

# From the General theory of Relativity to a nonsingular theory of gravity

Alexander P. Sobolev

sapsolto@mail.ru

August 29, 2016

## Abstract

The initial equations of a nonsingular theory of gravity (NTG) are formulated. The theory is based on the axiomatic which differs somewhat from the axioms of general relativity (GR) and is free from the internal problems inherent in GR. Some results of NTG are presented. A nonsingular basic phenomenological model of evolution of the Universe is constructed which is described by the smooth one-parametrical dependence from the moment of the beginning of evolution to an arbitrary point of time, consistent with the observational astronomical data but without using of the hypotheses of the existence of a dark energy, dark matter and inflatons. The particle-like solution of the NTG equations for the static isotropy metric is found. It is shown that in the certain region of space the distributions of fields can exist, for which the equality of inertial (defined according to Mach's principle) and gravitational mass is satisfied. The horizon characteristic for the solutions of GR equations in the isotropic case is absent in NTG.

Keywords: Gravitation, nonsingular theory of gravity, exact solutions, evolution of Universe, Cosmology.

## 1. Introduction

Over a hundred years ago at the derivation of the gravitational equations from the variational principle D. Hilbert formulated an axiom of the general invariance of the action relative to arbitrary transformations of coordinates and chose the invariant of the Riemann tensor as Lagrangian of the gravitational field [1].

The success of the canonical theory of gravity ostensibly corroborated validity of such assumption and it has acquired the status of the fundamental principle eventually.

However, the presence of singular solutions of GR equations is a sufficient cause to doubt a possibility to describe on its basis phenomena in the microcosm and in the scale of the Universe.

GR doesn't seem as unshakeable as before any more in the light of the new experimental data [2-4]. For an explanation of the derived results within the framework of this theory it was necessary to introduce certain hypothetical entities ( $\Lambda$ CDM-model [5]), the nature of which are still unclear.

In our opinion, just general covariance of the equations is a source of the troubles of GR. Detected on the stage of its formation, today these troubles have become the whole set of problems unresolved so far: the problem of energy, singularities, black holes, cosmological constant, cold dark matter, and finally the problem of description of the elementary particles which appears in the canonical theory of gravitation as "micro black holes".

An obvious way to construct the non-generally covariant theory of gravity without violating of the axiom of Hilbert (as we see it) is the introduction of a priori constraints that restrict the choice of coordinate system. Attempts of such kind had been being made previously, the example of it is the unimodular theory of gravity whose origins date back to Einstein. Generally an appearance of the edges of space-time manifold is a consequence of the constraints

introduction. In the presence of the differential constraint there is an opportunity to choose a position of the edge so that to single out nonsingular interior region of the manifold.

Under such an approach, the fundamental principle of the equivalence of all reference systems compatible with the pseudo-Riemannian metric, underlying GR, is not violated. In addition, we don't put in doubt a firmness of the principle of the action invariance relative to arbitrary transformations of coordinates and the general covariance of all equations of matter motion respectively. At the same time, the covariance of the equations of gravitation is limited by the constraint in contrast to GR. Thus, a priori only "medium-strong principle" of the equivalence is met in this case [4]. However, this cannot be ground for rejecting the proposed approach as contradicting the experiments on verifying the strong equivalence principle for bodies of cosmic scales [7].

The fact is that already in GR within the framework of  $\Lambda$ CDM model, the space itself is endowed with energy. The same thing happens when an a priori constraint is introduced. Space becomes a self-gravitating object because of the nonlinearity of the gravitational equations. One can determine inertial and gravitational mass for such an object within the framework of a particular model (for example, static empty isotropic space), what was done below (Section 5). As a result, it turned out that the solution of the gravitational equations has enough free parameters in order to not only ensure the requirement of the equality of inertial mass of the gravitational field to gravitational mass, but also to determine inertial mass in accordance with Mach's principle (the latter problem have not been solved in GR). From this point of view, the results of experiments [7] should be considered as an indication that only such (quasi) stationary self-gravitating objects exists for which inertial mass is equal to gravitational mass.

