Sucesión de series de números naturales intercalados entre dos números de Fibonacci. Y aplicaciones.

Pedro Hugo García Peláez

Introducción

En este libro he tratado que se comprenda bien una nueva estructura, la suma de los números naturales comprendidos entre dos números de Fibonacci, de una manera fácil y amena, sin dejar de lado el rigor matemático.

Hay ciertas cosas un poco abstractas pero bajo mi parecer, y sin pecar de vanidad, creo que he conseguido hacer un libro de matemáticas accesible a todo tipo de gente.

El libro no es un tratado sobre la sucesión de Fibonacci, sino que desarrolla una nueva sucesión con su propia fórmula. No es un tema conocido de antemano, o sea que no es un compendio de lo que ya se conocía sobre la sucesión de Fibonacci, sino que es una innovación que usa los huecos comprendidos entre dos números de Fibonacci para desarrollar un nuevo campo.

Todo el mundo conoce más o menos la sucesión de Fibonacci, y no voy a ahondar en este tema, basta sólo decir que Johannes Kepler que vivió entre el siglo XVI y el XVII consiguió hallar una relación entre el cociente de dos números consecutivos de Fibonacci y era precisamente el número Phi.

Johannes Kepler fue una persona muy inteligente y sus leyes influyeron en el posterior desarrollo de La Teoría de la Gravitación Universal de Newton.

En una época tan remota como la de Johannes Kepler, éste físico sugirió que las mareas estaban influenciadas por La Luna, a pesar de su reputación alguna gente le tachó de haber perdido el norte por esta afirmación.

Sin embargo sus trabajos fueron una pista muy importantes sobre la atracción de los planetas.

Lo que propició, que a partir de sus trabajos Newton pudiera deducir la Ley de Gravitación Universal.

Kepler se refirió a la razón áurea como una joya asombrosa, lo más probable es que lo fuera.

Seguramente esa relación que descubrió le ayudo en alguno de sus cálculos o quizás vio estampada esa relación en alguna de sus observaciones sobre el cielo.

El origen del número Phi fue originalmente descubierto en la Antigua Grecia, por otro tema, y no precisamente por la sucesión de Fibonacci, y era la relación de la longitud total de un segmento a su parte mayor, como la parte mayor a la parte menor del segmento. O sea ambas medidas están relacionadas por ese ratio que precisamente el número Phi, dicho de manera más clara:

El segmento menor multiplicado por Phi nos daría la longitud del segmento mayor, y el segmento mayor por Phi nos daría la longitud total de los dos segmentos.

Fue Euclides el que lo descubrió, y como aparece en las matemáticas significa que está también en la naturaleza e incluso en nuestra propia mente.

En cierta manera es un número místico aunque en este libro vas a descubrir nuevas propiedades matemáticas de Phi, y también verás que de alguna manera que podemos calificar de mágica, influye sobre la conducta humana y como la conducta humana se rige por el cerebro hay algo en el cerebro que se siente atraído o funciona como el número Phi.

Volviendo al tema de la sucesión de Fibonacci, un número de Fibonacci se halla sumando los dos números de Fibonacci inmediatamente anteriores. Se empieza por el cero y y le sigue el uno por ejemplo el quinto número de Fibonacci es 8 y el sexto 13 por tanto el séptimo es el 21

Yo en este trabajo decidí hacer lo contrario de trabajar con la sucesión de Fibonacci, o sea no trabajar exclusivamente con los números de Fibonacci, sino con los números naturales que rodean a éstos, para encontrarle un nuevo sentido a esta sucesión y encontrar nuevas propiedades, lo que me llevo a desarrollar otra nueva sucesión.

Matemáticamente hablando este trabajo es una sucesión cuyos términos son series de números naturales comprendidos entre dos números de Fibonacci, o sea un término de la sucesión es la suma de todos los números naturales comprendidos entre dos números de Fibonacci.

Matemáticamente hablando los términos de la sucesión se forman mediante ciertas series determinadas.

Para quitar hierro al asunto voy a clarificar que es una serie.

