaciotiempo es galileano de Minkowski. Einstein, al partir de la igualdad de las masas inercial y gravitacional, se convenció que las fuerzas de inercia y de gravedad vienen a ser lo mismo, elevándolo como la base para construir la GTR.

Mientras, Poincaré concibió que las fuerzas de cualquier origen, por supuesto, incluso la fuerza de la gravedad, bajo las transformaciones de Lorentz, se comportan como las fuerzas electromagnéticas, en cambio Einstein identificó los componentes del campo gravitatorio con el campo métrico, obtenido en un espacio semiriemaniano, con la ayuda de transformaciones de coordenadas, por consecuencia sin fundamento físico. Así, Einstein renunció a que el campo gravitatorio, como el campo de Faraday-Maxwell, posea densidad de energía-impulso. Fue este el camino que lo llevó a la GTR, a la introducción del pseudotensor del campo gravitatorio y a la energía gravitatoria que no es localizable.

Einstein, por causa extra científica, de carácter personal, emocional, psicológica y social, como fue la fuerte presión proveniente de David Hilbert, el mejor matemático alemán de la época, quien en dura competencia, entre Julio y Noviembre de 1915, lo sumió en una profunda crisis,

de la que salió como hombre social bien librado pero acostado a sacrificar al científico, tanto que Einstein dejó, en adelante, darle la mano a Hilbert, quien construyó un modelo matemático de la gravedad, desde la geometría de Riemann, unos pocos días antes que él, consistente con la evolución astronómica de Mercurio, la deflexión de las ondas electromagnéticas en la cercanía del Sol y, aunque, varias décadas luego, acusada por Anatoli Logunov (1986) y Tom Van Flandern (1998) [3], por supuesto, violando el principio de correspondencia, pero por limitaciones de la época este error fue inadvertido y aceptada la supuesta integración, en el límite de la gravedad débil, con las ecuaciones de Newton, es decir, superando las anomalías de orden astronómico, que eran conocidas por entonces, y la limitación del método matemático usado en el trabajo previo de Einstein de la teoría Entwurf, al aplicar los tensores en el espaciotiempo de Minkowski galileano y no en el espaciotiempo pseudo euclidiano de Minkowski.

Einstein, sin otra alternativa, fue obligado también a adoptar, en Noviembre de 1915, el modelo de Hilbert, aunque en su formulación elegante, $G_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}$, que logró cinco días luego, por lo que tuvo que renunciar a su concepto de la teoría Entwurf, su mejor trabajo hecho junto con Marcel Grossmann, del campo gravitatorio como un campo físico, desde luego, representado, en Entwurf, por el tensor de energía-impulso $t_{\mu\nu}$, imposible de desvanecerlo por una transformación de coordenadas y ausente en GTR, por no soportarlo el espaciotiempo de Riemann.

Asimismo, se debe señalar que aún, en GTR, la identidad entre fuerzas de inercia y gravedad es inalcanzable, puesto que, el campo gravitacional al caracterizarse por el tensor de curvatura de Einstein, $G_{\mu\nu}$, siempre que difiere de cero, entonces el campo gravitacional, aunque no como campo físico, pero como campo métrico, existe y tampoco puede ser aniquilado por una elección del marco de referencia, incluso localmente.

Tanto Newton como Einstein, con sus ecuaciones sobre la gravedad, acertaron en cuanto funcionan, es cierto, con mayor exactitud las de Einstein, pero ni el uno ni el otro, supieron el porqué.

“Dado que la construcción de la teoría relativista de la gravedad (RTG) se basa en la teoría de la relatividad especial (SRT), trataremos esta última con mayor detalle y, al hacerlo, examinaremos el enfoque de Henri Poincaré y el de Albert Einstein.

Dicho análisis permitirá una comprensión más profunda de la diferencia entre estos enfoques y permitirá formular la esencia de la teoría de la relatividad.

Al analizar las transformaciones de Lorentz, H. Poincaré mostró que estas transformaciones, junto con todas las rotaciones espaciales, forman un grupo que no altera las ecuaciones de la electrodinámica. Richard Feynman escribió lo siguiente sobre esto:

“Precisamente, Poincaré propuso investigar qué se podría hacer con las ecuaciones sin alterar su forma. Fue precisamente su idea prestar atención a las propiedades de simetría de las leyes de la física”.

H. Poincaré no se limitó a estudiar electrodinámica; descubrió las ecuaciones de la mecánica relativista y extendió las transformaciones de Lorentz a todas las fuerzas de la naturaleza. El descubrimiento del grupo, denominado por H. Poincaré el grupo de Lorentz, le permitió introducir el espaciotiempo en cuatro dimensiones con un invariante posteriormente denominado el intervalo:

$$d\sigma^2 = (dX_0)^2 - (dX_1)^2 - (dX_2)^2 - (dX_3)^2 \cdot (\alpha)$$

Precisamente de lo anterior, queda absolutamente claro que el tiempo y la longitud espacial son relativos. Más tarde, Herman Minkowski hizo un desarrollo adicional en esta dirección, puesto fue quien introdujo los conceptos de intervalos temporales y espaciales.

Siguiendo exactamente a H. Poincaré y H. Minkowski, la esencia de la teoría de la relatividad puede formularse así: todos los fenómenos físicos se producen en el espaciotiempo, cuya geometría es pseudo-euclidiana y está determinada por el intervalo (α) . Aquí es importante enfatizar, que la geometría del espaciotiempo refleja esas propiedades dinámicas generales, que representan lo que lo hace universal. En el espacio de cuatro dimensiones (espacio de Minkowski) se puede adoptar un marco de referencia bastante arbitrario:

$$X_\nu = f_\nu(x_\mu),$$

realizando una correspondencia mutuamente inequívoca con un jacobiano que difiere de cero. Determinando los diferenciales:

$$dX_\nu = \partial f_\nu / \partial x_\mu dx_\mu,$$

y sustituyendo estas expresiones en (α) encontramos:

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu}(x) dx_\mu dx_\nu, \text{ donde:}$$

$$\gamma_{\mu\nu}(x) = \partial f_\sigma / \partial x_\mu \partial f_\sigma / \partial x_\nu, \quad \partial f_\sigma = (1, -1, -1, -1) \cdot (\beta)$$

Es bastante evidente que la transición a un sistema de referencia arbitrario no nos llevó más allá de los límites de la geometría pseudo-euclidiana. Pero de ahí se deduce que los sistemas de referencia no inerciales también pueden aplicarse en SRT. Las fuerzas de inercia que surgen en la transición a un sistema de referencia acelerado se expresan en términos de los símbolos de Christoffel del espacio de Minkowski. La representación de SRT derivada del trabajo de H. Poincaré y H. Minkowski fue más general y resultó ser extremadamente necesaria para la construcción de SRT, ya que permitió la introducción del tensor métrico $\gamma_{\mu\nu}(x)$ del espacio de Minkowski en coordenadas arbitrarias y así hizo posible introducir de manera covariante el campo gravitacional, al separar las fuerzas de inercia de la gravedad.

Desde el punto de vista de la historia, debe señalarse que en sus trabajos anteriores, "La medición del tiempo" y "El presente y el futuro de la física matemática", H. Poincaré trató en detalle los problemas de la constancia de la velocidad de la luz, de la simultaneidad de eventos en diferentes puntos del espacio determinados por la

sincronización de los relojes con la ayuda de una señal luminosa. Más tarde, sobre la base del principio de relatividad, que formuló en 1904 para todos los fenómenos físicos, así como en el trabajo publicado por H. Lorentz el mismo año, H. Poincaré descubrió un grupo de transformación en 1905 y lo denominó el grupo de Lorentz. Esto le permitió dar la siguiente formulación esencialmente precisa de la teoría de la relatividad: las ecuaciones de los procesos físicos deben ser invariantes con respecto al grupo de Lorentz. Precisamente dicha formulación fue dada por A. Einstein en 1948:

"Con la ayuda de las transformaciones de Lorentz, el principio especial de relatividad se puede formular de la siguiente manera: Las leyes de la naturaleza son invariantes con respecto a la transformación de Lorentz (es decir, una ley de la naturaleza no debería cambiar si se refiere a un nuevo marco de referencia inercial con la ayuda de la transformación de Lorentz para (x, y, z, t) ".

La existencia de un grupo de transformaciones de coordenadas en el tiempo significa que existe un conjunto infinito de marcos de referencia equivalentes (inerciales) relacionados por las transformaciones de Lorentz.

De la invariancia de las ecuaciones se deduce, de manera trivial, que las ecuaciones físicas en los marcos de referencia x y x' , relacionadas por las transformaciones de Lorentz, son idénticas. Pero esto significa que cualquier fenómeno descrito en los sistemas de referencia x y x' en condiciones idénticas dará resultados idénticos, es decir, el principio de relatividad se satisface de una manera trivial. Ciertos, incluso prominentes, físicos entendieron esto con dificultad no hace mucho tiempo, mientras que otros ni siquiera han podido.

No hay nada extraño en este hecho, ya que cualquier estudio requiere cierta profesionalidad. Lo sorprendente es lo siguiente: intentan explicar su incomprensión, o la dificultad que encontraron para comprender, por H. Poincaré supuestamente "no haber dado el paso decisivo", "no haber llegado al final". Pero estos juicios, en lugar del nivel de los resultados sobresalientes obtenidos por H. Poincaré en la teoría de la relatividad, caracterizan su propio nivel de comprensión del problema.

Precisamente por este motivo, W. Pauli escribió lo siguiente, en 1955, en relación con el quincuagésimo aniversario de la teoría de la relatividad:

"Tanto Einstein como Poincaré se basaron en los trabajos preparatorios realizados por H. A. Lorentz, quien estuvo muy cerca del resultado final, pero no pudo dar el último paso decisivo. En los resultados, obtenidos por Einstein y Poincaré independientemente el uno del otro, siendo idénticos, veo el profundo significado de la armonía en el método matemático y el análisis realizado con la ayuda de experimentos de pensamiento y basado en todo el conjunto de datos de experimentos físicos".

La investigación detallada realizada por H. Poincaré de los invariantes del grupo de Lorentz resultó en su descubrimiento de la geometría pseudo-euclidiana del

espaciotiempo. Precisamente sobre esta base, estableció las cuatro dimensiones de las cantidades físicas: fuerza, velocidad, impulso, corriente. El primer trabajo breve de H. Poincaré apareció en los informes de la Academia Francesa de Ciencias antes de que incluso se presentara el trabajo de A. Einstein para su publicación. Ese trabajo contenía una solución precisa y rigurosa del problema de la electrodinámica de los cuerpos en movimiento y, al mismo tiempo, extendía las transformaciones de Lorentz a todas las fuerzas naturales, de cualquier origen que pudieran ser. Muy a menudo muchos historiadores, y, por cierto, los físicos, también, discuten temas prioritarios. Un muy buen juicio sobre este tema se debe a los académicos: V. L. Ginzburg y Ya. B. Zel'dovich, quienes en 1967 escribieron:

"Por lo tanto, no importa lo que una persona haya hecho, no puede reclamar prioridad, si luego se sabe que otros obtuvieron el mismo resultado anteriormente".

A. Einstein avanzó hacia la teoría de la relatividad a partir de un análisis de los conceptos de simultaneidad y sincronización para los relojes en diferentes puntos del espacio sobre la base del principio de constancia de la velocidad de la luz. Cada rayo de luz viaja en un marco de referencia en "reposo" con una cierta velocidad V , independientemente de si este rayo de luz es emitido por un cuerpo en reposo o por un cuerpo en movimiento. Pero este punto no puede considerarse un Principio, ya que implica una cierta elección de marco de referencia, mientras que un principio físico claramente no debe depender del método de elección del marco de referencia. En esencia, A. Einstein siguió con precisión los primeros trabajos de H. Poincaré.

Sin embargo, dentro de este enfoque es imposible llegar a marcos de referencia no inerciales, ya que en dichos marcos de referencia es imposible aprovechar la sincronización del reloj, por lo que la noción de simultaneidad pierde sentido y, además, la velocidad de la luz no puede ser considerada constante.

En un marco de referencia en proceso de aceleración el tiempo propio $d\tau$, donde

$$d\sigma^2 = d\tau^2 - s_{ik}dx_i dx_k, \quad d\tau = \gamma_{0\alpha} dx_\alpha / \sqrt{\gamma_{00}}, \quad s_{ik} = -\gamma_{ik} + \gamma_{0i}\gamma_{0k} / \gamma_{00}$$

no es un diferencial completo, por lo que la sincronización de los relojes en diferentes puntos del espacio depende de la ruta de sincronización. Esto significa que tal concepto no se puede aplicar a los marcos de referencia en proceso de aceleración. Se debe enfatizar que las coordenadas en la expresión (β) no tienen significado métrico, por sí mismas. Las cantidades físicamente medibles deben construirse con la ayuda de coordenadas y los coeficientes métricos $\gamma_{\mu\nu}$. Pero todo esto se mantuvo mal entendido durante mucho tiempo en la SRT, ya que era habitual adoptar el enfoque de A. Einstein, en lugar del de H. Poincaré y H. Minkowski. Por lo tanto, los puntos de partida introducidos por A. Einstein eran de naturaleza exclusivamente limitada y parcial, aunque podían crear una ilusión de simplicidad. Fue precisamente por esta razón que incluso en 1913 A. Einstein escribió:

"En la teoría de la relatividad habitual, solo se permiten transformaciones ortogonales lineales".

O algo más tarde, en el mismo año, escribe:

"En la teoría de la relatividad original, la independencia de las ecuaciones físicas de la elección específica del sistema de referencia se basa en postular el invariante fundamental $ds^2 = Pdx^2$, mientras que ahora el tema consiste en construir una teoría (la teoría de la relatividad general está implícita), en la que el papel del invariante fundamental se realiza mediante un elemento lineal de la forma general $ds^2 = \sum_{i,k} g_{ik} dx_i dx_k$ ".

A. Einstein escribió algo similar en 1930:

"En la teoría de la relatividad especial solo se permiten cambios de coordenadas (transformaciones) que proporcionan la cantidad ds^2 (un invariante fundamental) en las nuevas coordenadas que tienen la forma de la suma de los cuadrados diferenciales de la nueva coordenadas. Tales transformaciones se llaman transformaciones de Lorentz".

Por lo tanto, se ve que el enfoque adoptado por A. Einstein no lo llevó a la noción de espaciotiempo exhibiendo una geometría pseudo-euclidiana. Una comparación de los enfoques de H. Poincaré y A. Einstein con la construcción de SRT revela claramente que el enfoque de H. Poincaré es más profundo y general, ya que precisamente H. Poincaré había definido la estructura pseudo-euclidiana del espaciotiempo. El enfoque de A. Einstein esencialmente restringió los límites de la SRT, pero, dado que la exposición de la SRT en la literatura generalmente siguió a A. Einstein, la SRT se consideró válida durante mucho tiempo solo en sistemas de referencia inercial. El espacio de Minkowski fue tratado como una interpretación geométrica útil o como una formulación matemática de los principios de SRT dentro del enfoque de Einstein. Pasemos ahora a la gravedad. En 1905, H. Poincaré escribió:

"... que las fuerzas de cualquier origen, por ejemplo, las fuerzas de la gravedad, se comportan en el caso del movimiento uniforme (o, si lo desea, bajo las transformaciones de Lorentz) precisamente como las fuerzas electromagnéticas".

Este es precisamente el camino que seguiremos. A. Einstein, habiendo notado la igualdad de las masas inercial y gravitacional, estaba convencido de que las fuerzas de inercia y de gravedad están relacionadas, ya que su acción es independiente de la masa de un cuerpo. En 1913 llegó a la conclusión de que, si en la expresión (α)

"... introducimos nuevas coordenadas x_1, x_2, x_3, x_4 , con la ayuda de una sustitución arbitraria, entonces el movimiento de un punto relativo al nuevo marco de referencia se procederá de acuerdo con la ecuación

$$\delta \{Zds\} = 0, \text{ y } ds^2 = \sum_{\mu, \nu} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

y además señaló:

“El movimiento de un punto material en el nuevo sistema de referencia está determinado por las cantidades $g_{\mu\nu}$, que de acuerdo con los párrafos anteriores deben entenderse como los componentes del campo gravitatorio, tan pronto como decidamos considerar este nuevo sistema como en reposo”.

Identificar de esta manera el campo métrico, obtenido de (α) con la ayuda de transformaciones de coordenadas, y el campo gravitatorio es sin fundamentos físicos, ya que las transformaciones de coordenadas no nos llevan más allá del marco de la geometría pseudo-euclidiana. Desde nuestro punto de vista, no está permitido considerar un campo métrico como el campo gravitatorio, ya que esto contradice la esencia misma del concepto de campo como realidad física. Por lo tanto, es imposible estar de acuerdo con el siguiente razonamiento de A. Einstein:

“El campo gravitacional “existe” con respecto al sistema K' en el mismo sentido que cualquier otra cantidad física que pueda definirse en un determinado sistema de referencia, aunque no exista en el sistema K . No hay nada extraño aquí, y puede demostrarse fácilmente con el siguiente ejemplo tomado de la mecánica clásica. Nadie duda de la "realidad" de la energía cinética, ya que de lo contrario sería necesario renunciar a la energía en general. Sin embargo, está claro que la energía cinética de los cuerpos depende del estado de movimiento del sistema de referencia: por una elección apropiada de este último es evidentemente posible proporcionar la energía cinética del movimiento uniforme de un cuerpo determinado para asumir, en un determinado momento, un valor positivo o cero establecido de antemano. En el caso especial, cuando todas las masas tienen igual valor y velocidades igualmente orientadas, es posible, mediante una elección apropiada del sistema de referencia, hacer que la energía cinética total sea igual a cero. En mi opinión la analogía es completa”.

Como vemos, Einstein renunció al concepto de campo clásico, como el campo de Faraday-Maxwell que posee densidad de energía-impulso, en relación con el campo gravitatorio. Precisamente este camino lo llevó a la construcción de GTR, a la energía gravitatoria que no es localizable, a la introducción del pseudotensor del campo gravitatorio. Si el campo gravitatorio se considera un campo físico, entonces, al igual que todos los demás campos físicos, se caracteriza por el tensor de energía-impulso $t_{\mu\nu}$. Si en algún marco de referencia, por ejemplo, K' , existe un campo gravitatorio, esto significa que ciertos componentes (o todos ellos) del tensor $t_{\mu\nu}$ difieren de cero. El tensor $t_{\mu\nu}$ no puede reducirse a cero por una transformación de coordenadas, es decir, si existe un campo gravitatorio, entonces representa una realidad física, y no puede ser aniquilado por una elección del sistema de referencia. No es correcto comparar tal campo gravitatorio con energía cinética, ya que este último no se caracteriza por una cantidad covariante. Cabe señalar que tal comparación no es admisible, también, en GTR, ya que el campo gravitacional en esta teoría se caracteriza por el tensor de curvatura de Riemann. Si difiere de cero,

entonces el campo gravitacional existe, y no puede ser aniquilado por una elección de sistema de referencia, incluso localmente.” [4].

2 Las teorías bimétricas.

Nathan Rosen, autor con Einstein y Podolski de la llamada paradoja EPR, previo a la RTG, logro dotar de realidad física al campo gravitatorio de la GTR, mediante tomar las métricas de Riemann y Minkowski conjuntamente, pero dejando indeterminada, dentro de las muchas que resultan, cuál densidad escalar elegir, para construir una teoría del campo gravitacional.

“Hace unos 50 años, Rosen demostró en su trabajo Phys. Rev, v57, 1940, que si además de la métrica riemanniana g_{uv} se introdujera la métrica Minkowski n_{uv} , entonces siempre se podría construir una densidad lagrangiana escalar del campo gravitatorio con respecto a transformaciones de coordenadas arbitrarias, que contendrían derivadas del orden no superiores a uno. En particular, construyó la densidad lagrangiana que condujo a las ecuaciones de Hilbert-Einstein. Así fue cómo surgió el formalismo bimétrico. Sin embargo, este enfoque complica de inmediato la construcción de la teoría gravitacional, ya que al usar los tensores n_{uv} y g_{uv} se puede escribir un número bastante grande de densidades escalares con respecto a las transformaciones de coordenadas arbitrarias, lo que hace completamente incierto cuál densidad escalar debe elegirse como la densidad lagrangiana cuando se construye la teoría de la gravitación.

Siguiendo esta dirección, Nathan Rosen eligió diferentes densidades del escalar para la densidad lagrangiana y construyó sobre su base varias teorías de gravitación que, en general, produjeron predicciones bastante diferentes para estos o aquellos efectos gravitacionales” [1].

3 La teoría relativista de la gravitación.

La teoría relativista de la gravitación, RTG, se obtiene de la relatividad de Poincaré, más bien que de la relatividad especial de Einstein, pero, en todo caso, dentro de la concepción relativista, originada propiamente en Galileo Galilei, con su formulación del principio de relatividad, según el cual todos los fenómenos físicos suceden del mismo modo, en los marcos inerciales, es decir, no sujetos a fuerzas, y a causa de que el movimiento en ellos, es ilusorio puesto los estados de reposo y movimiento son efectos de coordenadas, dependiente de los observadores.

En GTR el principio de relatividad de Galilei se generaliza a todos los marcos, por tanto, a los no inerciales, puesto que según el principio de equivalencia de Einstein, las fuerzas inerciales y las gravitacionales son lo mismo. Así, toda clase de movimiento: inercial, acelerado y gravitatorio son ilusorios al ser efecto de coordenadas de los observadores. Pero, la equivalencia entre todo tipo de marcos sólo es dable en la geometría de Riemann y únicamente para la gravedad homogénea, es decir, cuando las $G_{\mu\nu}$ se anulan y no en la gravedad extendida, por consecuencia, únicamente cuando la gravedad actúa como casi aceleración sin que casi ocurra atracción, es decir, en las regiones de gravedad débil, en que la misma tiende a extinguirse.

En TGR, aunque, los marcos no inerciales son aplicables junto con los inerciales, no constituye, sin embargo, la generalización de la relatividad del movimiento inercial, a toda clase de marcos, puesto que, el movimiento gravitacional es distinto del inercial, y, desde luego, se separan las fuerzas gravitacionales de las fuerzas inerciales. La generalización del principio de Galilei consiste en que todos los fenómenos físicos, incluidos los gravitacionales, suceden del mismo modo, tanto en el marco de referencia inercial como en el marco no inercial, dado que no es posible distinguir entre éstos, puesto que, existe identidad entre el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski y el espaciotiempo de Riemann efectivo.

De lo anterior, claramente se establece que la diferencia entre GTR y RTG, es que en la primera el principio de Galilei se generaliza, con el fundamento falso, de que todas los tipos de movimiento son lo mismo, mientras en la segunda, con el fundamento verdadero, de que todos los marcos de referencia son lo mismo, siempre que en ellos se cumpla la identidad entre las geometrías de Minkowski y Riemann.

Tanto Einstein como Hilbert, al crear la supuesta relatividad general, lo hicieron rompiendo con la relatividad especial, por lo que tuvieron que renunciar a las leyes de conservación de la energía-impulso e impulso angular de la gravedad en conjunto con los demás campos de la naturaleza, dando lugar a las ideas no físicas relacionadas con la no localización de la energía de la gravedad, como la imposible radiación gravitatoria por parte de un campo métrico, el colapso espaciotiempo de la materia en la singularidad del agujero negro o el origen del Universo en el Big Bang.

La tal ausencia de las leyes de conservación, sin que exista en la naturaleza ninguna evidencia a su favor, precisamente, fue el motivo que tuvo Logunov y sus colaboradores para prescindir de la llamada relatividad general.

La teoría relativística de la gravitación, basada en STR, pero no la de Einstein sino en la de Poincaré, asume como primario el espaciotiempo de Minkowski, pero con geometría pseudo euclídea, o sea, métrica γ^{uv} , por lo que soporta todos los campos físicos, por su puesto, incluso la gravedad, preservando las leyes de conservación como leyes universales. El campo gravitacional lo describe por un tensor simétrico de rango dos, Φ^{uv} , como un campo físico, por poseer una densidad energía-impulso, una masa cero en reposo, y los estados de espín dos y cero.

La interacción del campo gravitacional con los demás campos de la naturaleza ocurre, en vista de su universalidad, añadiendo el campo gravitacional, Φ^{uv} , al tensor métrico γ^{uv} , del espaciotiempo de Minkowski, e interactuando con la densidad energía-impulso de los demás campos (materia), de acuerdo con el principio de geometrización, debido a lo cual, el movimiento de la materia bajo la acción de un campo gravitacional, Φ^{uv} , en el espaciotiempo primario de Minkowski, con una métrica γ^{uv} , es equivalente al movimiento en un espaciotiempo de Riemann, con una métrica g^{uv} , de donde resulta el espaciotiempo de Riemann efectivo de la RTG.

Por su parte, la densidad energía-impulso del campo gravitatorio depende del tensor métrico γ^{ik} y del campo gravitatorio O^{ik} , por lo que difiere totalmente de GTR, donde la densidad depende solo del tensor métrico g^{ik} del espaciotiempo de Riemann y, en consecuencia, está

completamente geometrizado, mientras que en RTG no. De tal distinción resulta que mientras para la GTR el campo gravitacional es un campo métrico, en cambio para la RTG el campo gravitacional es un campo físico, compuesto de gravitones virtuales de espín 2 y 0, con impulso-energía, como el campo electromagnético y el resto de campos de la naturaleza.

“Al construir la teoría relativista de la gravitación, RTG, basaremos nuestro razonamiento por completo en la teoría especial de la relatividad, que llamamos simplemente la teoría de la relatividad porque físicamente no puede haber otra relatividad. Aunque el nombre "teoría de la relatividad general" existe, se refiere solo a la gravitación y no a algún tipo de relatividad general. Hace mucho tiempo, Fock, 1939, 1959, aclaró esto.

Ahora discutimos brevemente la esencia de la teoría de la relatividad, tocando especialmente sobre cómo Einstein interpretó la teoría. Esto no solo será de interés histórico; principalmente, le dará al lector una comprensión profunda del punto de partida del razonamiento de Einstein que condujo a la creación de la relatividad general. Minkowski, siguiendo el razonamiento de Poincaré, desarrolló la idea de la geometría pseudo-euclidiana del espaciotiempo de cuatro dimensiones. El elemento de línea en esta geometría tiene la forma

$$ds^2 = cdt^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$$

Poincaré fue quien dio el primer paso para introducir tal cantidad; demostró que ds^2 es invariante en las transformaciones de Lorentz. También fue el primero en introducir el concepto de un grupo de Lorentz y la idea de un espacio de cuatro dimensiones.

