**Голографический принцип и конфигурационное пространство**

Куюков Виталий Петрович

vitalik.kayukov@mail.ru

*Теория Хокинга и Бекенштейна о термодинамике черных дыр указывает, что существует связь между квантовой информацией и гравитацией. В общем виде их результат носит название голографического принципа. Согласно ему энтропия черной дыры пропорционально площади сферы горизонта событий. В данной работе голографический принцип обобщается на более абстрактное пространство, применение этого принципа к конфигурационному пространству состояний. При некоторых предположениях можно получить результаты из этого синтеза касательно геометрии пространства-времени Минковского.*

Для этого рассмотрим два основных положения для обобщения голографического принципа.

1. Обобщается конфигурационное пространство состояний, в котором волновая функция рассматривается в координатном представлении

$$\Psi = c \cdot e^{i\,k\,r}$$

Это значит оси конфигурационного пространства состояний координаты и импульсы.

2. Голографический принцип для поверхностей в конфигурационном пространстве

$$N = \frac{A}{4\,l_p^2}$$

$$l_p^2 = \frac{Gh}{c^3}$$

Такие поверхности являются произведения отрезков импульсов и координат.

Таким образом, будем считать, что максимальное число всевозможных состояний, отвечающих поверхности в конфигурационном пространстве будет произведение импульса на координату, то есть фаза волновой функции

$$\varphi = N = \frac{A}{4\,l_p^2} = \frac{\pi\,\tilde{r}\,r}{l_p^2} = k\,r$$

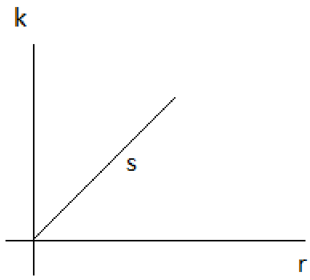
Из этого синтеза голографического принципа с конфигурационным пространством состояний, получается импульс в размерной форме, совпадающий с размерностью координат.

$$\tilde{r} = \frac{l_p^2}{\pi}\,k$$

Отсюда можно получить понятие прямого расстояния в конфигурационном пространстве состояний в евклидовом виде.

$$s^2 = r^2 + \tilde{r}^2$$

Таким образом, голографический принцип дает возможность изучать геометрические аспекты конфигурационного пространства состояний на  основе введения одинаковой размерности для импульсов и координат




В общем виде введение прямого расстояния в конфигурационном пространстве состояний дает возможность прямого синтеза трехмерного пространства и пространства импульсов

$$\boxed{s^2 = r^2 + \left(\frac{l_p^2}{\pi}\,k\right)^2}$$

В этой формуле получается, что конфигурационного пространство состояний не просто абстрактное определение, но в нем также можно задать понятие геометрической  длины между точками.

**1. Псевдоевклидовое конфигурационное пространство и голографический интервал.**

Рассмотрим ситуацию, когда волновая функция не является комплексным числом, а является действительным числом. Эта ситуация в квантовой механике обычно называется квантовым тунеллированием волновой функции. Где импульс становится мнимой величиной.

$$\Psi = c \cdot e^{i\,k\,r}$$

$$k = iq$$

$$\Psi = c \cdot e^{-\,q\,r}$$

Кроме того, можно ввести понятие энтропии на границе туннелирования, как определения натурального логарифма от квадрата волновой функции

$$S = -ln|\Psi|^2 = 2\,q\,r$$

$$|c| = 1$$

В таком виде метрический интервал в конфигурационном пространстве состояний будет иметь псевдоевклидовый вид

$$s^2 = r^2 + \left(\frac{l_p^2}{\pi}\ k\right)^2 = r^2 - \left(\frac{l_p^2}{2\pi}\ q\right)^2$$

Эта структура уже резко отличается от евклидового определения. В нем содержатся особые структуры конусы, которые разделяют на специфические области для конфигурационного пространства.

В случае определения энтропии для туннелированной волновой функции, интервал будет иметь следующий вид

$$\boxed{s^2 = r^2 - \left(\frac{l_p^2}{2\pi}\ \frac{S(r)}{r}\right)^2}$$

Это и есть определение голографического интервала, если энтропия тунеллирования сферической волновой функции, определяется на границе сферы.

**2. Голографический интервал пространства-времени.**

В прошлой главе получено определение голографического интервала в псевдоевклидовом конфигурационном пространстве состояний, при котором некоторая волновая функция имеет квантовое туннелирование через границу.

