Гравитационная форма квантовой топологии

Куюков Виталий Петрович
vitalik.kayukov@mail.ru

В данной работе рассматривается проблема формулировки топологической квантовой теории поля на четырехмерном многообразии пространства-времени. Многие подходы формулировались для трехмерных многообразий, такие как теория Черна-Саймонса. Однако полной формулировки в реальном (3+1) пространстве-времени не было достигнуто. Возможно, причина этому является гравитация. Ее как-то надо включить в топологическую квантовую теорию. Здесь делается попытка определения этой теории с учетом входящего множителя в сформулированные уравнения. Этот множитель является гравитационная постоянная. Полученные некоторые формулы позволяют связать в определенной степени две энергетические иерархии Стандартную модель и теории великого объединения.

Все законы природы должны быть одинаковы во всех системах отсчета. Это общий принцип, которому подчиняются фундаментальные теории. Кроме того, они должны удовлетворять требованию теории относительности, то есть общей релятивистской ковариантности. После этого надо соблюдать другие условия принципов симметрии и сохранения. Если так, то теория будет иметь четкие контуры и границы ее возможного применения.

Теория должна начать формулироваться с определенных предпосылок, то есть идей, принципов, экспериментов или гипотезы.

В данной работе основная предпосылка теории будет формулироваться с помощью гипотезы, честно сказать иного подхода формулировки не имею.

Основная гипотеза в моей работе формулируется следующим образом.

Пусть все фундаментальные частицы материи (кварки, лептоны) имеют структуру в форме топологических узлов. Структура узла определяет основные характеристики частицы. Не имеет значения природа образования узела, важна лишь его топология.

Как видно это довольно простая формулировка начала в этой работе.

Кроме этого сформулируем понятие плотности узла.

Плотность узла есть отношение числа переплетений в узле к его эффективному объему.

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{\Delta x \Delta y \Delta z}$$

Тогда можно продолжить гипотезу следующим образом, энергия фундаментальной частицы материи пропорционально плотности топологического узла.

$$E = \frac{G\hbar^2}{c^2} n = \frac{G\hbar^2}{c^2} \frac{N}{V}$$

G – гравитационная постоянная.

Как видно из формулы, чем плотнее узел, тем больше энергии у частицы.
Также для покоящейся частицы, масса и плотность узла эквивалентны.

$$E_0 = \frac{G\hbar^2}{c^2}\frac{N}{V_0} = mc^2$$

Эти формулы обладают релятивистской инвариантностью

$$E = \frac{G\hbar^2}{c^2}\frac{N}{V} = \frac{G\hbar^2}{c^2}\frac{N}{V_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

Значит первое условие пройдено, согласование гипотезы с теорией относительности.

Формула эквивалентности энергии и плотности узла очень сильно напоминает о том, что имеется некоторое квантвомеханическое вырождение наподобие конденсата бозонного или фермионного возбуждений. Иначе говоря, можно представить плотность узла как плотность квантовых состояний в объеме в виде следующей формулы.

$$n = \frac{N}{V} = \frac{1}{\pi^3}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}k_\alpha k_\beta k_\gamma$$

$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}$ – символ Леви-Чивита.

$k^\alpha = \dfrac{\partial\varphi}{\partial x_\alpha}$ - волновой вектор

Такое определение дает возможность сформулировать квантовый оператор плотности узла на основе функции квантового состояния (волновой функции).

$$\frac{N}{V}\Psi = \frac{1}{\pi^3}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^3\Psi}{\partial x^\alpha \partial x^\beta \partial x^\gamma}$$

В данном операторе отсутствует мнимая единица перед пространственными производными вектора состояния. Основная причина, вектор состояния представляет не абстрактный математический объект, а пространственная топологическая функция самого узла. Кроме того, это позволяет стабилизировать форму этой функции во времени, то есть условие того частица как узел стабильное образование.