Incluso hoy en día, muchos científicos creen que Minkowski proporcionó una interpretación matemática para la teoría de la relatividad que formalmente simplificó la teoría. Pero hay más que esto. En Logunov, 1985, se demuestra que el concepto de cuatro dimensiones del espaciotiempo desarrollado por Poincaré y Minkowski hace posible extender la teoría de la relatividad de los marcos de referencia inerciales a los marcos acelerados. En un marco de referencia acelerado arbitrario, el elemento de línea ds^2 tiene la forma

$$ds^2 = y_{ik}(x) dx^i dx^k$$

donde $y_{ik}(x)$ es el tensor métrico del espaciotiempo de Minkowski.

Para el espaciotiempo de Minkowski, en vista de la existencia de diez vectores Killing, siempre hay transformaciones

$$x^i = f^i(x')$$

que no cambian los coeficientes métricos, es decir,

$$ds^2 = y_{ik}(x') dx'^i dx'^k$$

Esto es lo que nos permite generalizar el principio de relatividad de Poincaré (Poincaré, 1904, 1905) y formular así el principio de relatividad generalizada (Logunov, 1985):

Independientemente del marco de referencia físico que tomemos (inercial o no inercial), siempre existe un número infinito de otros marcos de referencia en los que todos los fenómenos físicos (incluidos los fenómenos gravitacionales) se producen de la misma manera que en el marco de referencia inercial, de modo que no tiene y no puede tener ningún medio de experimento para distinguir en cuál de este número infinito de marcos de referencia estamos posicionados.

Por lo tanto, los marcos de referencia no inerciales ocupan un estado igual con los marcos de referencia inerciales en la teoría de la relatividad. Este hecho fundamental no fue claro para Einstein (Einstein y Grossmann, 1913);

En la teoría ordinaria de la relatividad solo se admiten transformaciones ortogonales lineales.

También (ver Einstein, 1913),

En la teoría inicial de la relatividad, la independencia de las ecuaciones físicas de la elección especial del marco de referencia se basa en la postulación de la cantidad invariante fundamental,

$$ds^2 = \sum (dx_i)^2,$$

mientras que ahora estamos hablando de construir una teoría (GTR) en la que el elemento lineal de una más general naturaleza desempeña el papel de cantidad invariante fundamental.

$$ds^2 = \sum g_{ik} dx_i dx_k,$$

Estos pasajes muestran que en el momento Einstein aún tenía que penetrar profundamente en la esencia de la teoría de la relatividad. En la teoría especial de la relatividad no estamos hablando de la postulación del elemento de línea en la forma

$$ds^2 = \sum (dx_i)^2,$$

contrario a la creencia de Einstein, pero de la geometría pseudo-euclidiana del espaciotiempo definida por el elemento de línea:

$$ds^2 = y_{ik} dx^i dx^k$$

con un tensor métrico y_{ik} , para el cual el tensor de curvatura de Riemann-Christoffel R_{inlm} , desaparece. Por lo tanto, en la teoría especial de la relatividad, la ley de conservación de energía-impulso puede escribirse en la forma covariante general, pero ese hecho no estaba entendido por Einstein. Lo que se ha dicho encontró su reflejo en la relatividad general, en cuya construcción Einstein se guió en gran medida por el elegante aparato formal de la geometría riemanniana y su idea de la equivalencia de fuerzas de inercia y gravedad (el principio de equivalencia).

De acuerdo con la ideología de la relatividad especial, el principio de relatividad no puede aplicarse a los fenómenos de gravitación. Fue sobre la idea central que Einstein

y Hilbert, al crear la relatividad general, hace casi 70 años, se apartaron básicamente de la teoría de la relatividad especial, que a su vez condujo a un rechazo de las leyes de conservación de la energía-impulso e impulso angular, para la aparición de ideas no físicas relacionadas con la no localización de la energía de la gravedad y muchos otros aspectos no relacionados con la gravitación. Estos dos grandes científicos abandonaron el mundo maravillosamente simple del espaciotiempo de Minkowski, que posee el máximo posible (diez parámetros) grupo de movimiento en el espaciotiempo y entró en la jungla de la geometría de Riemann que atascó a las generaciones posteriores de físicos que estudian gravitación.

Por lo tanto, si asumimos que relatividad general es una teoría significativa, debemos rechazar tanto las leyes fundamentales de la conservación de la energía-impulso de la materia y el campo gravitatorio como el concepto de campo clásico. Esto, sin embargo, es una pérdida demasiado grande, y sería muy irreflexivo estar de acuerdo con esto sin la prueba experimental adecuada. Hasta el momento, no hay un solo hecho experimental que, directa o indirectamente, desafíe la validez de las leyes de conservación en el macro o micro mundos. Entonces, solo hay una conclusión: descartamos la relatividad general, dándole crédito como una etapa en el desarrollo de nuestras ideas sobre la gravitación.

En Denisov y Logunov, 1980, 1982, Logunov y Folomeshkin, 1977, y Vlasov y Denisov, 1982, se demuestra que dado que GTR no tiene ni puede tener conservación de la energía-impulso de la materia y el campo gravitacional tomados juntos, la masa inercial tal como se define en la teoría de Einstein no es un significado físico, el flujo de ondas gravitacionales tal como se define en GTR siempre puede ser destruido por la selección adecuada del marco de referencia y, por lo tanto, la fórmula cuadripolar de Einstein para la onda gravitacional no es un corolario de GTR. Básicamente, de GTR no se sigue que un sistema binario pierda energía en forma de ondas gravitacionales. GTR no tiene un límite newtoniano clásico y, en consecuencia, no satisface uno de los principios más fundamentales de la física, el principio de correspondencia. Esto es lo que la ausencia en GTR de las leyes de conservación de energía-impulso dice que uno rechaza el dogmatismo y reflexiona sobre la esencia del problema y hace un análisis detallado.

Todo esto apunta al hecho de que GTR no es una teoría física satisfactoria. Por lo tanto, es urgente construir una teoría clásica de la gravitación que satisfaga todas las demandas de una teoría física.

En la base de la teoría relativista de la gravitación sugerida (ver Logunov, 1986, Logunov y Mestvirishvili, 1984, 1985, 1986, Vlasov y Logunov, 1984, y Vlasov, Logunov, y Mestvirishvili, 1984), que completa el desarrollo de las ideas propuestas en Denisov y Logunov, 1982, colocamos los siguientes requisitos físicos (ver Logunov, 1986):

- (a) El espaciotiempo Minkowski (x^m), es decir, espaciotiempo equipado con geometría pseudo euclidiana es un espacio fundamental que incorpora todos los campos físicos, incluido el gravitatorio. Esta afirmación es general porque es necesaria y suficiente para la validez de las leyes de

conservación de la energía-impulso y el impulso angular para la materia y el campo gravitatorio tomados juntos. En otras palabras, el espaciotiempo de Minkowski refleja las propiedades dinámicas comunes para todo tipo de materia. Esto garantiza la existencia de características universales para todas las formas de materia y campo gravitatorio.

El requisito (a) establece RTG completamente aparte de la teoría general de la relatividad" [5].

"De este modo, se les proporciona la existencia de características físicas comunes, que permiten describir cuantitativamente la transformación de una forma de materia en otras.

El espacio de Minkowski no puede considerarse como existente a priori porque refleja las propiedades de la materia y, por lo tanto, es indispensable desde allí. Aunque formalmente, solo debido a la independencia del espacio de las formas de la materia, a veces se trata de manera abstracta, olvidando la materia.

El espacio de Minkowski admite la descripción tanto en el sistema de coordenadas inercial (por ejemplo, las coordenadas galileanas) como el no inercial (acelerado). Desde el punto de vista matemático, es bastante obvio, ya que se puede introducir una amplia clase de sistemas de coordenadas admisibles (incluida la curvilínea) en el espacio de Minkowski. Sin embargo, este hecho bastante simple no estuvo claro durante un largo período, incluso para algunos grandes físicos. Esto puede explicarse por el hecho de que muchos científicos consideraron el espacio de Minkowski como una interpretación geométrica formal de la teoría de la relatividad especial (TRE). Tal comprensión reduce considerablemente el marco TRE. Para construir RTG se procedió de la formulación más general de TRE, que dice: todos los procesos físicos (incluido el gravitatorio) existen en el mundo de cuatro dimensiones, es decir, en el espacio y el tiempo con geometría pseudo-euclidiana. Esta comprensión de la TRE elimina la sincronización del reloj, el principio de la constancia de la velocidad de la luz, ya que son de un carácter particular bastante limitado, porque solo el intervalo tiene sentido físico.

A principios de siglo, H. Poincaré escribió en su libro "Ciencia e hipótesis" que:

"la experiencia juega un papel necesario en el origen de la geometría, pero sería un error concluir que la geometría, al menos parcialmente, es una ciencia experimental. Si fuera experimental, tendría solo un significado temporal, aproximado y muy aproximado".

Luego continuó:

"Los estudios de geometría solo son <<grupos>> particulares de desplazamientos, pero la noción general de grupo existe primero en nuestras mentes, al menos en forma de posibilidad".

"Bajo esta elección, el experimento nos da una dirección, sin embargo, no lo hace obligatorio; muestra qué geometría es más conveniente para nosotros en lugar de qué geometría es la más correcta".

Si seguimos esta corriente de pensamientos de Poincaré, luego guiados por los principios físicos fundamentales, como las leyes de conservación de la energía-impulso y el impulso angular, debemos usar como base la geometría pseudo-euclidiana del espaciotiempo. Esta elección no solo es conveniente, sino que es realmente única hasta el punto en que se cumplen las leyes de conservación. En 1921, A. Einstein escribió en su libro "Geometría y Experimento":

"La pregunta de si este continuo tiene Euclidiana, Riemanniana o cualquier otra estructura es una pregunta física y la respuesta puede ser dada por un experimento, en lugar de por un acuerdo de elección sobre la base de pura conveniencia".

En principio, es cierto, sin embargo, surge una pregunta: ¿qué hechos experimentales se necesitan para que podamos caracterizar la geometría sin ambigüedades? En nuestra opinión, las leyes fundamentales de conservación de energía-impulso e impulso angular pueden tomarse como tales hechos, ya que reflejan propiedades dinámicas generales de la materia. Esto nos lleva a la geometría pseudo-euclidiana del espaciotiempo, como la más simple.

Por lo tanto, al establecer la estructura de la geometría del espaciotiempo, uno debería proceder naturalmente de los principios físicos fundamentales obtenidos a través de la generalización de numerosos datos experimentales, relacionados con diferentes formas de materia, en lugar de los hechos experimentales particulares (por ejemplo, la luz y el movimiento de cuerpos de prueba).

El espacio Minkowski tiene un profundo significado físico, ya que define las propiedades universales de la materia, como la energía, el impulso y el impulso angular" [1].

- (b) "El campo gravitatorio se describe mediante el tensor simétrico de segundo rango Φ^{uv} y es un verdadero campo físico que posee una densidad de energía-impulso, masa en reposo m y estados de polarización correspondientes a los spin 2 y 0 " [1]. "En esto propiamente se distingue RTG de GTR" [5].

"Las representaciones correspondientes a los spin 1 y 0 se eliminan de los estados de campo Φ^{uv} haciendo que los componentes de Φ^{uv} obedezcan la ecuación de campo:

$$D_u \Phi^{uv} = 0 \tag{1}$$

donde D_u es una derivada covariante en el espacio de Minkowski.

Además de excluir los estados de campo no físicos, la Ecuaciones (1) introduce en la teoría una métrica de Minkowski n_{uv} que permite separar las fuerzas de inercia de la acción del campo gravitatorio. Al elegir la métrica galileana n_{uv} , podemos eliminar completamente la acción de las fuerzas de inercia. La métrica de Minkowski permite introducir la noción de la duración estándar y el intervalo de tiempo en ausencia del campo gravitatorio. A continuación veremos que la interacción del campo gravitatorio tensorial con la materia se puede introducir de tal manera, que causaría la deformación del espacio de Minkowski al variar las propiedades métricas, pero sin violar la causalidad" [1].

- (c) "Se introduce el principio de geometrización, de acuerdo al cual la interacción de un campo gravitacional con materia es logrado, en vista de la universalidad de esta interacción, por añadir el campo gravitacional Φ^{uv} al tensor métrico γ^{uv} del espaciotiempo de Minkowski en la densidad del Lagrangiano de materia de acuerdo a la regla siguiente:

$$L_M(\hat{\gamma}^{uv}, \Phi_A) \rightarrow L_M(\hat{g}g^{uv}, \Phi_A)$$

Donde

$$\hat{g}g^{uv} = \gamma - g g^{uv} = \gamma - \gamma \gamma^{uv} + \gamma - \gamma \Phi^{uv} \equiv \hat{\gamma}^{uv} + \hat{\Phi}^{uv}$$

y Φ_A son los campos materiales. Por materia entendemos todas sus formas excepto el campo gravitacional. De acuerdo con el principio de geometrización, el movimiento de la materia bajo la acción de un campo gravitacional Φ^{uv} en el espaciotiempo de Minkowski con una métrica γ^{uv} es equivalente al movimiento en un efectivo espaciotiempo de Riemann con una métrica g^{uv} . El tensor métrico del espaciotiempo de Minkowski y el tensor del campo gravitacional en este espaciotiempo son conceptos primarios, mientras el espaciotiempo de Riemann y su tensor métrico son conceptos secundarios, debido a su origen al campo gravitatorio y su acción universal sobre la materia a través de Φ_A . El espaciotiempo efectivo de Riemann es literalmente de origen de campo, gracias a la presencia del campo gravitacional. Einstein fue el primero en sugerir que el espaciotiempo es de Riemann en lugar pseudo euclidiano. Identificó la gravitación con el tensor métrico del espaciotiempo de Riemann. Pero esta línea de razonamiento condujo tanto al rechazo del campo gravitacional como al campo físico que posee una densidad de energía-impulso y a la pérdida de las leyes fundamentales de conservación. El principio de geometrización, basado en las nociones del espaciotiempo de Minkowski y un campo gravitacional físico, introduce el concepto de un espaciotiempo de Riemann efectivo y en esta idea de Einstein de una geometría de Riemann encuentra su reflexión indirecta.

De acuerdo con la ideología de RTG, dado que el espaciotiempo de Minkowski (x^m) forma su base, existen escalas temporales y espaciales estándar que no

dependen explícitamente de la interacción gravitacional. En vista del principio de geometrización, el elemento de línea de dependencia completa en el espaciotiempo efectivo de Riemann:

$$ds^2 = g_{ik}(x) dx^i + dx^k$$

el campo gravitatorio se encuentra en los coeficientes métricos $g_{ik}(x)$. La transición a cualquier otra coordenada en RTG, por ejemplo, a las coordenadas propias, resultará en una situación en la que las variables espacio-temporales propias dependerán tanto de las coordenadas x^m en el espaciotiempo de Minkowski como de la constante gravitacional G . Por lo tanto, el tiempo propio y las características espaciales dependerán del campo gravitatorio. Es solo en RTG que uno puede determinar completamente el efecto del campo gravitacional en el paso del tiempo propio y en la variación de la distancia entre los puntos.

- (d) La densidad Lagrangiana escalar de un campo gravitatorio es una forma bilineal de las primeras derivadas covariantes, $Dp^i g_{mn}$, con respecto a la métrica de Minkowski. Básicamente, no hay manera de construir una densidad Lagrangiana escalar de tal forma en GTR.

Utilizando el concepto del espaciotiempo de Minkowski y el principio de geometrización como base, podemos escribir la densidad Lagrangiana de la siguiente forma:

$$L = L_g(\dot{\gamma}^{ik}, \dot{\theta}^{ik}) + L_M(\hat{g}^{ik}, \Phi_A)$$

En nuestra teoría, el campo gravitatorio de densidad Lagrangiana L_g depende del tensor métrico γ^{ik} y del campo gravitatorio O^{ik} . Por lo tanto, esta teoría difiere fundamentalmente de GTR, donde la densidad lagrangiana depende solo del tensor métrico g^{ik} del espaciotiempo de Riemann. Por lo tanto, el campo gravitatorio de la densidad Lagrangiana en nuestra teoría no está completamente geometrizado, mientras que en GTR lo es. Como se demostrará más adelante, la noción de un campo gravitatorio que posee una densidad de energía-impulso y estados de espín 2 y 0 combinados con el principio de geometrización ofrece la posibilidad de construir una teoría relativista de la gravitación no ambigua. Tal teoría cambia el estereotipo del espaciotiempo desarrollado bajo la influencia de la relatividad general y en espíritu está de acuerdo con las teorías modernas en la física de partículas elementales. Implica que el principio general de Einstein carece de significado o contenido físico (Fock, 1939, 1959). En la exposición de una serie de problemas seguimos a Denisov y Logunov, 1982" [5] [6].

“Como en nuestra teoría hay sistemas de coordenadas galileanos (inerciales), la aceleración tiene una naturaleza absoluta. El movimiento de un cuerpo de prueba en el espacio riemanniano efectivo sigue la línea geodésica de este espacio, pero no es libre, ya que está causado por la acción del campo

gravitatorio. Si un cuerpo de prueba estuviera cargado, irradiaría ondas electromagnéticas porque se movería en un campo con aceleración.

Como el campo gravitacional efectivo producido por el espacio riemanniano $\Phi^{\mu\nu}$ presente en el espacio de Minkowski, siempre se puede especificar, lo cual es un punto muy importante, en un sistema de coordenadas. Esto significa que trataremos solo los espacios riemannianos que se especifican en un gráfico. Desde nuestro punto de vista, los espacios riemannianos que poseen una topología complicada se eliminan por completo, ya que no son el origen del campo. Debe observarse que a medida que la materia se mueve en el espacio Riemanniano efectivo, el tensor métrico de Minkowski $\gamma_{\mu\nu}$ no estará contenido en las ecuaciones del movimiento de la materia. El espacio de Minkowski efectúa el movimiento de la materia solo a través del tensor métrico de Riemann $g_{\mu\nu}$ que se encuentra en las ecuaciones que contienen el tensor métrico $\gamma_{\mu\nu}$.

Por lo tanto, aunque el principio de geometrización permite pasar a la descripción del movimiento en el espacio Riemanniano efectivo, sin embargo, la métrica del espacio inicial de Minkowski no se ha excluido. Puesto que, permanece en las ecuaciones del campo gravitatorio, conservando así la noción de sistema inercial, donde las fuerzas de inercia son idénticamente iguales a cero" [1].

4 La ralentización del lapso de un proceso físico.

Como consecuencia que, en RTG el campo gravitacional es físico, existente en el espaciotiempo de Minkowski pseudo euclidiano, por lo tanto, dotado de la fuerza de la inercia, la reducción de los procesos físicos en espacio y tiempo debidos a la acción gravitatoria, produce una fuerza gravitatoria de repulsión que hace imposible el colapso de la materia en una singularidad, como se deriva de las ecuaciones de Schwarzschild, a partir del campo gravitatorio métrico de Einstein-Hilbert. Así, los agujeros negros, no los astros negros que son los posibles en RTG, son otro efecto imposible proveniente de la física relativista basada en la gravedad como un fenómeno no material, es decir, como fenómeno métrico.

“La masa en reposo del gravitón surge inevitablemente en la teoría porque solo de esta manera uno puede considerar el campo gravitatorio como un campo físico en el espacio de Minkowski, cuya fuente es el tensor total de energía-impulso conservado de toda la materia. Y esta es una masa no nula del gravitón que cambia completamente la imagen tanto del proceso de colapso como de la evolución del Universo.

Cuando A. Einstein en 1913 relacionó el campo gravitatorio con el tensor métrico del espacio riemanniano, parecía que tal campo causaba una ralentización del lapso de un proceso físico.

Esta desaceleración se puede ilustrar, en particular, en el caso de la solución de Schwarzschild, si se compara el lapso en presencia del campo gravitacional con el lapso

de un observador distante. Sin embargo, en general, solo el tensor métrico del espacio riemanniano tiene lugar en el GTR y, por lo tanto, cualquier rastro de tiempo inercial del espacio de Minkowski está ausente en las ecuaciones de Hilbert-Einstein. Debido a esta razón, la propiedad universal del campo gravitatorio para ralentizar el lapso en comparación con el tiempo de inercia no pudo obtener un mayor desarrollo en el marco de la GTR.

El aumento del espacio riemanniano efectivo en la teoría de la gravitación del campo con la preservación del espacio de Minkowski como espacio básico le da una importancia especial a la propiedad del campo gravitacional para ejercer una influencia más lenta en el transcurso del tiempo. Solo en este caso se puede argumentar verdaderamente sobre la desaceleración del lapso cuando se hace la comparación del lapso en el campo de gravitación con el de un marco inercial del espacio de Minkowski en ausencia de gravitación.

Todo esto se realiza en RTG porque el tensor métrico $\gamma_{\mu\nu}$ del espacio de Minkowski entra explícitamente en el sistema completo de sus ecuaciones.

Para demostrar que el cambio del lapso implica la aparición de una fuerza, pasamos a la ecuación de Newton.

$$m d^2x/dt^2 = F$$

Si uno pasa formalmente del tiempo inercial a un tiempo τ con

$$d\tau = U(t)dt$$

entonces se obtiene

$$m d^2x/d\tau^2 = 1/U^2 [F - dx/dt d/dt \ln U]$$

Se puede ver a partir de esto que el cambio del lapso definido por la función U da como resultado la aparición de una fuerza efectiva. Todo esto tiene un carácter formal aquí, ya que en este caso no hay ninguna razón física que pueda cambiar el lapso. Pero este ejemplo formal muestra que si un proceso de desaceleración del lapso ocurre es que la Naturaleza genera inevitablemente fuerzas de campo efectivas, por lo que es necesario tenerlas en cuenta como algo absolutamente nuevo y sorprendente. La fuerza gravitacional física cambia tanto el lapso como el aumento de parámetros de las cantidades de espacio en comparación con las mismas cantidades, en un sistema inercial del espacio de Minkowski sin gravitación.

El enfoque de campo de la gravitación excluye el concepto de agujeros negros y explica la evolución tanto de los cuerpos masivos como del Universo sobre la base de una visión más profunda de las propiedades físicas del campo gravitatorio.

Esto confirma la profunda intuición de A. S. Eddington, quien dijo en la sesión del Royal Sociedad astronómica, 11 de enero de 1935:

La estrella tiene que seguir irradiando, irradiando, contrayendo y contrayendo hasta que, supongo, se reduce a unos pocos kilómetros de radio, cuando la gravedad se vuelve lo suficientemente fuerte como para contener la radiación, y la estrella puede último encontrar la paz. . . .

Me sentí impulsado a la conclusión de que esto era casi una reducción ad absurdum de la fórmula de la degeneración relativista. Varios accidentes pueden intervenir para salvar la estrella, pero quiero más protección que eso. ¡Creo que debería haber una ley de la naturaleza para evitar que una estrella se comporte de esta manera absurda!

Parece que en el marco de la formulación de campo de la gravitación tal ley de la naturaleza está contenida en la propiedad física del campo gravitatorio para detener el proceso de desaceleración del lapso y, por lo tanto, limitar su potencial. Esto detiene el proceso de compresión.

A continuación, tomando como ejemplo el colapso y la evolución del Universo homogéneo e isotrópico, veremos de qué manera surge la auto restricción del potencial del campo gravitatorio que detiene tanto el proceso de desaceleración del tiempo como el proceso de la compresión de la sustancia” [2].

5 Fuerzas gravitacionales de repulsión.

En RTG, el campo gravitacional produce fuerzas que son tanto de atracción como de repulsión. No obstante, las conocidas son sólo atractivas. Pero, durante la realización de los procesos físicos en las condiciones extremas de la contracción del espacio y de la dilatación del tiempo, aparecerán las fuerzas repulsivas, también, de naturaleza gravitatoria.

“La propiedad universal del campo gravitacional para reducir la velocidad del tiempo lleva a la teoría de campo a una propiedad fundamental: la generación de fuerzas efectivas de repulsión.

Existe la creencia común de que el campo gravitatorio proporciona solo fuerzas de atracción. Se ve, por ejemplo, el hecho de que la velocidad física de un cuerpo de prueba aumenta cuando se acerca al cuerpo gravitante. Sin embargo, esto no es así para los campos fuertes. Consideremos esto más adelante. Cuando A. Einstein conectó el campo gravitatorio con el tensor métrico espacial de Riemann en 1912, se descubrió que dicho campo estaba reduciendo la velocidad del tiempo para un proceso físico. Esta desaceleración se puede demostrar, en particular, mediante el ejemplo de la solución de Schwarzschild, si comparamos la tasa de tiempo en el campo gravitacional con la tasa de tiempo para un observador distante. Sin embargo, en el caso general, solo hay un tensor métrico espacial riemanniano en la Relatividad General y no hay ninguna indicación del tiempo de inercia del espacio de Minkowski. Por esta razón, la propiedad universal del campo gravitatorio para reducir la velocidad del tiempo en comparación con el tiempo de inercia no se pudo desarrollar más en la relatividad general. La situación es bastante opuesta en la teoría relativista de la gravitación

(RTG), ya que es una teoría de campo. En este enfoque, el campo gravitatorio se trata como un campo físico de tipo Faraday-Maxwell que se desarrolla en el espacio de Minkowski en línea con todos los demás campos físicos.

La fuente del campo gravitatorio universal es el tensor total de energía-impulso conservado de toda la materia, incluido el campo gravitatorio. Por lo tanto, el campo gravitatorio es un campo tensorial con spin 2 y 0. Solo este hecho lleva a la geometrización: el espacio Riemanniano efectivo surge pero con topología trivial. Esto conduce a la siguiente situación: el movimiento de un cuerpo de prueba en el espacio bajo la acción del campo gravitatorio de Minkowski es equivalente al movimiento de este cuerpo en el espacio riemanniano efectivo creado por este campo gravitatorio. El surgimiento del espacio riemanniano efectivo en la teoría de campo junto con la preservación del papel del espacio de Minkowski como el espacio fundamental da un significado especial a la propiedad del campo gravitacional para ralentizar la tasa de tiempo. Solo en este caso, solo es posible hablar sobre la ralentización del tiempo completo, comparando la tasa de tiempo en el campo gravitatorio con la tasa de tiempo en el marco de referencia inercial del espacio de Minkowski en ausencia de gravitación. Y todo esto se realiza en el RTG porque el tensor métrico del espacio de Minkowski entra en el sistema completo de sus ecuaciones. Pero esta propiedad general del campo gravitatorio para reducir la tasa de tiempo lleva a la teoría de campos a una conclusión notable: la desaceleración de la tasa de tiempo del proceso físico en un campo fuerte genera fuerzas de campo efectivas de naturaleza gravitacional. Estas fuerzas efectivas en la gravitación resultan ser repulsivas. Para demostrar que un cambio en la tasa de tiempo conduce al surgimiento de una fuerza, consideremos la ecuación de Newton

$$d^2x/dt^2 = F.$$

Si transformamos formalmente esta ecuación para cambiar el tiempo de inercia t por el tiempo de acuerdo con la regla

$$d\tau = U(t) dt,$$

entonces obtenemos fácilmente

$$d^2x/d\tau^2 = 1/U^2 (F - dx/dt d/dt \ln U).$$

Desde aquí se ve que un cambio en la tasa de tiempo determinada por la función U conduce al surgimiento de la fuerza efectiva. Pero todo esto es de carácter puramente formal porque no hay ninguna razón física en este caso que pueda cambiar la tasa de tiempo. Pero solo este ejemplo formal demuestra que cuando un proceso de ralentización del tiempo tiene lugar en la naturaleza, inevitablemente genera fuerzas de campo efectivas y, por lo tanto, es necesario explicarlas en la teoría como algo bastante nuevo y sorprendente.

