

Оптические пространственно-временные волновые пакеты с произвольными групповыми скоростями в свободном пространстве¹⁾

H. Esat Kondakci & Ayman F. Abouraddy

Nature Communications volume 10, Article number: 929 (2019) | [Download Citation](#)

Аннотация

Управление групповой скоростью оптического импульса обычно требует прохождения через материал или структуры, дисперсионные свойства которых заранее подготовлены. Как альтернатива, групповая скорость может быть изменена в свободном пространстве путем пространственного структурирования профиля пучка, но реализуемые отклонения от скорости света в вакууме оказываются при этом весьма невелики. Здесь мы демонстрируем точное и универсальное управление групповой скоростью инвариантное к распространению оптического волнового пакета в свободном пространстве путем "ваяния" его *пространственно-временного спектра*. Совместно модулируя пространственную и временную степени свободы, произвольные групповые скорости волновых пакетов однозначно могут наблюдаться в свободном пространстве со скоростями как *выше*, так и *ниже* скорости света в вакууме, будь то в прямом направлении, распространяющемся от источника или даже движущемся назад к нему.

Введение

Публикация фундаментальной работы Эйнштейна по специальной теории относительности положила начало исследованию скорости света в материалах с сильной хроматической дисперсией [1]. Действительно, групповая скорость v_g оптического импульса в резонансной дисперсионной среде может значительно отклоняться от скорости света в вакууме c , не ставя под сомнение релятивистскую причинность при $v_g > c$, поскольку скорость передачи информации никогда не превышает c [1,2]. Изменение временного спектра таким образом является основной предпосылкой для развития так называемого медленного света и быстрого света [3] в различных материальных системах, включая ультрахолодные атомы [4], горячие атомные пары [5,6], стимулированное рассеяние Бриллюэна в оптических волокнах [7] и активные резонансы усиления [8,9]. Кроме того, нанотехнологии дают фотонные системы, которые обеспечивают аналогичный контроль над групповой скоростью через структурную дисперсию в фотонных кристаллах [10], метаматериалах [11], туннельных переходах [12] и нанофотонных структурах [13]. В общем случае резонансные системы имеют ограниченную спектральную полосу пропускания, которую можно использовать до того, как искажение импульса затмит целевой эффект, при этом импульс обычно подвергается поглощению, усилению или временной перестройке, но не обязательно влияет на пространственный профиль поля.

В дополнение к временной спектральной модуляции, недавно оценено было, что структурирование пространственного профиля импульсного пучка может повлиять на его групповую скорость в свободном пространстве [14-16]. Подобно распространению импульсов в волноводе, пространственный спектр структурированного импульсного пучка состоит из плоских волновых вкладов, наклоненных относительно оси распространения, которые подвергаются большим задержкам между двумя плоскостями, чем чисто аксиально распространяющиеся моды. Структурированный пучок большой площади (узкий

¹⁾ <https://www.dropbox.com/s/erxhb4v7oyied7k/Optical-space-time.pdf?dl=0>
H. Esat Kondakci & Ayman F. Abouraddy.

пространственный спектр) может перемещаться на большие расстояния до деформации пучка, вызванной дифракцией и пространственно-временной связью, но его групповая скорость отклоняется лишь незначительно от c ; в то время как узкий пучок отклоняется дальше от c , но перемещается на более короткое расстояние. Следовательно, v_g зависит от размера пространственного профиля поля, а максимальная наблюдаемая групповая задержка ограничена числовой апертурой. В экспериментах, проведенных до настоящего времени, были доступны только скорости, несколько ниже c ($\approx 0.99999 c$), с максимальными наблюдаемыми групповыми задержками $\sim 30fs$, соответствующими сдвигу $\sim 10 \mu m$ на расстоянии $1 m$ (или 1 часть в 10^5).

Другой возможный подход к управлению групповой скоростью импульсного пучка в свободном пространстве основан на формировании пространственно-временного профиля инвариантных к распространению волновых пакетов [17,18]. Вместо того, чтобы отдельно манипулировать пространственными или временными степенями свободы поля и пытаться свести к минимуму неизбежную пространственно-временную связь, в спектр волновых пакетов намеренно вводятся плотные пространственно-временные корреляции, что приводит к реализации произвольных групповых скоростей: сверхсветовой, световой или досветовой, будь то в прямом направлении, распространяющемся от источника, или в обратном направлении, движущемся к нему. *Групповая скорость здесь — это скорость центрального пространственно-временного пика интенсивности волнового пакета, тогда как энергия волнового пакета остается распределенной по всей его пространственно-временной протяженности.* Связь каждой длины волны в спектре импульсов с определенной поперечной пространственной частотой, прослеживается в коническом сечении на поверхности светового конуса при сохранении линейной зависимости между осевой составляющей волнового вектора и частотой [19-20]. Наклон этой линейной зависимости диктует скорость группы волновых пакетов, а ее линейность исключает любые дополнительные дисперсионные члены. Полученные волновые пакеты распространяются без дифракции и дисперсии [17-22], что делает их идеальными кандидатами для однозначного наблюдения групповых скоростей в свободном пространстве, которые существенно отклоняются от c .

Ранее предпринимались усилия, направленные на создание оптических волновых пакетов, наделенных пространственно-временными корреляциями. До настоящего времени было реализовано несколько стратегий, которые включают использование методов, связанных с генерацией пучков Бесселя, таких как использование кольцевых отверстий в фокальной плоскости сферических линз [23] или аксиконов [24-26], синтез X-волн [27] в ходе нелинейных процессов, таких как генерация вторых гармоник [28], лазерная филаментация [29,30], или путем прямой фильтрации требуемого пространственно-временного спектра [31,32]. До настоящего времени сообщалось о сверхсветовых скоростях, достигнутых при использовании этих различных подходов в свободном пространстве: $1.00022c$ [25], $1.00012c$ [26], $1.00015c$ [33] и $1.111c$ в плазме [24]. Отчеты об измеренных досветовых скоростях отсутствуют [17] и ограничены задержками в сотни фемтосекунд на расстоянии 10 см . [34-35], что соответствует групповой скорости $\approx 0,999 c$. До сих пор не было экспериментальных сообщений об отрицательных групповых скоростях в свободном пространстве.

Здесь мы синтезируем пространственно-временные (ST) волновые пакеты [20,36,37] с использованием фазового пространственного модулятора света (SLM), который эффективно формирует пространственно-временной спектр поля и изменяет групповую скорость. ST-пакеты волны синтезированы для простоты в форме светлого листа который удлиняет равномерно в одном поперечном размере над $\sim 25 \text{ mm}$, такие, что управление над v_g осуществлено в макроскопическом масштабе пространства. Мы измеряем v_g в

интерферометрическом расположении, используя опорную пульсирующую плоскую волну и подтверждаем точный контроль над v_g от $30c$ в прямом направлении к $-4c$ в обратном направлении. Мы наблюдаем групповые задержки $\sim \pm 30 ps$ (на три порядка больше, чем в [14,15]), что на порядок больше ширины импульса и наблюдается на расстоянии всего $\sim 10 mm$. Добавляя к уникальности нашего подхода – достижимая групповая скорость не зависит от размера пучка и ширины импульса. Все, что необходимо для изменения групповой скорости – это реорганизация спектральных корреляций, лежащих в основе пространственно-временной структуры волнового пакета. Новизна нашего подхода заключается в его опоре на линейную систему, использующую только фазовую пространственно-временную стратегию синтеза Фурье, которая является энергоэффективной и точно управляемой. Наш подход позволяет наделять поле произвольными, программируемыми пространственно-временными спектральными корреляциями, которые могут быть настроены на получение – плавно и непрерывно – любой желаемой групповой скорости волнового пакета. Универсальность и точность этого метода по сравнению с предыдущими подходами обеспечивает беспрецедентный диапазон регулирования скорости как группы на досветовых, сверхсветовых, так и отрицательных режимов в единой оптической схеме. Важно отметить, что, хотя отдельные теоретические предложения были сделаны ранее для каждого диапазона групповой скорости (например, досветовых [38-40], сверхсветовых [41], и отрицательных [42]), наша стратегия – в меру наших знаний – единый экспериментальный механизм, способный управлять групповой скоростью, непрерывно во всех эти режимах (без движущихся частей) посредством электронной реализации на этапе спектрального распространения волнового фронта, падающего на SLM.

