

1 期間 2 項モデルを活用した失業保険の価格決定

田原裕基

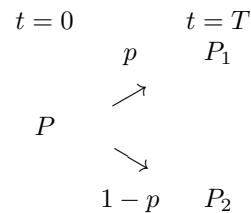
2019 年 9 月 3 日

概要

I determined general fee of employment insurance. I used one-term binomial models in order to determine general fee of employment insurance.

1 導出

1 期間 2 項モデルとは、ある商品について、以下のように、現在 (時刻 0) における価格を P_0 とし、将来の適当な時刻 T において、価格が確率 p で P_1 に、確率 $1 - p$ で P_2 に推移するようなモデルである [1]。



当然、株式や債権などの金融商品や、金や石油、小麦などのコモディティの価格は時間に対して連続的に変動し、その変動がブラウン運動に従うとすると、時刻 T におけるその商品の価格はガウス分布に従うため、ほとんどの商品の分析に対して 1 期間 2 項モデルは有用性持たず、このモデルが用いられるのは、もっぱらブラウン運動に従う商品に対応するデリバティブの価格決定において複製ポートフォリオという考え方の有用性を示すためである [1]。

しかし、もし価格が時間に対して離散的に変動し、かつその変動先も離散的な確率分布に従うような商品があれば、1 期間 2 項モデルはそのような商品の分析、特にその商品に対応するデリバティブの価格決定に十分有用なのではないかと考えた。そして、そのような商品のうち最も身近で最も分かりやすい例として、労働資本すなわち労働によって得られる給料があげられると考えた。よって以下に述べるように、1 期間 2 項モデルを用いて失業保険の価格決定を考えた。

なお、無リスク資産についての考慮をしなかったのは、労働資本を流動資産に変えるということが自らを奴隷とすることと等しく、反倫理的かつ非現実的であると思われるためである。

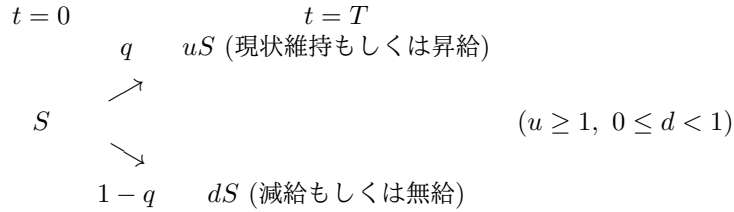
2 説明

まず、無裁定条件を仮定する。無裁定条件とは以下の通りである [1]。

1. 現在の投資額がゼロ以下で、将来確実にプラスの利益を得る機会が存在しない。

2. 現在の投資額がマイナスで、将来確実にゼロ以上の利益を得る機会が存在しない。

次に労働資本の推移を仮定する。



上のように、時刻0における給料 S が時刻 T において確率 q で u 倍に、確率 $1 - q$ で d 倍になるとする。ここで、給料が u 倍、 d 倍になるとは、それぞれ、順調に昇給もしくは現状維持する、左遷などにより減給もしくはリストラなどにより無給になるということを意味する。

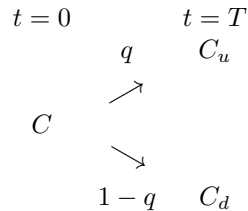
時刻 T において給料を受け取らなかった、もしくは受け取れなかったのであれば、保険料 K を受け取れるという保険商品を考えて、それは労働資本に対する、満期が T で行使価格が K のプットオプションと同一視できる。プットオプションとは売る権利のことであり、すなわちこの場合は保険販売者への保険金請求権利である。よって、時刻 T におけるこの保険商品の価値は、給料が u 倍になったときには

$$C_u = \max\{K - uS, 0\}$$

d 倍になったときには

$$C_d = \max\{K - dS, 0\}$$

となり、求めるべき保険商品の価格を C とすると、以下ようになる。



ところで、時刻0において、適当な実数 x を用いて以下が成り立つ。

$$Sx = C \tag{1}$$

また、無裁定条件より、複数の商品について、適当な時刻において価格が等しいならば、任意の時刻において価格が等しい [1]。これは、労働資本のように非流動的な商品であっても成り立つ。なぜなら、他人に仕事を代わりにしてもらおうという意味で、賃貸借や空売りなどの概念が原理的には可能であるためである。よって時刻 T において、以下が成り立つ。

$$uSx = C_u \tag{2}$$

$$dSx = C_d \tag{3}$$

(2),(3) より、以下が成り立つ。

$$x = \frac{1}{S} \frac{C_u + C_d}{u + d}$$

これを (1) に代入して、以下のように C が定まる。

$$C = \frac{C_u + C_d}{u + d}$$

つまり、驚くべきことに、この失業保険の保険料は q に依存しない、すなわち減給や無給になる確率に一切関係しないのである。

3 今後の課題

今回の研究に関して、いくつか新たな研究課題が発見できた。

まず、結論からわかる通り C が q の関数ではない。これはとても奇妙なことである。なぜなら直観的には以下のようにするのが自然であると思われるからである。

$$C = E[C_T] = qC_u + (1 - q)C_d$$

よってその '意味' を発見できるよう本質的な研究をする必要がある。

次に、労働によって得られる '経験値' や '評価'、すなわち労働資本の増加が時刻 T 以降に給料に顕れる際の選択理論を考える必要がある。これは、労働安定性を考える上でも重要である。

また、もし仮に前述したような保険商品を購入した、もしくは販売した際の統計学的な検証をし、このモデルの妥当性を確認する必要もある。

最後に、このモデルの有用性がどの範囲まで存在するのかを検証する必要がある。例えば、通信技術がより発展すれば、専門的な職業も含めて、労働力の流動性が高まり、無裁定条件による、価格一致の時間的任意性の担保がより確実になるとと思われるが、同時に、給料の変動やその変動先の確率分布が連続的な状態に近づくと思われる。そのような場合などにおいて、このモデルがどこまで有用性を持つのかどうかを考えなければならない。

以上のような点を中心に研究を続けていきたい。

参考文献

- [1] 山本有作. 計算ファイナンスの基礎, 2009