Y justo aquí estamos para volvernos a la gravitación. El campo gravitatorio físico cambia tanto la tasa de tiempo como los parámetros de las cantidades espaciales en

comparación con sus valores dados en el sistema inercial del espacio de Minkowski cuando la gravitación está ausente.

Solo por esta razón, todo esto debe tenerse en cuenta en las ecuaciones del campo gravitatorio. En el RTG, el tensor métrico del espacio de Minkowski aparece sin ambigüedad en estas ecuaciones debido a la masa de gravitón introducida en ellas. Solo este tensor brinda la oportunidad de dar cuenta de las fuerzas de campo efectivas creadas por el cambio de la tasa de tiempo bajo acción del campo gravitatorio. Aquí la masa del gravitón realiza una correspondencia del espacio Riemanniano efectivo al espacio básico de Minkowski. Aunque la masa del gravitón es bastante pequeña, sin embargo, la influencia del término masa se vuelve decisiva debido a la gran desaceleración de la tasa de tiempo bajo la acción del campo gravitatorio” [7].

6 Las consecuencias de las fuerzas gravitacionales repulsivas.

Según RTG, las fuerzas gravitacionales repulsivas, que aparecen en la gravedad fuerte, hacen imposible el colapso de la materia en singularidades y, aunque, en un primer momento, generan una expansión acelerada del Universo, debido a la masa del gravitón, en algún momento ulterior tal expansión deberá terminar.

Esta expansión fue descubierta en 1998, alternativamente, y de manera estándar, se ha propuesto la energía oscura como su causa.

En TRG, la expansión acelerada del Universo deberá cesar a causa del paso inevitable desde la región de gravedad fuerte a la región de gravedad débil, y, en consecuencia, al dominio de la fuerza de inercia presente en el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowsky. Asimismo, deberá la energía del vacío evolucionar cíclicamente, entre un máximo y un mínimo de densidad, causando que la fenomenología del Universo sea oscilatoria, por tanto, sin Big Bang ni Big Crunch.

1. Ausencia de la singularidad cosmológica.

“El proceso de ralentización del tiempo transcurrido por el campo gravitatorio durante la compresión del Universo se detiene. Por lo tanto, el campo gravitatorio no puede detener el lapso de tiempo.

Así, debido a la masa del gravitón y, por tanto, a la presencia de las fuerzas gravitacionales relacionadas con el cambio del tiempo, se elimina la singularidad cosmológica, y la expansión del universo comienza a partir de un valor finito del factor de escala. Específicamente, aquí se manifiesta una propiedad sorprendente del campo gravitatorio: la capacidad de crear en los campos fuertes las fuerzas repulsivas que detienen el proceso de compresión del Universo y luego proporcionan su expansión acelerada” [2].

2. Imposibilidad de la ilimitada “expansión del Universo”.

“Teniendo en cuenta el campo gravitatorio $\phi_{\mu\nu}$ como un campo físico en el espacio de Minkowski, uno tiene que exigir el cumplimiento del principio de causalidad. Esto

significa que el cono de luz en el espacio Riemanniano efectivo tiene que estar dentro del cono de luz del espacio Minkowski, es decir, para $ds^2 = 0$ se cumple el requisito $d\sigma^2 > 0$.

La velocidad del lapso de tiempo dt_g en el impulso de la parada de la expansión del Universo se vuelve igual a la velocidad del lapso de tiempo inercial t en el espacio de Minkowski, aunque la segunda derivada \ddot{a} , y por lo tanto, la curvatura escalar R no son cero. Este es este punto desde el cual la desaceleración de la velocidad del lapso de tiempo bajo la acción de las fuerzas atractivas avanzará hasta el punto de la detención de la compresión, cuando bajo la acción ahora ya de fuerzas repulsivas comienza el proceso opuesto de aceleración de la velocidad del lapso de tiempo hasta la velocidad del tiempo de inercia t del espacio de Minkowski

No admitir un crecimiento ilimitado del factor de escala con el tiempo τ , es decir, una "expansión" ilimitada del Universo (en el sentido indicado anteriormente) que se proporciona mediante la ecuación de evolución dinámica del factor de escala a . Notemos, además, que el Universo mismo es infinito porque la coordenada radial está definida en el rango $0 < r \leq \infty$ [2].

3. Necesidad de quintaesencia con $v > 0$

"Incompatibilidad de la RTG con la existencia de un término cosmológico constante (teoría Λ CDM). Como ya se mencionó, al considerar el campo gravitatorio como un campo físico en el espacio de Minkowski, es necesario exigir el cumplimiento del principio de causalidad. Este requisito, aplicado a la evolución del Universo, conduce a la desigualdad según la cual el factor de escala está limitado por la desigualdad $\dot{a} \max = \beta$. En otras palabras, de acuerdo con la RTG, la expansión ilimitada del Universo es imposible. El aparato matemático de la RTG proporciona automáticamente el cumplimiento de esta condición en el caso de que la densidad de la materia disminuya con el aumento del factor de escala" [2].

4. Valor máximo del factor de escala y la integral de la evolución del universo

"El tiempo correspondiente al final de la expansión acelerada y el comienzo de la desaceleración que conduce a la detención de la expansión depende en gran medida del parámetro v .

La expansión hasta el valor máximo del parámetro de escala y su consiguiente compresión conducen al carácter oscilatorio de la evolución del Universo. La idea del carácter oscilatorio de la evolución del Universo se avanzó repetidamente antes, principalmente a partir de las consideraciones filosóficas. Tal régimen podría, en principio, esperarse en el modelo de Friedman cerrado con $\Omega_{tot} > 1$. Sin embargo, en primer lugar, la insuperable dificultad relacionada con el paso a través de la singularidad cosmológica y, en segundo lugar, las consideraciones relacionadas con el crecimiento de la entropía de ciclo a ciclo no permite esto.

Es necesario enfatizar que en el marco de las ecuaciones de Hilbert-Einstein el Universo plano o puede ser oscilatorio. Estas dificultades para el Universo infinito son

eliminadas en el RTG. Dado que las singularidades están ausentes de la RTG, el Universo podría existir un tiempo infinito durante el cual la interacción ocurrió entre sus dominios y esto llevó a la homogeneidad e isotropía del Universo con una estructura de falta de homogeneidad que no tomamos en cuenta para la simplicidad.

El atractivo de la evolución oscilatoria del Universo se menciona en el artículo reciente. El régimen oscilatorio se realiza mediante el precio de introducir un campo escalar que interactúa con la sustancia y el uso de las dimensiones adicionales. Algunas consideraciones importantes se adelantaron a que la fase de la expansión acelerada promueve la conservación de la entropía en los ciclos de repetición de la evolución. En la RTG, el carácter oscilatorio de la evolución del Universo se logra como resultado de la introducción del único campo gravitatorio masivo como un campo físico generado por el tensor total de energía-impulso en el espacio de Minkowski" [2].

7 ¿El espacio de Minkowski es observable?.

De acuerdo, con las ecuaciones de RTG, y las observaciones de las trayectorias de las partículas y el fotón, en el espaciotiempo de Riemann efectivo, es decir, donde el campo gravitacional existe, se puede determinar el tensor del espaciotiempo de Minkowski pseudo euclidiano y mediante transformación de coordenadas arribar a un sistema de coordenadas de un marco inercial galileano, haciendo el espaciotiempo de Minkowski observable, del que se infiere la geometría plana euclidiana del Universo. También, por lo tanto, en RTG no existe ni un Big Bang, tampoco un Big Crunch ni un Big Rip, sino fluctuaciones entre máximos y mínimos de densidad de la energía, provocando que la fenomenología del Universo oscile, siempre sujeta, de una parte, a la ausencia del vacío absoluto y, de la otra parte, a la identidad entre el espaciotiempo de Riemann efectivo y el de Minkowski pseudo Euclídeo, puesto que, el primero surge de los procesos físicos, sujetos a la gravedad, que ocurren en el segundo.

"Ahora hacemos una pregunta: si el espacio de Minkowski es observable, al menos en principio?

Para responderla escribimos las ecuaciones en la forma:

$$m^2 / 2 \gamma_{\mu\nu} = 8\pi G (T_{\mu\nu} - 1 / 2 g_{\mu\nu} T) - R_{\mu\nu} + m^2 / 2 g_{\mu\nu}.$$

Se ve desde aquí que en el lado derecho de la ecuación solo hay características geométricas del espacio riemanniano efectivo y las cantidades que definen la distribución de la sustancia en este espacio.

Ahora hagamos uso del teorema de Weyl-Lorentz-Petrov, según el cual:

"Si uno sabe. . . las ecuaciones de todas las líneas geodésicas de tiempo y todas las geodésicas isotrópicas es posible determinar el tensor métrico hasta un multiplicador constante".

De aquí se deduce que, con la ayuda del estudio experimental de las partículas y el fotón en el espacio de Riemann, se puede, en principio, determinar el tensor métrico $g_{\mu\nu}$ del espacio de Riemann efectivo. Sustituyendo adicionalmente $g_{\mu\nu}$ en la ecuación,

se puede determinar el tensor métrico espacial de Minkowski. Después de eso, con la ayuda de las transformaciones de coordenadas, se puede proporcionar un paso a un sistema de coordenadas galileo inercial. Así, el espacio de Minkowski es, en principio, observable.

Es apropiado citar aquí las palabras de V. A. Fock:

“Cómo se define la línea recta: como un rayo de luz o como una línea recta en el espacio euclidiano en el que se utilizan las coordenadas armónicas x_1, x_2, x_3 como coordenadas cartesianas? Creemos que la segunda definición es la única correcta. En realidad, la usamos cuando dijimos que el rayo de luz cerca del Sol tiene una forma de hipérbola”,

y adicionalmente a este respecto:

“. . . considerando que la línea recta, como un rayo de luz, es más directamente observable, no tiene importancia: lo que es decisivo en las definiciones no es su observabilidad directa, sino más bien una correspondencia con la Naturaleza, aunque esta correspondencia se establece mediante una deducción indirecta”.

El sistema de coordenadas inercial, como vemos, está relacionado con la distribución de sustancias en el Universo. Por lo tanto, RTG nos brinda, en principio, la oportunidad de determinar el sistema de coordenadas inerciales. Las ecuaciones de la evolución del factor de escala.

El sistema de ecuaciones de RTG conduce inequívocamente, en contraste con GTR, a una solución única, que es la geometría plana euclidiana espacial del Universo.

La llamada "expansión del Universo", observada con el desplazamiento del rojo, no es causada por el movimiento de la sustancia, sino por el cambio del campo gravitatorio con el tiempo. Hay que tener en cuenta esta observación cuando se usa el término establecido "expansión del Universo"

La evolución del Universo vacío no ocurre y el espacio Riemanniano efectivo coincide con el espacio de Minkowski” [2].

8 La geometría del espaciotiempo.

La concepción de espaciotiempo de la RTG es relacional, es decir, como una propiedad relacional de la materia, al contrario del substancialismo que lo considera existente en sí mismo. En consecuencia, el espaciotiempo no existe, previo, en su ausencia e independiente de la materia.

Sin embargo, formalmente, es decir, en abstracto, el espaciotiempo se trata como una estructura matemática, que incluso se puede presentar como el recipiente de la materia, donde ocurren sus procesos físicos, que según declaración expresa de RTG, es debido a la independencia del espaciotiempo de la forma de la materia y no, más bien, la consecuencia

de su elaboración conceptual, en su paso desde lo material a ser parte de las estructuras de la ciencia formal de la matemática.

Desde esta visión del espaciotiempo como una estructura matemática pero enlazada con la materia, da lugar que la geometría del espaciotiempo necesariamente es pseudo Euclídea, porque, al contrario de la geometría de Riemann, ésta es la única geometría conocida que preserva las leyes de conservación del impulso-energía y del impulso-energía angular, formuladas como principios físicos fundamentales, a partir de la generalización de los datos experimentales existentes, que revelan las propiedades características dinámicas generales de todas las formas de materia, y permite la descripción cuantitativa de la transformación de unas formas de materia en otras. Pero, debido a que los procesos físicos que ocurren, en el espaciotiempo pseudo Euclídeo, por encontrarse sujetos a las universales fuerzas de gravedad, originan el espaciotiempo efectivo de Riemann, que no es más que la expresión, cuando se curva positivamente el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski, en una geometría afín como es la de Riemann.

“En el Capítulo II, “Espacio y tiempo”, de su libro “Ideas recientes”, H. Poincaré escribió:

“El principio de la relatividad física puede servir para definir el espacio. Se puede decir que nos proporciona un nuevo instrumento para la medición. Voy a explicar ¿Cómo puede un cuerpo sólido servir para medir o, para ser más correcto, construir un espacio? El punto es el siguiente: al transferir un cuerpo sólido de un lugar a otro, notamos que puede aplicarse primero a una figura, luego a otra, y convencionalmente acordamos considerar estas cifras iguales entre sí. La geometría se originó a partir de esta convención. La geometría no es más que una ciencia de las interrelaciones mutuas entre tales transformaciones o, hablando en el lenguaje matemático, una ciencia de la estructura del grupo formado por estas transformaciones, es decir, del grupo de movimientos de cuerpos sólidos. Ahora, considere otro grupo, el grupo de transformaciones que no alteran nuestras ecuaciones diferenciales. Llegamos a un nuevo camino.

Para definir la igualdad entre dos figuras. Ya no decimos: dos figuras son iguales, si uno y el mismo cuerpo sólido se pueden aplicar tanto a una como a la otra. Diremos: dos figuras son iguales, cuando uno y el mismo sistema mecánico, están tan alejados de sus vecinos que puede considerarse aislado, situándose así primero en sus puntos materiales reproduciendo la primera figura, y luego reproduciendo la segunda figura, se comporta en el segundo caso precisamente como en el primero. ¿Estos dos enfoques difieren en esencia? No. Un cuerpo sólido representa un sistema mecánico, como cualquier otro. La única diferencia entre las definiciones de espacio anteriores y nuevas consiste en que esta última es más amplia, ya que permite la sustitución de cualquier sistema mecánico por el cuerpo sólido. Además, nuestra nueva convención no solo define el espacio, sino también el tiempo. Nos proporciona una explicación de lo que son dos intervalos de tiempo

iguales o de lo que está representado por un intervalo de tiempo dos veces más largo que otro".

Precisamente de esta manera, al descubrir el grupo de transformaciones que no alteran las ecuaciones de Maxwell-Lorentz, H. Poincaré introdujo la noción de espaciotiempo de cuatro dimensiones que exhibe geometría pseudo-euclidiana. Este concepto de geometría fue desarrollado más tarde por H. Minkowski.

Hemos elegido la geometría pseudo-euclidiana del espaciotiempo como la base de la teoría relativista de la gravedad actualmente en desarrollo, ya que es el espacio fundamental de Minkowski para todos los campos físicos, incluido el campo gravitatorio.

El espacio de Minkowski no se puede considerar que existe a priori, ya que refleja las propiedades de la materia y, por lo tanto, no se puede separar de ella. Aunque formalmente, precisamente debido a que la estructura del espacio es independiente de la forma de la materia, a veces se trata de manera abstracta, separada de la materia.

En las coordenadas galileanas de un sistema de referencia inercial en el espacio de Minkowski, el intervalo que caracteriza la estructura de la geometría y que es invariable por la construcción, tiene la forma

$$d\sigma^2 = (dx_0)^2 - (dx_1)^2 - (dx_2)^2 - (dx_3)^2$$

Aquí dx_v representan diferenciales de las coordenadas. A pesar del hecho de que el intervalo $d\sigma$, como una característica geométrica del espaciotiempo, es independiente de la elección del sistema de referencia, que se debe a su propia construcción, todavía se puede encontrar en los libros de texto modernos sobre física teórica "pruebas" de que el intervalo es el mismo en todos los sistemas de referencia inerciales, aunque es un invariante y es independiente de la elección del sistema de referencia.

Incluso un físico tan destacado como L. I. Mandelstam escribió en su libro:

"... la teoría de la relatividad especial no puede responder a la pregunta, cómo se comporta un reloj cuando se mueve con aceleración y por qué se ralentiza, porque no se trata de sistemas de referencia en movimiento con aceleración".

Las aserciones incorrectas pueden explicarse por el espacio de Minkowski que muchas personas consideran que es solo una interpretación geométrica formal de la SRT dentro del enfoque de A. Einstein, en lugar de una revelación de la geometría del espaciotiempo. Los temas de conceptos tan limitados como la constancia de la velocidad de la luz, la sincronización de los relojes, la velocidad de la luz independiente del movimiento de su fuente se convirtieron en los temas más discutidos. Todo esto redujo el alcance de la SRT y retrasó la comprensión de su esencia. Y su esencia en realidad consiste solo en que la geometría del espaciotiempo, en la que ocurren todos los procesos físicos, es pseudo-euclidiana.

En un sistema de referencia arbitrario el intervalo asume la forma

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu}(x) dx_\mu dx_\nu,$$

$\gamma_{\mu\nu}(x)$ es el tensor métrico del espacio de Minkowski.

Notamos que uno no puede, en principio, hablar de la sincronización de los relojes o de la constancia de la velocidad de la luz en un sistema de referencia no inercial. Lo más probable es que precisamente la falta de claridad sobre la esencia de la SRT condujo a A. Einstein a concluir:

"que en el marco de la teoría de la relatividad especial no hay lugar para una teoría de la gravedad satisfactoria".

El movimiento libre de un cuerpo de prueba en un sistema de referencia arbitrario tiene lugar a lo largo de una línea geodésica del espacio de Minkowski:

$$DU_\nu / d\sigma = dU_\nu / d\sigma + \gamma_\nu \alpha\beta U_\alpha U_\beta = 0,$$

donde $U_\nu = dx_\nu / d\sigma$, $\gamma_\nu \alpha\beta(x)$ son símbolos de Christoffel definidos por la expresión

$$\gamma_\nu \alpha\beta(x) = 1/2 \gamma_{\nu\sigma} (\partial_\alpha \gamma_\beta \sigma + \partial_\beta \gamma_\alpha \sigma - \partial_\sigma \gamma_\alpha \beta).$$

Todos los tipos de materia satisfacen las leyes de conservación del impulso-energía y del impulso-energía angular. Precisamente estas leyes, que se originaron a partir de una generalización de numerosos datos experimentales, caracterizan las propiedades dinámicas generales de todas las formas de materia mediante la introducción de características universales que permiten la descripción cuantitativa de la transformación de unas formas de materia en otras. Y todo esto también representa hechos experimentales, que se han convertido en principios físicos fundamentales. ¿Qué se debe hacer con ellos? Si uno sigue a A. Einstein y retiene la geometría riemanniana como base, entonces deben descartarse.

Ese precio sería demasiado alto. Es más natural retenerlos para todos los campos físicos, incluido el campo gravitatorio. Pero, en este caso, la teoría debe, entonces, basarse en el espacio de Minkowski, es decir, en la geometría pseudo-euclidiana del espaciotiempo. Hemos adoptado precisamente este enfoque, siguiendo a H. Poincaré.

Los principios fundamentales de la física, que reflejan los numerosos hechos experimentales disponibles, indican qué geometría del espaciotiempo es realmente necesario utilizar como base de la teoría de la gravedad. Por lo tanto, el problema de la estructura de la geometría del espaciotiempo es en realidad un problema físico, que debe resolverse mediante experimentos y, desde nuestro punto de vista, la estructura de la geometría del espaciotiempo no está determinada por datos experimentales específicos en el movimiento de cuerpos de prueba y de luz, pero por principios físicos fundamentales basados en todo el conjunto de hechos experimentales existentes. Es precisamente aquí donde nuestras premisas iniciales para construir la teoría de la gravedad difieren completamente de las ideas aplicadas por A. Einstein como la base de GTR. Pero son totalmente consistentes con las ideas de H. Poincaré. Hemos elegido

la geometría pseudo-euclidiana del espaciotiempo como la base de la teoría relativista de la gravedad, pero eso no significa que el espacio efectivo también sea pseudo-euclidiano. Se puede esperar que la influencia del campo gravitatorio conduzca a un cambio en el espacio efectivo. Trataremos este tema en detalle en la siguiente sección. La métrica del espacio de Minkowski permite introducir los conceptos de la duración estándar y los intervalos de tiempo, cuando no hay campo gravitatorio presente” [4].

9 El tensor de energía-impulso de la materia como fuente del campo gravitatorio.

Todas las formas de materia, incluida como tal la energía, en el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski, se presentan como campos físicos, caracterizados por su sujeción a las leyes de conservación de la energía-impulso y el impulso angular, y descritos por el tensor de energía-impulso de la materia, $t^{\mu\nu}$, que debido a la universalidad de la gravedad, este tensor, como cuantificación de la densidad conservada de la materia, constituye la fuente del campo gravitatorio. Condición fundamental, para ello, es que el movimiento de la materia tiene lugar en el espacio riemanniano efectivo, precisamente originado en el campo gravitatorio, por tanto, de una topología simple a diferencia de la forma general del espacio riemanniano de la GTR, que por esa razón, en ésta, no se puede el campo gravitatorio definir, de manera satisfactoria, en el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski.

En RTG, debido a que el origen del espaciotiempo de Riemann es el campo gravitatorio, en el espacio pseudo Euclídeo de Minkowski, básicamente, existen dos tipos de regiones del espaciotiempo, con sus propiedades métricas, que coinciden con las observadas, unas donde el campo gravitatorio tiende a desaparecer, por lo que se aproximan con gran precisión a las propias del espacio pseudo-euclidiano. Y otras, cuando el campo gravitatorio es fuerte, donde se vuelven propias del espacio riemanniano, aunque, sin que la geometría pseudo-euclidiana desaparezca del todo, puesto que los cuerpos aún poseen inercia, manifiesta como aceleración con respecto al espacio pseudo-Euclidiano en coordenadas galileas. Así, la aceleración en RTG, a diferencia de GTR, tiene un sentido absoluto. Cuestión que ha sido, crucialmente probada, experimentalmente, en el supuesto marco inercial del "ascensor de Einstein", en que una carga en reposo emite ondas electromagnéticas.

Por su parte, al ser la gravedad también un campo físico y, por lo tanto, como componente de la materia, la gravedad asimismo deberá ser fuente del campo gravitatorio. En consecuencia, el tensor de energía-impulso de la materia obedece a la fórmula: $t^{\mu\nu} = t^{\mu\nu}_g + t^{\mu\nu}_M$, donde $t^{\mu\nu}_g$ es el tensor energía-impulso del campo gravitatorio y $t^{\mu\nu}_M$ es el tensor energía-impulso del resto de los campos de la materia.

“Debido a la existencia en el espacio de Minkowski del grupo de diez parámetros de movimiento de Poincaré, para cualquier sistema físico cerrado existen diez integrales de movimiento, es decir, las leyes de conservación de la energía-impulso y el impulso angular son válidas. Cualquier campo físico en el espacio de Minkowski se caracteriza por la densidad del tensor de energía-impulso, que es una característica universal general de todas las formas de materia que satisface las leyes de conservación locales e integrales. En un sistema de referencia arbitrario, la ley de conservación local está escrita en la forma

$$D_\mu t^{\mu\nu} = \partial_\mu t^{\mu\nu} + \gamma^\nu_{\alpha\beta} t^{\alpha\beta} = 0.$$

Aquí $t^{\mu\nu}$ es la densidad total conservada del tensor de energía-impulso para todos los campos de la materia; D_μ representa la derivada covariante en el espacio de Minkowski. Aquí y más allá, siempre trataremos las densidades de las cantidades escalares y tensoriales definidas de acuerdo con la regla

$$\tilde{\phi} = \nu - \gamma\phi, \phi^{\mu\nu} = \nu - \gamma\phi^{\mu\nu}, \gamma = \det(\gamma_{\mu\nu}).$$

La introducción de densidades se debe a un elemento de volumen invariante en el espacio de Minkowski que está determinado por la expresión

$$\nu - \gamma d^4x,$$

mientras que un elemento de volumen invariante en el espacio riemanniano está dado por la expresión

$$\nu - g d^4x, g = \det(g_{\mu\nu}).$$

Por lo tanto, el principio de mínima acción asume la forma.

$$\delta S = \delta \int L d^4x = 0,$$

donde L es la densidad escalar del lagrangiano de la materia. Al derivar las ecuaciones de Euler con la ayuda del principio de acción mínima, automáticamente tendremos que tratar con precisión la variación de la densidad lagrangiana. Según D. Hilbert, la densidad del tensor de energía-impulso $t^{\mu\nu}$ se expresa a través de la densidad escalar del Lagrangiano L de la siguiente manera:

$$t_{\mu\nu} = -2\delta L / \delta \gamma_{\mu\nu}, \tag{2.1}$$

$$\text{donde } \delta L / \delta \gamma_{\mu\nu} = \partial L / \partial \gamma_{\mu\nu} - \partial \sigma (\partial L / \partial \gamma_{\mu\nu, \sigma}), \gamma_{\mu\nu, \sigma} = \partial \gamma_{\mu\nu} / \partial x^\sigma$$

Debido a que la gravedad es universal, sería natural suponer que la densidad conservada del tensor energía impulso de todos los campos de materia, $t^{\mu\nu}$, sea la fuente del campo gravitatorio. Además, aprovecharemos la analogía con la electrodinámica, en la cual la densidad conservada de la corriente vectorial cargada sirve como fuente del campo electromagnético, mientras que el campo en sí se describe por la densidad del potencial vectorial \tilde{A}^ν :

$$\tilde{A}^\nu = (\phi^\sim, \tilde{A}).$$

En ausencia de la gravedad, las ecuaciones de la electrodinámica de Maxwell tendrán la siguiente forma en coordenadas arbitrarias:

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{A}^\nu + \mu^2 \tilde{A}^\nu = 4\pi j^\nu, D_\nu \tilde{A}^\nu = 0,$$

Aquí, para la generalización, hemos introducido el parámetro μ , que en el sistema de unidades $\hat{h} = c = 1$ es la masa en reposo de los fotones.