Our basic assumption is that the components of the metric tensor  $g_{\mu\nu}$  are constrained by the conservation law:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \Gamma_{\nu\rho}^\rho) = 0, \quad \Gamma_{\nu\rho}^\rho = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^\nu}, \quad g = \det(g_{\mu\nu}), \quad g^{\mu\nu} g_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu; \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3). \quad (1.1)$$

## 2. Gravitational field equations in the presence of the constraint

To obtain the rest of the gravitational field equations on the mass shell, proceeding from the Hilbert action and introducing the Lagrange multiplier – the scalar field  $\Phi$ , write the action for the gravitational field in the presence of the constraint (1.1) as:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{-g} d^4x, \quad \Lambda = \Gamma_{\mu\rho}^\rho g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu}, \quad (2.1)$$

where  $R$  - scalar curvature,  $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ ,  $R_{\mu\nu}$  - Ricci tensor,

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \Gamma_{\lambda\rho}^\rho - \Gamma_{\mu\rho}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\rho,$$

where  $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$  - Christoffel symbols,

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left( -\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} + \frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\mu} \right).$$

Now all the components of the metric tensor and the scalar  $\Phi$  can be considered as independent quantities at the action variation. The scalar curvature is invariant relative to arbitrary transformations of coordinates, so the calculation of its variation and the contribution to the field equations has no differences from [8].

The presence in Lagrangian of the additional members besides to the scalar curvature leads to an occurrence of the energy density tensor of the gravitational field in the Hilbert-Einstein equations at the metric variation.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} (\varepsilon_{gr})_{\mu\nu} + \frac{8\pi G}{c^4} (\varepsilon_{mat})_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

$$\frac{16\pi G}{c^4} (\varepsilon_{gr})_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\rho} \left( g^{\rho\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\lambda} \right) - \Gamma_{\mu\rho}^\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu} - \Gamma_{\nu\rho}^\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu}. \quad (2.3)$$

We derive the equation (1.1) from the principle of least action at the field  $\Phi$  variation. These equations are sufficient to determine the components of the metric and the field  $\Phi$ . *The equations are covariant relative to the local unimodular and global scale transformations of coordinates.*

### 3. Space kinematics

Since now the gravitational field has certain energy that in contrast to GR the metric is nontrivial even in the absence of any matter. It is natural to consider all the components of the metric tensor in that initially empty space as not dependent on the space-like coordinates. If the spatial metric is non-degenerate then the most general expression for the space-time interval can be reduced to the form [8] by the unimodular coordinates transformation:

$$ds^2 = g_{00}(x^0)(dx^0)^2 + g_{mn}(x^0)dx^m dx^n, \quad \gamma = -\det(g_{mn}) > 0, \quad (m, n = 1, 2, 3). \quad (3.1)$$

An absence of the general invariance of the action (2.1) doesn't allow us to eliminate the metric component  $g_{00}$ , therefore the expressions for the nonzero components of the curvature tensor are rather different from the expressions given in [8].

$$R_0^0 = -\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0}, \quad (3.2)$$

$$R_k^p = -\frac{1}{2\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right). \quad (3.3)$$

Nonzero components of the energy-momentum tensor density:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[ \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{2}{g_{00}\sqrt{g_{00}\gamma}} \frac{d\sqrt{g_{00}\gamma}}{dx^0} \frac{d\Phi}{dx^0} \right], \quad (3.4)$$

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = -\frac{c^4}{16\pi G} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) \delta_k^p. \quad (3.5)$$

Taking these relations into account, the gravitational field equations (*in the presence of the constraint*) take the form:

$$\frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) = 0, \quad (3.6)$$

$$-\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{2} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right), \quad (3.7)$$

$$-\frac{d}{dx^0} \left( \sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right) = \delta_k^p \frac{d}{dx^0} \left( \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right). \quad (3.8)$$

Eq. (3.8) shows that:

$$g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} + \delta_k^p \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^p. \quad (3.9)$$

The constant matrix  $L_k^p$  is not arbitrary. Since eq. (3.9) shows that

$$\frac{dg_{kn}}{dx^0} + g_{kn} \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} g_{np} L_k^p, \quad (3.10)$$

the matrix must satisfy the conditions:

$$g_{np}(x^0)L_k^p \equiv g_{kp}(x^0)L_n^p. \quad (3.11)$$

For the metric tensor of the general form this condition will be accomplished only in case when the matrix  $L_k^p$  is proportional to the single matrix. Otherwise the matrix  $L_k^p = \text{diag}(L_1, L_2, L_3)$  and the metric tensor must also be diagonal.

