Обобщение уравнения непрерывности потока вещества на Теорию Относительности

©Dmitri Martila
Tartu University Researcher

Области физики: математическая физика, наука о веществе, теория поля. Выведена новая формула непрерывности потока вещества. Существующая теория страдает “проблемой уникальности”: не всегда ясно какие состояния материи являются реальными. Вопрос к читателям: если я совершил открытие, то можно попросить Вас о помощи в публикации в журнале Nature? Там навряд ли по-доброму примут неизвестного одиночку, и не доктора, и не профессора. Список моих публикаций в журнале Physical Review находится в резюме в моём профиле нашего форума.

Выкладки

Интуитивно мы думаем, что если выбросить в пространство горсть шариков от подшипника, то количество шариков неизменно сохраняется. Какая бы сильная гравитация не наблюдалась бы. Поэтому помимо уравнений Эйнштейна должен выполняться некий добавочный закон, удерживающий неизменным число шариков. Забегая вперёд, скажу, что он имеет простой вид:

$$\sum_{\nu=0}^{3} J^{\nu}_{;\nu} = 0\,, \qquad J^{\nu} = \rho\, u^{\nu}\,. \tag{3}$$

Здесь плотность материи помножена на её четырёх-мерную скорость, и получившийся поток имеет нулевую ковариантную дивергенцию

$$\sum_{\nu=0}^{3} J^{\nu}_{;\nu} = \sum_{\mu=0}^{3} \frac{\partial J^{\mu}}{\partial x^{\mu}} + \sum_{\alpha=0}^{3} \sum_{\nu=0}^{3} \Gamma^{\nu}_{\nu\,\alpha} \, J^{\alpha} \, ,$$

где $\Gamma^{\nu}_{\mu\,\alpha}$ обозначены "коэффициенты связности", известные ещё как "символы Кристоффеля". Они вычисляются по "метрике" пространства-времени известным способом. В случае пространства-времени Минковского метрика имеет вид диагональной матрицы $g_{\nu\mu} = \mathrm{diag}(-1,\, 1,\, 1,\, 1)$, так что квадрат линейного элемента равен $ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$. Это интервал между двумя очень близкими точками. Напомним, что по теореме Пифагора $dL^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$.

Поэтому в случае выбора плоского пространства-времени Минковского, имеется простая и известная формула непрерывности потока вещества:

$$\sum_{\nu=0}^{3} J^{\nu}_{,\nu} = \sum_{\nu=0}^{3} \frac{\partial J^{\nu}}{\partial x^{\nu}} = 0 \, , \tag{1}$$

ведь хорошо известно, что в случае такого пространства-времени все $\Gamma^{\nu}_{\mu\,\alpha} = 0$. Однако здесь дано обобщение и на высокие скорости "шариков"(например протоны в ускорителе частиц), а не только известная классическая теория, дающая

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left(\rho \, \vec{u} \right) = 0 \, .$$

Итак, моё новаторство есть сохранение не только числа шариков, но и суммарной энергии системы. Это новаторство есть релятивистское обобщение закона непрерывности на Специальную Теорию Относительности. Обобщим теперь его на Общую Теорию Относительности.

Можно показать, исходя из тензора энергии-импульса "идеальной жидкости", что имеется

$$\sum_{\nu=0}^{3} J^{\nu}_{;\nu} = -p \, \sum_{\nu=0}^{3} u^{\nu}_{;\nu} \, , \tag{2}$$

где давление жидкости помножено на дивергенцию от скорости жидкости. Напомним, что выбрав пространство Минковским, мы имеем нулевые символы Кристоффеля и поэтому

$$\sum_{\nu=0}^{3} J^{\nu}_{,\nu} = -p \, \sum_{\nu=0}^{3} u^{\nu}_{,\nu} \, .$$

Однако в пространстве Минковского известна формула (1). Поэтому надо положить, что математически выверенное состояние идеальной жидкости имеет нулевое давление, $p = 0$ и тогда из (2)

$$\sum_{\nu=0}^{3} J^{\nu}_{;\nu} = 0\,.$$

Итак, наше предположение оказалось подтверждённым.

Дальнейшее развитие теории.

В случае, когда данной точке нельзя приписать определённую скорость потока, например поле электрически заряженной планеты, то в (3) следует использовать вектор

$$J^{\nu} = -T^{\nu}_{\mu}\, b^{\mu}\,,$$

где $b^{\mu} = (b, 0, 0, 0)$ – поле скоростей наблюдателей. А может быть и вектором Киллинга, ведь тогда $b_{\nu\,;\mu} + b_{\mu\,;\nu} = 0$,

$$J^{\nu}_{;\nu} = -T^{\nu\,\mu}\, b_{\mu\,;\nu} = 0\,.$$

Рекомендуемые учебники

Lightman AP, Press WH, Price RH, Teukolsky SA. Problem Book in Relativity and Gravitation. Princeton, Princeton University Press, 1975.

Преобразованием координат в любой выбранной точке можно обнулить все символы Кристоффеля (см. “Теория Поля” Ландау-Лифшица), поэтому в этой точке формула даст ограничение на состояние вещества.