Fermat's last theorem proof by A.I.C.E

Angel Isaac Cruz Escalante

February 22, 2019

Abstract

El último teorema de Fermat dice que no hay (a, b, c, x) enteros positivos que satisfagan la siguiente ecuación $a^x + b^x = c^x$ si $x > 2$. Fermat conjeturó esto en el año 1637 y Andrew Wiles lo probó en el año 1995 usando técnicas matemáticas no disponibles en la época de Fermat, en el siguiente documento veremos una prueba alternativa al último teorema de Fermat, usando tecnicas matemáticas disponibles en la época de fermat.

1 Introducción

El último teorema de Fermat dice que no hay (a, b, c, x) enteros positivos que satisfagan la siguiente ecuación $a^x + b^x = c^x$ si $x > 2$. Esta ecuación tiene dos posibles casos.
Caso 1, cuando $x = 4$ y multiplo de 4.
Caso 2, cuando $x = 2n + 1$ donde $n \geq 1$, y sus multiplos.
Por lo tanto $x = 2n + 1$ es todos los numeros impares mayores a 1. Podemos decir que el caso 2, x es todos los números impares mayores a 1 y sus multiplos.
Fermat probó el caso 1, donde $(x = 4)$ entonces nos podemos enfocar a probar el caso 2 $(x = 2n + 1, n \geq 1)$.

2 Propiedades de la ecuación

Hay infinitas soluciones en $a^x+b^x = c^x$ cuando $x = 1$ y $x = 2$, $x = 2$ es una terna pitagorica, sabemos que hay ternas pitagoricas primitivas y no primitivas. Una terna primitiva es cuando a, b, c son coprimos, una terna no primitiva es cuando a, b, c tienen un factor común. Podemos encontrar infinitas ternas no primivitas a partir de una terna primitiva, y podemos encontrar una terna primitiva a partir de una terna no primitiva.

2.1 Propiedad uno

Sea $a^x+b^x = c^x$, con (a, b, c, x) enteros positivos y $x \geq 1$ entonces $(na)^x+(nb)^x = (nc)^x$ donde $n \geq 1$.
Prueba
$(na)^x + (nb)^x = (nc)^x$
$n^x a^x + n^x b^x = n^x c^x$
$n^x(a^x + b^x) = n^x c^x$
$\frac{n^x(a^x+b^x)}{n^x} = \frac{n^x c^x}{n^x}$

$a^x + b^x = c^x$
Por lo tanto $a^x + b^x = c^x \Leftrightarrow (na)^x + (nb)^x = (nc)^x$. Esta es la propiedad uno de la ecuación. Que quiere decir que sin importar si existen soluciones para un determinado valor de x, hay ternas primitivas y no primitivas para ese valor de x.

2.2 Propiedad dos

Sea $a^x + b^x = c^x$, con (a, b, c, x) enteros positivos y $x = 2n + 1$, donde $n \geq 1$, entonces $a^x + b^x = c^x = (a + b)(P(a, b))$ donde $P(a, b)$ es un polinomio de a y b en función del valor de x.
Entonces $a^{2n+1} + b^{2n+1} = c^{2n+1} = (a + b)(P(a, b))$. Esta es la propiedad dos.
Algunos ejemplos :
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$
$a^7 + b^7 = (a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$
$a^9 + b^9 = (a + b)(a^8 - a^7b + a^6b^2 - a^5b^3 + a^4b^4 - a^3b^5 + a^2b^6 - ab^7 + b^8)$
Esta propiedad es conocida como factorización de suma de potencias impares iguales

2.3 Factorización de una potencia

Todo c^x puede ser escrito como $(c_1^x)(c_2^x)$ donde c_1 y c_2 son factores de c.
Ejemplos.
$5^3 = (1)^3(5)^3$, $c_1 = 1$, $c_2 = 5$
$6^3 = (2)^3(3)^3$, $c_1 = 2$, $c_2 = 3$
Esta propiedad tiene serias implicaciones en la ecuación $a^x + b^x = c^x$, pues recordando a la propiedad dos, sabemos que $a^{2n+1} + b^{2n+1} = c^{2n+1} = (a + b)(P(a, b))$ implica que $(a + b)$ sea un factor de c^{2n+1}. Todo factor c_n de una potencia c^x tiene el mismo exponente de c o multiplo del exponente de c.
Ejemplos.
$18^3 = (3)^6(2)^3$
$20^5 = (2)^{10}(5)^5$

3 Prueba

3.1 Conjuntos de potencias

Definamos a los conjuntos ($K1$, $K2$, $K3$, $K4$, $K5....Kn$), Kn es el conjunto de potencias con exponente n, donde n sea la maxima forma de expresar al exponente n. Para una potencia z^n, si $n = 1$, 1 es la maxima forma de expresar al exponente, si n es primo dicho número primo es la maxima forma de expresar al exponente, si n es un número compuesto, la potencia z^n puede ser escrita de tres o más formas, pero solo pertenece al conjunto Kn si n es la maxima forma de expresar al exponente en la potencia z^n, ejemplo, la potencia 7^6 puede ser escrita como 49^3 y 343^2, sin embargo la maxima forma de expresar al exponente n es 6, por lo tanto pertenece a $K6$. Ejemplos.
$K1 = (1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19....)$
$K2 = (4, 9, 25, 36, 49, 100, 121, 144, 169, 196, 225....)$
$K3 = (8, 27, 125, 216, 343, 1000, 1331, 1728, 2197....)$

$K4 = (16, 81, 625, 1296, 2401, 10000, 14641, 20736....)$
$Kn = ...$

3.2 Implicaciones

Debido a las propiedades de la equación $a^x + b^x = c^x$ con (a, b, c, x) enteros positivos, $x = 2n + 1, n \geq 1$, la ecuación tiene algunas implicaciones.