Результаты

Концепция пространственно-временных волновых пакетов

Свойства ST-световых листов лучше всего понять, изучив их представление в терминах монохроматических плоских волн $e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)}$, которые подчиняются дисперсионной зависимости $k_x^2 + k_z^2 = (\frac{\omega}{c})^2$ в свободном пространстве. Здесь k_x и k_z – поперечная и продольная составляющие волнового вектора по координатным осям x и z соответственно, ω – частота; поле однородно по y . Эта зависимость геометрически соответствует в спектральном пространстве $(k_x, k_z, \frac{\omega}{c})$ поверхности светового конуса (рис. 1). Пространственно-временной спектр любого физически реализуемого оптического поля, совместимого с принципом причинности, должен лежать на поверхности светового конуса с ограничением $k_z > 0$. Например, пространственные спектры монохроматических лучей лежат вдоль окружности на пересечении светового конуса с горизонтальной изочастотной плоскостью, тогда как пространственно-временной спектр традиционного импульсного пучка занимает двумерный (2D) патч на поверхности светового конуса.

Спектры пакетов ST-волн не занимают 2D-патч, а лежат вдоль криволинейной одномерной траектории, полученной в результате пересечения светового конуса с наклонной спектральной гиперплоскостью $\mathcal{P}(\theta)$, описываемой уравнением $\frac{\omega}{c} = k_o + (k_z - k_o) \operatorname{tg} \theta$, где $k_o = \frac{\omega_o}{c}$ – фиксированное волновое число [20], а ST-волновой пакет и, таким образом, принимает вид

$$\begin{aligned} E(x, z; t) &= e^{i(k_o z - \omega_o t)} \int z dk_x \tilde{\psi}(k_x) e^{i(k_x x + [k_z - k_o][z - ct \operatorname{tg} \theta])} = \\ &= e^{i(k_o z - \omega_o t)} \psi(x, z - v_g t) \end{aligned} \quad (1)$$

Поэтому групповая скорость вдоль оси z равна $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} c \tan \theta$ и определяется исключительно наклоном гиперплоскости $\mathcal{P}(\theta)$. В диапазоне $0 < \theta < 45^\circ$ мы имеем досветовой волновой пакет $v_g < c$, а $\mathcal{P}(\theta)$ пересекается со световым конусом в эллипсе (рис. 1a). В диапазоне $45^\circ < \theta < 90^\circ$ мы имеем сверхсветовой волновой пакет $v_g > c$, а $\mathcal{P}(\theta)$ пересекается со световым конусом по гиперболе (рис. 1b). Дальнейшее увеличение θ меняет знак v_g таким образом, что волновой пакет движется назад к источнику $v_g < 0$ в диапазоне $90^\circ < \theta < 180^\circ$ (рис. 1c). Эти различные сценарии представлены на рис. 1d.

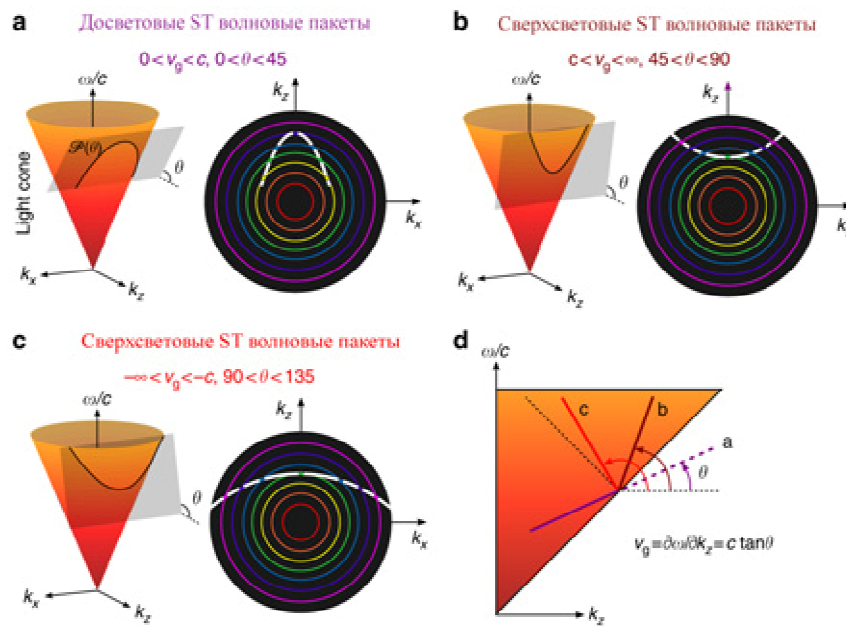


Рис.1. Пространственно-временная спектральная инженерия для произвольного группового управления скоростью.

a–c) Траектории конического сечения на пересечении светового конуса свободного пространства со спектральной гиперплоскостью $\mathcal{P}(\theta)$ являются пространственно-временными спектральными лоскутами пространственно-временных (ST) волновых пакетов с перестраиваемыми групповыми скоростями v_g в свободном пространстве: **a)** досветовой, **b)** сверхсветовой и **c)** отрицательно-сверхсветовой v_g . Для каждого случая строится проекция пространственно-временного спектра на плоскость (k_x, k_z) , ограниченную $k_z > 0$ (белая кривая). **d)** проекции пространственно-временных спектров из **(a–c)** на плоскость $(k_x, \frac{\omega}{c})$. Наклон каждой проекции определяет групповую скорость каждого ST-пакета волн по оси координат z , $v_g = c \tan \theta$.

