

Dos Cuestiones de Geometría

Edgar Valdebenito

30/03/19

Resumen

En esta nota mostramos dos cuestiones elementales de geometría.

Entry 1. En la figura 1 aparece la función $y = \operatorname{sech} x$, y un triángulo equilátero ABC, donde \overline{BC} es paralelo al eje x .

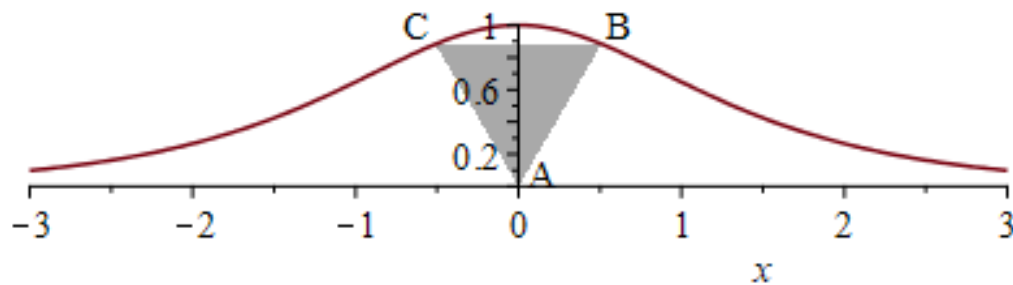


Figura 1.

El problema es determinar: $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = u$.

- Los vértices del triángulo son:

$$A = (0,0) \quad , \quad B = (v,w) \quad , \quad C = (-v,w)$$

- Se tiene

$$w = \operatorname{sech} v \quad , \quad u = 2v \quad , \quad v^2 + w^2 = u^2 \quad (1)$$

El sistema de ecuaciones (1) nos da la siguiente ecuación :

$$v = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sech} v \quad (2)$$

La solución de (2) es:

$$v = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sech} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sech} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \dots \right) \right) \quad (3)$$

Por lo tanto:

$$u = 2v = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{sech} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sech} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \dots \right) \right) \quad (4)$$

Entry 2. En la figura 2 aparece la función $y = \operatorname{sech} x$, y un triangulo equilátero ABC , donde \overline{BC} es paralelo al eje x .

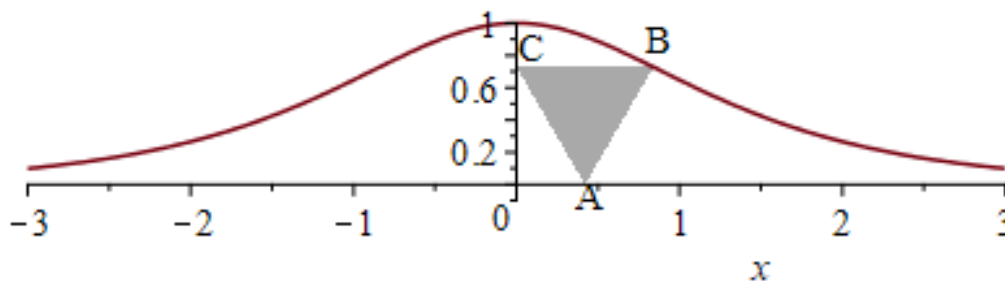


Figura 2.

Los vértices del triangulo son:

$$A = (u, 0) \quad , \quad B = (w, z) \quad , \quad C = (0, z)$$

El problema es determinar: $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = w$.

- Se tiene:

$$z = \operatorname{sech} w \quad , \quad w = 2u \quad , \quad u^2 + z^2 = w^2 \quad (5)$$

El sistema de ecuaciones (5) nos da la siguiente ecuación:

$$u = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sech}(2u) \quad (6)$$

La solución de (6) es:

$$u = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sech}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{sech}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \dots\right)\right) \quad (7)$$

Por lo tanto:

$$w = 2u = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{sech}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{sech}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \dots\right)\right) \quad (8)$$

Referencias

1. Eves, Howard: A Survey of Geometry. Allyn and Bacon, 1972.
2. Pedoe, Daniel: Geometry and the Liberal Arts. St. Martin's Press, 1978.