

# Czarnodziurowy Wszechświat a dwu-potencjalność pola grawitacyjnego

Zbigniew Osiak

E-mail: [zbigniew.osiak@gmail.com](mailto:zbigniew.osiak@gmail.com)

<http://orcid.org/0000-0002-5007-306X>

[http://vixra.org/author/zbigniew\\_osiak](http://vixra.org/author/zbigniew_osiak)

## Streszczenie

Przyjęcie hipotezy o dwu-potencjalności stacjonarnego pola grawitacyjnego umożliwiło znalezienie w ramach Ogólnej Teorii Względności rozwiązań równań pola i równań ruchu, które w granicznym przypadku prowadzą do zgodności z newtonowską teorią grawitacji zarówno wewnątrz jak i na zewnątrz źródłowej masy.

**Słowa kluczowe:** Czarnodziurowy Wszechświat, natężenie pola grawitacyjnego, potencjał pola grawitacyjnego, Ogólna Teoria Względności, równania pola, równania ruchu.

## 1. Wprowadzenie

W rozprawie [1] zaproponowałem czarnodziurowy model Wszechświata. Nasz Wszechświat można potraktować jako olbrzymią jednorodną Czarną Dziurę z otoczką antygravitacyjną. Nasza Galaktyka wraz z układem słonecznym oraz Ziemią, które w skali rozmiarów kosmologicznych można uważać za ledwie jako punkt, powinny znajdować się w pobliżu centrum Czarnodziurowego Wszechświata.

Z teorii grawitacji Newtona [2] wynika, że bezwzględna wartość natężenia pola grawitacyjnego w centrum jednorodnej kuli o stałej gęstości jest równa zero, wraz ze wzrostem odległości od środka – rośnie liniowo, osiągając maksymalną wartości na powierzchni kuli, przy dalszym wzroście odległości – maleje odwrotnie kwadratowo. Aby w ramach Ogólnej Teorii Względności Einsteina uzyskać analogiczny wynik, należy zauważyć, że stacjonarne pole grawitacyjne można opisać dwoma potencjałami.

## 2. Dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego

Stacjonarne pole grawitacyjne jest polem dwu-potencjalnym [1]:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0, \quad \text{rot} \mathbf{E} = 0 \\ \text{rot} \text{grad} \varphi = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \mathbf{E}^{\text{in}} = \text{grad} \varphi^{\text{in}} = -\tilde{k} \text{grad} \varphi^{\text{in}}, \quad 0 \leq r < R, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \varphi^{\text{in}} = 0 \\ \mathbf{E}^{\text{ex}} = -\text{grad} \varphi^{\text{ex}} = -\tilde{k} \text{grad} \varphi^{\text{ex}}, \quad r \geq R, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \varphi^{\text{ex}} = 0 \end{array}$$

$$E_r^{\text{in}} = -\frac{4}{3} \pi G \rho r, \quad \varphi^{\text{in}} = -\frac{2}{3} \pi G \rho r^2, \quad E_r^{\text{ex}} = -\frac{GM}{r^2}, \quad \varphi^{\text{ex}} = -\frac{GM}{r}.$$

Na powierzchni kuli mamy:

$$\varphi^{\text{in}} - \varphi^{\text{ex}} = \frac{GM}{2R}, \quad \mathbf{E}^{\text{in}} - \mathbf{E}^{\text{ex}} = 0.$$

$\mathbf{E}^{\text{in}}, \mathbf{E}^{\text{ex}}$  – natężenia pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli  
 $\varphi^{\text{in}}, \varphi^{\text{ex}}$  – potencjały pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli  
 $M$  – masa kuli,  $R$  – promień kuli,  $\rho$  – gęstość  
 $\tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz źródłowych mas} \\ -1 & \text{wewnątrz źródłowych mas} \end{cases}$