Экспериментальная реализация. Мы синтезируем ST-волновые пакеты, моделируя пространственно-временной спектр в плоскости $(k_x, \frac{\omega}{c})$ с помощью 2D-формирования импульсов [20,43]. Начиная с общей импульсной плоской волны, спектр распространяется в пространстве через дифракционную решетку до столкновения с SLM, так что каждая длина волны λ занимает столбец SLM, который передает линейную фазу, соответствующую паре пространственных частот $\pm k_x$, которые должны быть назначены этой конкретной длине волны, как показано на рис.2a; (см. **Методы**). Ретро-отраженный волновой фронт возвращается к дифракционной решетке, которая накладывает длины волн для восстановления импульса и получения инвариантного к распространению ST-волнового пакета, соответствующего желаемой

гиперплоскости $\mathcal{P}(\theta)$. Используя этот подход, мы синтезировали и подтвердили пространственно-временные спектры [11] различных ST-волновых пакетов в диапазоне $0^\circ < \theta < 180^\circ$, простирающихся от досветового до сверхсветового режимов. На рис. 3а показана измеренная пространственно-временная спектральная интенсивность $|\tilde{E}(k_x\lambda)|^2$ для ST-волнового пакета, имеющего $\theta = 53.2^\circ$ и лежащего на гиперболической кривой на световом конусе, что соответствует положительной сверхсветовой групповой скорости $v_g = 1.34c$. Пространственная полоса пропускания $\Delta k_x = 0.11 \text{ rad}/\mu\text{m}$, а временная полоса пропускания $\Delta\lambda \approx 0.3 \text{ nm}$. Этот спектр получен путем проведения оптического преобразования Фурье вдоль x для выявления пространственного спектра. Наша стратегия пространственно-временного синтеза отличается от предыдущих подходов, использующих методы генерации пучка Бесселя и аналогичные методологии [23-26, 41], нелинейные процессы [28-30] или пространственно-временную фильтрацию [31,32]. Последний подход использует дифракционную решетку для распространения спектра в пространстве, а пространственный фильтр Фурье затем вырезает необходимый пространственно-временной спектр, что приводит к низкой пропускной способности или высокой спектральной неопределенности. Напротив, наша стратегия использует схему фазовой модуляции, которая, таким образом, энергоэффективна и может плавно и непрерывно (в пределах точности SLM) настраивать пространственно-временные корреляции электронным способом без движущихся частей, что приводит к соответствующему управляемому изменению групповой скорости.

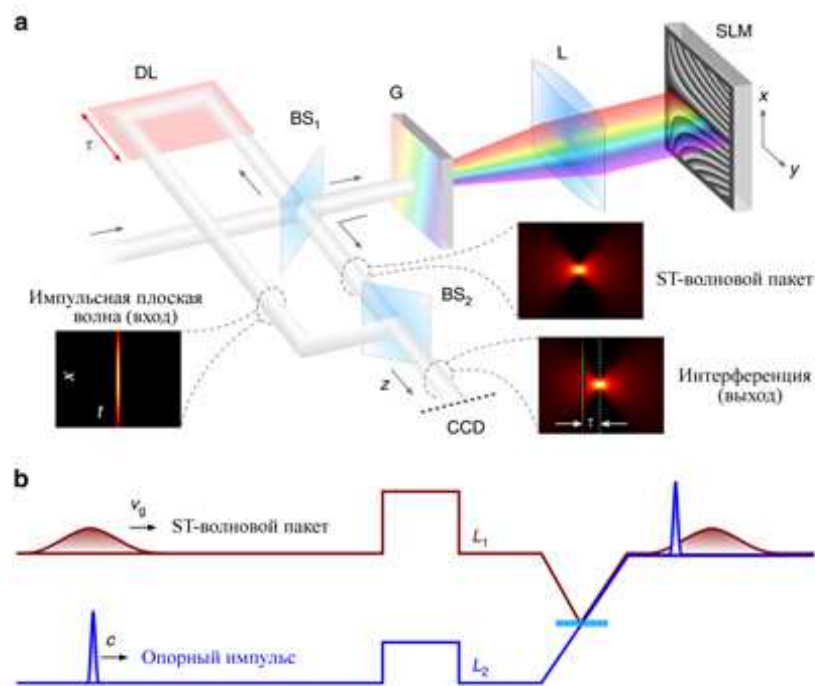


Рис.2. Синтезирование пространственно-временных ST-волновых пакетов и измерение их групповой скорости.

а) Импульсная плоская волна разделяется на два пути: на одном пути ST-волновой пакет синтезируется с помощью двумерного формирователя импульсов, образованного дифракционной решеткой (G), цилиндрической линзой (L) и пространственным модулятором света (SLM), в то время как второй путь является опорным. Сплиттер луча BS, устройство объединения CCD, линия задержки DL обеспечивают "вставки" в пространственно-временной профиль ST-волнового пакета с гауссовым спектром, опорной импульсной плоской волной и их интерференцию; см. Методы и рис.1.

б) Опорный и ST-волновой пакеты накладываются друг на друга, а более короткие опорные импульсы зондируют часть более длинного ST-волнового пакета. Максимальная интерференционная видимость наблюдается, когда выбранные задержки L_1 и L_2 приводят к совпадению их пиков; см. Методы и рис. 2,3.

Для отображения пространственно-временного профиля ST-волнового пакета $I(x, z, t) = |E(x, z, t)|^2$ используется интерферометрическая компоновка, показанная на рис. 2а. Исходная импульсная плоская волна (ширина импульса ~ 100 fs) используется в качестве опорной и движется по линии задержки, содержащей пространственный фильтр для обеспечения плоского волнового фронта (см. 1). Наложение более короткого опорного импульса и синтезированного ST-волнового пакета (1) создает пространственно-разрешенные интерференционные полосы, когда они перекрываются в пространстве и времени, видимость которых показывает пространственно-временной профиль импульса (рис. 2а). Измеренный профиль интенсивности $I(x, 0, \tau) = |E(x, 0, \tau)|^2$ ST-волнового пакета, имеющего $\theta = 53.2^\circ$ показан на рис. 3В, τ – задержка в опорном устройстве. Нанесены также профиль импульса в центре луча $I(0, 0, \tau) = |E(x = 0, 0, \tau)|^2$, ширина которого составляет ≈ 4.2 ps, и профиль пучка в центре импульса $I(x, 0, 0) = |E(x, 0, \tau = 0)|^2$, ширина которого составляет ≈ 16.8 μ m. Предыдущие подходы к отображению пространственно-временного профиля инвариантных к распространению волновых пакетов использовали стратегии, варьирующиеся от методов измерения сверхбыстрых импульсов с пространственным разрешением [26,34,35] до самосопряженных интерферометрией [31].

Управление групповой скоростью пространственно-временного волнового пакета.

Перейдем теперь к использованию интерферометрического расположения для определения v_g ST-волновых пакетов при изменении спектрального угла наклона θ . Эти установки обеспечивают синхронизацию ST-волнового пакета с волной опорного импульса, а также позволяют выявить возможные дисперсии или изменения в распространении ST-волнового пакета. Сначала мы синхронизируем ST-волновой пакет с опорным импульсом и выберем центральный пик ST-волнового пакета в качестве опорной точки в пространстве и времени для последующих измерений. Дополнительное расстояние распространения L_1 вводится в путь ST-волнового пакета, соответствующей групповой задержке $\tau_{ST} = L_1/v_g \gg \Delta\tau$ достаточной для устранения любой интерференции. Затем мы определяем необходимое расстояние L_2 , которое должно быть вставлено в путь опорного импульса для получения групповой задержки $\tau_r = L_2/c$ с и восстановления максимальной видимости помех, что означает $\tau_{ST} = \tau_r$. Отношение расстояний L_1 и L_2 обеспечивает отношение групповой скорости к скорости света в вакууме: $L_1/L_2 = v_g/c$.