Причем появляются особые структуры-конусы. Такая же структура есть и у пространства-времени Минкоского.

$$s^2 = r^2 - \left(\frac{l_p^2}{2\pi}\ \frac{S(r)}{r}\right)^2$$

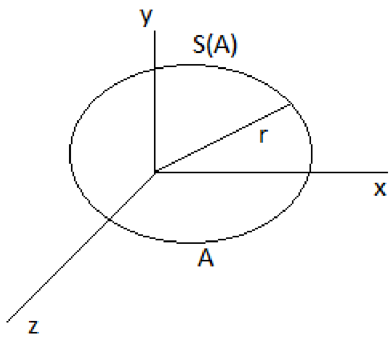
$$s^2 = r^2 - (c\ t)^2$$

Здесь будем рассматривать это как не случайное совпадение, а фундаментальное следствие геометрии пространства-времени Минковского из определения голографического интервала.

Отсюда получается определение времени, как отношение энтропии на границе сферы к ее радиусу.

$$\boxed{t(r) = \frac{Gh}{2\pi c^4}\ \frac{S(r)}{r}}$$

Это и есть определение голографического времени.  Где энтропия на границе сферы должно рассматриваться как энтропия запутывания между пространством внутри сферы и пространством вне сферы.




Для обобщения для малых промежутков  времени. Голографическое время будет иметь вид

$$\delta t(r) = \frac{Gh}{2\pi c^4} \frac{\delta S(r)}{r}$$

В таком виде можно прийти к общей формуле для любой замкнутой произвольной поверхности.

$$\boxed{t = \frac{Gh}{2\pi c^4} \int_A \frac{\delta S}{r}}$$

В этой формуле время определяется в каждой точкой замкнутой поверхности, через интеграл от энтропии запутывания на данной поверхности. Такое определение походит, если время рассматривать как потенциал, а энтропию как заряд.

В дифференциальном виде для интервала пространства-времени

$$ds^2 = dr^2 - (c\ dt)^2$$

Голографический интервал будет

$$ds^2 = dr^2 - \left(\frac{l_p^2}{2\pi}\ d\int_A \frac{\delta S}{r}\right)^2$$

Это общее определение нового дифференциального интервала пространства-времени.

В случае если время отсчитывает одинаково равномерно во всех точках пространства.

$$t(r_1) = \ldots = t(r_n)$$

$$\frac{S(r)}{r} = \frac{\partial S(r)}{\partial r}$$

Определение голографического времени можно дать в виде градиента энтропии вдоль радиуса сферы

$$t = \frac{Gh}{2\pi c^4} \frac{\partial S(r)}{\partial r}$$

Это дает возможность определения голографического времени через градиент энтропии запутывания плоского экрана

$$t = \frac{Gh}{2\pi c^4}\ |\nabla S|$$

$$|\nabla S| = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2}$$

**3.Инвариантность определения голографического времени.**

Рассмотрим общее определение голографического времени через интеграл от энтропии по произвольной замкнутой поверхности

$$t = \frac{Gh}{2\pi c^4}\int_A \frac{\delta S}{r}$$

В движущейся системе определение будет

$$t^{|} = \frac{Gh}{2\pi c^4}\int_A \frac{\delta S^{|}}{r^{|}}$$

Рассмотрим упрощенный вариант для сферы. В движущейся системе радиус сферы пересекает координаты и определяется через преобразования Лоренца

$$r^{|} = x^{|} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Если примем, что энтропия данной сферической поверхности в любой системе отсчета везде одинакова, то есть инвариант

$$\frac{Gh}{2\pi c^4}\ \delta S^{|} = r^{|}\delta t^{|} = x^{|}\delta t^{|} = (x - vt)\delta t$$

Тогда время в движущейся системе отсчета будет иметь следующее определение

$$t^{|} = \frac{Gh}{2\pi c^4}\int_A \frac{\delta S^{|}}{r^{|}} = \int \frac{(x - vt)\delta t}{x^{|}}$$

В общем, получается формула замедление времени для движущейся системы отсчета

$$t^{|} = \int \delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Отсюда получается, что определение голографического времени инвариантно относительно преобразований Лоренца. Данное доказательство было для сферической поверхности, однако можно с помощью специальных математических приемов показать справедливость и для произвольных замкнутых поверхностей.