Una serie es la suma de términos de una sucesión, por ejemplo la serie de la sucesión de números naturales entre el 1 y el 5 se escribe así:

$$\sum_{n=1}^{5} n$$

Y simplemente es 1+2+3+4+5

La serie de los números pares desde el 2 al 10 es la suma de los términos de la sucesión 2n entre 1 y 5

Se escribe así:

$$\sum_{n=1}^{5} 2n$$

Y es 2+4+6+8+10

Cuando veas el símbolo de la suma no te asustes es simplemente una suma, y en nuestro caso cada suma de todos los números naturales comprendidos entre dos números de Fibonacci será un término de nuestra sucesión, por ejemplo el quinto término de nuestra sucesión será el que relacione la suma entre el quinto número de Fibonacci y el sexto, o sea 5 y 8 y ese término será simplemente:

5+6+7+8 = 26

26 es el quinto término de nuestra sucesión

Y el primero sería

0+1 = 1

El segundo 1+1 = 2

El tercero 2+1 = 3

El cuarto = 3+2+1 = 6

Y el quinto como hemos visto es 5+6+7+8 = 26

Por otra parte aquí sólo sumamos los números naturales también conocidos como enteros y que son los que no tienen decimales.

O sea cada suma descrita es un término de la sucesión y la sucesión sería.

Sucesión = {1,2,3,6,26,85,153...}

Suma de los números naturales comprendidos entre dos números de Fibonacci, incluidos estos.

La idea que se me ocurrió fue la de sumar los números naturales intercalados que hay entre dos números de Fibonacci.

Por ciertas causas una noche me vino la idea de que había que probar cosas nuevas sobre la sucesión de Fibonacci y no seguir buscando propiedades sobre los propios números de Fibonacci, por la mañana encontré la solución de la suma de los números naturales comprendidos entre dos números de Fibonacci consecutivos.

Pensé que el cociente entre dos series consecutivas de esta sucesión según el sentido común debía dar un número mayor que Phi.

Pero sorprendentemente si hacemos la suma entre los números que hay intercalados entre dos números de Fibonacci, incluidos los respectivos números de Fibonacci, y hacemos la misma suma pero ahora comprendida entre el número inferior de la suma y el anterior, y calculamos el cociente vemos que la sucesión tiende a Phi cuadrado.

Por ejemplo tenemos tres números de Fibonacci

55-89-144

La suma de los números naturales comprendidos entre 144 y 89 incluyendo estos mismos números es igual a 6524 , y la suma de los números entre 89 y 55 no da 2520

Si dividimos estas cantidades 6524/2520 vemos que nos da una aproximación a Phi al cuadrado, en este caso 2,58, mientras mayores sean los números de Fibonacci que usemos, más se acerca este cociente a Phi cuadrado.

Los números de Fibonacci actúan como una especie de frontera, donde la suma de los números comprendidos entre ellos da lugar a los términos de una sucesión cuyo cociente tiende a Phi al cuadrado.

Hay que tener en cuenta que todo el desarrollo matemático, es la suma de todos los números naturales comprendidos entre un número de Fibonacci y el siguiente, incluyendo a ambos, y la suma de todos los números naturales comprendidos entre este último y el siguiente número de Fibonacci, de esta forma podemos relacionar la fórmula de una suma aritmética con estos tres números de Fibonacci consecutivos.

La fórmula explícita es:

$$\lim_{x \to inf} \frac{\sum_{n=Fibonacci(x)}^{Fibonacci(x+1))} n}{\sum_{n=Fibonacci(x-1))}^{Fibonacci(x))} n} = \phi^2$$

Estos subconjuntos de números naturales mantienen una estructura.

Mejor dicho es fácil demostrar que los cocientes de estas series convergen al cuadrado del número áureo como haré más adelante.

Y además este cociente está formado por números enteros que forman fracciones que son irreducibles.

Por otra parte es un método alternativo para hallar los decimales de Phi.

Otras propiedades.

- Dichos cocientes tienden relativamente lentos a Phi cuadrado.

- Como ejemplo:

La división entre dos números de Fibonacci tiende más rápido a Phi, por ejemplo Fibonacci(16)/Fibonacci(15) = 1.6180327 vemos que tiene 6 cifras significativas iguales a Phi.