В досветовом случае $v_g < c$ мы ожидаем $L_1 < L_2$; то есть дополнительное расстояние, введенное в путь опорного сигнала, движущегося со скоростью c , больше, чем длина пути более медленного ST-волнового пакета. В сверхсветовом случае $v_g > c$ мы имеем $L_1 > L_2$ по аналогичным причинам. При рассмотрении ST-волновых пакетов, имеющих отрицательную v_g -скорость, вставка задержки L_1 на своем пути требует уменьшения начальной длины опорного пути на расстояние $-L_2$, предшествующее начальной опорной точке, что означает, что ST-волновой пакет движется назад к источнику. Как иллюстрация, вставка на рис. 3б участков ST-волнового пакета показана на главной панели рис. 3б и наблюдаемая картина после распространения на расстояние $L_1 = 10$ mm, что подчеркивает самоподобие свободной эволюции [20]. Ось времени смещена на $\tau_r \approx 24.88$ ps, что соответствует $v_g = (1.36 \pm 4 \times 10^{-4})c$, что хорошо согласуется с ожидаемым значением $v_g = 1.34c$.

Результаты измерения v_g при изменении θ для положительных v_g ST-волновых пакетов приведены на рис. 4 (см. также табл. 1). Значения v_g варьируются от досветовых значений $0.5c$ до сверхсветовых значений, достигающих $32c$ (соответствующих значениям θ в диапазоне $0^\circ < \theta < 90^\circ$). Случай светового ST-волнового пакета тривиально соответствует импульсной плоской волне, генерируемой холостым ходом

SLM. Данные отлично согласуются с теоретическим предсказанием $v_g = c \operatorname{tg} \theta$. Измерения отрицательного v_g ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) показаны на рис. 4, вплоть до $v_g \approx -4c$, и опять находятся в отличном согласии с ожиданием $v_g = c \operatorname{tg} \theta$.

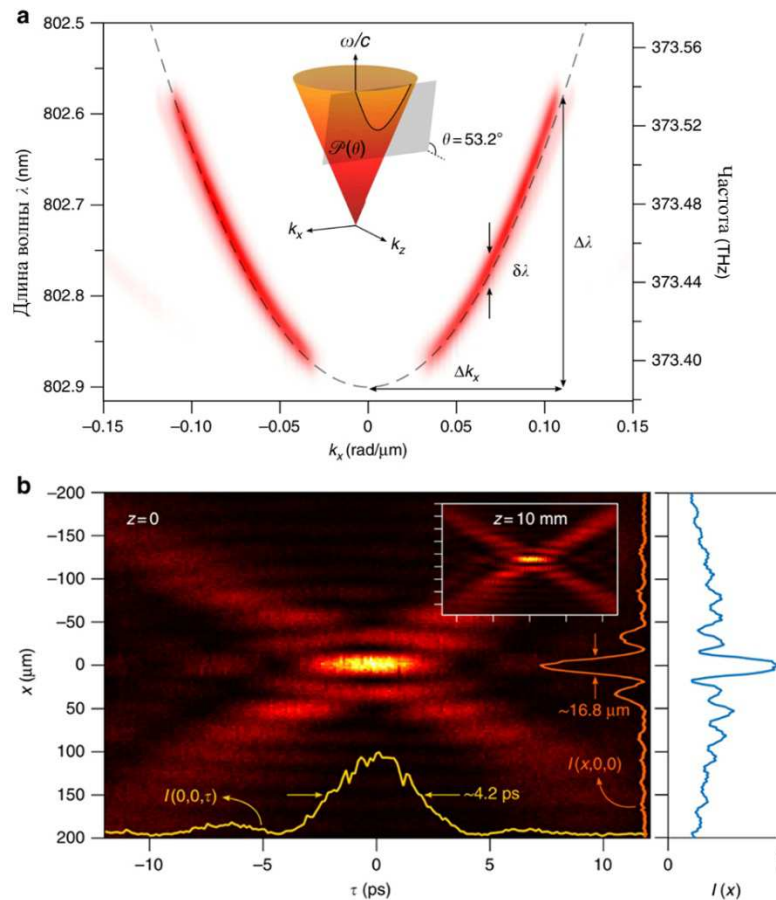


Рис.3. Пространственно-временные измерения СТ-волновых пакетов.

2a,b) Пространственно-временной спектр $|\vec{E}(k_x, \lambda)|^2$ и профиль интенсивности **b)** $I(x, 0, \tau)$ для СТ-волнового пакета со сверхсветовой групповой скоростью $v_g = 1.34c$, соответствующий спектральной гиперплоскости с $\theta = 53.2^\circ$. **b)** Желтая и оранжевая линии изображают профиль импульса при $x = 0, I(0, 0, \tau)$ и профиль пучка при $\tau = 0, I(x, 0, 0)$, соответственно. Вставка показывает пространственно-временной профиль интенсивности после распространения для $z = 10 \text{ mm}$, подтверждающая самоподобную эволюцию СТ-волнового пакета. Справа дан нормированный по времени интегральный профиль пучка $I(x, 0) = \int d\tau I(x, 0, \tau)$.

Обсуждение

Альтернативное понимание этих результатов использует тот факт, что наклон плоскости $\mathcal{P}(\theta)$ из начального положения $\mathcal{P}(\theta)$ соответствует действию ускорения Лоренца, связанного с наблюдателем, движущимся с релятивистской скоростью $v_g = c \operatorname{tg} \theta$ относительно монохроматического источника ($\theta = 0$) [21,22,43]. Такой наблюдатель воспринимает вместо расходящегося монохроматического пучка недивергирующий волновой пакет с групповой скоростью v_g [44]. Действительно, при $\theta = 90^\circ$ реализуется условие, известное как временная дифракция, где осевая координата z заменяется временем t , а вместо этого во времени отображается обычная осевая динамика [21,43,45,46]. В связи с этим, наши представленные здесь результаты по управлению v_g СТ-волновых пакетов являются примером релятивистских

оптических преобразований, реализованных в лаборатории с помощью пространственно-временной спектральной инженерии.

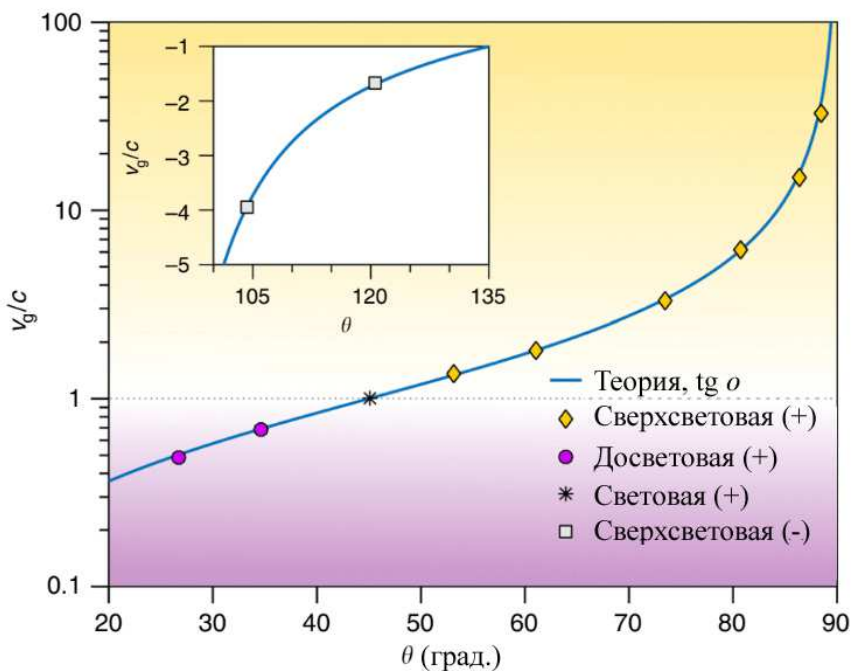


Рис.4. Измеренные групповые скорости для пространственно-временных (ST) волновых пакетов.