Implicación uno.
La propiedad dos $a^{2n+1} + b^{2n+1} = c^{2n+1} = (a + b)(P(a, b))$ implica que $(a + b)$ es un factor de c^{2n+1}, si $(a + b) \in K1$ entonces $(a + b)$ es un factor de c.
Prueba
$c^{2n+1} = (a + b)(P(a, b))$
Por la factorización de una potencia tenemos
$c^{2n+1} = (a + b)(P(a, b)) = (c_1)^{2n+1}(c_2)^{2n+1}$
Ya que $c^{2n+1} = (a + b)(P(a, b))$ implica que $(a + b)(P(a, b)) \in K_{2n+1}$, entonces $c^{2n+1} = (a + b)^{2n+1}(c_2)^{2n+1}$.
$c^{2n+1} = (a + b)^{2n+1}(c_2)^{2n+1} = (c_1)^{2n+1}(c_2)^{2n+1}$
Anulamos el exponente $2n + 1$
$c = (a + b)(c_2) = (c_1)(c_2)$
Concluimos que $(a + b)$ es el factor c_1 de c si $(a + b) \in K1$.
Si $(a + b)$ es un factor de c, no existen soluciones para la ecuación.
Prueba
$a^{2n+1} + b^{2n+1} = c^{2n+1} = (a + b)(P(a, b))$
$a^{2n+1} + b^{2n+1} = c^{2n+1} = (a + b)^{2n+1}(c_2)^{2n+1}$
Pero
$(a^{2n+1} + b^{2n+1}) < (a + b)^{2n+1} < (a + b)^{2n+1}(c_2)^{2n+1}$.
Por que
$(a+b)^{2n+1} = a^{2n+1}+b^{2n+1}+P(a, b)$ donde $P(a, b)$ es otro polinomio en función de $(2n + 1)$.
Entonces $(a^{2n+1} + b^{2n+1}) < (a^{2n+1} + b^{2n+1} + P(a, b)) < (a^{2n+1} + b^{2n+1} + P(a, b))((c_2)^{2n+1})$
Por lo tanto $a^{2n+1} + b^{2n+1} \neq (a + b)^{2n+1}(c_2)^{2n+1}$ Concluimos que no existen soluciones para $a^{2n+1} + b^{2n+1} = c^{2n+1}$ cuando $(a + b) \in K1$.
Entonces $a^x + b^x \neq c^x$ si $(a + b) \in K1$, donde x es un número impar mayor a 1. Sin embargo, esto todavía no prueba el último teorema de Fermat, ya que aún puede haber soluciones a la ecuación $a^{2n+1}+b^{2n+1} = c^{2n+1}$ cuando $(a+b) \in Kn$ con $n > 1$.

Implicación dos.
Debido a la implicación uno, sabemos que no hay soluciones cuando $(a+b) \in K1$ y si hay soluciones a la ecuación, $(a + b)$ debe pertenecer a $K2$ o mayor, considerando la primer propiedad $a^x + b^x = c^x \Leftrightarrow (na)^x + (nb)^x = (nc)^x$, si hay soluciones cuando $(a+b) \in K2$ o mayor, entonces todo $(na+nb) \in K2$ o mayor, pero es imposible, como veremos a continuación.
Sea $a^x + b^x = c^x = (a + b)(P(a, b))$, con $(a + b) \in K2$ o mayor, entonces $(na + nb) \in K2$ o mayor, lo cual es imposible por que si $(a + b) \in K2$ o mayor, entonces $(na + nb) \in K1$, cuando $n \in K1$ y n coprimo de $(a + b)$.
Prueba
Sea $(a + b) \in K2$ o mayor, entonces $(na + nb) \in K1$ donde $n \in K1$ y n coprimo

de $(a+b)$.
$(a+b)=d^m$, $d^m \in K2$ o mayor
$(na+nb)=n^1d^m$,$n^1 \in K1$
Sabemos que si n^1 es coprimo de d^m entonces $n^1d^m \in K1$, Por lo tanto $(na+nb) \in K1$. Entonces $a^x+b^x \neq c^x$ si $(a+b) \in K2$ o mayor, con x siendo un número impar mayor a uno.

4 Conclusión

No hay soluciones cuando $(a+b) \in K1$ y $(a+b) \in K2$ o mayor.
Por lo tanto no hay(a,b,c,x) enteros positivos que satisfagan la ecuación
$a^x+b^x=c^x, x=2n+1, n>1$. Esto prueba el caso 2 del último teorema de Fermat.