Siendo Fibonacci(15) y Fibonacci(16) los números de Fibonacci que ocupan los lugares 15 y 16

Sin embargo el cociente de la suma de los números naturales comprendidos de Fibonacci(15) a Fibonacci(16) es igual a 301833 si lo dividimos entre la misma suma pero ahora entre los números de Fibonacci de Fibonacci(14) a Fibonacci (15) su suma es 115479

Obtenemos :

301833/115479 = 2.61374

En este caso obtenemos sólo tres cifras significativas de Phi cuadrado exactamente la mitad.

Sería posible que las dos velocidades de acercamiento por un lado a Phi y por otro lado a Phi cuadrado por este método estuvieran relacionadas.

La demostración de la convergencia es fácil demostrarla con la fórmula de Gauss para las sumas aritméticas.

Tenemos que:

La suma de los números naturales entre dos números consecutivos de Fibonacci se puede escribir como:

$$S = \frac{n * (Fibonacci(x) + Fibonacci(x+1))}{2}$$

Siendo en nuestro caso (n) = Fibonacci(x-1)

Donde Fibonacci(x) y Fibonacci(x+1) son los dos números de Fibonacci consecutivos

Hay que decir que (n) no es exactamente fibonacci(x-1). Recuerdo que la resta de dos números de Fibonacci consecutivos da como resultado el anterior a éstos.

Como (n) es el número de términos de la suma no es Fibonacci(x-1) sino que es (Fibonacci(x-1))+1

No vamos a arreglar ese uno, que molesta un poco de momento, aunque en realidad también podemos despreciarlo cuando la sucesión va tomando valores de números de Fibonacci más grandes.

Si dividimos ambos sumatorios vemos que:

$$\frac{\frac{Fibonacci((x-1)+1)*(Fibonacci(x)+Fibonacci(x+1))}{2}}{\frac{(Fibonacci(x-2)+1)*(Fibonacci(x-1)+Fibonacci(x))}{2}}$$

Por una parte el dos en ambos denominadores se anula.

También vemos que:

$$\frac{Fibonacci(x-1)+1)}{Fibonacci(x-2)+1} = \phi$$

Ya que son dos números de Fibonacci consecutivos.

Más exactamente tiende a Phi para números de Fibonacci grandes, o sea:

$$Lim_{n\to inf}\frac{Fibonacci(x-1)+1}{Fibonacci(x-2)+1}=\phi$$

Y teniendo en cuenta que:

$$Fibonacci(x)+Fiboncci(x+1)=Fibonacci(x+2)$$

$$Fibonacci(x-1)+Fiboncci(x)=Fibonacci(x+1)$$

Vemos que Fibonacci(x+2) entre Fibonacci(x+1) también tiende a Phi ya que son dos números de Fibonacci consecutivos.

Por lo que multiplicando ambos términos se concluye que en el límite del cociente entre las dos sumas tiende a Phi cuadrado.

Pero ahora vamos a una propiedad muy importante.

Yo no sé si la sucesión de Fibonacci tiene infinitos números primos, aunque la intuición dice sí, podría no ser cierto.

Podría ser que tuvieran razón los que lanzaron la conjetura que dice que podría no haber infinitos números primos en dicha sucesión.

Vamos a ver como nuestros tres números de Fibonacci generan una sucesión, que no genera números primos por lo menos lo he comprobado con los primeros cincuenta primeros números de esta sucesión.

Un término cualquiera de nuestra sucesión se genera como:

$$F(x)=\frac{Fibonacci(x-1)+1)*(Fibonacci(x)+Fibonacci(x+1)}{2}$$

O también como:

$$\sum_{n=Fibonacci(x)}^{Fibonacci(x+1)} n$$

Vemos que cualquier término de la sucesión se forma a partir de tres números de Fibonacci consecutivos, aunque con ese uno que molesta un poco, pero no demasiado.

Esa sucesión genera números no primos por lo menos es lo que he observado en los 50 primeros términos de la sucesión.

Lo que puede implicar que la sucesión de Fibonacci no genere números primos en ciertas combinaciones.

Tener una sucesión de una combinación de tres números de Fibonacci que no genere números primos es tan importante como una hipotética sucesión que genere los números primos existentes.

Sería una especie de algoritmo que podría desencriptar claves en informática si se me permite la comparación.

Vemos que hacer lo contrario a lo que hace la mayoría, que sería intentar descubrir un algoritmo para los números no primos, también puede dar buenos resultados, al igual que no centrarse en los números de Fibonacci y fijarse en los números que hay alrededor.

