

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/304121386>

# PMO33.5. Problema del Duelo Matemático 08 (Olomouc – Chorzow – Graz).

Article · February 2009

---

CITATIONS

0

READS

5

1 author:



Jesús Álvarez Lobo

Profesores de Enseñanza Secundaria

17 PUBLICATIONS 0 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Composition of sine waves: a visual approach to the Fourier theorem. [View project](#)



Geometry Beyond Algebra [View project](#)

**PMO33.5.** Problema del Duelo Matemático 08 (Olomouc – Chorzow - Graz).

Sean  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Demuéstrese que

$$V = 4(a^2 + b^2 + c^2) - (a+b)^2 - (b+c)^2 - (c+a)^2 \geq 0,$$

y determínense todos los valores de  $a, b, c$  para los que  $V = 0$ .



**Solución** de Jesús Álvarez Lobo. Oviedo. Asturias. España.

---

La expresión es equivalente a

$$V = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc,$$

que puede ser escrita en la forma,

$$V = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2,$$

quedando probado que  $V \geq 0$ , puesto que el cuadrado de un número real es *no negativo*.

Por la misma razón,

$$V = 0 \Leftrightarrow a = b = c.$$

Por tanto, el conjunto de soluciones de  $V = 0$  es el de las ternas  $(x, x, x) \in \mathbb{R}^3$ , que, geoméricamente, definen una recta que pasa por el origen y forma ángulos iguales con los ejes en un sistema de referencia ortonormal.