### 3. Równania pola

Równania pola grawitacyjnego Einsteina zapiszemy jako [4]

$$R_{\mu\nu} = \kappa \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right),$$

gdzie

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma_{\mu\alpha}^{\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}}{\partial x^{\alpha}} + \Gamma_{\mu\alpha}^{\beta} \Gamma_{\beta\nu}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\nu}^{\beta} \Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha}, \quad \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2} g^{\alpha\sigma} \left( \frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\sigma}} \right),$$

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2,073 \cdot 10^{-43} \frac{\text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}}, \quad T \stackrel{\text{df}}{=} g^{\alpha\beta} T_{\alpha\beta}, \quad R \stackrel{\text{df}}{=} g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}, \quad R = \kappa T,$$

$$x^1 = r, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = \varphi, \quad x^4 = \text{ict}.$$

W przypadku, gdy źródłem pola jest masa jednorodnie rozmieszczona w obszarze kuli, postulujemy istnienie rozwiązania o postaci

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2 \sin^2 \theta (d\varphi)^2 + g_{44}(dx^4)^2,$$

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2 \sin^2 \theta, \quad g^{11} = \frac{1}{g_{11}}, \quad g^{22} = \frac{1}{g_{22}}, \quad g^{33} = \frac{1}{g_{33}}, \quad g^{44} = \frac{1}{g_{44}},$$

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \rho c^2 g_{\alpha\beta}, \quad T \stackrel{\text{df}}{=} g^{\alpha\beta} T_{\alpha\beta} = 2\rho c^2, \quad \rho = \text{const}.$$

Dywergencja tensora ( $T_{\alpha\beta}$ ) powinna być równa zero, co rzeczywiście ma miejsce:

$$T_{\alpha\beta;\beta} = \left( \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} \rho c^2 \right)_{;\beta} = \frac{1}{2} \rho c^2 (g_{\alpha\beta;\beta}) = 0.$$

Przyjęte założenia pozwalają zredukować liczbę równań pola do dwóch.

$$\frac{r}{2} \frac{\partial^2 g_{44}}{\partial r^2} + \frac{\partial g_{44}}{\partial r} = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r$$

$$r \frac{\partial g_{44}}{\partial r} + g_{44} - 1 = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r^2$$

Równania te są spełnione, gdy

$$0 \leq r < R, \quad \rho = \text{const} > 0, \quad g_{44} = 1 - \frac{4\pi G \rho}{3c^2} r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2 R^3} r^2 = 1 - \frac{r_s}{2R^3} r^2,$$

$$r \geq R, \quad \rho = 0, \quad g_{44} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r} = 1 - \frac{r_s}{r}, \quad r \neq r_s.$$

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3$$

$R$  – promień kuli, w której znajduje się źródłowa masa

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad \text{– promień Schwarzschilda}$$

Przedstawione rozwiązania równań pola spełniają poniższe warunki brzegowe.

$$0 \leq r < R, \quad \lim_{r \rightarrow 0} g_{44} = 1$$

$$r \geq R, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} g_{44} = 1$$

#### 4. Znaki prawych stron równań Poissona a warunki brzegowe

W teorii grawitacji Newtona warunkom brzegowym dla potencjałów grawitacyjnych

$$0 \leq r < R, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \varphi^{\text{in}} = 0$$

$$r \geq R, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \varphi^{\text{ex}} = 0$$

odpowiadają we współrzędnych sferycznych następujące postacie równania Poissona

$$0 \leq r < R, \quad r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{in}}}{\partial r^2} + 2r \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{in}}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{\text{in}}}{\partial \theta^2} + \text{ctg} \theta \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial \theta} = -4\pi G \rho r^2$$

$$r \geq R, \quad r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{ex}}}{\partial r^2} + 2r \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{ex}}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{\text{ex}}}{\partial \theta^2} + \text{ctg} \theta \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial \theta} = 0$$

Odpowiednikami tych relacji w Ogólnej Teorii Względności są:

$$0 \leq r < R, \quad \lim_{r \rightarrow 0} g_{44} = 1$$

$$r \geq R, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} g_{44} = 1$$

$$0 \leq r < R, \quad R_{\mu\nu} = \kappa \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right)$$

$$r \geq R, \quad R_{\mu\nu} = 0$$

Znaki prawych stron równań Poissona zależą od przyjętych warunków brzegowych, które związane są z dwu-potencjalnością stacjonarnego pola grawitacyjnego.