Dado que hemos decidido considerar que la densidad conservada de la energía-impulso $t^{\mu\nu}$ es la fuente del campo gravitatorio, es natural considerar el campo gravitacional como un campo tensorial y describirlo por la densidad del tensor simétrico

$$\mathcal{O}^{\mu\nu}: \mathcal{O}^{\mu\nu} = \nu - \gamma\phi^{\mu\nu},$$

y en completa analogía con la electrodinámica de Maxwell, las ecuaciones para el campo gravitatorio se pueden escribir en la forma

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \mathcal{O}^{\mu\nu} + m^2 \mathcal{O}^{\mu\nu} = \lambda t^{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

$$D_\mu \mathcal{O}^{\mu\nu} = 0 \quad (2.3)$$

Aquí λ es una cierta constante que, de acuerdo con el principio de correspondencia con la ley de gravedad de Newton, debería ser igual a 16π . La ecuación (2.3) excluye los spin 1 y 0', que solo retienen las propiedades de polarización del campo, que corresponden a los spin 2 y 0. La densidad del tensor de energía-impulso de la materia $t^{\mu\nu}$ consiste en la densidad del tensor de energía-impulso del campo gravitacional, $t^{\mu\nu}_g$, y del tensor de energía-impulso de la materia, $t^{\mu\nu}_M$. Entendemos que la materia comprende todos los campos de la materia, con la excepción del campo gravitatorio,

$$t^{\mu\nu} = t^{\mu\nu}_g + t^{\mu\nu}_M.$$

La interacción entre el campo gravitatorio y la materia se tiene en cuenta en la densidad del tensor de energía-impulso de la materia, $t^{\mu\nu}_M$.

De las ecuaciones (2.2) se deduce que también serán no lineales para el campo gravitatorio propiamente dicho, ya que la densidad del tensor $t^{\mu\nu}_g$ es la fuente del campo gravitacional.

Las ecuaciones (2.2) y (2.3), que declaramos formalmente las ecuaciones de la gravedad por analogía con la electrodinámica, deben derivarse del principio de mínima acción, ya que solo en este caso tendremos una expresión explícita de la densidad del tensor de la energía-impulso del campo gravitatorio y de los campos de la materia. Pero, para este fin, es necesario construir la densidad del lagrangiano de la materia y del campo gravitatorio. Aquí es extremadamente importante realizar esta construcción sobre la base de principios generales. Sólo en este caso se puede hablar de la teoría de la gravedad. La densidad escalar inicial del lagrangiano de la materia se puede escribir en la forma

$$L = L_g(\gamma_{\mu\nu}, \mathcal{O}^{\mu\nu}) + L_M(\gamma_{\mu\nu}, \mathcal{O}^{\mu\nu}, \phi_A),$$

aquí L_g es la densidad del lagrangiano del campo gravitatorio; L_M es la densidad del lagrangiano de los campos de la materia; ϕ_A representa los campos de la materia.

Las ecuaciones para el campo gravitatorio y los campos de la materia tienen, de acuerdo con el principio de acción mínima, la forma

$$\delta L / \delta \mathcal{O}^{\mu\nu} = 0, \quad (2.4)$$

$$\delta L_M / \delta \phi_A = 0. \quad (2.5)$$

Las ecuaciones (2.4) difieren de las ecuaciones (2.2), en primer lugar, en que la derivada variacional de la densidad del Lagrangiano es la derivada con respecto al campo $\hat{\phi}^{\mu\nu}$, mientras que la derivada variacional en las ecuaciones (2.2) es, en acuerdo con la definición (2.1), tomada de la densidad del Lagrangiano sobre la métrica $\gamma_{\mu\nu}$. Para que las ecuaciones (2.4) se reduzcan a ecuaciones (2.2) para cualquier forma de materia, es necesario suponer que la densidad tensorial $\hat{\phi}^{\mu\nu}$ está siempre presente en la densidad del Lagrangiano junto con la densidad tensorial $\hat{\gamma}^{\mu\nu}$ a través de una densidad común $\hat{g}^{\mu\nu}$ en la forma

$$\hat{g}^{\mu\nu} = \hat{\gamma}^{\mu\nu} + \hat{\phi}^{\mu\nu}, \quad \hat{g}^{\mu\nu} = \nu - g g^{\mu\nu}. \quad (2.6)$$

Así surge el espacio riemanniano efectivo con la métrica $g^{\mu\nu}(x)$. Dado que el campo gravitatorio $\hat{\phi}^{\mu\nu}(x)$, como todos los demás campos físicos en el espacio de Minkowski, se puede describir dentro de un único mapa de coordenadas, es evidente a partir de la expresión (2.6) que la cantidad $\hat{g}^{\mu\nu}(x)$ también se puede definir completamente en un único mapa de coordenadas. Para la descripción del espacio riemanniano efectivo debido a la influencia del campo gravitatorio, no se requiere un atlas de mapas, que suele ser necesario para describir el espacio riemanniano de la forma general. Esto significa que nuestro espacio Riemanniano efectivo tiene una topología simple. En la topología GTR no es simple. Precisamente por esta razón, GTR no puede, en principio, construirse sobre la base de ideas que consideren la gravedad como un campo físico gravitatorio en el espacio de Minkowski.

Si se tiene en cuenta la condición (2.6), la densidad del Lagrangiano L asume la forma

$$L = L_g(\gamma_{\mu\nu}, \hat{g}^{\mu\nu}) + L_M(\gamma_{\mu\nu}, \hat{g}^{\mu\nu}, \phi_A).$$

Debe subrayarse que la condición (2.6) permite sustituir el derivado variacional con respecto a $\hat{g}^{\mu\nu}$ por el derivado variacional con respecto a $\hat{\phi}^{\mu\nu}$, y expresar el derivado variacional con respecto a $\gamma_{\mu\nu}$ a través del derivado variacional con respecto a $\hat{g}^{\mu\nu}$ y derivado variacional con respecto a $\gamma_{\mu\nu}$ entra explícitamente en la lagrangiana L .

En efecto,

$$\delta L / \delta \hat{\phi}^{\mu\nu} = \delta L / \delta \hat{g}^{\mu\nu} = 0, \quad (2.7)$$

$$\delta L / \delta \gamma_{\mu\nu} = \delta^* L / \delta \gamma_{\mu\nu} + \delta L / \delta \hat{g}^{\alpha\beta} \cdot \partial \hat{g}^{\alpha\beta} / \partial \gamma_{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

El asterisco en la fórmula (2.8) indica la derivada variacional de la densidad del Lagrangiano con respecto a la métrica $\gamma_{\mu\nu}$ que está explícitamente presente en L . De acuerdo con (2.1), la fórmula (2.8) se puede escribir en la forma

$$t^{\mu\nu} = -2\delta L / \delta \hat{g}^{\alpha\beta} \cdot \partial \hat{g}^{\alpha\beta} / \partial \gamma_{\mu\nu} - 2\delta^* L / \delta \gamma_{\mu\nu}.$$

Teniendo en cuenta la ecuación (2.7) en la expresión anterior obtenemos

$$t^{\mu\nu} = -2\delta^* L / \delta \gamma_{\mu\nu}. \quad (2.9)$$

Comparando las ecuaciones (2.9) y (2.2) obtenemos la condición

$$-2\delta^* L / \delta \gamma_{\mu\nu} = 1/16\pi [\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \phi^{\mu\nu} + m^2 \phi^{\mu\nu}] \quad (2.10)$$

que, en caso de que se cumpla, permite derivar las ecuaciones del campo gravitatorio, (2.2) y (2.3), directamente del principio de acción mínima. Dado que los campos de materia no están presentes en el lado derecho de (2.10), esto significa que la variación en la densidad del Lagrangiano de materia, L_M , con respecto a la métrica explícitamente presente $\gamma_{\mu\nu}$ debe ser cero. Para que no surjan restricciones adicionales sobre el movimiento de la materia determinado por las ecuaciones (2.5), se deduce directamente que el tensor $\gamma_{\mu\nu}$ no entra explícitamente en la expresión para la densidad del Lagrangiano de la materia L_M . Expresión (2.10) entonces asume la forma

$$-2\delta^* L_g / \delta \gamma_{\mu\nu} = 1/16\pi [\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \phi^{\mu\nu} + m^2 \phi^{\mu\nu}]. \quad (2.11)$$

Por lo tanto, todo se reduce a encontrar la densidad del lagrangiano del campo gravitatorio propiamente dicho, L_g , que satisfaría la condición (2.11). Al mismo tiempo, de los argumentos anteriores llegamos a la importante conclusión de que la densidad del lagrangiano de la materia, L , tiene la forma

$$L = L_g(\gamma_{\mu\nu}, \hat{g}^{\mu\nu}) + L_M(\hat{g}^{\mu\nu}, \phi_A). \quad (2.12)$$

Por lo tanto, a partir del requisito de que la densidad del tensor de energía-impulso de la materia sea la fuente del campo gravitatorio, se deduce de manera natural que el movimiento de la materia debe tener lugar en el espacio riemanniano efectivo. Esta afirmación tiene el carácter de un teorema. Por lo tanto, queda claro por qué surgió el espacio riemanniano, en lugar de otro. Precisamente, esta circunstancia nos brinda la posibilidad de formular, en la sección 3, el grupo de gauge, y luego construir la densidad de la condición de Lagrangian (4.24) que satisface (2.11), de acuerdo con (B.20).

$$L_g = 1/16\pi \hat{g}^{\mu\nu} (G^{\lambda}_{\mu\nu} G^{\sigma}_{\lambda\sigma} - G^{\lambda}_{\mu\sigma} G^{\sigma}_{\nu\lambda}) - m^2/16\pi (1/2 \gamma_{\mu\nu} \hat{g}^{\mu\nu} - \nu\text{-}g - \nu\text{-}\gamma) \quad (4.24)$$

$$-2\delta^* L_g / \delta \gamma_{\mu\nu} = 1/16\pi (-J^{\mu\nu} + m^2 \phi^{\mu\nu}) \quad (B.20)$$

Surge una imagen interesante que consiste en que el movimiento de la materia en el espacio de Minkowski con la métrica $\gamma_{\mu\nu}$ bajo la influencia del campo gravitacional $\phi^{\mu\nu}$ es idéntico al movimiento de la materia en el espacio Riemanniano efectivo con la métrica $\hat{g}_{\mu\nu}$, determinado por la expresión (2.6). Denominamos tal interacción del campo gravitatorio con la materia que se conoce como principio de geometrización. El principio de geometrización es una consecuencia de la suposición inicial de que una característica universal de la materia, la densidad del tensor energía-impulso, sirve como fuente del campo gravitatorio. Dicha estructura de densidad del Lagrangiano de la materia indica que se realiza una posibilidad única para que el campo gravitatorio se una dentro de la densidad de Lagrangiana de la materia directamente a la densidad del tensor $\hat{\gamma}^{\mu\nu}$.

El espacio riemanniano efectivo tiene, literalmente, un origen de campo, debido a la presencia del campo gravitatorio. Por lo tanto, la razón por la que el espacio efectivo es Riemanniano, y no otro, reside en la hipótesis de que una cantidad universal conservada, la densidad del tensor energía-impulso, es la fuente de gravedad. Explicaremos esta propiedad fundamental de las fuerzas gravitacionales comparándolas con las fuerzas electromagnéticas. En el caso de un campo magnético homogéneo, se sabe que una partícula cargada en el espacio de Minkowski experimenta, debido a la fuerza de Lorentz, un movimiento a lo largo de un círculo en el plano perpendicular al campo magnético. Sin embargo, este movimiento está lejos de ser idéntico incluso para las partículas cargadas, si su relación carga-masa es diferente. Además, existen partículas neutras, y sus trayectorias en un campo magnético son solo líneas rectas. Por lo tanto, debido al carácter no universal de las fuerzas electromagnéticas, su acción no puede reducirse a la geometría del espaciotiempo. La gravedad es otro tema. Es universal, cualquier cuerpo de prueba se mueve a lo largo de trayectorias idénticas dadas condiciones iniciales idénticas. En este caso, debido a la hipótesis que afirma que el tensor de energía-impulso de la materia es la fuente del campo gravitatorio, resulta posible describir estas trayectorias mediante líneas geodésicas en el espaciotiempo riemanniano efectivo debido a la presencia del campo gravitatorio en el espacio de Minkowski. En esas regiones del espacio, donde existe un pequeño campo gravitatorio presente, tenemos propiedades métricas del espacio que se aproximan con gran precisión a las propiedades realmente observadas del espacio pseudo-euclidiano. Por otro lado, cuando los campos gravitacionales son fuertes, las propiedades métricas del espacio efectivo se vuelven riemannianas. Pero en este caso, también, la geometría pseudo-euclidiana no desaparece sin dejar rastro; es observable y se manifiesta en que el movimiento de los cuerpos en el espacio Riemanniano efectivo no está libre de inercia, sino que se acelera con respecto al espacio pseudo-Euclidiano en coordenadas galileas. Precisamente por esta razón, la aceleración en RTG, a diferencia de GTR, tiene un sentido absoluto. En consecuencia, el "ascensor de Einstein" no puede servir como marco de referencia inercial. Esto se manifiesta en que una carga en reposo en el "elevador de Einstein" emitirá ondas electromagnéticas. Este fenómeno físico también debe testificar a favor de la existencia del espacio Minkowski. Además, la métrica del espacio de Minkowski se puede definir a partir de estudios de la distribución de la materia y del movimiento de los cuerpos de prueba y la luz en el espacio Riemanniano efectivo.

La ecuación de movimiento de la materia no incluye el tensor métrico $\gamma_{\mu\nu}$ del espacio de Minkowski. El espacio de Minkowski solo influirá en el movimiento de la materia mediante el tensor métrico $g_{\mu\nu}$ del espacio de Riemann, derivado, como veremos más adelante, de las ecuaciones de la gravedad, que contienen el tensor métrico $\gamma_{\mu\nu}$ del espacio de Minkowski. Dado que la métrica Riemanniana efectiva surge sobre la base del campo físico dado en el espacio de Minkowski, se deduce que el espacio Riemanniano efectivo tiene una topología simple y se presenta en un solo mapa. Si, por ejemplo, la materia se concentra en una región del tipo isla, entonces, en coordenadas galileanas de un sistema de referencia inercial, el campo gravitatorio $\phi^{\mu\nu}$

no puede disminuir más lento que $1/r$, pero esta circunstancia impone una fuerte restricción en el comportamiento asintótico de la métrica $g_{\mu\nu}$ de geometría riemanniana efectiva

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + O(1/r), \text{ aquí } \eta_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1). \quad (2.13)$$

Si, por otro lado, uno simplemente toma como punto de partida la métrica de Riemann, sin asumir que se originó a partir de la acción de un campo físico, entonces tales restricciones no surgen, ya que la asintóticas de la métrica $g_{\mu\nu}$ incluso dependen de la elección de coordenadas espaciales tridimensionales. Sin embargo, la cantidad física, en principio, no puede depender de la elección de las coordenadas espaciales tridimensionales. RTG impone restricciones en la elección del sistema de referencia. El sistema de referencia puede ser arbitrario, si solo realiza una correspondencia uno a uno entre todos los puntos del sistema de referencia inercial en el espacio de Minkowski y proporciona las siguientes desigualdades, necesarias para introducir los conceptos de tiempo y longitud espacial, que se deben satisfacer:

$$\gamma_{00} > 0, \quad dl^2 = s_{ik} dx^i dx^k > 0; \quad i, k = 1, 2, 3,$$

donde

$$s_{ik} = -\gamma_{ik} + \gamma_{0i}\gamma_{0k}/\gamma_{00}.$$

En nuestra teoría de la gravedad, las características geométricas del espacio riemanniano surgen como cantidades de campo en el espacio de Minkowski, y por esta razón, sus propiedades de transformación se convierten en propiedades tensoriales, incluso si esto no era así desde el punto de vista convencional. Así, por ejemplo, los símbolos de Christoffel, dados como cantidades de campo en coordenadas galileanas del espacio de Minkowski se convierten en tensores del tercer rango. De manera similar, los derivados ordinarios de las cantidades de tensor en las coordenadas cartesianas del espacio de Minkowski también son tensores.

La pregunta puede surgir: ¿por qué no se realiza una división de la métrica, como (2.6), en GTR mediante la introducción del concepto de campo gravitatorio en el espacio de Minkowski? Las ecuaciones de Hilbert-Einstein solo contienen la cantidad $g_{\mu\nu}$, por lo tanto, es imposible decir sin ambigüedad con la ayuda de qué métrica $\gamma_{\mu\nu}$ del espacio de Minkowski debemos definir, de acuerdo con (2.6), el campo gravitacional. Pero la dificultad consiste no solo en lo anterior, sino también en que las soluciones de las ecuaciones de Hilbert-Einstein generalmente no se encuentran en un mapa, sino en todo un atlas de mapas. Tales soluciones para $g_{\mu\nu}$ describen un espacio riemanniano con una topología compleja, mientras que los espacios riemannianos, obtenidos por representación del campo gravitacional en el espacio de Minkowski, se describen en un mapa único y tienen una topología simple. Es precisamente por estas razones que las representaciones de campo no son compatibles con GTR, ya que son extremadamente rigurosas. Pero esto significa que no puede existir una formulación de campo de GTR en el espacio de Minkowski, en principio, no importa cuánto alguien y quién quiera que esto suceda. El aparato de la geometría riemanniana se inclina

hacia la posibilidad de introducir derivados covariantes en el espacio de Minkowski, que aprovechamos al construir RTG. Pero para implementar esto, fue necesario introducir la métrica de Minkowski espacio en las ecuaciones gravitacionales, y, por lo tanto, resultó posible realizar la relación funcional de la métrica del espacio riemanniano, $g_{\mu\nu}$, con la métrica del espacio de Minkowski, $\gamma_{\mu\nu}$." [4].

10 La conservación de la energía-impulso e impulso angular en relación con la geometría del espaciotiempo.

La geometría del espaciotiempo determina principalmente el poder obtener leyes de conservación para el impulso-energía y el impulso angular, de un sistema cerrado de campos que interactúan. Asimismo, permite establecer la existencia de las propiedades de homogeneidad e isotropía de un tipo de espaciotiempo.

Hay tres tipos de geometrías de espacios de cuatro dimensiones que poseen las propiedades de homogeneidad e isotropía, las cuales permiten introducir las 10 integrales de movimiento para un sistema cerrado. Estos son el espacio de curvatura negativa o hiperbólico, el espacio de curvatura cero o pseudo euclidiano y el espacio de curvatura positiva constante o de Riemann.

Sin embargo, con el objetivo de tener el mayor número de cantidades conservadas, es necesario rechazar la geometría riemanniana en su forma general, y debido a que los datos experimentales existentes sobre las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas apuntan a que la geometría natural del espaciotiempo es pseudo euclidiana es necesario elegir el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski, para todos los campos, incluido el gravitacional. Esta es una de las principales tesis de la RTG sobre la interacción gravitacional. De este modo se cumplen todas las leyes de conservación del impulso-energía y el impulso angular y asegura la existencia de las diez integrales de movimiento para un sistema que consiste en el campo gravitacional y los demás campos materiales.

La razón por la cual el espaciotiempo pseudo euclidiano de Minkowski garantiza las diez leyes integrales de conservación del impulso-energía y el impulso angular, en un sistema cerrado de campos que interactúan es el admitir un grupo de diez parámetros de movimientos, consistente de un subgrupo de translación de cuatro parámetros y un subgrupo de seis parámetros de rotación, y tener los vectores de Killing correspondientes.

El espaciotiempo pseudo euclídeo de Minkowski, por ser su tensor métrico γ^{mn} , invariante de forma bajo las translaciones, es homogéneo, por lo cual sus propiedades no dependen de la posición de su origen. Y por serlo también bajo rotación es isotrópico, por lo que todas las direcciones poseen el mismo estatus. Solo en este espacio hay leyes separadas de conservación para el impulso-energía y el impulso angular de un sistema cerrado.

El campo gravitacional en la RTG, como todos los demás campos físicos, se caracteriza por un tensor de impulso de energía que contribuye al tensor total del impulso de energía del sistema. Esto constituye la principal diferencia entre RTG y GTR.

De otra parte, al actuar sobre la materia, un campo gravitacional cambia la geometría de la materia. Entonces, el movimiento de los cuerpos materiales, en el espaciotiempo pseudo

euclidiano, bajo la acción del campo gravitacional no se distingue de su movimiento en un espaciotiempo efectivo de Riemann.

Dado que los datos experimentales también apuntan a que la acción de un campo gravitacional sobre la materia es universal, causa que RTG también formula el principio de geometrización, por el cual, el espaciotiempo efectivo de Riemann será universal para todas las formas de materia.

Así, el espaciotiempo efectivo de Riemann es un portador de energía-impulso. La cantidad de energía utilizada para generar este espaciotiempo es exactamente igual a la cantidad contenida en el campo gravitacional; por lo tanto, la propagación de las ondas de curvatura en el espaciotiempo de Riemann, se producen a través de ondas gravitacionales en el espaciotiempo pseudo euclidiano, con transferencia de energía, como todas las demás ondas existentes en la naturaleza. Por supuesto, en RTG, la existencia de ondas de curvatura en el espaciotiempo de Riemann, se origina directamente de la existencia de ondas gravitacionales en el sentido de Faraday y Maxwell, ondas que transportan una densidad de energía-impulso.

“La geometría del espaciotiempo determina en gran medida la posibilidad de obtener leyes de conservación para un sistema cerrado de campos que interactúan. Como es bien sabido (ver Bogoliubov y Shirkov, 1979, y Novozhilov, 1975), se puede construir una teoría para cualquier campo físico sobre la base del formalismo lagrangiano, en este caso el campo físico se describe mediante una función de coordenadas y tiempo, conocida como la función de campo, y las ecuaciones para determinar esta función se pueden encontrar empleando el principio variacional de mínima acción. Además de producir ecuaciones de campo, el enfoque lagrangiano para construir una teoría clásica de los campos de ondas hace que es posible derivar una serie de relaciones diferenciales conocidas como leyes de conservación diferencial (véase Noether, 1918). Estas relaciones se derivan de la invariancia de la acción integral bajo transformaciones de las coordenadas espacio-temporales y vincular las características dinámicas locales del campo con las derivadas covariantes respectivas en una geometría que es natural en relación con estas características.

En la actualidad, en la literatura se distinguen dos tipos de leyes de conservación diferenciales: fuertes y débiles. Por lo general, una ley de conservación fuerte es una relación diferencial que es válida únicamente debido a la invariancia de la acción integral bajo transformaciones de coordenadas y no requiere la existencia de ecuaciones de movimiento para el campo. Se puede obtener una ley de conservación débil a partir de una ley de conservación fuerte al permitir las ecuaciones de movimiento para un sistema de interacción. Se debe enfatizar que a pesar de su nombre, las leyes de conservación diferencial no requieren la conservación de alguna cantidad, ya sea local o globalmente. Son simplemente identidades diferenciales que vinculan las diferentes características de un campo y son válidas porque la integral de acción no cambia bajo la transformación de coordenadas (es decir, es un escalar). Su nombre fue dado por analogía con las leyes de conservación diferencial en el espaciotiempo pseudo euclidiano, en el que las leyes de conservación diferencial pueden conducir a leyes integrales. Por ejemplo, escribir la ley de conservación para el

tensor total de energía-impulso de un sistema de campos que interactúan en un sistema cartesiano de coordenadas del espaciotiempo pseudo euclidiano, obtenemos

$$\partial/\partial x^0 t^{0i} + \partial/\partial x^\alpha t^{\alpha i} = 0$$

Integrando sobre un cierto volumen y empleando el teorema de divergencia, conseguimos

$$d/dx^0 \int t_0^i dV = - \int t^{\alpha i} dS_\alpha$$

Esta relación significa que la variación en el impulso de energía de un sistema de campos que interactúan dentro de un cierto volumen es igual a un flujo de energía-impulso elevado a través de la superficie que encierra el volumen. Si este flujo es cero, o $\int t^{\alpha i} dS_\alpha = 0$, nosotros llegamos a la ley de conservación para el total 4-impulso de un sistema aislado, donde

$$\partial/\partial x^0 P^i = 0$$

Donde

$$P^i = 1/c \int t^{0i} dV$$

Se pueden obtener relaciones integrales similares en el espaciotiempo pseudo euclidiano para el impulso angular también.

Sin embargo, en un espaciotiempo arbitrario de Riemann, la presencia de una ecuación de conservación covariante diferencial no garantiza la posibilidad de obtener una ecuación de conservación integral respectiva. La posibilidad de obtener leyes integrales de conservación en un espaciotiempo arbitrario de Riemann depende totalmente de la geometría del espaciotiempo y está estrechamente relacionada con la existencia de vectores killing en el espaciotiempo dado o, como a veces se dice, con la existencia de un grupo de movimientos en el espaciotiempo de Riemann. Detengámonos en esto con más detalle, ya que el formalismo desarrollado aquí puede usarse para obtener una conservación integral de las leyes en sistemas arbitrarios de coordenadas curvilíneas del espaciotiempo pseudo euclidiano, también.

En un espaciotiempo arbitrario de Riemann tenemos la siguiente ecuación de conservación covariante para el tensor total de energía-impulso del sistema:

$$\partial_i T^{mi} + \Gamma_{ni}^m T^{ni} + \Gamma_{ln}^l T^{mn} = 0 \quad (5.1)$$

Multipliquemos esta ecuación por el vector Killing, es decir, un vector η_m que satisfaga la ecuación de Killing

$$\eta_{m;n} + \eta_{n;m} = 0 \quad (5.2)$$

En vista de la simetría del tensor, $T^{mn} = T^{nm}$, la ecuación

$\partial_i T^{mi} = 0$ puede escribirse así:

$$\eta_{mi} T^{mi} = \partial_i (\eta_m T^{mi}) = 0$$

Si empleamos las propiedades de una derivada covariante, obtenemos

$$1/\sqrt{-g} \partial/\partial x^l (\sqrt{-g} \eta_m T^{ml}) = 0$$

Como el lado izquierdo de esta ecuación es un escalar, podemos multiplicarlo por $\sqrt{-g} dV$ e integrarlo en un cierto volumen. Luego llegamos a la siguiente ley de conservación integral en el espaciotiempo de Riemann:

$$d/dx^0 \int \sqrt{-g} T^{0m} \eta_m dV = - \oint \sqrt{-g} T^{\alpha m} \eta_m dS_\alpha \quad (5.3)$$

Si el flujo del 3-vector a través de la superficie que rodea el volumen es nulo, entonces

$$\int \sqrt{-g} T^{0m} \eta_m dV = \text{const} \quad (5.3')$$

Por lo tanto, si existen vectores de eliminación, entonces a partir de la ecuación de conservación diferencial (5.1) podemos obtener las leyes de conservación integral (5.3) y (5.3').