Путем изменения угла наклона θ спектральной гиперплоскости $\mathcal{P}(\theta)$, мы контролируем v_g синтезированных ST-волновых пакетов в положительном досветовом и сверхсветовом режимах (что соответствует $0 < \theta < 90^\circ$). Мы строим v_g в логарифмическом масштабе. Измерения ST-волновых пакетов с отрицательным- v_g (соответствующим $\theta > 90^\circ$) приведены в виде точек на вставке в линейном масштабе. Данные на главной панели и на вставке представлены точками и обе кривые являются теоретическим ожиданием $v_g = ctg\theta$. Бары ошибок получены как стандартные ошибки наклона, полученными в результате линейной регрессии (см. Методы и рис. 4). Бары ошибок для измерений слишком малы, чтобы появиться, и приведены в дополнительной таблице 1.

SLM определяет максимальную временную полосу пропускания, которую можно использовать. Конечно, спектральный угол наклона θ определяет пропорциональность между пространственной и временной полосами Δk_x и $\Delta \lambda$, соответственно, которая затем связывает эти пределы с поперечной шириной луча. Однако ST-волновые пакеты, имеющие одинаковую пространственную поперечную ширину, будут распространяться на разные расстояния в зависимости от спектральной неопределенности, связанной с каждым из них. Слияние всех этих факторов определяет максимальное инвариантное к распространению расстояние и, следовательно, максимально достижимые групповые задержки. Тщательное проектирование экспериментальных параметров позволяет увеличить пространственный интервал распространения [47], а использование фазовой пластины вместо SLM может еще больше увеличить это расстояние [48]. Заметим, что мы синтезировали здесь оптические волновые пакеты, где свет локализован вдоль одного поперечного измерения, но остается протяженным в других поперечных измерениях. Локализация волнового пакета вдоль обоих поперечных измерений потребует дополнительного SLM для расширения схемы пространственно-временной модуляции во второе поперечное измерение, которое мы здесь не использовали.

Обратите внимание на то, что в любой конечной конфигурации невозможно достичь корреляции δ -функции между каждой пространственной частотой k_x и длиной волны λ ; вместо этого в этой ассоциации всегда существует конечная спектральная неопределенность $\delta\lambda$. В нашем эксперименте $\delta\lambda \sim 24 \text{ pm}$ (рис. 3а), которая устанавливает предел расстояния распространения без дифракции, на котором может наблюдаться модифицированная групповая скорость [36]. Достигнутая максимальная групповая задержка и инвариантная к распространению длина по существу продиктованы спектральной неопределенностью $\delta\lambda$ (см. [36] для деталей). Окончательная апертура системы в конечном счете устанавливает нижнюю границу значения $\delta\lambda$. Например, размер дифракционной решетки определяет ее спектральную разрешающую способность, конечный размер пикселя SLM дополнительно устанавливает нижнюю границу точности ассоциации между пространственными и временными частотами, в то время как размер активной области

Наконец, недавно теоретически [49] была предложена и экспериментально продемонстрирована [50] другая стратегия, которая также опирается на пространственно-временное структурирование оптического поля, использующая так называемый "летающий фокус", после чего chirпированный импульс фокусируется линзой, имеющей хроматические aberrации, так что различные спектральные срезы пересекают фокальную область линзы с контролируемой скоростью, которая была оценена с помощью штриховой камеры.

Мы рассмотрели здесь ST-волновые пакеты, чьи пространственно-временные спектральные проекции на плоскость $(k_z, \frac{\omega}{c})$ являются прямыми. Множество альтернативных криволинейных проекций может быть легко реализовано для изучения динамики распространения различных волновых пакетов и учета свойств материальных систем, в которых перемещается ST-волновые пакеты. Наши результаты открывают путь к новым схемам фазового согласования в нелинейно-оптических процессах [51,52], новым типам лазерно-плазменных взаимодействий [53,54] и фотонному обогащению электронных квазичастиц [55].

Методы

Определение конических сечений для пространственно-временных спектров. Пересечение светового конуса $k_x^2 + k_z^2 = (\frac{\omega}{c})^2$ со спектральной гиперплоскостью $\mathcal{P}(\theta)$, описываемой уравнением $\frac{\omega}{c} = k_o + (k_z - k_o) \operatorname{tg} \theta$ представляет собой коническое сечение эллипса ($0^\circ < \theta < 45^\circ$ или $135^\circ < \theta < 180^\circ$) по касательной линии ($\theta = 45^\circ$), гиперболы ($45^\circ < \theta < 135^\circ$) или параболы ($\theta = 135^\circ$). Во всех случаях $v_g = c \operatorname{tg} \theta$. Проекция на плоскость $(k_x, \frac{\omega}{c})$, которая является основой нашей процедуры экспериментального синтеза и во всех случаях является коническим сечением фигуры, заданной уравнением

$$\frac{1}{k_1^2} \left(\frac{\omega}{c} \pm k_2 \right)^2 \pm \frac{k_x^2}{k_3^2} = 1, \quad (2)$$

где k_1, k_2 и k_3 – положительные константы: $\frac{k_1}{k_o} = \left| \frac{\operatorname{tg} \theta}{1 + \operatorname{tg} \theta} \right|$, $\frac{k_2}{k_o} = \left| \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \theta} \right|$, и $\frac{k_3}{k_o} = \sqrt{\frac{|1 + \operatorname{tg} \theta|}{|1 - \operatorname{tg} \theta|}}$. Знаками в уравнении являются $(-, +)$ в диапазоне $0 < \theta < 45^\circ$ (эллипс), $(-, -)$ в диапазоне $45^\circ < \theta < 90^\circ$ и $(+, -)$ в диапазоне $90^\circ < \theta < 135^\circ$.

В параксиальном пределе при $k_x^{\max} \ll k_o$, коническое сечение в окрестности $k_x = 0$ может быть аппроксимировано сечением параболы,

$$\frac{\omega}{\omega_o} = 1 + f(\theta) \frac{k_x^2}{2k_o^2}, \quad (3)$$

кривизна которого определяется θ через функцией $f(\theta)$

$$f(\theta) = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \theta - 1}. \quad (4)$$

Пространственно разрешенные помехи для получения профилей интенсивности. Рассмотрим ST-волновой пакет $E(x, z, t) = e^{i(k_o z - \omega_o t)} \psi(x, z - v_g t)$ как это предусмотрено соотношением (1), а для опорной плоской волны – $E_\tau = e^{i(k_o z - \omega_o t)} \psi_\tau(z - ct)$.