Отсюда, оператор энергии для частицы-узла определяется как

$$E\Psi = \frac{G\hbar^2}{c^2}\frac{N}{V}\Psi = \frac{G\hbar^2}{c^2\pi^3}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^3\Psi}{\partial x^\alpha \partial x^\beta \partial x^\gamma}$$

$$E\Psi = \frac{G\hbar^2}{c^2\pi^3}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\frac{\partial^3\Psi}{\partial x^\alpha \partial x^\beta \partial x^\gamma}$$

С учетом временной унитарности квантовой эволюции

$$E\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Получается общее квантовое уравнение

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{G\hbar^2}{c^2 \pi^3} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^\alpha \partial x^\beta \partial x^\gamma}$$

Это уравнение построено для квантовой частицы, в предложении, что ее энергия в структуре пропорционально плотности топологического узла
Данное уравнение линейно, условия принципа суперпозиции и принципа причинности согласованы с квантовой теорией.

Кроме того, можно показать, что оно подходит по описанию как топологическая квантовая теория поля на четырехмерном многообразии (3+1) пространства-времени.

Действительно, для данного уравнения действие имеет следующий вид

$$S = \int \left(i\hbar \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{G\hbar^2}{c^2 \pi^3} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial \Psi^*}{\partial x^\alpha} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^\beta \partial x^\gamma} \right) dVdt$$

Если ввести векторное поле для топологической функции состояния

$$A_\alpha^* = \frac{\partial \Psi^*}{\partial x^\alpha} = \partial_\alpha \Psi^*$$

Тогда форма будет

$$S = \int \left(i\hbar \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{G\hbar^2}{c^2 \pi^3} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} A_\alpha^* \partial_\beta A_\gamma \right) dVdt$$

Второй член данной формы является топологической квантовой теорией типа Шварца

$$S_{TQ} = \frac{G\hbar^2}{c^2 \pi^3} \int \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} A_\alpha^* \partial_\beta A_\gamma dVdt$$

Как видно, это имеет прямое отношение к поставленной задаче, найти квантовую топологическую теорию поля в реальном четырехмерном пространстве-времени.

Кроме этого эта форма действия имеет отношение к стабилизации узла.
Плотность топологической функции полностью удовлетворяет уравнению непрерывности

$$\frac{\partial |\Psi|^2}{\partial t} + divJ = 0$$

Значит для стабилизации во времени необходимо условие

$$\frac{\partial|\Psi|^2}{\partial t} = 0$$

Где плотность потока должна отсутствовать.

$$divJ = 0$$
$$J^{\alpha} = \frac{iG\hbar^2}{c^2\pi^3}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\left(\Psi^* \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^{\beta}\partial x^{\gamma}} - \Psi \frac{\partial^2\Psi^*}{\partial x^{\beta}\partial x^{\gamma}}\right) = 0$$

Этот условие полностью выполняется для сформулированного выше квантового уравнения.

Теперь немного перейдем к практике расчетов.
Например. Рассчитаем, каким должен быть размер структуры топологического узла для частицы с энергией в районе физических процессов Стандартной модели, например для электрослабого объединения.

Для этого воспользуемся формулой взаимосвязи между энергией частицы и плотностью узла.
Важный момент, возьмем условие, что все направления состояний в топологическом узле изотропны в пространстве. К примеру, сферическая область с ограниченным радиусом является такой симметрией. Отсюда, определим плотность узла как обратную величину кубу радиуса. Сам радиус это размер узла при начальных основных числах состояний , то есть эти числа выбраны единицами.

$$E = \frac{G\hbar^2}{c^2}\frac{N}{V} = \frac{G\hbar^2}{\pi^3 c^2}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}k_{\alpha}k_{\beta}k_{\gamma} \approx \frac{G\hbar^2}{\pi^3 c^2}\frac{1}{R^3}$$

Тогда для энергий в масштабе электрослабом взаимодействии

$$E \approx 1000 \;\; GeV$$

Радиус топологического узла будет

$$R \approx \sqrt[3]{\frac{G\hbar^2}{\pi^3 c^2}\frac{1}{E}} \approx 10^{-29}(meter)$$

Как видно этот размер совпадает с масштабом расстояний для Теории Великого Объединения.

Это неслучайное совпадение, две энергетические иерархии Стандартная модель и Великое объединение действительно взаимосвязаны с помощью данной формулы. Эта формула, возможно, поможет ответить на вопрос. Как получить энергетический масштаб одной ступени объединения на основе другой? Для этого, надо как-то разобраться в структуре фундаментальных частиц материи, то есть найти новые методы для решения этой проблемы.