Establezcamos ahora qué restricciones deben imponerse a la métrica espaciotiempo de Riemann para que la ecuación de Killing (5.2) tenga una solución, es decir, las condiciones que el vector η_n debe cumplir para que la ecuación (5.2) esté satisfecha. Notamos, primero, que la ecuación de Killing (5.2) se desprende del requisito de que las variaciones de Lie del tensor métrico del espaciotiempo de Riemann bajo las transformaciones de coordenadas infinitesimales

$$x'^n = x^n + \eta^n(x) \quad (5.4)$$

desaparezca (aquí $\eta^n(x)$ es un 4-vector infinitesimal). De hecho, bajo tal transformación de las coordenadas, la variación de Lie del tensor métrico g_{in} asume la forma

$$\delta_L g_{in} = -\eta_n \eta_{in}$$

Comparando esto con (5.2), vemos que la ecuación de Killing requiere que la variación de Lie del tensor métrico g_{in} desaparezca: $\delta_L g_{in} = 0$

Por lo tanto, los vectores Killing describen transformaciones de coordenadas infinitesimales que dejan la forma invariable de la métrica.

La ecuación de Killing (5.2) es un sistema de ecuaciones diferenciales parciales de primer orden. De acuerdo con la teoría general (véase Eisenhart, 1933, Petrov, 1960 y Pontryagin, 1966), para establecer las condiciones de solución para un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, debemos reducir este sistema a la forma

$$\partial^2 \Theta^a / \partial x^i \partial x^j = \psi^a(\Theta^b, x^n) \quad (5.5)$$

donde Θ^a son las funciones desconocidas; $i, n = 1, 2, \dots, N$; y $a, b = 1, 2, \dots, M$. Entonces las condiciones de solución para el sistema (5.5) se pueden obtener desde la relación

$$\partial \Theta^a / \partial x^i \partial x^n = \partial \Theta^a / \partial x^n \partial x^i$$

reemplazando las derivadas parciales de primer orden con el lado derecho de las ecuaciones (5.5):

$$\psi^a/\partial x^n + \psi^a/\partial \theta^b \psi^b_n = \psi^a_n/\partial x^i + \psi^a_n/\partial \theta^b \psi^b_i$$

Si la condición de solución (5.6) se cumple de manera idéntica en la validez de la ecuación (5.5), se dice que el sistema (5.5) es completamente integrable y su solución contienen parámetros M, el mayor número posible de constantes arbitrarias para el sistema dado, pero si (5.5) no es completamente integrable, su solución contendrá un número menor de constantes arbitrarias. Las ecuaciones de Killing (5.2) en el espaciotiempo de Riemann V_n contienen el mayor número posible de parámetros y encuentran este número.

Todos los cálculos se obtendrán en una forma explícitamente covariante, que es una generalización del esquema anterior para encontrar las condiciones de solución para el sistema de ecuaciones de Killing. Diferenciamos covariante las ecuaciones de Killing (5.2) con respecto al parámetro x^n . El resultado es

$$\eta_{i;jn} + \eta_{j;in} = 0$$

En vista de esto tenemos

$$\eta_{i;jn} + \eta_{j;in} + \eta_{i;nj} + \eta_{n;jj} - \eta_{j;ni} - \eta_{n;ji} = 0$$

Reagrupando los términos en esta expresión, obtenemos

$$\eta_{i;jn} + \eta_{i;nj} + (\eta_{j;in} - \eta_{j;ni}) + (\eta_{n;jj} - \eta_{n;ji}) = 0 \quad (5.7)$$

Por otro lado, en vista de la relación de conmutación para derivados covariantes tenemos

$$\eta_{i;jn} - \eta_{j;in} = \eta_k R^k_{inj} \quad (5.8)$$

Si sustituimos esto en (5.7), obtenemos

$$2\eta_{i;jn} + \eta_k R^k_{inj} + \eta_k R^k_{jin} + \eta_k R^k_{njj} = 0 \quad (5.9)$$

Usando la identidad de Ricci

$$R^k_{inl} + R^k_{nlj} + R^k_{ljn} = 0 \quad (5.10)$$

lo que significa que podemos escribir (5.9) en la siguiente forma:

$$\eta_k R^k_{inj} + \eta_k R^k_{jin} = \eta_k R^k_{njj}$$

obtenemos

$$\eta_{i;jn} = -\eta_k R^k_{nij}$$

Por lo tanto, hemos llegado a las siguientes ecuaciones covariantes:

$$\eta_{i;n} + \eta_{n;i} = 0 \quad \eta_{i;jn} = -\eta_k R^k_{nij} \quad (5.11)$$

Transformemos este sistema de diferencial covariante en un sistema que contenga solo las primeras derivadas covariantes. Para este fin, además de los componentes N desconocidos del vector η_{km} , presentamos un tensor desconocido λ_{jm} que obedece a la ecuación

$$\eta_{i;n} = \lambda_{jm} \quad (5.12)$$

Este tensor contiene N^2 componentes desconocidos, pero solamente $N(N + 1)/2$ de son independientes puesto este tensor es anti simétrico en vista de las ecuaciones (5.2) y (5.12):

$$\lambda_{mi} + \lambda_{jm} = 0 \quad (5.13)$$

Si permitimos todo esto, el sistema buscado de ecuaciones diferenciales covariantes asume la forma

$$\eta_{m;j} = \lambda_{mi}, \quad \lambda_{mi;j} = \eta_k R^k_{jim} \quad (5.14)$$

Por lo tanto, hemos reducido las ecuaciones de Killing (5.2) a un sistema de un tipo especial que consiste en ecuaciones diferenciales lineales en derivadas covariantes de primer orden.

Este sistema es una generalización covariante del sistema (5.5), con las funciones desconocidas Θ^a siendo los componentes $N(N + 1)/2$ de los tensores η_m y λ_{mi}

$$\Theta^a = \{ \eta_m, \lambda_{mi} \}$$

La condición de solución para el sistema (5.14) puede obtenerse a partir de la relación de conmutación para derivados covariantes, que se deduce de la independencia del orden en que los derivados se toman en diferenciación parcial. Sobre la base de esta regla obtenemos

$$\begin{aligned} \eta_{i;mj} - \eta_{i;jm} &= \eta_k R^k_{imj} \\ \lambda_{mi;jj} - \lambda_{im;jj} &= \lambda_{ik} R^k_{mji} + \lambda_{km} R^k_{ijj} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Reemplazando las primeras derivadas covariantes en el lado izquierdo de (5.15) con sus expresiones (5.14) y empleando (5.13), lo que refleja el hecho de que λ_{im} anti simétrico, llegamos a las condiciones de solución del sistema (5.14) en la forma

$$\lambda_{im;jj} \lambda_{ij;m} = \eta_k R^k_{imj} \quad (5.16)$$

$$(\eta_k R^k_{jmi})_{;i} - (\eta_k R^k_{imj})_{;j} = \lambda_{ik} R^k_{mji} + \lambda_{km} R^k_{ijj} \quad (5.17)$$

Se verifica fácilmente que (5.16) se satisface de forma idéntica debido a la validez de las ecuaciones (5.14) y las propiedades del tensor de curvatura. Por lo tanto, si la condición (5.17) se cumple de manera idéntica únicamente debido a las propiedades de simetría del espaciotiempo de Riemann, entonces el sistema (5.14) será completamente integrable y, por lo tanto, la solución a las ecuaciones de Killing (5.2)

contendrá el mayor número posible $M = N(N + 1)/2$ de constantes arbitrarias. Como las funciones desconocidas η_m y $\lambda_{ml} = -\lambda_{lm}$ que ingresan al sistema (5.14) deben ser independientes en este caso, el lado izquierdo de (5.17) desaparece de manera idéntica solo si

$$R^k_{mij;l} R^k_{lij,m} = 0 \quad (5.18)$$

$$\delta^n_j R^k_{iml} - \delta^k_j R^n_{jml} - \delta^n_i R^k_{jml} + \delta^k_i R^n_{jml} + \delta^n_l R^k_{mij} - \delta^n_l R^k_{mij} - \delta^n_m R^k_{lij} + \delta^k_m R^n_{lij} = 0 \quad (5.19)$$

Si contraemos (5.19) en l y n y permitimos las relaciones $R^n_{lmn} = R_{lm}$ y $R^n_{nml} = 0$ para la identidad de Ricci (5.10), obtenemos

$$(N - 1) R^k_{mij;l} - R^k_{lij;m} = 0$$

De esto se desprende

$$R_{lmij} = 1/N-1 (g_{jl} R_{mi} - g_{jl} R_{jm}) \quad (5.20)$$

Multiplicando esta ecuación por g^{mi} , obtenemos

$$N R_{jl} = g_{jl} R$$

Si ahora sustituimos esto en (5.20), llegamos a una condición en la que (5.19) se satisface de manera idéntica:

$$R_{lmij} = R/N(N-1) [g_{jl} g_{mi} - g_{jl} g_{jm}] \quad (5.21)$$

La combinación de (5.21) y la ecuación (5.18) da como resultado un requisito que la curvatura escalar debe satisfacer:

$$[\delta^k_j g_{jm} - \delta^k_i g_{jm}] \partial/\partial x^l R - [\delta^k_j g_{jl} - \delta^k_i g_{jl}] \partial/\partial x^m R = 0$$

Si multiplicamos esto por $\delta^l_k g^{mi}$ tenemos

$$(N-1) \partial R/\partial x^l = 0$$

Dado que se considera en el caso $N > 1$, la condición anterior es si y solo si R constante. Las Condiciones de solucionabilidad (5.18) y (5.19) para las ecuaciones de Killing (5.2) quieren satisfacerse de manera idéntica si y solo si el tensor de curvatura espaciotiempo de Riemann tiene la forma

$$R_{lmij} = R/N(N-1) [g_{jl} g_{mi} - g_{jl} g_{jm}]$$

con $R = \text{constante}$

Por lo tanto, las ecuaciones de Killing tienen el mayor número posible $M = N(N - 1)/2$ de constantes arbitrarias (parámetros) si y solo si el espaciotiempo de Riemann V_n es un espacio de curvatura constante, y si V no es un espacio de curvatura constante el número de parámetros deberá ser menor que M .

Hablando matemáticamente, la presencia de leyes integrales de conservación para el impulso-energía y el impulso angular refleja la existencia de ciertas propiedades

inherentes al espaciotiempo: su homogeneidad e isotropía. Hay tres tipos de espacios de cuatro dimensiones que poseen las propiedades de homogeneidad e isotropía que permiten introducir las 10 integrales de movimiento para un sistema cerrado. Estos son el espacio de curvatura negativa (espacio de Lovachevski o espacio hiperbólico), el espacio de curvatura cero (espacio pseudo euclidiano) y el espacio de curvatura positiva constante (espacio de Riemann). Los dos primeros espacios son infinitos, con un volumen infinito, mientras que el tercero está cerrado, con un volumen finito, pero no tiene límites.

Encontremos ahora el vector de Killing en el sistema curvilíneo arbitrario de las coordenadas del espaciotiempo pseudo euclidiano. Con este objetivo primero escribimos las ecuaciones de Killing en el sistema cartesiano de coordenadas:

$$\partial_i \eta_n - \partial_n \eta_i = 0$$

Para determinar un vector de Killing tenemos un sistema de ecuaciones diferenciales lineales parciales de primer orden. Resolviendo este sistema de acuerdo con reglas generales, obtenemos

$$\eta_i = a_i + \omega_{im} x^m \tag{5.22}$$

donde a_i es un vector infinitesimal constante arbitrario, y ω_{im} es un tensor infinitesimal constante arbitrario que satisface la condición

$$\omega_{im} = -\omega_{mi}$$

Por lo tanto, la solución (5.22), como se esperaba, contiene los diez parámetros arbitrarios. Como (5.22) contiene diez parámetros independientes, en realidad tenemos diez vectores de Killing independientes y (5.22) una combinación lineal de los diez vectores independientes.

Establezcamos el modelado de estos parámetros. Sustituyendo (5.22) en (5.4), obtenemos

$$x'^n = x^n + a^n + \omega_m^n x^m \tag{5.23}$$

Los cuatro parámetros son los componentes del 4-vector de las translaciones infinitesimales del marco de referencia. Los tres parámetros $\omega_{\alpha\beta}$ son los componentes del tensor de rotación a través de un ángulo infinitesimal respecto a cierto eje (el así llamado rotación propia). Los tres parámetros $\omega_{0\beta}$ describen rotaciones infinitesimales en el plano (x^0, x^β) , conocidas como rotaciones lorentzianas. Dado que el tensor métrico γ^{mn} es invariante de forma bajo las translaciones, el espaciotiempo pseudo euclidiano es homogéneo; sus propiedades no dependen de la posición del origen en el espacio. Del mismo modo, la invariancia de forma del tensor métrico γ^{mn} bajo rotación tetradimensional conduce a la isotropía de este espacio, lo que significa que todas las direcciones en el pseudo euclídeo espaciotiempo tiene el mismo estatus.

Por lo tanto, el espaciotiempo pseudo euclidiano admite un grupo diez parámetros de movimientos consistiendo de un subgrupo de translación de cuatro parámetros y un

subgrupo de seis parámetros de rotación. La existencia de este grupo de movimientos y los vectores de Killing correspondientes garantizan las diez leyes integrales de conservación del impulso-energía y el impulso angular, en un sistema de campos que interactúan. De hecho, en el sistema cartesiano de coordenadas $V-\gamma = 1$ y para la relación general (5.3), encontramos que en el caso del subgrupo de translación ($\eta_i = a_i$)

$$d/dx^0 \int T^{0m} a_m dV = -\xi dS_\alpha T^{\alpha m} a_m$$

Como a_m es un vector constante arbitrario, esta relación produce

$$d/dx^0 \int T^{0m} dV = -\xi dS_\alpha T^{\alpha m}$$

Para un sistema aislado de campos que interactúan, la expresión en el lado derecho de esta relación se desvanece, como resultado de que el total 4-impulso del sistema se conserva:

$$P^m = \int T^{0m} dV = \text{constante} \quad (5.24)$$

Del mismo modo, en $\eta_n = \omega_{nm} x^m$ obtenemos

$$d/dx^0 \int dV T^{0m} x^n \omega_{mn} = -\xi dS_\alpha T^{\alpha m} x^n \omega_{mn}$$

Como el tensor constante ω_{mn} es antisimétrico, lo anterior conduce a la siguiente ley de conservación integral para el impulso angular

$$d/dx^0 \int dV [T^{0m} x^n - T^{0n} x^m] = -\xi dS_\alpha [T^{\alpha m} x^n - T^{\alpha n} x^m] \quad (5.25)$$

Para un sistema aislado, el impulso angular total se conserva debido a que el lado derecho de (5.25) desaparece:

$$M^{mn} = \int dV [T^{0m} x^n - T^{0n} x^m] = \text{constante} \quad (5.26)$$

Solo en el espaciotiempo pseudo euclidiano hay leyes separadas de conservación para el impulso-energía y el impulso angular de un sistema cerrado.

Tenga en cuenta que podemos obtener la solución a las ecuaciones de Killing (5.2) en coordenadas curvilíneas arbitrarias del espaciotiempo pseudo euclidiano en vista de la naturaleza tensorial de x^i y η^i desde la solución (5.23) a estas ecuaciones en el cartesiano sistema de coordenadas. Con este fin, transferimos (5.23) desde las coordenadas cartesianas x^i a las coordenadas curvilíneas arbitrarias x^i_N de esta manera:

$$x^i = f^i(x_N)$$

Esto produce

$$\eta^i_m = \partial f^i / \partial x^m_N \eta^i [x(x_N)]$$

Por lo tanto, en un sistema de coordenadas curvilíneas arbitrarias del espaciotiempo pseudo euclidiano, los vectores Killing tienen la forma

$$\eta^N_m = \partial f^i(x_N) / \partial x^m_N a^i + \partial f^i(x_N) / \partial x^m_N \omega_{in} f^n(x_N) \quad (5.27)$$

No es muy difícil generalizar las ecuaciones. (5.24) - (5.26) para que incorporen el caso de coordenadas curvilíneas arbitrarias. Procediendo de la misma manera que lo hicimos anteriormente, llegamos a la siguiente expresión para el 4-impulso de un sistema aislado:

$$P^i = \int V - \gamma(x_N) dx^1_N dx^2_N dx^3_N \partial f^i(x_N) / \partial x^m_N T^{0m}(x_N)$$

El tensor antisimétrico del impulso angular en este caso tiene la forma

$$M^{im} = \int V - \gamma(x_N) dx^1_N dx^2_N dx^3_N T^{0n}(x_N) [f^m(x_N) \partial f^i(x_N) / \partial x^n_N - f^i(x_N) \partial f^m(x_N) / \partial x^n_N]$$

Así, la geometría del espaciotiempo determina la posibilidad de obtener leyes integrales de conservación. En el caso de cuatro dimensiones (el espaciotiempo físico) solo los espacios con curvatura constante poseen las diez leyes de conservación integral; en otros espacios, el número de leyes es menor.

Nuestro análisis demuestra que si deseamos tener la mayor cantidad de cantidades conservadas, debemos rechazar la geometría riemanniana en su forma general, y para todos los campos, incluido el gravitacional, debemos seleccionar una de las geometrías de curvatura constante mencionadas anteriormente como la natural. Dado que los datos experimentales existentes sobre las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas sugieren que para los campos relacionados con estas interacciones la geometría natural del espaciotiempo es pseudo euclidiana, podemos suponer, al menos en el nivel actual de nuestro conocimiento, que esta geometría es la geometría natural universal para todos los procesos físicos, incluidos aquellos implicando la gravitación.

Esta afirmación constituye una de las principales tesis de nuestro enfoque de la teoría de la interacción gravitacional. Obviamente conduce a la observancia de todas las leyes de conservación del impulso-energía y el impulso angular y asegura la existencia de las diez integrales de movimiento para un sistema que consiste en un campo gravitacional y otros campos materiales.

Como veremos en breve, el campo gravitacional en nuestro marco, como todos los demás campos físicos, se caracteriza por un tensor de impulso de energía que contribuye al tensor total del impulso de energía del sistema. Esto constituye la principal diferencia entre nuestro enfoque y el de Einstein. También debe señalarse que en el espaciotiempo pseudo euclidiano, la integración de las cantidades de tensor, además de su simplicidad general, tiene un significado bien definido.

Otro tema clave que surge al construir una teoría del campo gravitacional es la cuestión de la forma en que el campo interactúa con la materia. Al actuar sobre la materia, un campo gravitacional cambia la geometría de la materia si entra en términos en las derivadas de orden superior en las ecuaciones de movimiento de la materia. Entonces, el movimiento de los cuerpos materiales y otros campos físicos en

el espaciotiempo pseudo euclidiano bajo la acción del campo gravitacional no se distingue de su movimiento en un espaciotiempo efectivo de Riemann.

Los datos experimentales sugieren que la acción de un campo gravitacional sobre la materia es universal. Esto nos llevó a formular el principio de geometrización. Por lo tanto, el espaciotiempo efectivo de Riemann será universal para todas las formas de materia.

El principio de geometrización se formuló en Denisov y Logunov, 1982, Denisov, Logunov y Mestvirishvili, 1981, y Logunov, Denisov, Vlasov, Mestvirishvili y Folomeshkin, 1979, pero en realidad la idea se presentó por primera vez en Logunov y Folomeshkin, 1977. El principio significa que la descripción del movimiento de la materia bajo la acción de un campo gravitacional en un espaciotiempo pseudo euclidiano es físicamente idéntico a la descripción del movimiento de la materia en el espaciotiempo efectivo de Riemann apropiado. En este enfoque, el campo gravitacional (como un campo físico) está excluido, por así decirlo, de la descripción del movimiento de la materia, y la energía del campo, figurativamente hablando, se usa en formar el espaciotiempo efectivo de Riemann.

Por lo tanto, el espaciotiempo efectivo de Riemann es un portador peculiar de energía-impulso. La cantidad de energía utilizada para crear este espaciotiempo es exactamente igual a la cantidad contenida en el campo gravitacional; por lo tanto, la propagación de las ondas de curvatura en el espaciotiempo de Riemann refleja la transferencia de energía común a través de ondas gravitacionales en el espaciotiempo pseudo euclidiano. Esto significa que, en nuestro enfoque, la existencia de ondas de curvatura en el espaciotiempo de Riemann se deriva directamente de la existencia de ondas gravitacionales en el sentido de Faraday y Maxwell, ondas que transportan una densidad de energía-impulso.

Observamos también que cuando presentamos el principio de geometrización, conservamos la idea de Einstein de la geometría riemanniana del espaciotiempo para la materia. Sin embargo, esto no significa que inevitablemente debemos volver a GTR. La teoría general de la relatividad constituye una realización parcial de esta idea, y no al revés. Por lo tanto, la idea de un campo gravitacional como un campo físico que puede transportar energía cambia nuestras concepciones sobre el espaciotiempo y la gravedad. La teoría relativista de la gravitación, que se da cuenta de esta idea, hace posible describir todo el conjunto de datos sobre experimentos gravitacionales, satisface el principio de correspondencia y conduce a una serie de corolarios fundamentales” [5].

10 Las ondas gravitacionales en RTG.

Puesto que RTG define el campo gravitacional como un campo físico, de tipo estático, por tanto, compuesto por gravitones virtuales de espín 2 y 0, este campo deberá irradiar ondas gravitacionales que corresponderán a su estado dinámico, compuesto por gravitones reales, con masa no cero, que se propagarán en el vacío, como las ondas electromagnéticas, y en

consecuencia serán detectables, aunque, debido a su escasa masa de $4.5 \cdot 10^{-66}$ g, indetectable con nuestro actual alcance tecnológico.

Señalemos que las falsas ondas gravitacionales detectadas por LIGO están por debajo de 10^{-54} g [8], [9], próximas al espectro electromagnético. Tom Van Flandern y el autor han sostenido que las ondas radiadas por las pulsares binarias no son ondas gravitatorias sino alguna forma de electromagnetismo. Dicha radiación es el residuo que queda sin explicar una vez incluidos todos los efectos mecano electromagnéticos conocidos que causan pérdidas de energía que pueden reaparecer en forma de radiación. Tal residuo para la pulsar binaria Hulse-Taylor, PSR B1913+16, coincide con la tasa de decaimiento orbital predicha por GTR, a espaldas de Einstein, aunque, el valor de esta tasa, se encuentra por encima, aproximadamente, en el 0.3% del valor estimado. En las ecuaciones de estimación de la radiación gravitatoria de GTR se asume el gravitón real con masa 0 a fin de hacer coincidir el pronóstico exactamente con el valor observado. Pero cuando se combinan las tasas de decaimiento orbital de las pulsares binarias PSR B1913+16 y PSR B1534+12 se obtiene que la masa del gravitón real no es cero sino máximo menor que $1,35342 \cdot 10^{-52}$ gramos, con un 90% de confianza. Este límite superior para la masa del gravitón real fue calculado, en el 2002, por Lee Samuel Finn y Patrick J. Sutton del "Center for Gravitational Wave Physics", de la Universidad del Estado de Pensilvania, USA. El valor de la supuesta masa del gravitón real menor que $1,35342 \cdot 10^{-52}$ gramos está muy cerca del valor del límite superior de la masa del fotón real el cual es menor que 10^{-51} gramos, de acuerdo con su cálculo del 2003, realizado por Jun Luo y sus colegas en la Universidad Huazhong de ciencia y tecnología en Wuhan, China. Y muy lejos del valor límite superior de la masa del gravitón real menor que $4,5 \cdot 10^{-66}$ gramos, estimada por S. S. Gershtein, A. A. Logunov y M. A. Mestvirishvili, en 1997, con base en los parámetros observados de la expansión del Universo, y que es consistente con el valor menor que $0.5 \cdot 10^{-65}$ gramos estimado por K. Staniukovich y M. Vasiliev, hacia 1968, con base en la relación de Einstein $E = m \cdot c^2$. Por tanto, en realidad la radiación de las estrellas binarias puede ser alguna radiación de tipo electromagnética, como lo ha sostenido Tom Van Flandern, aunque, con la detección de LIGO sería cuadripolar. De todas maneras, cerca de 10^{12} más fuerte que la estimada por RTG. Es obvio que si fuera cierta que la masa del gravitón fuera del orden de la masa del fotón no existiríamos, ya que la fuerza gravitacional proveniente de semejante masa habría impedido nuestra aparición.

No obstante, que en RTG, el gravitón tiene masa en reposo, desde el espín 0, no se generan estados "fantasma" de flujo de energía negativa, que serían estados no físicos, cuando son interpretados sus efectos en el Sistema Solar, debido a la condición de causalidad, según la cual se restringe que el cono del espaciotiempo de Riemann deberá estar dentro del cono del espaciotiempo de Minkowski, ya que en RTG existen dos conos de causalidad.

"Partimos de la existencia de un campo gravitacional libre: las ondas gravitacionales, como una realidad física objetiva similar a las ondas electromagnéticas en el vacío.

Por la simplicidad y precisión de nuestro análisis, consideramos una onda gravitacional de plano débil en el vacío con amplitud $a^{\mu\nu}(k)$, que se propaga a lo largo del eje Z

$$\Phi^{\mu\nu} = a^{\mu\nu}(k) \cos kx, \quad (1)$$

donde $k_v = (w, 0, 0, -q \omega)$, $q^2 = 1 - m^2 / \omega^2$, y m es la masa de gravitón.