Мы отбросили x -зависимость, поскольку $\psi_r(z)$ является медленно изменяющейся огибающей. Наложение двух полей в интерферометре после задержки отсчета на τ приводит к появлению нового поля $\propto E(x, z, t) + E_\tau(x, z, t - \tau)$, среднее по времени $I(x, \tau)$ которого регистрируется на выходе:

$$I(x, \tau) \propto \int dt |E(x, z, t) + E_\tau(x, z, t - \tau)|^2, \quad (5)$$

Используем следующие представления полей для ST-волны пакета и опорного импульса:

$$\begin{aligned} E(x, z, t) &= e^{i(k_o z - \omega_o t)} \int dk_x \tilde{\psi}(k_x) e^{ik_x x} e^{-i(\omega - \omega_o)(t - z/v_g)} \\ &= e^{i(k_o z - \omega_o t)} \psi(x, t - z/v_g) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} E_\tau(x, z, t) &= e^{i(k_o z - \omega_o t)} \int d\omega \tilde{\psi}_\tau(\omega - \omega_o) e^{i(\omega - \omega_o)(t - z/c)} = \\ &= e^{i(k_o z - \omega_o t)} \psi(x, t - z/c) \end{aligned} \quad (7)$$

Установив плоскость детектора при $z = 0$ (CCD₁ в нашем эксперименте; см. рис.1), из которого получаем пространственно-временную интерферограмму

$$I(x, \tau) \sim I_{ST}(x) + I_r + 2|R(x, \tau)| \cos(\omega_0 \tau - \varphi_R(x, \tau)), \quad (8)$$

где

$$I_{ST} = \int dt Zj |\psi(x, t)|^2 = \int dk_x |\tilde{\psi}(k_x)|^2 (1 + \cos 2k_x x), \quad (9)$$

$$I_r = \int dt |\psi_r(t)|^2 = \int d\omega |\tilde{\psi}(\omega)|^2, \quad (10)$$

где мы сделали упрощающее предположение, что пространственный спектр ST-пакета волны является четной функцией $\tilde{\psi}(k_x) = \tilde{\psi}(-k_x)$. Это предположение применимо к нашему эксперименту и не приводит к потере общности. Обратите внимание, что $I_{ST}(x)$ соответствует усредненному по времени поперечному пространственному профилю интенсивности ST-пакета волн, как это было бы зарегистрировано устройством с зарядовой связью (CCD), например, в отсутствие интерферометра. Аналогично, I_r равен усредненному по времени опорному импульсу и представляет собой постоянный фоновый член. Обратите внимание на то, что z может быть установлен на произвольное значение, поскольку как опорный импульс, так и ST- волновой пакет – инвариантны к распространению.

Кросс-корреляционная функция $R(x, \tau) = |R(x, \tau)| e^{i\varphi_R(x, \tau)}$ задается выражением

$$R(x, \tau) = \int dt \psi(x, t) \psi_r^*(t - \tau). \quad (11)$$

Интегрирование по времени t даёт

$$R(x, \tau) = \int dk_x \tilde{\psi}(k_x) \tilde{\psi}_r^*(\omega) e^{ik_x x} e^{i(\omega - \omega_r)\tau}, \quad (12)$$

где ω больше не является независимой переменной, а коррелирует с пространственной частотой k_x через пространственно-временную кривую на пересечении светового конуса с гиперспектральной плоскостью $\mathcal{P}(\theta)$. Поскольку опорный импульс значительно короче, чем ST-волновой пакет, спектральная ширина $\tilde{\psi}(r)$ больше, чем у $\tilde{\psi}$, так что его можно игнорировать, учитывая при этом амплитуду,

$$R(x; \tau) \approx |\tilde{\psi}_r(\omega_0)| \int dk_x \tilde{\psi}(k_x) e^{ik_x x} e^{i(\omega - \omega_0)\tau} = |\tilde{\psi}_r(\omega_0)| \psi(x, \tau). \quad (13)$$

Заметим, что спектральная функция $\tilde{\psi}(k_x)$ пакета ST-волны определяет длину когерентности наблюдаемой пространственно-временной интерферограммы, которая, как мы ожидаем, будет порядка временной ширины самого пакета ST-волны.

Видимость пространственно разрешенных интерференционных полос (рис. 2) выражается формулой

$$v(x, \tau) = \frac{2|R(x, \tau)|}{I_{ST}(x) + I_r}. \quad (14)$$

Видимость в квадрате определяется

$$v^2(x, \tau) \approx \frac{4|\tilde{\psi}_r(\omega_0)|^2 |\psi(x, \tau)|^2}{(I_{ST}(x) + I_r)^2} \propto |\psi(x, \tau)|^2, \quad (15)$$

где последнее приближение означает, чтобы мы можем игнорировать $I_{ST}(x)$ относительно постоянного фонового члена I_r в выражении для опорного импульса.

Синтез ST-волновых пакетов. Входная импульсная плоская волна создается путем расширения горизонтально поляризованных импульсов от титан-сапфирового лазера (Spectra Physics Tsunami²⁾) с полосой пропускания $\sim 8.5 \text{ nm}$ с центром на длине волны 800 nm , соответствующей импульсам шириной $\sim 100 \text{ fs}$. Дифракционная решетка с линейкой 1200 линий/mm и площадью $25 \times 25 \text{ mm}^2$ в режиме отражения (Newport 10HG1200-800-1) используется для распространения спектра импульсов в пространстве, а второй порядок дифракции выбирается для увеличения спектральной разрешающей способности, что приводит к расчетной спектральной неопределенности $\delta\lambda \approx 24 \text{ pm}$. После распространения полной спектральной полосы пропускания импульса в пространстве размер ширины SLM ($\approx 16 \text{ mm}$) действует как спектральный фильтр, тем самым уменьшая полосу пропускания ST-волнового пакета ниже начальной доступной полосы пропускания, минимизируя влияние любого остаточного шума во входном импульсе. Дифракцию А можно использовать для дальнейшего уменьшения временной полосы пропускания, когда это необходимо. Спектр коллимируется с помощью цилиндрической линзы L_{1-y} с фокусным расстоянием $f = 50 \text{ cm}$ в конфигурации $2f$ перед ударом по SLM. SLM придает 2D фазовую модуляцию волновому фронту, что вводит управляемые пространственно-временные спектральные корреляции. Ретроотраженная волна затем направляется через линзу L_{1-y} обратно к решетке G, после чего формируется ST-волновой

²⁾ <http://researchpark.spbu.ru/equipment-photon-rus/731-photon-tsunami-rus>

пакет после наложения временно-пространственных частот; см. рис. 1. Подробности процедуры синтеза описаны в [20,43,47,48].

Спектральный анализ ST-волновых пакетов. Для получения пространственно-временного спектра $|\tilde{E}(k_x, \lambda)|^2$, построенного на рис. 3а в основном тексте мы помещаем светоделитель BS2 в систему синтеза ST для выборки части поля, ретроотраженной от SLM после прохождения через объектив L_{1-y} . Поле направляется через сферическую линзу L_{4-s} с фокусным расстоянием $f = 7.5 \text{ cm}$ на CCD-камеру (CCD₂) (см. рис. 1). Расстояния выбираются таким образом, чтобы поле из SLM претерпевало конфигурацию $4f$ вдоль направления спектра распространения (так что длины волн остаются разделенными в плоскости CCD₂), проходя систему $2f$ вдоль ортогонального направления, таким образом отображая каждую пространственную частоту k_x в точку.

Подготовка опорного импульса. Опорный импульс получен из исходного импульсного пучка перед входом в стадию синтеза ST-волнового пакета через светоделитель BS₁. Мощность пучка регулируется с помощью фильтра нейтральной плотности, а пространственный профиль увеличивается путем добавления пространственной фильтрующей системы, состоящей из двух линз и отверстия диаметром $30 \mu\text{m}$. Сферические линзы L_{5-s} с фокусным расстоянием $f = 50 \text{ cm}$ и L_{6-s} с фокусным расстоянием $f = 10 \text{ cm}$ расположены таким образом, что отверстие лежит на плоскости Фурье. Пространственно отфильтрованная импульсная посылка затем пересекает оптическую линию задержки, прежде чем быть сведенной вместе с ST-волновым пакетом.