- Por otra parte la primera fórmula que tiende a Phi cuadrado, parece que genera fracciones irreducibles o sea que no tienen ningún común divisor.

Lo curioso es que produce fracciones que son irreducibles y por lo tanto se acercan tanto como se quiera al número Phi usando un cociente de números enteros.

Hay otra propiedad bastante importante,aunque su demostración sea todavía más fácil, que consiste en las medias de cada término de la sucesión.

Las medias aritméticas de la suma de los números de cada término de la sucesión coinciden con los números de Fibonacci siguientes divididos entre dos.

La suma de dos medias aritméticas de dos términos consecutivos de la sucesión da la media aritmética del siguiente término de la sucesión.

La fórmula es:

$$\frac{1}{n}\sum_{n=Fibonacci(x)}^{Fibonacci(x+1)} x = \frac{1}{n} * \frac{n}{2} * (Fibonacci(x) + Fibonacci(x+1)) = \frac{Fibonacci(x+2)}{2}$$

Pero es que además vemos que la media aritmética de la suma de los números naturales comprendidos entre dos números de Fibonacci da como resultado el siguiente número de Fibonacci dividido entre dos.

Hay otra propiedad importante, y es que el cociente de dos términos de nuestra sucesión, genera fracciones irreducibles. Hasta donde yo he llegado no hay factores que tengan divisores en común.

$$\frac{\frac{Fibonacci((x-1)+1)*(Fibonacci(x)+Fibonacci(x+1))}{2}}{\frac{(Fibonacci(x-2)+1)*(Fibonacci(x-1)+Fibonacci(x))}{2}}$$

O sea estas fracciones no se pueden reducir a otra más simple, y por lo tanto tienden más rápidamente al número Phi.

Otra propiedad importante es que los subconjuntos que forman los sumatorios son cerrados y en topología la intersección de cerrados es un cerrado o sea los números de Fibonacci forman conjuntos cerrados.

Lo importante es que ambas sucesiones, la de conjuntos de números de Fibonacci y esta sucesión forman conjuntos cerrados por lo que mantienen una misma estructura topológica.

Tengo que reconocer que la topología es algo abstracta y que aunque más o menos le pille el tranquillo en su momento es un área de las matemáticas algo dura.

Vamos a quedarnos que la idea de que ambas sucesiones comparten la misma estructura topológica.

Además como vemos que la media aritmética de cada término esta sucesión es un número de Fibonacci, podemos inferir que guarda las distancias de un espacio métrico, y guardando las distancias en cierta proporción podría ser un espacio de Hilbert.

Vuelvo a repetir que los espacios métricos y normados son un poco abstractos pero que parece que ambas sucesiones tienen las mismas propiedades en estos espacios.

Aplicaciones

En Física y en química, aunque esta ultima no la domino tanto como la física, no he encontrado patrones que sigan la sucesión de Fibonacci, de hecho la única vez que me he encontrado con el número Phi, fue al calcular los modos normales de dos muelles y dos masas. Estando la primera masa unida por dos muelles, con el primer muelle entre la pared izquierda y la primera masa, y el segundo muelle entre la primera y la segunda masa, siendo ambas masas iguales.

Al resolver el problema y hallar el polinomio característico, salía una ecuación de segundo grado cuya solución era Phi.

Particularmente lo considero más bien una casualidad que un patrón a seguir.

El sentido físico de esa raíz es que la relación entre las amplitudes de oscilación de dichos muelles era el número áureo, pero lo considero una casualidad más que otra cosa.

Sin embargo en otros patrones como la música o en la propia conducta humana sí que he encontrado patrones que siguen esta sucesión.

La música, mejor dicho la frecuencia de las notas es un tema de física de ondas.

Las cuerdas de una guitarra o un piano con una tensión determinada y teniendo en cuenta el punto donde la golpeemos puede producir una nota de la frecuencia que queramos.

Aplicado a nuestro caso si usamos frecuencias que sean términos de nuestra serie por ejemplo 153 y 385 se produce una relación de ondas que tienen un sonido agradable, al contrario que las notas emitidas por esos números de nuestra sucesión por separado.