Utilizamos el sistema de unidades convenciones $G = \hat{h} = c = 1$. En el vacío las ecuaciones RTG básicas en aproximación lineal y en un marco inercial con coordenadas galileanas toman la siguiente forma

$$\Phi^{\mu\nu} + m^2 \Phi^{\mu\nu} = 0, \quad (2)$$

$$\partial_\nu \Phi^{\mu\nu} = 0 \quad (3)$$

La onda (1) es una solución de estas ecuaciones. Un campo gravitacional débil $\Phi^{\mu\nu}$ produce un espacio riemanniano efectivo con el siguiente tensor métrico

$$g_{\mu\nu} = \gamma_{\mu\nu} - \Phi_{\mu\nu} + 1/2 \gamma_{\mu\nu} \Phi, \quad \Phi_{\mu\nu} \gamma^{\mu\nu} = \Phi$$

el tensor $g^{\mu\nu}$ viene dado por la expresión análoga

$$g^{\mu\nu} = \gamma^{\mu\nu} + \Phi^{\mu\nu} - 1/2 \gamma^{\mu\nu} \Phi \quad (4)$$

De lo anterior se deduce que la curvatura escalar del espacio Riemanniano efectivo R es

$$R = 1/2 m^2 \Phi.$$

Pero ocurre para que no influya en el flujo de energía, como veremos a continuación. El intervalo espacial de Minkowski en un marco inercial con coordenadas galileanas es

$$d\sigma^2 = \gamma_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (5)$$

Como RTG trata el campo gravitacional como un campo tensor físico que se propaga en el espacio de Minkowski, el cono de causalidad del espacio riemanniano efectivo que surge no debe salir del cono de causalidad del espacio de Minkowski. Justo este es el principio de causalidad de RTG. De acuerdo con este principio, las geodésicas parecidas al tiempo y a la luz del espacio riemanniano efectivo que es producido por el campo físico no deben ir fuera de los límites del cono espacial de Minkowski. Solo este requisito físico debería obtener la formulación matemática adecuada.

Los términos con segundas derivadas sobre coordenadas espacio-temporales aparecen en las ecuaciones dinámicas hiperbólicas del campo gravitacional en RTG en la siguiente forma

$$g^{\mu\nu} \partial^2 \Phi^{\alpha\beta} / \partial \Phi x^\mu \Phi x^\nu \quad (6)$$

La ecuación característica para las ecuaciones gravitacionales es proporcionada únicamente por términos derivados de orden superior (6)

$$g^{\mu\nu} \partial S / \partial x^\mu \partial S / \partial x^\nu = 0 \quad (7)$$

Esta ecuación determina el frente de onda del campo, si el gravitón no tiene masa en reposo. Las características determinan el cono de causalidad del espacio riemanniano efectivo. Cada término con una segunda derivada de (6) tiene el término

correspondiente en las características (7). Si algún término con una segunda derivada está ausente en (6), entonces no habrá término correspondiente en (7).

Las líneas geodésicas temporales en correspondencia con (7) están dadas por las ecuaciones de Hamilton-Jacobi

$$g^{\mu\nu} \partial S / \partial x^\mu \partial S / \partial x^\nu = 1 \quad (8)$$

El conjunto total de líneas geodésicas en correspondencia con (6) está determinado por las siguientes ecuaciones

$$0$$

$$g^{\mu\nu} \partial S / \partial x^\mu \partial S / \partial x^\nu = 1$$

$$-1$$

donde la primera ecuación da las líneas geodésicas isotrópicas, la segunda geodésicas temporales, mientras que la tercera da geodésicas espaciales.

Por lo tanto, sobre la base de las ecuaciones. (7) y (8) líneas geodésicas isotrópicas y temporales, en correspondencia con la ecuación. (6), cumple la siguiente desigualdad

$$g^{\mu\nu} \partial S / \partial x^\mu \partial S / \partial x^\nu \geq 0 \quad (9)$$

Esta desigualdad se puede escribir de la siguiente manera

$$g_{\alpha\beta} p^\alpha p^\beta \geq 0 \quad (10)$$

donde el vector contravariante p^α es

$$p^\alpha = g^{\alpha\mu} \partial S / \partial x^\mu \quad (11)$$

Para proporcionar que el cono de causalidad del espacio riemanniano efectivo esté dentro del cono de causalidad del espacio de Minkowski, es necesario y suficiente para cumplir la siguiente desigualdad

$$\gamma_{\alpha\beta} p^\alpha p^\beta \geq 0 \quad (12)$$

Las desigualdades (10) y (12) pueden escribirse en una forma directamente conectada con los movimientos geodésicos (7) y (8) que están en correspondencia exacta con (6)

$$g^{\mu\nu} p_\mu p_\nu \geq 0 \quad (13)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} p_\mu p_\nu \geq 0 \quad (14)$$

donde el vector covariante p_ν es

$$p_\nu = \partial S / \partial x^\nu \quad (15)$$

Las condiciones de causalidad (13) y (14) imponen restricciones rígidas definidas a las soluciones de las ecuaciones de campo gravitacional. Solo las soluciones que satisfacen las desigualdades (13) y (14) tienen un significado físico en la teoría. Las desigualdades (13) y (14) están directamente conectadas con las ecuaciones hiperbólicas para el campo gravitacional, ya que se derivan de la segunda estructura de derivadas (6) de las ecuaciones dinámicas. Solo esta formulación matemática del principio de causalidad garantiza la posición del cono de causalidad de Riemann dentro del cono de causalidad del espacio de Minkowski, en correspondencia con la estructura dinámica (6).

Anteriormente en [4] no hemos reconocido este hecho de necesidad de establecer la correspondencia directa del principio de causalidad con el sistema dinámico de ecuaciones hiperbólicas. En el caso del sistema estático, las ecuaciones de campo gravitacional no son hiperbólicas y, por lo tanto, dicha correspondencia directa está ausente. Pero en ese caso, la condición de causalidad puede usarse en forma de desigualdades (10) y (12). Teniendo en cuenta

$$\hat{g}^{\mu\nu} = \tilde{y}^{\mu\nu} + \Phi^{uv},$$

dónde

$$\hat{g}^{\mu\nu} = V - g\tilde{g}^{\mu\nu}, \quad \tilde{y}^{\mu\nu} = V - \gamma\tilde{y}^{\mu\nu}, \quad \Phi^{uv} = V - \gamma\Phi^{uv},$$

Las desigualdades (13) y (14) en marco inercial con coordenadas galileanas toman la siguiente forma

$$(\tilde{y}^{\mu\nu} + \Phi^{uv}) p_\mu p_\nu \geq 0, \quad (16)$$

$$y^{\alpha\beta} (y^{\alpha\mu} + \Phi^{\alpha\mu}) (y^{\beta\nu} + \Phi^{uv}) p_\mu p_\nu \geq 0 \quad (17)$$

Para el movimiento (1) la siguiente ecuación característica es válida

$$g^{\mu\nu} p_\mu p_\nu = g^{00} (p_0)^2 + 2g^{03} p_0 p_3 + g^{33} (p_3)^2 = 0.$$

Para el campo gravitacional débil y el movimiento especial (1) a lo largo de la desigualdad del eje Z (16) se cumple si el valor de x definido como

$$x = p_3/p_0,$$

está limitado por las siguientes desigualdades

$$x_1 \leq x \leq x_2, \quad (18)$$

dónde

$$x_1 = \Phi^{03} - 1 - 1/2 (\Phi^{00} + \Phi^{33}), \quad (19)$$

$$x_2 = \Phi^{03} + 1 + 1/2 (\Phi^{00} + \Phi^{33}).$$

Así que hemos definido el conjunto de vectores temporales que se encuentran dentro del cono de causalidad determinado por las características en la base de (6) para el movimiento (1), que conduce a la métrica (4). La desigualdad (17) se cumplirá si

$$x'_1 \leq x \leq x'_2,$$

dónde

$$x'_1 = 2\Phi^{03} - 1 - \Phi^{00} - \Phi^{33}, \quad (20)$$

$$x'_2 = 2\Phi^{03} + 1 + \Phi^{00} + \Phi^{33}.$$

Para proporcionar la posición del cono de causalidad riemanniano efectivo dentro del cono de causalidad de Minkowski, es necesario y suficiente para cumplir las siguientes desigualdades

$$x'_1 \leq x_1, x_2 \leq x'_2 \quad (21)$$

Sobre la base de (21) y teniendo en cuenta (19) y (20) obtenemos

$$\Phi^{00} \pm 2\Phi^{03} + \Phi^{33} \geq 0 \quad (22)$$

De la ecuaciones (3) encontramos para la solución (1):

$$\Phi^{00} = q\Phi^{03}, \Phi^{03} = q\Phi^{33} \quad (23)$$

Después de sustituir estas ecuaciones en (22) obtenemos

$$(q \pm 1)^2 \Phi^{03} \geq 0 \quad (24)$$

Se deduce de estas desigualdades para la onda (1) que

$$\Phi^{03} \equiv 0, \quad (25)$$

y por lo tanto, sobre la base de las ecuaciones. (23), tienen lugar las siguientes ecuaciones

$$\Phi^{00} \equiv 0, \Phi^{33} \equiv 0 \quad (26)$$

En RTG, el principio de causalidad selecciona la solución física de las ecuaciones gravitacionales. De (25) y (26) se deduce que los componentes longitudinales-longitudinales están ausentes en la solución de onda (1). Solo por esta razón no hay un término como

$$R\Phi^{03} = 1/2m^2 \Phi\Phi^{03},$$

en el flujo de energía, este término es idénticamente cero. Cuando la masa de gravitón es cero, las ecuaciones. (25), (26) como regla se derivan de las transformaciones de gauge. Aquí se siguen del principio de causalidad.

Solo esto proporciona la positividad del flujo de energía en RTG en el caso de la masa de gravitón distinta de cero.

En la aproximación cuadrática RTG considerada en las coordenadas galileanas, el flujo de energía se determina, por medio de la cantidad de tensor

$$t_g^{0\lambda} = 1/32\pi \gamma^{\epsilon\alpha} \gamma^{\lambda\beta} (\partial_\alpha \Phi_\nu^\tau \cdot \partial_\beta \Phi_\tau^\nu - 1/2 \partial_\alpha \Phi \cdot \partial_\beta \Phi) \quad (27)$$

La elevación y la bajada de los índices para Φ^{uv} se realiza por medio del tensor métrico $\gamma_{\mu\nu}$. De acuerdo con la ecuación. (3), las siguientes relaciones tienen lugar para la solución (1):

$$a^{10} = qa^{13} \quad (28)$$

$$a^{20} = qa^{23}.$$

Teniendo en cuenta (1), y también Ecuaciones (25), (26) y (28), sobre la base de la ecuación. (27) obtenemos para la onda (1) después de promediar con el tiempo

$$t_g^{03} = 1/32 \pi q \omega^2 \{ (a^{21})^2 + 1/4 (a^{11} - a^{22})^2 + m^2/\omega^2 [(a^{13})^2 + (a^{23})^2] \} \quad (29)$$

De aquí se deduce que solo los componentes transversales-transversales están presentes en la densidad del flujo para la onda (1), y también transversales longitudinales $a^1_3, a^2_3, a^1_0, a^2_0$. Los últimos se multiplican por m^2/ω^2 en el flujo de energía (29). Los componentes longitudinales-longitudinales están ausentes en la onda (1). Cabe señalar que según RTG es posible proporcionar una transformación continua a la masa de gravitón cero en este problema.

Por lo tanto, de (29) se deduce que la presencia de una masa de gravitón distinta de cero no conduce en el RTG a la aparición de estados "fantasma" no físicos. Los estados "fantasma" tampoco aparecen en el RTG cuando se explican los efectos del sistema solar. Aquí hay una transformación continua a la masa de gravitón cero a la distancia de la fuente $r \gg r_g = 2M$. La masa de gravitón surge en RTG con la necesidad cuando comenzamos a tratar el campo gravitacional como físico en el espacio de Minkowski" [10].

11 El Principio de Geometrización de RTG.

La GTR introdujo el principio de geometrización (o de métrica) al explicar la gravedad como el efecto de la geometría del espaciotiempo sobre el movimiento de la materia a diferencia de todos los campos existentes en la naturaleza como los campos electromagnético, débil y fuerte que son campos físicos mientras la gravedad un campo métrico. De este principio se deriva que las ecuaciones de movimiento de la materia bajo la acción de la gravedad extendida pueden ser representadas por ecuaciones de movimiento en una variedad pseudo riemanniana o, lo que es lo mismo, la gravedad extendida puede ser descrita por el movimiento geodésico en un espaciotiempo con curvatura positiva constante. Así la métrica es responsable por la interacción gravitatoria, que causaría la aceleración y atracción que se observa en el fenómeno gravitatorio general.

En la RTG también la relación entre materia y espaciotiempo es descrita por el tensor métrico. Pero, el principio de geometrización, en cambio, consiste en que el espacio pseudo euclidiano

de Minkowski dependiente de los tensores de energía-impulso de la materia y del campo gravitacional es igual al espaciotiempo efectivo de Riemann solo dependiente del tensor de energía-impulso de la materia, por lo tanto, en ausencia del campo gravitatorio.

La ley de conservación del tensor total de energía-impulso, $t^{\mu\nu}$, que se da en el espaciotiempo de Minkowski, establece que se conserva la energía-impulso de materia y campo gravitacional tomados juntos. Mientras tanto, el espaciotiempo de Riemann surge como resultado de la acción del campo gravitacional, presente en el espaciotiempo de Minkowski, en todas las formas de la materia, por ello, es el espaciotiempo efectivo de Riemann, es decir, originado en el campo gravitatorio existente en el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowsky. En contraste con GTR, en RTG no puede surgir ningún pseudo tensor de impulso-energía, por lo cual todas las concepciones no físicas, derivadas de la imposibilidad de la localización del campo gravitacional, no son posibles.

“Sin pérdida de generalidad, supongamos que la densidad tensorial \hat{g}^{ik} del tensor métrico del espaciotiempo de Riemann es una función local que depende de la densidad \tilde{y}^{ik} del tensor métrico del espaciotiempo de Minkowski y la densidad \tilde{t}^{ik} del tensor de campo gravitacional. Suponemos que la densidad lagrangiana de la materia L_M depende solo de los campos Φ_A , de sus derivadas covariantes de primer orden y, en vista del principio de geometrización, de \hat{g}^{ik} . También suponemos que la densidad lagrangiana de campo gravitacional depende de \tilde{y}^{ik} en las derivadas parciales de primer orden de \tilde{y}^{ik} , sobre \tilde{t}^{ik} y en las derivadas covariantes de primer orden de \tilde{t}^{ik} con respecto a la métrica de Minkowski. Para derivar leyes de conservación empleamos la invariancia de la acción integral bajo translaciones infinitesimales de las coordenadas. Dado que para cada densidad lagrangiana L dada, la integral de acción $J = \int L d^4x$ es un escalar, bajo una transformación arbitraria de coordenadas infinitesimales, la variación δJ desaparece. Comencemos calculando la variación de la acción material integral $J_M = \int L_M d^4x$ provocada por la transformación

$$X'^i = x^i + \xi^i(x) \quad (6.1)$$

donde $\xi^i(x)$ es un 4-vector infinitesimal de desplazamiento:

$$\delta J_M = \int d^4x [\delta L_M / \delta \hat{g}^{mn} \delta_L \hat{g}^{mn} + \delta L_M / \delta \Phi_A \delta_L \Phi_A + \text{div}] = 0 \quad (6.2)$$

Aquí div representa los términos de divergencia, que en el presente capítulo no juegan ningún papel en nuestra discusión.

La variación euleriana se define de la manera habitual:

$$\delta L / \delta \varphi \equiv \partial L / \partial \varphi - \partial_n \partial L / \partial (\partial_n \varphi) + \partial_n \partial_k \partial L / \partial (\partial_n \partial_k \varphi) \dots$$

Las variaciones $\delta_L \hat{g}^{mn}$ y $\delta_L \Phi_A$ generadas por la transformación de coordenadas (6.1) se pueden calcular fácilmente si empleamos las leyes de transformación:

$$\delta_L \hat{g}^{mn} = \hat{g}^{kn} D_k \xi^m + \hat{g}^{km} D_k \xi^n - D_k (\xi^k \hat{g}^{mn}) \quad (6.3)$$

$$\delta_L \Phi_A = \xi^k D_k \Phi_A + F^B_{A; n} \Phi_B D_n \xi^k \quad (6.4)$$

Aquí y en lo que sigue, la D_k son las derivadas covariantes con respecto a la métrica de Minkowski. Al sustituir (6.3) y (6.4) en (6.2) e integrar por partes, obtenemos

$$\delta J_M = \int d^4x \{-\xi^m [D_k (2 \delta L_M / \delta \hat{g}^{mn} \delta_L \hat{g}^{kn}) - D_m (\delta L_M / \delta \hat{g}^{lp} \delta_L^{lp}) + D_k (\delta L_M / \Phi_A F_{A; m}^{B; k} \Phi_B) + \delta L_M / \Phi_A D_m \Phi_A] + \text{div}\} = 0$$

Dado que el vector ξ^m es arbitrario, la condición $\delta J_M = 0$ produce la siguiente identidad fuerte:

$$D_k (2 \delta L_M / \delta \hat{g}^{mn} \delta_L \hat{g}^{kn}) - D_m (\delta L_M / \delta \hat{g}^{lp} \delta_L \hat{g}^{lp}) = -D_k (\delta L_M / \Phi_A F_{A; m}^{B; k} \Phi_B) - \delta L_M / \Phi_A D_m \Phi_A \quad (6.5)$$

que es válido independientemente de si las ecuaciones de movimiento de los campos son válidas o no.

Permítanos presentarle la siguiente notación:

$$T_{mn} = 2 \delta L_M / \delta g^{mn}, \quad T^{mn} = -2 \delta L_M / \delta g_{mn} = g^{mk} g^{np} T_{kp} \quad (6.6a)$$

$$\check{T}_{mn} = 2 \delta L_M / \delta \hat{g}^{mn}, \quad \check{T}^{mn} = -2 \delta L_M / \delta \hat{g}_{mn} = \hat{g}^{mk} \hat{g}^{np} T_{kp} \quad (6.6b)$$

Donde T_{mn} es la densidad del tensor de energía-impulso de la materia en el espaciotiempo de Riemann y se conoce como la densidad del tensor de Hilbert.

Si permitimos (6.6b), podemos representar el lado izquierdo de (6.5) en la siguiente forma:

$$D_k (\check{T}_{mn} \hat{g}^{kn}) - \frac{1}{2} \hat{g}^{kp} D_m \check{T}_{kp} = \partial_k (\check{T}_{mn} \hat{g}^{kn}) - \frac{1}{2} \hat{g}^{kp} \partial_m \check{T}_{kp}$$

El lado derecho de esta ecuación se puede reducir fácilmente a

$$\partial_k (\check{T}_{mn} \hat{g}^{kn}) - \frac{1}{2} \hat{g}^{kp} \partial_m \check{T}_{kp} = \hat{g}_{mnk} (\check{T}^{kn} - \frac{1}{2} \hat{g}^{kn} \check{T}) \quad (6.7)$$

donde $\check{T} = \hat{g}_{kp} \check{T}^{kp}$ y

k es el símbolo de diferenciación covariante con respecto a la métrica del espaciotiempo de Riemann.

Sobre la base de (6.7) ahora podemos escribir la identidad fuerte (6.5) de la siguiente forma:

$$\hat{g}_{mnk} (\check{T}^{kn} - \frac{1}{2} \hat{g}^{kn} \check{T}) = -D_k (\delta L_M / \Phi_A F_{A; m}^{B; k} \Phi_B) - \delta L_M / \Phi_A D_m \Phi_A \quad (6.8)$$

En vista del principio de menor acción, las ecuaciones de movimiento para los campos materiales tienen la forma

$$\delta L_M / \Phi_A = 0 \quad (6.9)$$

La combinación de esto con (6.8) da como resultado una identidad débil

$${}_m (\check{T}^{mn} - \frac{1}{2} \hat{g}^{mn} \check{T}) = 0 \quad (6.10)$$

Tenga en cuenta que la densidad del tensor energía-impulso para la materia, T^{mn} en el espaciotiempo de Riemann está relacionada con \check{T}^{mn} de la siguiente manera:

$$\sqrt{-g} T^{mn} = \check{T}^{mn} - \frac{1}{2} \hat{g}^{mn} \check{T} \quad (6.11)$$

Por lo tanto, (6.10) da como resultado la siguiente ecuación covariante de conservación de la materia en el espaciotiempo de Riemann:

$${}_m T^{mn} = 0 \quad (6.12)$$

Solo si el número de ecuaciones para un campo de materia es cuatro, podemos usar en lugar de las ecuaciones (6.9) para este campo las ecuaciones equivalentes (6.12). La variación de la integral de acción (6.2) se puede escribir en la forma equivalente

$$\delta J_M = \int d^4x \{ \delta L_M / \delta \Phi'^{mn} \delta_L \Phi'^{mn} + \delta L_M / \delta \tilde{\gamma}^{mn} \delta_L \tilde{\gamma}^{mn} + \delta L_M / \delta \Phi_A \delta_L \Phi_A + \text{div} \} = 0 \quad (6.13)$$

donde las variaciones $\delta_L \Phi'^{mn}$ y $\delta_L \tilde{\gamma}^{mn}$ generadas por la transformación de coordenadas (6.1) son

$$\delta_L \Phi'^{mn} = \Phi'^{kn} D_k \xi^m + \Phi'^{km} D_k \xi^n - D_k (\xi^k \Phi'^{mn}) \quad (6.14)$$

$$\delta_L \tilde{\gamma}^{mn} = \tilde{\gamma}^{kn} D_k \xi^m + \tilde{\gamma}^{km} D_k \xi^n - \tilde{\gamma}^{mn} D_k \xi^k \quad (6.15)$$

Sustituyendo las expresiones para las variaciones $\delta_L \Phi'^{mn}$, $\delta_L \tilde{\gamma}^{mn}$ y $\delta_L \Phi_A$ en (6.13) e integrando por partes, llegamos, en vista de la arbitrariedad de ξ^m a la siguiente identidad fuerte:

$$D_k (2 \delta L_M / \delta \Phi'^{mn} \Phi'^{kn}) - D_m (2 \delta L_M / \delta \Phi'^{kp}) \Phi'^{kp} + D_k (2 \delta L_M / \delta \tilde{\gamma}^{mn}) \tilde{\gamma}^{kn} - D_m (\delta L_M / \delta \tilde{\gamma}^{kp} \tilde{\gamma}^{kp}) = \\ - D_k (\delta L_M / \Phi_A F_{A; m}^{B; k} \Phi_B) - \delta L_M / \Phi_A D_m \Phi_A \quad (6.16)$$

que, como (6.5), es válido independientemente de si las ecuaciones del movimiento de la materia y el campo gravitacional son válidas o no.

Para un Lagrangian arbitrario, presentamos varias notaciones y relaciones que se utilizarán más adelante:

$$\dot{t}^{mn} = -2 \delta L / \delta \tilde{\gamma}_{mn}, \quad t^{mn} = -2 \delta L / \delta \tilde{\gamma}^{mn} \quad (6.17a)$$

$$t^{mn} = 1/\sqrt{-\gamma} (\dot{t}^{mn} - \frac{1}{2} \tilde{\gamma}^{mn} \dot{t}) \quad (6.17b)$$

Como L_M depende, en vista del principio de geometrización, de $\tilde{\gamma}^{mn}$ solo a través de \hat{g}^{mn} , podemos encontrar fácilmente la relación que une \check{T}^{mn} y $\dot{t}_{(M)mn}$

$$\dot{t}_{(M)mn} = 2 \delta L_M / \delta \tilde{\gamma}^{mn} = \check{T}_{hp} \partial \hat{g}^{kp} / \partial \tilde{\gamma}^{mn} \quad (6.18a)$$

donde hemos permitido la definición (6.6b). Teniendo en cuenta la identidad

$$\partial \hat{g}^{kp} / \partial \tilde{\gamma}^{mn} = - \tilde{\gamma}^{ml} \tilde{\gamma}^{nq} \partial \hat{g}^{kp} / \partial \tilde{\gamma}^{lq}$$

y combinándolo con (6.17a), obtenemos

$$\dot{t}_{(M)}{}^{mn} = - \check{T}_{pk} \partial \hat{g}^{pk} / \partial \tilde{\gamma}_{mn} \quad (6.18b)$$

Permitir (6.18b) por identidad (6.6b) y por el hecho de que

$$- \hat{g}_{lp} \hat{g}_{qk} \partial \hat{g}^{lq} / \partial \tilde{\gamma}_{mn} = \partial \hat{g}_{pk} / \partial \tilde{\gamma}_{mn}$$

encontramos que (6.18b) produce

$$\dot{t}_{(M)}^{mn} = \check{T}^{pk} \partial \hat{g}_{pk} / \partial \check{y}_{mn} \quad (6.18c)$$

Ahora, si comparamos las identidades (6.8) y (6.16) y permitimos (6.17a), obtenemos

$$\begin{aligned} \hat{g}_{mnk} (\check{T}^{kn} - \frac{1}{2} \hat{g}^{kn} \check{T}) &= \check{y}_{mn} D_k (\dot{t}_{(M)}^{kn} - \frac{1}{2} \check{y}^{kn} \dot{t}_{(M)}) + D_k (2 \delta L_M / \delta \Phi'^{mn} \Phi'^{kn}) \\ &\quad - D_m (\delta L_M / \delta \Phi'^{kp}) \Phi'^{kp} \end{aligned} \quad (6.19)$$

Del mismo modo, a partir de la invariancia de la integral de acción de campo gravitacional $J_g = \int L_g d^4x$ bajo la transformación de coordenadas a (6.1) se deduce que

$$\check{y}_{mn} D_k (\dot{t}_{(g)}^{kn} - \frac{1}{2} \check{y}^{kn} \dot{t}_{(g)}) + D_k (2 \delta L_g / \delta \Phi'^{mn} \Phi'^{kn}) - D_m (\delta L_g / \delta \Phi'^{kp}) \Phi'^{kp} = 0 \quad (6.20)$$

Sumando (6.19) a (6.20), obtenemos

$$\begin{aligned} \hat{g}_{mnk} (\check{T}^{kn} - \frac{1}{2} \hat{g}^{kn} \check{T}) &= \check{y}_{mn} D_k (\dot{t}^{kn} - \frac{1}{2} \check{y}^{kn} \dot{t}) + D_k (2 \delta L / \delta \Phi'^{mn} \Phi'^{kn}) \\ &\quad - D_m (\delta L / \delta \Phi'^{kp}) \Phi'^{kp} \end{aligned} \quad (6.21)$$

Aquí y en lo que sigue

$$\dot{t}^{kn} = \dot{t}_{(M)}^{kn} + \dot{t}_{(g)}^{kn} \quad (6.22)$$

debido al principio de menor acción, las ecuaciones para el campo gravitacional asumen la forma

$$\delta L / \delta \Phi'^{mn} = \delta L_g / \delta \Phi'^{mn} + \delta L_M / \delta \Phi'^{mn} = 0 \quad (6.23)$$

Teniendo en cuenta estas ecuaciones, vemos que (6.21) produce la igualdad más importante:

$$\hat{g}_{mnk} (\check{T}^{kn} - \frac{1}{2} \hat{g}^{kn} \check{T}) = \check{y}_{mn} D_k (\dot{t}^{kn} - \frac{1}{2} \check{y}^{kn} \dot{t}) \quad (6.24)$$

Dado que la densidad del tensor total de energía-impulso en el espaciotiempo de Minkowski está dada por la fórmula

$$\check{v} \cdot \gamma \dot{t}^{kn} = \dot{t}^{kn} - \frac{1}{2} \check{y}^{kn} \dot{t} \quad (6.25)$$

combinando esta expresión con (6.11) encontramos que (6.24) se puede escribir de la siguiente forma:

$$D_m \dot{t}^m_n = {}_m T^m_n \quad (6.26)$$

Esta fórmula representa el principio de geometrización, a saber, que la divergencia covariante en el espacio pseudo euclidiano de la suma de las densidades tensoras de energía-impulso de la materia y el campo gravitacional tomados juntos es exactamente igual a la divergencia covariante en el espaciotiempo efectivo de Riemann de solo la densidad tensorial de energía-impulso de la materia. Si las ecuaciones de movimiento de la materia son ciertas, tenemos

$$D_m t^m_n = {}_m T^m_n = 0 \quad (6.27)$$

En nuestra discusión hemos asumido que las ecuaciones de movimiento de la materia no son corolarios de las ecuaciones (6.23) para el campo gravitacional, ya que solo en este caso el sistema de ecuaciones (6.23), (6.27) estará completo para determinar el material y variables de campo gravitacional. La ecuación covariante de la conservación de la materia en el espaciotiempo de Riemann no proporciona una imagen clara de qué cantidad se conserva, mientras que la ley de conservación del tensor total de energía-impulso t^m_n en el espaciotiempo de Minkowski establece claramente que la energía-impulso de materia y campo gravitacional tomados juntos se conserva. Por lo tanto, en la teoría actual, el espaciotiempo de Riemann surge como resultado de la acción del campo gravitacional en todas las formas de la materia, por lo tanto, este espaciotiempo es el espaciotiempo efectivo de Riemann de origen de campo. El espaciotiempo de Minkowski encuentra su reflejo físico preciso en las leyes de conservación de los tensores del impulso de energía y el impulso angular de la materia y el campo gravitacional tomados en conjunto.