Анализ луча. ST-волновой пакет сформирован решеткой G в выходной плоскости с помощью телескопической системы, состоящей из двух цилиндрических линз L_{2-x} и L_{3-x} с фокусными расстояниями 40 cm и 10 cm , соответственно, расположенных в $4f$ -системе. Эта система вводит размагничивание $4\times$ -фактором, что изменяет пространственный спектр ST-волнового пакета. Фазовый образец, показанный SLM, отрегулирован так, чтобы прекомпенсировать эти изменения. ST-волновой пакет и опорный импульс направляются по общему пути в сплиттер BS3. CCD-камера (CCD₁) записывает интерференционную картину, возникающую в результате перекрытия пакета ST-волны и опорного импульса, которое происходит только тогда, когда два импульса перекрываются во времени; см. рис. 2.

Измерения групповой скорости. Перемещение CCD₁ на расстояние Δz вводит дополнительное общее расстояние на пути обоих лучей. Однако, поскольку ST-волновой пакет движется с групповой скоростью v_g и опорным импульсом с c , вводится относительная групповая задержка $\Delta\tau = \Delta z \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{v_g} \right)$, а интерференция при CCD₁ теряется, если $\Delta\tau \gg \Delta T$, где ΔT - ширина волнового ST-пакета во времени. Линия задержки на пути опорного импульса корректируется, чтобы ввести задержку $\tau = \Delta\tau$ для восстановления интерференции. В досветовом случае $v_g < c$, опорный импульс выходит за пределы ST-волнового пакета, и интерференция восстанавливается путем увеличения задержки, пройденной опорным импульсом относительно исходного положения линии задержки. В сверхсветовом случае $v_g > c$, пакет ST-волны выходит за пределы опорного импульса и интерференция восстанавливается путем уменьшения задержки, пройденной опорным импульсом относительно исходного положения линии задержки. Когда v_g принимает отрицательные значения, задержка, пройденная опорным импульсом, должна быть уменьшена еще больше. Конечно, в световом случае видимость не теряется при введении какого-либо дополнительного общего расстояния Δz (см. графическое изображение на рис. 3).

Из этого следует, что групповая скорость задается

$$v_g = \frac{\Delta z}{\Delta z/c - \Delta t}, \quad (16)$$

Для заданного значения Δz , мы приспособляем временной профиль $I(0, 0, \tau)$ к гауссовой функции, чтобы определить центр, из которого мы оцениваем Δt . Для каждого угла наклона θ мы повторяем измерение для трех различных значений Δz и устанавливаем одно из положений в качестве начала для набора измерений: 0 mm , 2 mm , и 4 mm в положительном досветовом случае (рис. 4а); 0 mm , 5 mm и 10 mm в положительном сверхсветовом случае (рис. 4б); 0 mm , -5 mm и -10 mm в отрицательном $-v_g$ (рис. 4с). Наконец, мы помещаем полученные значения в линейную функцию, где наклон соответствует групповой скорости. Неопределенность в оценке значений v_g (Δv_g в таблице 1 и оценках ошибок, рис. 4) получены из стандартной ошибки наклона, полученной в результате линейной регрессии.

Доступность данных

Данные, подтверждающие выводы этого исследования, доступны у авторов по обоснованному запросу.

Получено: 3 Августа 2018.

Принято: 9 Января 2019

Опубликовано: 25 февраля 2019

Ссылки

1. Brillouin, L. Wave Propagation and Group Velocity (Academic Press, New York, 1960).
2. Schulz-DuBois, E. O. Energy transport velocity of electromagnetic propagation in dispersive media. *Proc. IEEE* 57, 1748–1757 (1969).
3. Boyd, R. W. & Gauthier, D. J. Controlling the velocity of light pulses. *Science* 326, 1074–1077 (2009).
4. Hau, L. V., Harris, S. E., Dutton, Z. & Behroozi, C. Light speed reduction to 17 m per second in an ultracold atomic gas. *Nature* 397, 594–598 (1999).
5. Kash, M. M. et al. Ultraslow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in a coherently driven hot atomic gas. *Phys. Rev. Lett.* 82, 5229–5232 (1999).
6. Wang, L. J., Kuzmich, A. & Dogariu, A. Gain-assisted superluminal light propagation. *Nature* 406, 277–279 (2000).
7. Song, K. Y., Herráez, M. G. & Thévenaz, L. Gain-assisted pulse advancement using single and double Brillouin gain peaks in optical fibers. *Opt. Express* 13, 9758–9765 (2005).
8. Casperson, L. & Yariv, A. Pulse propagation in a high-gain medium. *Phys. Rev. Lett.* 26, 293–295 (1971).
9. Gehring, G. M., Schweinsberg, A., Barsi, C., Kostinski, N. & Boyd, R. W. Observation of backward pulse propagation through a medium with a negative group velocity. *Science* 312, 895–897 (2005).
10. Baba, T. Slow light in photonic crystals. *Nat. Photon.* 2, 465–473 (2008).
11. Dolling, G., Enkrich, C., Wegener, M., Soukoulis, C. M. & Linden, S. Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial. *Science* 312, 892–894 (2005).
12. Steinberg, A. M., Kwiat, P. G. & Chiao, R. Y. Measurement of the singlephoton tunneling time. *Phys. Rev. Lett.* 71, 708–711 (1993).
13. Tsakmakidis, K. L., Hess, O., Boyd, R. W. & Zhang, X. Ultraslow waves on the nanoscale. *Science* 358, eaa5196 (2017).
14. Giovannini, D. et al. Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light. *Science* 347, 857–860 (2015).
15. Bouchard, F., Harris, J., Mand, H., Boyd, R. W. & Karimi, E. Observation of subluminal twisted light in vacuum. *Optica* 3, 351–354 (2016).
16. Lyons, A. et al. How fast is a twisted photon? *Optica* 5, 682–686 (2018).
17. Turunen, J. & Friberg, A. T. Propagation-invariant optical fields. *Prog. Opt.* 54, 1–88 (2010).
18. Hernández-Figueroa, H. E., Recami, E. & Zamboni-Rached, M (eds). *Non-Diffracting Waves* (Wiley-VCH, Weinheim, 2014)
19. Donnelly, R. & Ziolkowski, R. Designing localized waves. *Proc. R. Soc. Lond. A* 440, 541–565 (1993).
20. Kondakci, H. E. & Abouraddy, A. F. Diffraction-free space-time beams. *Nat. Photon.* 11, 733–740 (2017).
21. Longhi, S. Gaussian pulsed beams with arbitrary speed. *Opt. Express* 12, 935–940 (2004).
22. Saari, P. & Reivelt, K. Generation and classification of localized waves by Lorentz transformations in Fourier space. *Phys. Rev. E* 69, 036612 (2004).
23. Saari, P. & Reivelt, K. Evidence of X-shaped propagation-invariant localized light waves. *Phys. Rev. Lett.* 79, 4135–4138 (1997).
24. Alexeev, I., Kim, K. Y. & Milchberg, H. M. Measurement of the superluminal group velocity of an ultrashort Bessel beam pulse. *Phys. Rev. Lett.* 88, 073901 (2002).
25. Bonaretti, F., Faccio, D., Clerici, M., Biegert, J. & Di Trapani, P. Spatiotemporal amplitude and phase retrieval of Bessel-X pulses using a Hartmann-Shack sensor. *Opt. Express* 17, 9804–9809 (2009).
26. Bowlan, P. et al. Measuring the spatiotemporal field of ultrashort Bessel-X pulses. *Opt. Lett.* 34, 2276–2278 (2009).
27. Lu, J.-Y. & Greenleaf, J. F. Nondiffracting X waves – exact solutions to freespace scalar wave equation and their finite aperture realizations. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control* 39, 19–31 (1992).
28. Di Trapani, P. et al. Spontaneously generated X-shaped light bullets. *Phys. Rev. Lett.* 91, 093904 (2003).
29. Faccio, D. et al. Conical emission, pulse splitting, and X-wave parametric amplification in nonlinear dynamics of ultrashort light pulses. *Phys. Rev. Lett.* 96, 193901 (2006).
30. Faccio, D. et al. Spatio-temporal reshaping and X wave dynamics in optical filaments. *Opt. Express* 15, 13077–13095 (2007).
31. Dallaire, M., McCarthy, N. & Piché, M. Spatiotemporal bessel beams: theory and experiments. *Opt. Express* 17, 18148–18164 (2009).
32. Jedrkiewicz, O., Wang, Y.-D., Valiulis, G. & Di Trapani, P. One dimensional spatial localization of polychromatic stationary wave-packets in normally dispersive media. *Opt. Express* 21, 25000–25009 (2013).
33. Kuntz, K. B. et al. Spatial and temporal characterization of a bessel beam produced using a conical mirror. *Phys. Rev. A* 79, 043802 (2009).
34. Löhmus, M. et al. Diffraction of ultrashort optical pulses from circularly symmetric binary phase gratings. *Opt. Lett.* 37, 1238–1240 (2012).
35. Piksarv, P. et al. Temporal focusing of ultrashort pulsed Bessel beams into Airy-Bessel light bullets. *Opt. Express* 20, 17220–17229 (2012).
36. Kondakci, H. E. & Abouraddy, A. F. Diffraction-free pulsed optical beams via space-time correlations. *Opt. Express* 24, 28659–28668 (2016).
37. Parker, K. J. & Alonso, M. A. The longitudinal iso-phase condition and needle pulses. *Opt. Express* 24, 28669–28677 (2016).