## 5. Równania ruchu i równania pola w Ogólnej Teorii Względności a dwu-potencjalność stacjonarnego pola grawitacyjnego Newtona

Postulowane przez nas [1] w ramach Ogólnej Teorii Względności równania ruchu swobodnej cząstki próbnej prowadzą do wniosku, że stacjonarne pole grawitacyjne Newtona jest polem dwu-potencjalnym. Wykażemy to na przykładzie pola grawitacyjnego, którego źródłem jest masa rozmieszczona jednorodnie w objętości kuli o promieniu (R).

$$\tilde{a}^\alpha \stackrel{\text{df}}{=} (\text{sgn } ds^2) c^2 \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} = -\tilde{k} (\text{sgn } ds^2) c^2 \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds}, \quad ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \neq 0, \quad (\text{sgn } ds^2) g_{\mu\nu} \leq 0$$

$$x^1 = r, \quad x^2 = \theta, \quad x^3 = \varphi, \quad x^4 = ict$$

$$(ds)^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2(d\theta)^2 + r^2 \sin^2 \theta (d\varphi)^2 + g_{44}(dx^4)^2$$

$$g_{11} = \frac{1}{g_{44}}, \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2 \sin^2 \theta$$

$$\Gamma_{11}^1 \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds} + \Gamma_{44}^1 \frac{dx^4}{ds} \cdot \frac{dx^4}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$$\tilde{a}^r = \tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{c^2}{2} \frac{\partial g_{44}}{\partial r}$$

$\tilde{a}_{\text{in}}^r, \tilde{a}_{\text{ex}}^r$  – radialne przyspieszenia odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli

$g_{44}^{\text{in}}, g_{44}^{\text{ex}}$  – składowe tensora metrycznego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli

$$g_{44}^{\text{in}} = 1 - \frac{4\pi G \rho}{3c^2} r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2 R^3} r^2 = 1 - \frac{r_s}{2R^3} r^2, \quad 0 \leq r < R, \quad \rho = \text{const} > 0$$

$$g_{44}^{\text{ex}} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r} = 1 - \frac{r_s}{r}, \quad r \geq R, \quad \rho = 0$$

$$\tilde{a}_{\text{in}}^r = \tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{c^2}{2} \frac{\partial g_{44}^{\text{in}}}{\partial r} = -\tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{GM}{R^3} r, \quad 0 \leq r < R$$

$$\tilde{a}_{\text{ex}}^r = \tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{c^2}{2} \frac{\partial g_{44}^{\text{ex}}}{\partial r} = \tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{GM}{r^2}, \quad r \geq R$$

$$r \gg r_s, \quad v^2 \ll c^2, \quad r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$a^r = \frac{d^2 r}{dt^2}, \quad \text{sgn } ds^2 = -1, \quad \tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz jednorodnej kuli} \\ -1 & \text{wewnątrz jednorodnej kuli} \end{cases}$$

$$a_{\text{in}}^r = -\tilde{k} \frac{c^2}{2} \frac{\partial g_{44}^{\text{in}}}{\partial r} = -\frac{GM}{R^3} r, \quad 0 \leq r < R$$

$$a_{\text{ex}}^r = -\tilde{k} \frac{c^2}{2} \frac{\partial g_{44}^{\text{ex}}}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2}, \quad r \geq R$$