Como en el espaciotiempo plano hay diez vectores de Killing, debe haber diez cantidades integrales conservadas para un sistema cerrado de campos. Además, desde la ecuación que refleja la conservación del tensor total de energía-impulso en el espaciotiempo de Minkowski,

$$D_m t^m_n = D_m (t_{(M)}^m_n + t_{(g)}^m_n) = 0 \quad (6.28)$$

es equivalente a la ecuación covariante que representa la conservación de la materia en el espaciotiempo de Riemann, y este último es equivalente a las ecuaciones de movimiento de la materia, podemos usar la ecuación. (6.28) en lugar de la ecuación de movimiento de la materia.

Cabe señalar especialmente que tanto la materia como el campo gravitacional se caracterizan en la teoría dada por los tensores de impulso-energía y, por lo tanto, en contraste con GTR, en principio no puede surgir ningún pseudo tensor, con el resultado de que todas las concepciones no físicas sobre la imposibilidad de la localización del campo gravitacional está ausente de nuestra teoría.

Si tuviéramos que tomar, siguiendo a Hilbert y Einstein, la densidad lagrangiana del campo gravitacional en una forma completamente geometrizada, es decir, dependiendo solo del tensor métrico g^{ik} del espaciotiempo de Riemann y sus derivados, es decir, $L_g = \sqrt{-g} R$, con R la curvatura escalar del espaciotiempo de Riemann, luego la densidad del tensor de energía-impulso de un campo gravitacional libre en el espaciotiempo de Minkowski, en vista de las ecuaciones de campo, se desvanecería en todas partes:

$$\delta L_g / \delta \gamma^{mn} = \delta L_g / \delta g^{pk} \delta g^{pk} / \delta \gamma^{mn} = 0 \quad (6.29)$$

Por lo tanto, si tomamos el espaciotiempo de Minkowski y un campo tensor físico que posee energía e impulso, en principio no podemos construir un campo gravitacional lagrangiano completamente geometrizado. Por lo tanto, una teoría basada en un

lagrangiano completamente geometrizado no puede en principio describir un campo gravitacional físico en el sentido de Faraday y Maxwell en el espaciotiempo de Minkowski. Se ha afirmado en la literatura (por ejemplo, ver Ogievetsky y Polubarinov, 1965a, 1965b) que el empleo de un campo tensorial con espín 2 en el espaciotiempo de Minkowski resulta inequívocamente en un campo gravitacional GTR Lagrangiano igual a R. Sin embargo, tales declaraciones son sin significado físico porque el tensor de energía-impulso del campo gravitacional introducido en el argumento es cero, como lo muestra claramente (6.29). Por lo tanto, dicha investigación carece de sentido físico y los resultados son erróneos” [5].

12 La identidad básica.

Para la construcción matemática tensorial de RTG, satisfaciendo la ley de conservación de la materia, en el tensor métrico de Riemann con respecto al espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowsky, es primordial la “identidad básica”.

“Como se muestra en Barnes, 1965, y Fronsdal, 1958, el tensor simétrico de segundo rango puede expandirse en una suma directa de representaciones irreducibles, una con spin 2, una con spin 1 y dos con spin 0:

$$f^i = (P_2 + P_1 + P_0 + P_0')^{lm}_{ik} f^{ik} \quad (7.1)$$

aquí P_s , $s = 2, 1, 0, 0'$, denotamos los operadores de proyección, que satisfacen las siguientes relaciones estándar:

$$P_3 P_t = \delta^t_s P_t, \text{ (aquí no hay suma sobre } t),$$

$$P^{in}_{s;in} = (2s + 1), \Sigma_s P^{lm}_{s;ik} = \frac{1}{2} (\delta^l_i \delta^m_k + \delta^m_i \delta^l_k) \equiv \delta^{lm}_{ik} \quad (7.2)$$

Es conveniente escribir primero los operadores P_s , en la representación del impulso, para este fin introducimos las siguientes cantidades auxiliares (proyección):

$$X_{ik} = 1/\sqrt{3}(\gamma^{ik} - q_i q_k / q^2), \quad Y_{ik} = q_i q_k / q^2 \quad (7.3)$$

Se puede demostrar que los operadores P_s , que satisfacen (7.2) pueden escribirse, a través de (7.3), de la siguiente forma:

$$P^{mi}_{0;ni} = X_{ni} X^{lm}, \quad P^{mi}_{0';ni} = Y_{ni} Y^{ml} \quad (7.4)$$

$$P^{mi}_{1;ni} = \sqrt{3}/2 (X^l_i Y^m_n + X^m_n Y^l_i + X^m_i Y^l_n + X^l_n Y^m_i) \quad (7.5)$$

$$P^{mi}_{2;ni} = 3/2 (X^l_i X^m_n + X^m_i X^l_n) - X_{ni} X^{mi} \quad (7.6)$$

Las fórmulas (7.4) - (7.6) muestran que las $P^{mi}_{s;ni}$ son simétricas en los índices (ml) y (nl). En la representación x , los operadores de proyección P_s son operadores integro diferenciales no locales:

$$(P^{mi}_{s;ni} f^{ni}) = \int d^4 y P^{mi}_{s;ni}(x-y) f^{ni}(y)$$

Las expresiones explícitas para $P^{mi}_{0;ni}(x)$ y $P^{mi}_{2;ni}(x)$ tiene la forma

$$P_{0;ni}^{mi}(x) = \frac{1}{3} [\gamma^{im} \gamma_{in} \delta(x) + (\gamma^{im} \partial_i \partial_n + \gamma_{in} \partial^i \partial^m) D(x) + \partial_i \partial_n \partial^i \partial^m \Delta(x)] \quad (7.7)$$

$$P_{2;ni}^{mi}(x) = (\delta_{in}^{lm} - \frac{1}{3} \gamma^{im} \gamma_{in}) \delta(x) + \frac{2}{3} \partial^i \partial^m \partial_i \partial_n \Delta(x) + [1/2 (\delta_i^l \partial^m \partial_n + \delta_n^m \partial^l \partial_i + \delta_n^i \partial^m \partial_l + \delta_i^m \partial^l \partial_n) - \frac{1}{3} (\gamma^{im} \partial_i \partial_n + \gamma_{in} \partial^i \partial^m)] D(x) \quad (7.8)$$

En ambos (7.7) y (7.8), D(x) es la función Green de la ecuación de onda

$$\square D(x) = -\delta(x) \quad (7.9)$$

y

$$\Delta(x) = \int a'^4 y D(x-y) D(y)$$

Por lo tanto tenemos la ecuación

$$\square \Delta(x) = -D(x) \quad (7.10)$$

Usando (7.7) - (7.10) podemos verificar fácilmente que los operadores P_0 y P_2 , están conservados, es decir, obedecen las siguientes identidades

$$\begin{aligned} \partial_l P_{0;ni}^{mi}(x) &= \partial^n P_{0;ni}^{mi}(x) \equiv 0 \\ \partial_l P_{2;ni}^{mi}(x) &= \partial^n P_{2;ni}^{mi}(x) \equiv 0 \end{aligned} \quad (7.11)$$

Pero los operadores P_1 y P_0' no exhiben esta propiedad.

La expansión (7.1) implica que si el campo tensor obedece a la ecuación

$$\partial_l f^{lm} = 0 \quad (7.12)$$

no contiene las representaciones con los spin 1 y 0'. Esto significa que dicho campo tensor describe solo los spin 2 y 0.

En vista de (7.7) y (7.8) se puede verificar fácilmente que el operador

$$\begin{aligned} \square (2P_0 - P_2)^{mn}_{il} &= -(\delta^{mn}_{il} - \frac{1}{3} \gamma^{mn} \gamma_{il}) \square \delta(x) - (\gamma^{mn} \partial_i \partial_l + \gamma_{il} \partial^m \partial^n) \delta(x) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\delta_i^n \partial^m \partial_l + \delta_l^m \partial^n \partial_i + \delta_l^n \partial^m \partial_i + \delta_i^m \partial^n \partial_l) \delta(x) \end{aligned} \quad (7.13)$$

es el único operador de segundo orden que es local y conservado. Actuando con este operador en la función $\varphi^{il} - \frac{1}{2} \gamma^{il} \varphi$, donde $\varphi = \gamma^{pq} \varphi^{pq}$ y teniendo en cuenta (7.7) - (7.10), encontramos que

$$\begin{aligned} \psi^{mn} &= \int \square y [2P_0(x-y) - P_2(x-y)]^{mn}_{il} [\varphi^{il}(y) - \frac{1}{2} \gamma^{il} \varphi(y)] d^4 y \\ &= \partial_k \partial_p [\gamma^{nk} \varphi^{pm} + \gamma^{mk} \varphi^{pn} - \gamma^{kp} \varphi^{mn} - \gamma^{mn} \varphi^{kp}] \end{aligned} \quad (7.14)$$

La estructura (7.14) para cualquier campo tensor simétrico es notable porque es local y lineal, contiene solo derivados de segundo orden y satisface la ley de conservación, es decir, la divergencia de ψ^{mn} es idénticamente nula:

$$\partial_m \psi^{mn} \equiv 0 \quad (7.15)$$

En lo que sigue necesitaremos una estructura (7.14) escrita en términos de las derivadas covariantes de la densidad de tensor métrico \hat{g}^{lm} con respecto a la métrica de Minkowski:

$$J^{mn} = D_k D_p [\gamma^{np} \hat{g}^{km} + \gamma^{pm} \hat{g}^{kn} - \gamma^{kp} \hat{g}^{mn} - \gamma^{mn} \hat{g}^{kp}] \quad (7.16)$$

De (7.16) se deduce que

$$D_m J^{mn} \equiv 0 \quad (7.17)$$

que llamaremos identidad básica, ya que juega un papel fundamental en la construcción de RTG'' [5].

13 Las ecuaciones de RTG.

Debido a que en el espaciotiempo de Riemann es necesario para describir cuantitativamente la órbita de Mercurio y la deflexión de la onda electromagnética bajo la acción de un campo gravitatorio fuerte como el del Sol, pero como en este espacio no puede haber coordenadas cartesianas globales, que impiden definir el campo gravitacional como físico, se requieren ecuaciones obtenibles mediante una metodología diferente a la de GTR.

Los objetivos metodológicos para la elaboración de las ecuaciones de RTG, son:

1. La geometría riemanniana surge como una cierta geometría efectiva.
2. Su generación es por la acción de un campo gravitacional físico sobre la materia, en el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski.

Es indispensable se cumpla la condición:

Para que la construcción de una métrica riemanniana efectiva en las variables espaciotiempo de Minkowski tenga significado físico, se requiere que las ecuaciones de campo gravitacional contengan la métrica espaciotiempo de Minkowski γ^{ik} , que lo determina como campo tensor físico, al no tener relación con la elección de los sistemas de coordenadas. Es decir, el campo gravitacional no puede ser un tipo isla, como es en las coordenadas galileanas ordinarias en un marco de referencia inercial, del espaciotiempo de Minkowski de SRT de Einstein, sino que debe ser en coordenadas cartesianas globales, por tanto, de RTG donde las ecuaciones se pueden escribir en forma covariante. Así, el campo gravitacional posee densidad de energía-impulso. Desde luego, el campo gravitacional como un campo del tipo Faraday-Maxwell en el espaciotiempo de Minkowski, "como es una práctica común en la teoría de partículas elementales".

A grandes rasgos, los pasos para la obtención del sistema completo de ecuaciones de RTG son:

1. Se obtienen cuatro ecuaciones covariantes del campo gravitacional, en el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski.

2. Las otras diez ecuaciones del campo gravitacional se obtienen de manera similar como en el campo electromagnético, para lo cual se toma como modelo la electrodinámica de Maxwell. Pero, mientras las ecuaciones de este campo son invariantes ante transformaciones de gauge, en cambio, las ecuaciones del campo gravitacional son diferentes por que la fuente del mismo es el tensor energía-impulso de los campos de la materia, que no es invariable bajo las transformaciones de gauge de estos campos. Una transformación de gauge no modifica ninguna propiedad física y proviene de teoría cuántica de campos que describe la interacción física entre diferentes campos materiales. El uso de este enfoque por parte de RTG hace que la teoría del campo gravitacional sea una teoría gauge.
3. Como fuente última del campo gravitatorio se toma el tensor de energía-impulso de la materia y el campo gravitacional en el espaciotiempo de Minkowski, presumiendo la validez de la ley de conservación de este tensor y, como corolario, la validez de la ley de conservación covariante para la materia en el espaciotiempo de Riemann. Las ecuaciones, incluso para un campo gravitacional libre son no lineales, por tal razón.
4. Las ecuaciones del movimiento de la materia se obtienen de las ecuaciones del campo gravitacional.
5. Se incorpora el sistema de ecuaciones de Hilbert-Einstein al sistema de ecuaciones para la materia y el campo gravitacional de RTG, pero, manteniendo el cambio sustancial del campo gravitacional físico de RTG con respecto al campo gravitacional métrico de GRT, puesto que, en el sistema completo de ecuaciones resultante, las variables espaciotemporales de Riemann siguen coincidiendo con las variables del espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski. Así, estas ecuaciones del campo gravitacional son universales, pues son ecuaciones del campo gravitacional provisto con gravitones virtuales de spin 2 y 0; por lo tanto, separando las fuerzas de inercia de las fuerzas gravitacionales.

“Einstein declaró que el tensor métrico g^{ik} del espaciotiempo de Riemann caracteriza el campo gravitacional en GTR. Esto, sin embargo, fue una ilusión profunda y debe descartarse, ya que es imposible colocar condiciones físicas límite en el comportamiento de g^{ik} porque sus asintóticos dependen de la elección del sistema de coordenadas espaciales. En este capítulo construimos, dentro del marco de la teoría de la relatividad y el principio de geometrización, las ecuaciones relativistas para la materia y el campo gravitacional.

La relación entre la métrica efectiva del campo espaciotiempo de Riemann y el campo gravitacional se puede elegir, por definición, para ser

$$\hat{g}^{ik} = \nu \cdot g^{ik} = \nu \cdot \gamma^{ik} + \nu \cdot \gamma \Phi^{ik} \quad (8.1)$$

Por lo tanto, la geometría riemanniana emerge aquí como una cierta geometría efectiva, generada por la acción de un campo gravitacional físico en el espaciotiempo de Minkowski sobre la materia. Pero para que esta construcción de una métrica riemanniana efectiva en las variables espaciotiempo de Minkowski tenga significado físico, debemos asegurarnos de que las ecuaciones de campo gravitacional contengan la métrica espaciotiempo de Minkowski γ^{ik} . En nuestra teoría, el tensor Φ^{ik} es la variable de campo del campo gravitacional, y las condiciones físicas límite deben formularse para esta variable. Asumiremos que el campo gravitacional en general solo tiene spin 2 y 0. Estas restricciones físicas dirigen en coordenadas galileanas a las siguientes cuatro ecuaciones para el campo gravitacional:

$$\partial_i \Phi^{ik} = \partial_i \hat{g}^{ik} = 0 \quad (8.2)$$

La geometría riemanniana del espaciotiempo se determina fijando el campo tensor métrico $g_{ik}(x)$ en un cierto sistema de mapas de coordenadas. Aunque de Bondi, 1921, 1926 y Fock, 1939, 1957, 1959, usaron condiciones del tipo (8.2) en GTR (las llamaron condiciones armónicas), no pudieron mostrar en qué variables espaciotiempo estas condiciones deben ser escritas. Sin embargo, Fock, al describir problemas del tipo de isla, tanto como las condiciones armónicas consideradas en términos de coordenadas cartesianas globales. ¿Pero dónde encontró las coordenadas cartesianas globales? No tienen lugar en la geometría riemanniana. Intuitivamente hizo un movimiento correcto, pero no pudo comprender su significado. Si hubiera entendido claramente que las ecuaciones (8.2) son válidas solo en un marco de referencia inercial, en las coordenadas galileanas del espaciotiempo de Minkowski, podría haber llegado a la concepción de un campo gravitacional como campo tensor físico en el espaciotiempo de Minkowski. Fock se centró especialmente en la importancia de las condiciones de coordenadas armónicas para la solución de los problemas de isla. Por ejemplo, escribió (Fock, 1959, p. 351):

Las observaciones anteriores sobre el carácter privilegiado del sistema armónico de coordenadas no deben entenderse, en ningún caso, como una especie de prohibición del uso de otros sistemas de coordenadas. Nada es más ajeno a nuestro punto de vista que tal interpretación.

Y además:

... la existencia de coordenadas armónicas, ... aunque un hecho de primaria importancia en sistemas teóricos y prácticos no excluye, el uso de otras coordenadas no armónicas

Fock también escribió (Soe Fock, 1939):

Creemos que la posibilidad merece ser notada de introducir, en la antigua relatividad, un sistema de coordenadas inerciales fijas de una manera única.

Desarrollando esta idea, Fock probablemente podría haber llegado al concepto de un campo gravitacional que posee densidad de energía-impulso, pero no lo hizo. ¿Intentó considerar el campo gravitacional como uno del tipo Faraday-Maxwell en el

espaciotiempo de Minkowski? No, él estaba lejos de esta idea y lo dijo explícitamente (ver Fock, 1939):

Mencionamos esto solo en relación con el deseo observado a veces (que de ninguna manera compartimos) de colocar la teoría de la gravedad en el marco del espacio euclidiano.

En GTR, como escribió Fock (ver Fock, 1959),

La energía gravitacional se puede separar en forma de términos adicionales en el tensor de energía solo de manera artificial mediante la fijación del sistema de coordenadas y la reformulación del problema de tal manera que el campo gravitacional se superponga en un espaciotiempo fijo propiedades, tal como se hace en la teoría newtoniana. Los términos adicionales en el tensor de energía que corresponden a la energía gravitacional no poseen la propiedad de covarianza (es decir, no forman un tensor).

Y además;

De acuerdo con la elección del sistema de coordenadas, los valores de estos términos en un determinado espaciotiempo pueden ser cero o distintos de cero, lo que sería imposible para un tensor (Esto aún no lo entienden algunos investigadores. Los autores). Por lo tanto, la energía gravitacional no puede ser localizada.

Independientemente de algunas ideas, Fock era profundamente reacio tanto a la idea del espaciotiempo de Minkowski como a la idea del campo gravitacional del tipo Faraday-Maxwell como un papel importante en la teoría de la gravedad. Desde el punto de vista de nuestra teoría, Fock, al resolver los problemas de las islas, se ocupó inconscientemente simplemente de las coordenadas galileanas ordinarias en un marco de referencia inercial, y estas últimas, como se conoce por la teoría de la relatividad, son las preferidas, por supuesto. Como resultado, en sus cálculos que involucran sistemas de islas, las condiciones armónicas surgieron no como condiciones de coordenadas, como él creía, sino, como veremos más adelante, como ecuaciones de campo en coordenadas galileanas de un marco de referencia inercial.

Por lo tanto, Fock consideró las condiciones armónicas solo como condiciones de coordenadas preferidas y nada más, y solo para problemas del tipo de isla. Esto es comprensible, puesto que él, como todos sus grandes predecesores, estaba encadenado a la geometría riemanniana, que en principio no permitía una penetración más profunda de la esencia del problema. Para dar este importante paso y avanzar en estas condiciones como universales y covariantes, fue necesario repudiar la ideología de GTR, salir de la jungla de la geometría riemanniana, extender, en contra de la prescripción de GTR, el principio de relatividad a los fenómenos gravitacionales. Introducir la idea de un campo gravitacional como un campo físico en el sentido de Faraday y Maxwell, es decir, poseer energía e impulso. Todo esto se ha hecho en nuestra teoría, con una elección arbitraria del sistema de coordenadas, fijado solo por

el tensor métrico γ^{ik} del espaciotiempo de Minkowski, como es una práctica común en la teoría de partículas elementales. Las ecuaciones (8.2) son universales en nuestra teoría, ya que son ecuaciones que gobiernan el campo gravitacional y no tienen relación con la elección de los sistemas de coordenadas. En el espaciotiempo de Minkowski, estas ecuaciones se pueden escribir en forma covariante de la siguiente manera:

$$\nabla\text{-}\gamma D_i\Phi^{ik} = D_i\hat{g}^{ik} = 0 \quad (8.3)$$

Solo en las coordenadas cartesianas (galileanas) las ecuaciones de campo (8.3) asumen la forma de condiciones armónicas. Pero escribir las condiciones armónicas dentro del marco GTR en términos de coordenadas cartesianas va en contra de la ideología GTR ya que en el espaciotiempo de Riemann no puede haber coordenadas cartesianas globales.

Sobre la base del Numeral 11, podemos decir que las ecuaciones de campo (8.3) excluyen automáticamente spin 1 y 0' del tensor del campo gravitacional. Por lo tanto, para las catorce variables buscadas que describen el campo gravitacional y la materia, ya hemos construido cuatro ecuaciones covariantes (8.3). Para construir los otros diez, utilizamos una analogía simple pero de largo alcance con el campo electromagnético. Dado que cualquier campo vectorial A^n contiene spin 1 y 0, puede expandirse en una suma directa de representaciones irreducibles apropiadas. Esta expansión puede realizarse a través de los operadores de proyección (7.3) introducidos en el Numeral 11:

$$A^n = X_m^n A^m + Y_m^n A^m \quad (8.4)$$

donde el operador X_m^n se conserva, es decir, satisface las identidades

$$\partial_n X_m^n = \partial^n X_m^n \equiv 0 \quad (8.5)$$

mientras que el operador Y_m^n no posee esta propiedad.

Por electrodinámica se sabe que la fuente de un campo electromagnético A^n es una corriente electromagnética conservada J^n . Por lo tanto, al construir la ecuación de movimiento del campo, es natural utilizar también el operador conservado X_m^n . Este operador no es local, pero sobre la base podemos construir un operador único, local, lineal y conservado $\square X_m^n$ que contenga solo segundas derivadas. Aplicando este operador a A^m , obtenemos una expresión que en términos de derivadas covariantes tiene la forma

$$\gamma^{mk} D_m D_k A^n - D^n D_m A^m$$

Postulando la ecuación

$$\gamma^{mk} D_m D_k A^n - D^n D_m A^m = 4\pi J^n \quad (8.6)$$

llegamos a las conocidas ecuaciones de Maxwell.

Una de las más importantes características de la ecuación electrodinámica (8.6) es que es invariante bajo la siguiente transformación de gauge:

$$A^n \rightarrow A^n + D^n \varphi \quad (8.7)$$

con φ una función escalar arbitraria.

Ninguna de las cantidades físicas se ve afectada por la transformación gauge (8.7). Esto significa que ninguna depende de la presencia de espín 0 en el campo vectorial A^n . Por lo tanto, la transformación de gauge se puede seleccionar de modo que el espín 0 se excluya de una vez por todas del campo vectorial. Esto significa introducir la condición

$$D_m A^m = 0 \quad (8.8)$$

Por lo tanto, en la electrodinámica se puede introducir la condición (8.8), pero esta no es una condición necesaria porque el espín 0 del campo vectorial no tiene efecto sobre las cantidades físicas debido a la invariancia de gauge.

Teniendo en cuenta (8.8) en (8.6), llegamos a un sistema de ecuaciones

$$\gamma^{mk} D_m D_k A^n = 4\pi J^n \quad (8.9a)$$

$$D_m A^m = 0 \quad (8.9b)$$

que determina un potencial vectorial A^n que posee solo el espín 1.

El formalismo lagrangiano que conduce a estos resultados es bien conocido. Tenga en cuenta que la idea de construir una teoría de las interacciones de los campos vectoriales (tanto Abelian como no Abelian) basada en la invariancia de gauge demostró ser extremadamente fructífera y es desarrollada con éxito.