38. Liu, Z. & Fan, D. Propagation of pulsed zeroth-order Bessel beams. *J. Mod. Opt.* 45, 17–21 (1998).
39. Sheppard, C. J. R. Generalized Bessel pulse beams. *J. Opt. Soc. Am. A* 19, 2218–2222 (2002).
40. Zapata-Rodríguez, C. J., Porras, M. A. & Miret, J. J. Free-space delay lines and resonances with ultraslow pulsed Bessel beams. *J. Opt. Soc. Am. A* 25, 2758–2763 (2008).
41. Valtna, H., Reivelt, K. & Saari, P. Methods for generating wideband localized waves of superluminal group velocity. *Opt. Commun.* 278, 1–7 (2007).
42. Zapata-Rodríguez, C. J. & Porras, M. A. X-wave bullets with negative group velocity in vacuum. *Opt. Lett.* 31, 3532–3534 (2006).
43. Kondakci, H. E. & Abouraddy, A. F. Airy wavepackets accelerating in spacetime. *Phys. Rev. Lett.* 120, 163901 (2018).
44. Bélanger, P. A. Lorentz transformation of packetlike solutions of the homogeneous-wave equation. *J. Opt. Soc. Am. A* 3, 541–542 (1986).
45. Porras, M. A. Gaussian beams diffracting in time. *Opt. Lett.* 42, 4679–4682 (2017).
46. Porras, M. A. Nature, diffraction-free propagation via space-time correlations, and nonlinear generation of time-diffracting light beams. *Phys. Rev. A* 97, 063803 (2018).
47. Bhaduri, B., Yessenov, M. & Abouraddy, A. F. Meters-long propagation of diffraction-free space-time light sheets. *Opt. Express* 26, 20111–20121 (2018).
48. Kondakci, H. E. et al. Synthesizing broadband propagation-invariant spacetime wave packets using transmissive phase plates. *Opt. Express* 26, 13628–13638 (2018).
49. Sainte-Marie, A., Gobert, O. & Quéré, F. Controlling the velocity of ultrashort light pulses in vacuum through spatio-temporal couplings. *Optica* 4, 1298–1304 (2017).
50. Froula, D. H. et al. Spatiotemporal control of laser intensity. *Nat. Photon.* 12, 262–265 (2018).
51. Averchi, A. et al. Phase matching with pulsed Bessel beams for high-order harmonic generation. *Phys. Rev. A* 77, 021802(R) (2008).
52. Bahabad, A., Murnane, M. M. & Kapteyn, H. C. Quasi-phase-matching of momentum and energy in nonlinear optical processes. *Nat. Photon.* 4, 570–575 (2010).
53. Turnbull, D. et al. Raman amplification with a flying focus. *Phys. Rev. Lett.* 120, 024801 (2018).
54. Turnbull, D. et al. Ionization waves of arbitrary velocity. *Phys. Rev. Lett.* 120, 225001 (2018).
55. Byrnes, T., Kim, N. Y. & Yamamoto, Y. Exciton-polariton condensates. *Nat. Phys.* 10, 803–813 (2014).

Выражение благодарности

We thank D. N. Christodoulides and A. Keles for helpful discussions. This work was supported by the U.S. Office of Naval Research (ONR) under contract N00014-17-1-2458.

Авторские вклады

A. F. A. и H. E. K. разработали концепцию, разработали эксперимент и написали статью. E. K. провел экспериментальную работу и анализ данных.

Дополнительная информация

Дополнительная информация прилагается к настоящему документу по адресу: <https://doi.org/10.1038/s41467-019-08735-8>

Конкурирующие интересы: Авторы не заявляют о наличии конкурирующих интересов.

Перепечатки и информация о разрешении доступны в интернете по адресу: <http://npg.nature.com/reprintsandpermissions/>

Информация о рецензировании: Nature Communications благодарит анонимных рецензентов за их вклад в экспертную оценку этой работы.

Примечание издателя: Springer Nature остается нейтральной в отношении юрисдикционных претензий в опубликованных материалах и институциональных связях.

Открытый доступ. Данная статья лицензируется в соответствии с международной лицензией Creative Commons Attribution 4.0, которая разрешает использование, совместное использование, адаптацию, распространение и воспроизведение на любом носителе или в любом формате, если вы предоставляете соответствующий кредит оригинальному автору (авторам) и источнику, предоставляете ссылку на лицензию Creative Commons и указываете, были ли внесены изменения. Изображения или другие материалы третьих лиц в этой статье включены в лицензию Creative Commons статьи, если не указано иное в кредитной линии к материалу. Если материал не включен в лицензию Creative Commons на статью и Ваше предполагаемое использование не разрешено законодательным регулированием или превышает разрешенное использование, вам необходимо получить разрешение непосредственно от владельца авторских прав. Чтобы увидеть копию этой лицензии, посетите <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>.