Podstawiając w ostatnich dwóch wzorach

$$g_{44}^{\text{in}} = 1 + \frac{2\varphi^{\text{in}}}{c^2}, \quad g_{44}^{\text{ex}} = 1 + \frac{2\varphi^{\text{ex}}}{c^2},$$

gdzie  $(\varphi^{\text{in}})$  i  $(\varphi^{\text{ex}})$  są potencjałami pola grawitacyjnego odpowiednio wewnątrz i na zewnątrz kuli, otrzymamy

$$a_{\text{in}}^r = -\tilde{k} \frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} = \frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} = -\frac{GM}{R^3} r, \quad 0 \leq r < R, \quad \varphi^{\text{in}} = -\frac{GM}{2R^3} r^2, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \varphi^{\text{in}} = 0$$

$$a_{\text{ex}}^r = -\tilde{k} \frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} = -\frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2}, \quad r \geq R, \quad \varphi^{\text{ex}} = -\frac{GM}{r}, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \varphi^{\text{ex}} = 0$$

Podamy jeszcze definicje potencjałów  $(\varphi^{\text{in}})$  oraz  $(\varphi^{\text{ex}})$  korespondujące ze standardową definicją potencjału grawitacyjnego.

$$\varphi^{\text{in}} = \int_0^{r < R} a_{\text{in}}^r dr = -\frac{GM}{2R^3} r^2$$

$$\varphi^{\text{ex}} = -\int_{r \geq R}^{\infty} a_{\text{ex}}^r dr = -\frac{GM}{r}$$

W równaniach pola wewnątrz źródłowej masy zastąpimy składową czasowo-czasową  $(g_{44}^{\text{in}})$  tensora metrycznego potencjałem  $(\varphi^{\text{in}})$ .

$$\frac{r}{2} \frac{\partial^2 g_{44}^{\text{in}}}{\partial r^2} + \frac{\partial g_{44}^{\text{in}}}{\partial r} = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r$$

$$r \frac{\partial g_{44}^{\text{in}}}{\partial r} + g_{44}^{\text{in}} - 1 = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r^2$$

$$\downarrow \quad g_{44}^{\text{in}} = 1 + \frac{2\varphi^{\text{in}}}{c^2}$$

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{in}}}{\partial r^2} + 2r \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} = -4\pi G \rho r^2$$

$$2r \frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} + 2\varphi^{\text{in}} = -4\pi G \rho r^2$$

Równanie Poissona dla potencjału  $(\varphi^{\text{in}})$

Pierwsze z tych równań jest równaniem Poissona dla potencjału ( $\varphi^{\text{in}}$ ) we współrzędnych sferycznych. Od klasycznego równania Poissona różni się tylko znakiem prawej strony. Z kolei, z obu równań wynika, że

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{in}}}{\partial r^2} = 2\varphi^{\text{in}}$$

Poddamy teraz analizie drugie równanie pola dla potencjału ( $\varphi^{\text{in}}$ ).

$$r \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} = -2\pi G \rho r^2 - \varphi^{\text{in}}$$

$$\varphi^{\text{in}} = -\frac{2}{3} \pi G \rho r^2 = -\frac{GM}{2R^3} r^2$$

$$\frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} = -\frac{4}{3} \pi G \rho r = -\frac{GM}{R^3} r$$

$$a_{\text{in}}^r = -\frac{4}{3} \pi G \rho r = -\frac{GM}{R^3} r$$

$$\frac{\partial \varphi^{\text{in}}}{\partial r} = a_{\text{in}}^r$$

Równanie ruchu dla składowej radialnej przyspieszenia swobodnego spadku wewnątrz źródłowej masy

W równaniach pola na zewnątrz źródłowej masy zastąpimy składową czasowo-czasową ( $g_{44}^{\text{ex}}$ ) tensora metrycznego potencjałem ( $\varphi^{\text{ex}}$ ).

$$\frac{r}{2} \frac{\partial^2 g_{44}^{\text{ex}}}{\partial r^2} + \frac{g_{44}^{\text{ex}}}{\partial r} = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r$$

$$r \frac{\partial g_{44}^{\text{ex}}}{\partial r} + g_{44}^{\text{ex}} - 1 = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r^2$$

$$g_{44}^{\text{ex}} = 1 + \frac{2\varphi^{\text{ex}}}{c^2}, \quad \rho = 0$$

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{ex}}}{\partial r^2} + 2r \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} = 0$$

$$2r \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} + 2\varphi^{\text{ex}} = 0$$