Los problemas que encontramos al establecer las ecuaciones restantes para un campo tensor gravitacional son de una naturaleza bastante diferente, ya que la fuente de este campo, el tensor energía-impulso, no es invariable bajo las transformaciones de gauge del campo ϕ^{ik} . Discutiremos este aspecto con mayor detalle más adelante. Por el momento, por analogía con la electrodinámica de Maxwell, construiremos las ecuaciones restantes para el campo tensor gravitacional. El tensor de segundo rango que se conserva es el tensor de energía-impulso de la materia y el campo gravitacional en el espaciotiempo de Minkowski, t^{mn} . Por lo tanto, es natural tomarlo como la fuente última del campo gravitatorio. Puesto como es establecido en el Numeral 11, el tensor lineal conservado idénticamente más simple en g^{mn} es J^{mn} por analogía con la electrodinámica, podemos postular la validez de las siguientes ecuaciones:

$$J^{mn} \equiv D_k D_p (\gamma^{kn} \hat{g}^{pm} + \gamma^{km} \hat{g}^{pn} - \gamma^{kp} \hat{g}^{mn} - \gamma^{mn} \hat{g}^{kp}) = \lambda (t^{mn}_g + t^{mn}_M) \quad (8.10)$$

En términos generales, este tipo de ecuación presupone la validez automática de la ley de conservación del tensor energía-impulso de la materia y el campo gravitacional en el espaciotiempo de Minkowski,

$$D_m (t^{mn}_g + t^{mn}_M) \equiv D_m t^{mn} = 0 \quad (8.11)$$

y, como corolario (ver Ecuaciones 6.27)), la validez de la ley de conservación covariante para la materia en el espaciotiempo de Riemann:

$${}_m T^{mn} = 0 \quad (8.12)$$

El tensor de impulso de energía de Hilbert T^{mn} puede especificarse fenomenológicamente. En este caso, las ecuaciones (8.12) constituyen las ecuaciones de movimiento de la materia.

Combinando (8.3) con (8.10), obtenemos

$$\gamma^{kp} D_k D_p \hat{g}^{mn} = \lambda (t^{mn}_g + t^{mn}_M) \quad (8.13a)$$

$$D_m \hat{g}^{mn} = 0 \quad (8.13b)$$

Este sistema de ecuaciones, (8.13a) y (8.13b), es el sistema buscado para RTG.

El papel de las ecuaciones (8.13b) en RTG es esencialmente diferente del papel que juega (8.8) en la electrodinámica. De hecho, aunque el lado izquierdo de (8.10) es invariante bajo la transformación de gauge

$$\hat{g}^{mn} \rightarrow \hat{g}^{mn} + D^m \zeta^n + D^n \zeta^m - \gamma^{mn} D^k \zeta_k \quad (8.14)$$

donde $\zeta^n = \nu \gamma \xi^n$ es la densidad de un 4-vector arbitrario $\xi^n(x)$, en la teoría no tenemos la arbitrariedad del tipo (8.14) ya que el lado derecho de (8.10) no es invariante bajo transformación (8.14). Por esta razón, las ecuaciones (8.3) no se puede seguir de las ecuaciones (8.10).

Por lo tanto, en RTG Ecuaciones (8.3) constituyen ecuaciones dinámicas independientes adicionales para el campo gravitacional en lugar de condiciones de coordenadas.

El principal problema en la construcción de una teoría es establecer si existe una densidad lagrangiana para un campo gravitacional con espines 2 y 0 que conduciría automáticamente, a través del principio de menor acción, a las Ecuaciones (8.13a). La densidad lagrangiana total de un campo gravitacional $\hat{\phi}^{ik}$ que describe los spin 2 y 0 y es cuadrática en las primeras derivadas del campo tiene la forma

$$L_g = a \hat{g}_{km} \hat{g}_{nq} \hat{g}^{lp} D_l \hat{g}^{kq} D_p \hat{g}^{mn} + b \hat{g}_{kq} D_m \hat{g}^{pq} D_p \hat{g}^{km} + c \hat{g}_{km} \hat{g}_{nq} \hat{g}^{lp} D_l \hat{g}^{km} D_p \hat{g}^{nq} \quad (8.15)$$

Un rasgo característico de este lagrangiano es que la convolución de derivados covariantes tomada con respecto a la métrica de Minkowski se logra a través del tensor métrico efectivo \hat{g}^{ik} del espaciotiempo de Riemann. Se puede demostrar que esta restricción en el campo gravitacional es una consecuencia del principio de geometrización y la estructura del campo gravitacional, que posee espines 2 y 0. En vista del principio de menor acción, el sistema de ecuaciones para el campo gravitacional asume la forma

$$\delta L_g / \delta \hat{\phi}^{ik} + \delta L_M / \delta \hat{\phi}^{ik} \equiv \delta L_g / \delta \hat{g}^{ik} + \delta L_M / \delta \hat{g}^{ik} = 0 \quad (8.16)$$

donde L_M es la densidad lagrangiana de la materia, y L_g se especifica en (8.15).

Para representar el sistema de ecuaciones (8.16) en la forma (8.13a) debemos seleccionar de manera inequívoca las constantes a, b y c en la densidad lagrangiana (8.15). Para este fin utilizamos las fórmulas (6.17a), (6.17b), (6.22) y (6.25) y encontramos para Lagrangian $L = L_g + L_M$ la densidad de tensor de energía-impulso t^{mn} para la materia y el campo gravitacional en el espaciotiempo de Minkowski. Calculando la variación del total de Lagrangian sobre γ_{mn} , encontramos que

$$t^{mn} = 2V \cdot \gamma(\gamma^{nk} \gamma^{mp} - \frac{1}{2} \gamma^{mn} \gamma^{ph}) \delta L / \delta \hat{g}^{kp} + 2b J^{mn} + D_p \{ (2a + b) [H^{pn} \gamma^{km} + H^{pm} \gamma^{km} - H^{mn} \gamma^{kp}] - 2(a + 2) \gamma^{mn} \hat{g}^{kp} \hat{g}_{lq} D_k \hat{g}^{lq} \} \quad (8.17)$$

dónde

$$H^{pn}{}_k = (\hat{g}^{pl} D_l \hat{g}^{qn} + \hat{g}^{nl} D_l \hat{g}^{pq}) \hat{g}_{qk}$$

Vemos que las ecuaciones

$$t^{mn} = 2b J^{mn} + D_p \{ (2a + b) [H^{pn} \gamma^{km} + H^{pm} \gamma^{km} - H^{mn} \gamma^{kp}] - 2(a + 2) \gamma^{mn} \hat{g}^{kp} \hat{g}_{lq} D_k \hat{g}^{lq} \} \quad (8.18)$$

son equivalentes a las ecuaciones de campo (8.16). Si deseamos la condición

$$D_m t^{mn} = 0 \quad (8.19)$$

no produce ninguna ecuación nueva para el campo Φ^{ik} , dado que esto conduciría a un sistema de ecuaciones sobre determinado, es necesario y suficiente que los coeficientes a, b y c satisfagan las siguientes condiciones:

$$a = \frac{1}{2}b, \quad c = \frac{1}{4}b \quad (8.20)$$

Si las constantes se seleccionan de esta manera, llegamos a una identidad:

$$D_m t^{mn} \equiv 0$$

Por lo tanto, las ecuaciones del movimiento de la materia se siguen directamente de las ecuaciones para el campo gravitacional. Teniendo en cuenta (8.20), encontramos que (8.18) asume la forma

$$D_p D_k (\gamma^{km} \hat{g}^{pn} + \gamma^{kn} \hat{g}^{pm} - \hat{g}^{mn} \gamma^{kp} - \gamma^{mn} \hat{g}^{kp}) = 1/2b (t^{mn}{}_g + t^{mn}{}_M) \equiv 1/2b t^{mn} \quad (8.21)$$

Esto coincide con las ecuaciones (8.10), que fueron escritos por analogía con la electrodinámica, si aplicamos $2b = 1/\lambda$.

Por lo tanto, la densidad lagrangiana que nos lleva a ecuaciones de campo en la forma de (8.21) es

$$L_g = 1/2\lambda [\hat{g}_{kq} D_m \hat{g}^{pq} D_p \hat{g}^{km} - \frac{1}{2} \hat{g}_{km} \hat{g}_{nq} \hat{g}^{lp} D_l \hat{g}^{kq} D_p \hat{g}^{gm} + \frac{1}{4} \hat{g}_{km} \hat{g}_{nq} \hat{g}^{lp} D_l \hat{g}^{km} D_p \hat{g}^{nq}] \quad (8.22)$$

El principio de correspondencia implica que

$$\lambda = -16\pi \quad (8.23)$$

Si permitimos (8.23) en (8.22), obtenemos

$$L_g = 1/32\pi [\hat{G}_{mn}^l D_l \hat{g}^{mn} - \hat{g}^{mn} \hat{G}_{mk}^l \hat{G}_{nl}^k] \quad (8.24)$$

donde el tensor de tercer rango \hat{G}_{lm}^k se define así:

$$\hat{G}_{lm}^k = \frac{1}{2} \hat{g}^{pk} (D_m \hat{g}_{lp} + D_l \hat{g}_{mp} - D_p \hat{g}_{lm}) \quad (8.25)$$

También podemos escribir L_g , en la forma

$$L_g = -1/16\pi \nu \cdot g^{mn} [G_{lm}^k G_{nk}^l - G_{mn}^l G_{lk}^k] \quad (8.26)$$

El primero en considerar a tal lagrangiano fue Rosen, 1940, 1963. El tensor de tercer rango G_{lm}^k , en (8.26) se define de la siguiente manera:

$$G_{lm}^k = \frac{1}{2} g^{pk} (D_m g_{lp} + D_l g_{mp} - D_p g_{lm}) \quad (8.27)$$

Se verifica fácilmente que el Lagrangian (8.26) se puede transformar en la suma de dos términos, uno de los cuales no contiene los coeficientes métricos γ^{mn} y el otro, que depende de γ^{mn} , está escrito en forma de divergencia de un vector y, por lo tanto, no afecta las ecuaciones de campo.

Si permitimos la ecuación. (8.3), el sistema completo de ecuaciones de RTG para la materia y el campo gravitacional es (ver Logunov y Mestvirishvili, 1984, 1985a, 1985b, 1986b, Vlasov y Logunov, 1984, y Vlasov, Logunov y Mestvirishvili, 1984)

$$\gamma^{pk} D_p D_k \hat{g}^{mn} = 16\pi t^{mn} \quad (8.28)$$

$$D_m \hat{g}^{mn} = 0 \quad (8.29)$$

Obviamente, en un sistema galileo de coordenadas Ecuaciones (8.28), (8.29) asumen la forma

$$\square \hat{g}^{mn} = 16\pi t^{mn} \quad (8.28')$$

$$\partial_m \hat{g}^{mn} = 0 \quad (8.29')$$

Las ecuaciones (8.28) y (8.29) muestran claramente que el espaciotiempo de Minkowski entra en todas las ecuaciones de campo gravitacional de una manera esencial. Pero esto significa que encontrará su reflejo físico no solo en las leyes fundamentales de la naturaleza sino también en la descripción de varios fenómenos naturales.

Las ecuaciones de RTG de covarianza general (8.28) y (8.29) se parecen mucho a las ecuaciones covariantes generales de la electrodinámica, (8.9a) y (8.9b), en ausencia de campos gravitacionales. En electrodinámica, el campo electromagnético es un campo vector y su fuente es la corriente electromagnética conservada. La ecuación (8.9b) excluye el espín 0 del campo vectorial. En RTG, el campo gravitacional es un campo tensor y la fuente es la densidad tensorial conservada del impulso-energía de la materia y el campo gravitacional. Por esta razón, la ecuación. (8.28) es no lineal incluso

para un campo gravitacional libre. La ecuación (8.29) excluye spin 1 y 0' del campo tensorial.

Las ecuaciones de RTG y electrodinámica adquieren una forma especialmente simple en las coordenadas galileanas en un marco de referencia inercial. Si limitáramos nuestra discusión al primer sistema de ecuaciones (8.28), la división de la métrica del espaciotiempo de Riemann en la métrica en el espaciotiempo de Minkowski y el campo tensor gravitacional sería de naturaleza puramente nominal y sin significado físico. El segundo sistema (8.29) de cuatro ecuaciones de campo separa drásticamente todo lo que se refiere a fuerzas de inercia de todo lo que se refiere al campo gravitacional. Los dos sistemas de ecuaciones, (8.28) y (8.29), son covariantes generales. El comportamiento del campo gravitacional está restringido, como de costumbre, por condiciones físicas apropiadas en un sistema de coordenadas dado, digamos de Galileo. En la Relatividad General es imposible formular las condiciones físicas impuestas a la métrica g^{mn} si uno permanece dentro del marco del espaciotiempo de Riemann, ya que el comportamiento asintótico de la métrica siempre depende de la elección del sistema tridimensional de coordenadas.

Encontremos ahora la forma explícita del sistema de ecuaciones (8.16). Si tomamos el Lagrangian (8.22), se puede demostrar que

$$\partial L_g / \partial \hat{g}^{mn} = 1/16\pi [G^k_{lm} G^l_{kn} - G^k_{mn} G^l_{kl}]$$

Y

$$\partial L_g / \partial D_k \hat{g}^{mn} = 1/16\pi [G^k_{mn} - \frac{1}{2} \delta^k_m G^l_{nl} - \frac{1}{2} \delta^k_n G^l_{ml}]$$

Por lo tanto,

$$\partial L_g / \delta \hat{g}^{mn} \equiv \partial L_g / \partial \hat{g}^{mn} - D_k \partial L_g / \partial (D_k \hat{g}^{mn}) = -1/16\pi R_{mn} \quad (8.30)$$

donde R_{mn} , es el tensor de segundo rango de la curvatura del espaciotiempo de Riemann:

$$R_{mn} = D_k G^k_{mn} - D_m G^l_{nl} + G^k_{mn} G^k_{kl} - G^k_{ml} G^l_{nk} \quad (8.31)$$

Dado que en vista de (6.6b) y (6.11) tenemos

$$2 \delta L_M / \delta \hat{g}^{mn} = 1/\sqrt{-g} (T_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} T) \quad (8.32)$$

Ecuación (8.16) produce

$$\sqrt{-g} R_{mn} = 8\pi (T_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} T) \quad (8.33)$$

es decir, hemos llegado al sistema de ecuaciones de Hilbert-Einstein, la diferencia importante es que todas las variables de campo en las ecuaciones de Hilbert-Einstein en nuestra teoría dependen de coordenadas espaciales-temporales universales en el espaciotiempo de Minkowski. En un marco de referencia inercial, estas coordenadas universales se pueden elegir para ser galileanas. Debe enfatizarse que el sistema de ecuaciones (8.28) no coincide con el sistema de ecuaciones de Hilbert-Einstein (8.33).

Solo si las ecuaciones covariantes generales (8.29) son verdaderas, el sistema de ecuaciones de Hilbert-Einstein, formalmente escritas en Relatividad General en las variables del espaciotiempo de Minkowski, se reducen al sistema de ecuaciones (8.28), y estas dependen esencialmente del tensor métrico del espaciotiempo de Minkowski.

Hace tiempo que se sabe (ver Rosen, 1940, 1963 y Tolman, 1934) que el Lagrangian (8.26) conduce al sistema (8.33). Sin embargo, hemos demostrado que para un campo gravitacional con espines 2 y 0, la densidad lagrangiana del campo gravitacional (8.22) es la única que conduce a un sistema de ecuaciones auto consistentes para materia y campo, (8.28) y (8.29) Esto significa que las ecuaciones RTG son las únicas ecuaciones de segundo orden más simples que pueden existir.

En vista de la importancia de la equivalencia de las ecuaciones (8.28) y (8.33) en las variables de Minkowski, podemos dar otra variante de la prueba de la declaración anterior basada en cálculos directos de las densidades del tensor t^{mn}_g y t^{mn}_M , siempre que (8.29) sea válido. Si tomamos las fórmulas (6.17a), (6.17b) y la densidad lagrangiana (8.22) y permitimos (8.1), encontraremos que la densidad del tensor de energía-impulso del campo gravitacional en el espaciotiempo de Minkowski es

$$t^{mn}_g = -1/16\pi J^m - \sqrt{-g}/8\pi (\gamma^{mp}\gamma^{nk} - \frac{1}{2}\gamma^{mn}\gamma^{pk})R_{pk} \quad (8.34)$$

Vemos que el tensor de curvatura de segundo rango R_{pk} del espaciotiempo de Riemann ha surgido automáticamente. De manera similar, usando las fórmulas (6.17a), (6.17b) y (8.1) y la definición (6.6a) de la densidad del tensor de Hilbert, llegamos a la siguiente fórmula para la densidad del tensor de energía-impulso de la materia en el espaciotiempo de Minkowski:

$$t^{mn}_M = (\sqrt{g})^{1/2} (\gamma^{mp}\gamma^{nk} - \frac{1}{2}\gamma^{mn}\gamma^{pk}) (T_{pk} - \frac{1}{2}g_{pk}T) \quad (8.35)$$

Sustituyendo (8.34) y (8.35) en las ecuaciones de campo (8.10), obtenemos

$$(\gamma^{mp}\gamma^{nk} - \frac{1}{2}\gamma^{mn}\gamma^{pk}) [R_{pk} - 8\pi/\sqrt{-g} (T_{pk} - \frac{1}{2}g_{pk}T)] = 0,$$

lo que nos lleva al sistema de ecuaciones para el campo gravitacional en la forma de (8.33).

El sistema completo de ecuaciones para la materia y el campo gravitacional, (8.28) y (8.29), es equivalente al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sqrt{-g} R_{mn} = 8\pi (T_{mn} - \frac{1}{2}g_{mn}T) \quad (8.36)$$

$$D_m \hat{g}^{mn} = 0 \quad (8.37)$$

Por lo tanto, aunque en RTG el sistema completo de ecuaciones (8.36) y (8.37) contiene el sistema de ecuaciones de Hilbert-Einstein, el contenido de esta última cambia sustancialmente*, ya que las variables espacio-temporales ahora coinciden con las variables del espaciotiempo de Minkowski. Debemos enfatizar nuevamente que las ecuaciones (8.37) son universales, ya que son ecuaciones de campo que describen campos gravitacionales con spin 2 y 0; separan inequívocamente las fuerzas de inercia

de los campos gravitacionales. En el marco de Relatividad General esto es imposible de hacer en principio. La elección del marco de referencia (o sistema de coordenadas) está fijada por el tensor métrico del espaciotiempo de Minkowski, mientras que las ecuaciones (8.37) no imponen restricciones a la elección del sistema de coordenadas.

* Las ecuaciones (8.36) no contienen la métrica γ_{ik} , y no tiene sentido hablar de γ_{ik} en Relatividad General. Esto implica que la declaración de Zel'dovich y Grishchuk, 1986, de que la Relatividad General puede construirse sobre la base del espaciotiempo de Minkowski es erróneo.

Tenga en cuenta que algunos aspectos de la teoría de la gravitación en el espaciotiempo de Minkowski se han considerado en Gupta, 1952, Kohler, 1952, 1953, 1954, Papapetrou, 1948, Pugachev, 1958, 1959, 1964, Rosen, 1940, 1963 y Thirring, 1961. Sin embargo, incluso los científicos que estaban en el camino correcto al principio no entendieron esto y tomaron una dirección diferente en la construcción de la teoría de la gravitación, una dirección que no ha llevado a una teoría completa.

En conclusión, una observación está en orden. El sistema (8.3) cuya validez hemos postulado, no se sigue del principio de menor acción. Por lo tanto, al aplicar este principio el Lagrangian (8.15), nos vimos obligados a permitir Ecuaciones (8.3) al introducir en el integrando en la acción integral un término de la forma $\eta_m D_n \hat{g}^{mn}$, donde η_m son los multiplicadores de Lagrange" [5].

Conclusiones

La teoría relativista de la gravitación es muy superior a la "general relatividad" por las razones siguientes:

1. Generaliza que las leyes físicas se cumplen de la misma forma con independencia del marco de referencia donde se apliquen, mientras que Einstein no pudo hacerlo.
2. Separa las fuerzas de gravitación de las fuerzas de inercia, por tanto, el movimiento gravitacional del movimiento inercial, mientras que para Einstein son equivalentes, sin haberlo podido demostrar.
3. Es una teoría gauge, por lo tanto, compatible con las teorías de la física cuántica mientras la de Einstein no; la asimilación que hacen los einstenianos de la constante cosmológica como el gravitón es espuria.
4. La gravedad es efecto de fuerzas gravitacionales, mientras que para Einstein la gravedad es efecto de la geometría del espaciotiempo de Riemann, es decir, como efecto ijj métrico iji , tanto, como gravedad homogénea, cuando $G_{uv} = 0$, o como gravedad extendida, cuando $G_{uv} > 0$.
5. Se conservan las leyes de energía y momento, mientras en Einstein no; a cambio, los einstenianos presentan la energía no localizable del campo métrico gravitacional.
6. Existen ondas gravitacionales, es decir, el estado dinámico que produce el campo gravitacional estático mientras para Einstein es imposible que un campo métrico las

produzca, aunque, para los einstenianos sí, pero obligados a destrozarse su carácter métrico al conferirle sustancialidad al espaciotiempo.

7. No hay singularidades, ausentes de descripción dentro la física actual, es decir, materia colapsada sin espaciotiempo, mientras que para los einstenianos sí, derivándolas de las ecuaciones de Grossmann-Einstein-Hilbert, aunque, Einstein nunca estuvo de acuerdo.

No obstante, las ecuaciones de campo de RTG y GTR son similares [11]:

$$\text{RTG} \quad \hat{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\hat{R}g^{\mu\nu} = 8\pi G/c^4 \frac{1}{\sqrt{-g}} T^{\mu\nu}$$

$$\text{GTR} \quad R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} = 8\pi G/c^4 T^{\mu\nu}$$

Donde:

$$\hat{R}^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - (Gm_g)^2/2c^4 [g^{\mu\nu} - g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta}], \quad m_g \text{ es la masa del gravitón.}$$

$\hat{R} = g_{\mu\nu}\hat{R}^{\mu\nu}$, es el análogo de la curvatura escalar de Ricci en RTG.

$R^{\mu\nu}$, es el tensor de curvatura de Ricci asociado al tensor métrico $g^{\mu\nu}$.

$R = g_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, es la curvatura escalar de Ricci.

Soluciones en regiones vacías

$$\text{RTG} \quad \hat{R}^{\mu\nu} = 8\pi G/c^4 \frac{1}{\sqrt{-g}} [T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg^{\mu\nu}]$$

$$\text{GTR} \quad R^{\mu\nu} = 8\pi G/c^4 [T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg^{\mu\nu}]$$

En una región del espaciotiempo ausente de materia fermiónica el segundo miembro de las dos ecuaciones anteriores tiende a cero debido a la pequeñez de la masa del gravitón, que Logunov y Mestvirishvili, estiman del orden de $m_g = 4.5 \cdot 10^{-66}$ g.

La razón es que ambos sistemas de ecuaciones describen la gravedad en el espaciotiempo de Riemann, aunque, la GTR en su formulación genérica mientras TRG en el efectivo que resulta de los procesos físicos que ocurren en el espaciotiempo pseudo Euclídeo de Minkowski sujetos a la fuerza universal de la gravedad.

En términos de la lectura que el autor, de este papel, hace de RTG, realmente la identidad entre el espaciotiempo pseudo Euclídeo y el de Riemann efectivo sería debida a la independencia del fenómeno físico respecto a su geometría. Y de acuerdo, con su concepción del espaciotiempo como propiedad estructural de la materia [12], destaca que la necesidad de tal identidad en RTG como del espaciotiempo de Riemann de GTR, es que de otra manera, sus ecuaciones no darían las orbitas de los planetas corregidas de sus anomalías respecto a la mecánica celeste, basada en las ecuaciones de Newton sobre la gravedad, tampoco, la deflexión que sufre la propagación de la onda electromagnética, ambos efectos que serían de la curvatura del vacío cuántico interactuante con la gravedad muy fuerte de las grandes estructuras estelares, como en nuestro sistema: es el Sol. Por tanto, tal efecto de curvatura sería externo al fenómeno gravitacional, aunque, causado por la gravedad que curva el vacío

cuántico, medio en que las ondas electromagnéticas se propagan y los astros se trasladan y, también, giran. Para RTG y GTR ese medio es el espaciotiempo, definitivamente en abierta e irreconciliable contradicción con su pretendida concepción relacional del espaciotiempo, puesto que, debido a éste repetido prejuicio científico el espaciotiempo tiene que ser substancial. Las ecuaciones de RTG, aunque, provienen de una teoría gauge, presuponen que el espaciotiempo se curva y las ecuaciones de GTR, integran todo el fenómeno gravitacional como efecto métrico del espaciotiempo que se curva, en las regiones de fuerte gravedad, por eso ambos sistemas de ecuaciones, son similares y dan resultados consistentes con las observaciones obtenidas de la mecánica celeste. Es indudable, que en la mecánica celeste está presente el efecto de “algo que se curva”, para el autor lo que se curva sería el vacío cuántico, propiamente, la geometría de su espaciotiempo, como propiedad estructural de la materia dinámica.

Referencias

- [1] Logunov, Anatoli A. (1995). Classical gravitational field theory and Mach principle: Institute for high energy physics, Protvino, Russia.
- [2] Gershtein S.S., Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. (2005). Field and its role in the universe: Institute for High Energy Physics. Protvino, Russia.
- [3] Van Flandern, Tom. (1998). The Speed of Gravity – What the Experiments Say: Meta Research
- [4] Logunov, A. A. (2002). The Theory of Gravity: arXiv.org > gr-qc > arXiv:gr-qc/0210005
- [5] Logunov, A. and Mestvirishvili, M. (1989). The Relativistic Theory of Gravitation: Mir Publishers, Moscow
- [6] Logunov, A. A, Loskutov, Yu. M, and Mestvirishvili, M. A. (1987). Relativistic Theory of Gravitation and Its Consequences: Progress of Theoretical Physics, Vol. 80, No.6, December 1988, Institute for High Energy Physics, Serpukhov
- [7] Gershtein, S. S, Logunov, A. A, Mestvirishvili, M.A. (2004). On one fundamental property of gravitational field in the field theory: Institute for High Energy Physics, Protvino, Russia
- [8] Bernus, L., Minazzoli, O., Fienga, A., Gastineau, M., Laskar, J. and Deram, P. (2019). Constraining the Mass of the Graviton with the Planetary Ephemeris INPOP: Phys. Rev. Lett. 123, 161103
- [9] IMCCE. (2019). Une nouvelle contrainte sur la masse du «graviton»
- [10] Gershtein, S. S, Logunov, A. A, Mestvirishvili, M.A. (2009). Gravitational waves in relativistic theory of gravitation: arXiv:0810.4393v2
- [11] Wikipedia. (2020). Teoría relativista de la gravitación.
- [12] Guillen G., Alfonso L. (2010). Spacetime geometric structural property of the matter in motion: Petrov 2010 Anniversary Symposium, On General Relativity and Gravitation, Kazan, Russian Federation