En física las ondas se suman y por lo tanto esas ondas darían una nota de frecuencia 979 que es el siguiente número de nuestra sucesión.

Pero teniendo en cuenta que la composición de esas ondas están en un ratio de Phi cuadrado, parece que las hace tener un sonido más agradable, por lo menos en mi caso particular lo considero así.
El propio libro es una buena muestra de como parece que Phi influye en la conducta humana, y es que

cuando la gente se entera que has escrito un libro sobre Fibonacci y Phi tiende a seguirte. De alguna forma se sienten atraídos por esas relaciones y de hecho de mis cinco libros éste es uno de los más descargados en la actualidad.

Ha habido gente que después de una amistad y un alejamiento los he vuelto a recuperar, después que que supieron que escribía sobre Fibonacci y Phi. Quizás no le interesaron tanto mis otros libros y pienso que si hubiera escrito sobre otro tema quizás no hubiera recuperado esa relación.

Es bien sabido que el número Phi se usa en el mercado de valores para intentar predecir movimientos, que se conocen como retrocesos de Fibonacci, aunque luego volveré sobre esta aplicación voy a comenzar con el estudio de esta nueva sucesión aplicada al poker. Un juego que conozco y domino mejor que el de los mercados de valores.

El poker jugado de una forma presencial es básicamente un problemas físico.

Básicamente tienes que decidir cuando ir a pujar por un bote, dependiendo de una serie de factores como puede ser el fijarte en pequeños detalles, como una carta que sale lenta del crupier, que pudiera ser que estaba sudada por algún jugador que la manoseó por ser una buena carta, o que la máquina que barajea las cartas pueda seguir un patrón.

Fijarte en detalles que casi pasan desapercibidos para los demás puede ayudarte a ser jugador de poker presencial. Yo por ejemplo no iría con una pareja de doses si me fijara en un jugador que al ver su cartas casi se le salen los ojos de las órbitas mientras que sube apuestas como loco.

Una vez que has decidido pujar a un bote por las razones que Dios te haya dado a entender, tienes que conseguir que la gente te siga. Si encima tienes una buena mano y las cartas te acompañan es un negocio redondo.

Conmigo la gente por alguna extraña razón me seguía en esos botes donde lógicamente tenía las de ganar, por lo que me hacía con el 70 por ciento de los botes.

Por otra parte en el poker online era totalmente lo contrario, cuando decidía ir nadie me seguía, por lo que me cansaba e iba cuando los otros decidían ir.
Lo que lógicamente me producía perdidas, yo era considerado que se llama un “call center” que es

alguien que va a las pujas cuando le interesaba a los demás que fuera.

Hemos visto que tanto en música, como poker como incluso relaciones personales la gente parece que sigue un patrón relacionado con Phi, lo que te otorga un cierto poder.

Podemos usar la sucesión que hemos descrito como un algoritmo matemático para intentar atraer a los jugadores cuando a nosotros nos interesa, o sea conducir la conducta humana de los otros jugadores.

Esto precisamente se consigue apostando cuidadosamente para intentar que el bote sea un numero de nuestra sucesión de números naturales.

Por ejemplo en torneos de tres jugadores con 500 fichas hago tres movimiento cuando decido pujar por el bote.

Apostar 60 y habiendo otro que vaya y sumándole la ciega del otro jugador jugador que se queda descolgado que son 30 fichas hacen 150 fichas en total, que se corresponde al primer número de nuestra serie que es 153
Apostar 180 fichas con otro jugador que vaya y la ciega del otro que son 30 hacen 390 fichas el número

de nuestra sucesión que le corresponde es 385

O ir all in con 500 fichas y otro o jugador hacen mil fichas, que se corresponde con nuestro siguiente número de Fibonacci 979

Parece que estás relaciones de números atraen a los jugadores, y nosotros nos encargamos de cuadrar el número de fichas en las manos que nos interesan que otro jugado vaya a la puja.

En resumen es un algoritmo con tres números de nuestra sucesión.

Por alguna razón esos números atraen a tus oponentes en un mesa de poker online, que por otra parte como es la única forma de relacionarte con ellos.

O sea es a través del valor de tu apuesta cuando ellos tienen la información sobre nosotros.