Równanie Poissona dla potencjału ( $\varphi^{\text{ex}}$ )

Pierwsze z tych równań jest równaniem Poissona dla potencjału ( $\varphi^{\text{ex}}$ ) we współrzędnych sferycznych. Z kolei, z obu równań wynika, że

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2 \varphi^{\text{ex}}}{\partial r^2} = 2\varphi^{\text{ex}}$$

Poddamy teraz analizie drugie równanie pola dla potencjału ( $\varphi^{\text{ex}}$ ).

$$r \cdot \frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} = -\varphi^{\text{ex}}$$

$$\varphi^{\text{ex}} = -\frac{GM}{r}$$

$$\frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} = \frac{GM}{r^2}$$

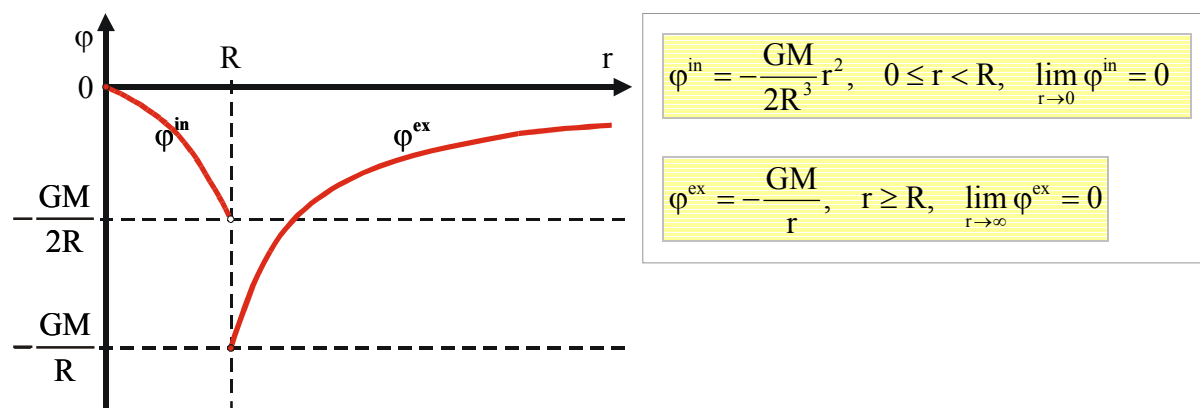
$$a_{\text{ex}}^r = -\frac{GM}{r^2}$$

$$\frac{\partial \varphi^{\text{ex}}}{\partial r} = -a_{\text{ex}}^r$$

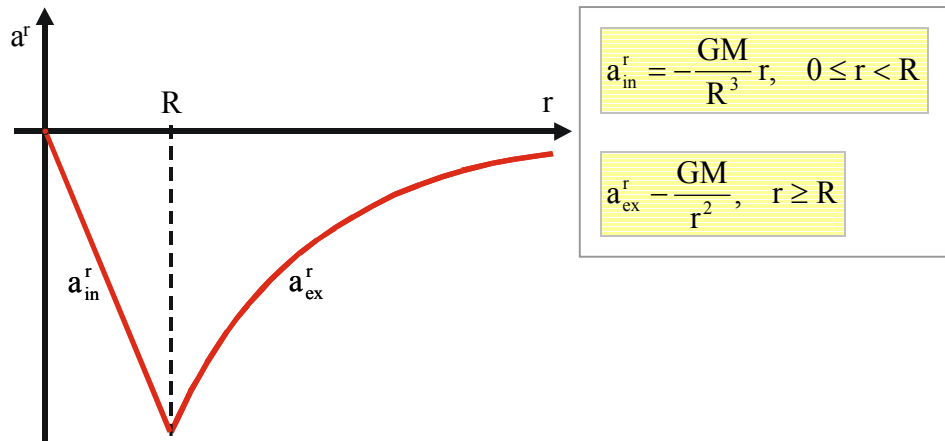
Równanie ruchu dla składowej radialnej przyspieszenia swobodnego spadku na zewnątrz źródłowej masy

Analizując równanie Poissona dla potencjałów ( $\varphi^{\text{in}}$ ) oraz ( $\varphi^{\text{ex}}$ ) otrzymaliśmy analogiczne wyniki. Równania ruchu są zawarte w równaniach pola.

Wprowadzenie dwóch potencjałów w teorii grawitacji Newtona umożliwiło znalezienie w ramach Ogólnej Teorii Względności rozwiązań równań pola i równań ruchu, które w granicznym przypadku ( $r \gg r_s$ ,  $v^2 \ll c^2$ ) prowadzą do zgodności obu teorii zarówno wewnątrz jak i na zewnątrz źródłowej masy.



Wykresy zależności potencjałów ( $\varphi^{\text{in}}$ ) i ( $\varphi^{\text{ex}}$ ) od odległości ( $r$ ) od środka źródłowej masy w przypadku gdy ( $r \gg r_s$ ) i ( $v^2 \ll c^2$ ).



Wykresy zależności składowych radialnych przyspieszenia swobodnego spadku ( $a_{in}^r$ ) oraz ( $a_{ex}^r$ ) od odległości ( $r$ ) od środka źródłowej masy w przypadku gdy ( $r \gg r_s$ ) i ( $v^2 \ll c^2$ ).

## 6. Równania ruchu a równania pola

Jak należało sformułować równania ruchu, aby nieprzeskalowane składowe radialne cztero-wektora przyspieszenia były dane poniższymi wyrażeniami?

$$\tilde{a}_{in}^r = (\text{sgn } ds^2) c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} = -\tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{GM}{R^3} r = -\frac{GM}{R^3} r, \quad 0 \leq r < R, \quad \tilde{k} = -1, \quad (\text{sgn } ds^2) < 0$$

$$\tilde{a}_{ex}^r = (\text{sgn } ds^2) c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} = \tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{GM}{r^2} = -\frac{GM}{r^2}, \quad r > R, \quad \tilde{k} = +1, \quad (\text{sgn } ds^2) < 0$$

Odpowiadając na to pytanie, wykorzystamy drugie z dwóch równań pola.

$$\frac{r}{2} \frac{\partial^2 g_{44}^{in}}{\partial r^2} + \frac{\partial g_{44}^{in}}{\partial r} = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r$$

$$r \frac{\partial g_{44}^{in}}{\partial r} + g_{44}^{in} - 1 = -\frac{1}{2} \kappa \rho c^2 r^2$$

$$g_{44}^{in} = 1 - \frac{4\pi G \rho}{3c^2} r^2 = 1 - \frac{GM}{c^2 R^3} r^2 = 1 - \frac{r_s}{2R^3} r^2, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4}, \quad r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\frac{c^2}{2} \frac{\partial g_{44}^{in}}{\partial r} = -\frac{4}{3} \pi G \rho r = -\frac{GM}{R^3} r$$

$$\tilde{a}_{in}^r = (\text{sgn } ds^2) c^2 \frac{d^2 r}{ds^2} = -\tilde{k} (\text{sgn } ds^2) \frac{GM}{R^3} r = -\frac{GM}{R^3} r$$

$$\tilde{a}_{in}^r = \tilde{k} (\text{sgn } ds^2) c^2 \frac{\partial g_{44}^{in}}{\partial r}$$



$$\Gamma_{11}^1 \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds} + \Gamma_{44}^1 \frac{dx^4}{ds} \cdot \frac{dx^4}{ds} = -\frac{1}{2} \frac{\partial g_{44}^{\text{in}}}{\partial r}$$

$$\tilde{a}_{\text{in}}^r = -\tilde{k} (\text{sgn } ds^2) c^2 \left( \Gamma_{11}^1 \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds} + \Gamma_{44}^1 \frac{dx^4}{ds} \cdot \frac{dx^4}{ds} \right)$$