No uso ningún otro tipo de programa estadístico me vale y sobra con este algoritmo, lo que no quiere decir que los programas estadísticos ayuden a cierta gente, pero esto más que estadística lo podemos catalogar de algoritmo.
Como media consigo sobre un 65 por ciento de victorias.

Aunque no recomiendo hacerlo a alguien que no tenga buenos fundamentos del poker a mi me da sobre un 65% de victorias.

No voy a entrar en pormenores de analizar las estadísticas de mi juego, pero en ambos casos son propias de un jugador muy bueno, en el caso del poker online no eran tan buenas hasta que use este algoritmo. Ya que como expliqué antes, los jugadores no me seguían cuando yo quería, y yo si tenía que ir cuando a ellos les interesaba.

El mundo del poker online es muy especial puedes encontrar a malos jugadores en mesas altas o buenos jugadores en mesas bajas. El segundo caso es el mío.

Pasemos al mercado de valores

En el mercado de valores tiene mucho éxito la especulación con medias y los retrocesos de Fibonacci voy a poner mi granito de arena en este tema.

El mercado de valores no lo domino como el poker, pero por observación hay movimientos en el mercado de valores que cambian de sentido, ya sea que hay un gran vendedor que se desprende de sus acciones por hacerle la fiesta del siglo a su hija o porque alguien apuesta a la baja

Estas fuerzas de sentido contrarias al movimiento, siguen en teoría ley de Hooke, cuya su ecuación es $F= -kx$ siendo (F) la fuerza vendedora (k) una constante y (x) el desplazamiento resultante.

La solución de esta ecuación diferencial es una función seno o coseno, por lo que podemos inferir que en cierta medida los gráficos de bolsa son como ondas.

Por ejemplo hemos visto que la media aritmética de la suma de los números naturales entre dos números de Fibonacci es el siguiente número de Fibonacci, por lo que tendría sentido, que si observamos un valor que se mueve entre 8 y 12 usar nuestra sucesión para unos valores entre 8 y 13 que son los números de Fibonacci que más se acercan.

El término de nuestra sucesión entre 8 y 13 es la suma de todos los números naturales entre 8 y 13 incluidos estos. En particular nuestro término es 65 y podemos usar ésta media y al mismo tiempo usar otra media móvil con el valor siguiente o el anterior, ya que parece que hay un cierto consenso sobre que las relaciones que tienden a Phi tienen un cierto influjo sobre la conducta humana. El inmediatamente anterior es la suma entre 5 y 8 que es 26 y el inmediatamente posterior es la suma de los números naturales entre 13 y 21 es 153

En lineas generales estoy observando que con medias de 153 y 385 periodos se producen patrones que se repiten.

Parece que cuando la media de 153 está por encima y se acerca a la de 185 o sea se produce un acercamiento entre ambas, los precios siguen un patrón alcista, no en todos los casos pero sí en la mayoría de los casos.

En el caso contrario cuando la media de 185 está arriba y ambas medias se acercan se producen por término general más bajadas que subidas.

Antes de cruzarse ambas medias se suelen producir alejamientos significativos de ambas medias, y una especie de simetría de sentido opuesto por parte de los precios a ambas partes del cruce.

Esto es como cuando te explican una función matemática respecto a una variable, una vez comprendida debes ser el que decida cómo y para qué lo aplicas.

De todas maneras aunque las observaciones han sido hasta ahora positivas, no tengo tan estudiado el tema de la bolsa como el del el poker, donde lo he probado y funciona perfectamente.

Yo simplemente te doy herramientas para que las uses en el campo que tu elijas.

Pero ten en cuenta que si una empresa quiebra de poco te va a valer esta estrategia

Que las adaptes a tu actividad preferida es algo que tú puedes desarrollar por tu cuenta, ¿Quién sabe si estas medidas las puedes adaptar en la reforma de una habitación o si puede ayudar a la industria automovilística a desarrollar un coche o para un estudio estadístico?.

El libro te explica esta relación tan curiosa donde los campos de aplicación son infinitos.

No recomiendo a nadie que use esto como un juego.

A no ser que esté seguro de lo que este haciendo y con muchas precauciones, no deja de ser un juego pseudo aleatorio y hay que tomar todas las precauciones necesarias para adentrarse en un mundo que es pseudo aleatorio.

Notas