Analogiczne rozważania dla składowej  $\tilde{a}_{\text{ex}}^r$  prowadzą do wniosku, że równania ruchu powinny mieć postać podaną poniżej.

$$\tilde{a}^{\alpha} = (\text{sgn } ds^2) c^2 \frac{d^2 x^{\alpha}}{ds^2} = -\tilde{k} (\text{sgn } ds^2) c^2 \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} \frac{dx^{\mu}}{ds} \cdot \frac{dx^{\nu}}{ds}$$

$$\tilde{k} = \begin{cases} +1 & \text{na zewnątrz źródłowych mas} \\ -1 & \text{wewnątrz źródłowych mas} \end{cases}$$

## 7. Nowy test Ogólnej Teorii Względności

Aby wykazać w warunkach ziemskich dwu-potencjalność pola grawitacyjnego należy zmierzyć stosunki dróg przebytych przez światło do czasu ich przebycia w rurze próżniowej ustawionej pionowo odpowiednio tuż pod powierzchnią Ziemi (na poziomie morza) i tuż nad powierzchnią Ziemi. Różnica kwadratów tych pomiarów powinna być równa kwadratowi drugiej prędkości kosmicznej. Eksperyment ten byłby nowym testem Ogólnej Teorii Względności.

Poniżej uzasadnimy celowość proponowanego eksperymentu [1].

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)_{\text{in}}^2 - \left( \frac{dr}{dt} \right)_{\text{ex}}^2 = ?$$

$\left( \frac{dr}{dt} \right)_{\text{in}}$  i  $\left( \frac{dr}{dt} \right)_{\text{ex}}$  – stosunki dróg przebytych przez światło do czasu ich przebycia zmierzone odpowiednio tuż pod i tuż nad powierzchnią Ziemi

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)_{\text{in}}^2 = c^2 \left( 1 - \frac{r_s}{2R^3} r^2 \right)^2, [3]$$

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)_{\text{ex}}^2 = c^2 \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)^2, [3]$$

$$r \approx R$$

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$\frac{r_s}{R} \ll 1$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{dr}{dt}\right)_{in} + \left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex} \approx 2c \\ & \frac{GM}{R} = \left(7,91 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right)^2 \\ & c = 2,9979245810^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{in}^2 - \left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex}^2 \cong \frac{2GM}{R} \quad \left(\frac{dr}{dt}\right)_{in} - \left(\frac{dr}{dt}\right)_{ex} \cong \frac{GM}{cR} \cong 0,208 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 8. Uwagi końcowe

Sferyczny układ współrzędnych zastosowany w tej pracy, dla ( $r = 0$ ) i ( $\theta = 0^\circ, 180^\circ$ ), generuje pozorne osobliwości w wyrażeniach takich jak

$$g^{22} = \frac{1}{r^2}, \quad g^{33} = \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta}$$

oraz w oryginalnym równaniu Poissona. Zastosowaliśmy ten układ współrzędnych pomimo wspomnianych patologii, ponieważ jest on wygodny w obliczeniach.

### Cytowane prace

[1] Zbigniew Osiak: *Anti-gravity*. viXra:1612.0062 (1916)

<http://viXra.org/abs/1612.0062>

[2] Zbigniew Osiak: *Black Hole Universe and Gauss' Law of Gravity*.

viXra:1806.0267 (1918), <http://vixra.org/abs/1806.0267>

[3] Zbigniew Osiak: *Black Hole Universe and Speed of Light*. viXra:1805.0288 (1918)

<http://vixra.org/abs/1805.0288>

[4] Zbigniew Osiak: *Ogólna Teoria Względności (General Theory of Relativity)*.

Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, <http://vixra.org/abs/1804.0178>