Simplifying eq. (3.9) on  $p$  and  $k$  indexes:

$$3 \frac{d\Phi}{dx^0} = -\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^k, \quad (3.12)$$

and the system of equations (3.9) takes the form

$$g^{pm} \frac{dg_{km}}{dx^0} = \frac{1}{3\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \delta_k^p + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} \left( L_k^p - \frac{1}{3} \delta_k^p L_n^n \right). \quad (3.13)$$

Eq. (3.13) shows that:

$$g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 + \frac{g_{00}}{\gamma} \left[ L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2 \right]. \quad (3.14)$$

Using this expression and eq. (3.12) it is possible to eliminate  $\Phi$  and all spatial metric components from the equation (3.7) and we can write it in the form:

$$3 \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 + \frac{3c^2}{2\gamma} [L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2] = g_{00} \sqrt{\gamma} \frac{d}{dt} \frac{1}{\gamma g_{00}} \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{dt} - c L_n^n \right), \quad (3.15)$$

where the following notation is entered  $cdt = \sqrt{g_{00}} dx^0$

Eq. (3.6) implies

$$\frac{1}{g_{00}} \frac{dg_{00}}{dt} + \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{T\sqrt{\gamma}}, T = \text{const}. \quad (3.16)$$

This equation allows to eliminate  $g_{00}$  from (3.15) and to write the equation for the function  $\gamma$ :

$$2 \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{\gamma\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{\sigma}{\gamma} = 0, \sigma = B_n^n - \frac{3}{2} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_n^n)^2], \quad (3.17)$$

where  $\tau=t/T$  - dimensionless proper time,  $B_k^p = cTL_k^p$  - matrix of the dimensionless constants. The order of the equation (3.17) can be lowered at the function  $u(\gamma)$  introduction - dimensionless rate of change of the volume factor -  $\sqrt{\gamma}$

$$u = \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}. \quad (3.18)$$

The equation takes the form:

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma, \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (3.19)$$

It is remarkable that when  $\sigma > 1/4$  determinant of the spatial metrics isn't equal to zero anywhere. Therefore in this case there are no singularities.

Integrating the equation (3.19) we find that:

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}} = f(u), \quad f(u) = \sqrt{\frac{4u^2 - 2u + \sigma}{\sigma}} \exp \left[ \frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \left( \arctg \frac{4u - 1}{\sqrt{4\sigma - 1}} + \arctg \frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \right) \right], \quad (3.20)$$

where  $\sqrt{\gamma_{\min}}$  - the minimum value of  $\sqrt{\gamma}$  at  $u = 0$ .

Differentiating (3.20) with respect to  $\tau$  gives:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau} = \frac{df(u)}{du} \frac{du}{d\tau}, \quad \frac{df}{du} = \frac{4u}{4u^2 - 2u + \sigma} f(u). \quad (3.21)$$

Hence we find the solution of the equation (3.17) in the parametric form in consideration of (3.18), (3.20).

$$\tau - \tau_{st} = \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad \sqrt{\gamma} = \sqrt{\gamma_{\min}} f(u). \quad (3.22)$$

*Evolution of space begins in the time point  $\tau_{st}$  from a state of rest with the minimal volume factor.*

From the equation (3.16), taking into account (3.22), it follows that

$$d \ln(\gamma g_{00}) = \frac{dt}{T\sqrt{\gamma}} = \sqrt{\frac{\gamma_{\min}}{\gamma}} \frac{4f(u)du}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{4du}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

$$\sqrt{\frac{g_{00}(u)}{g_{00}(0)}} = \frac{\sigma \cdot f(u)}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

Using this relation, proceeding from the determination (3.18), we can show that  $du \propto dx^0$ .

Consider the expression (3.4) for the energy density on the field equations. Using the relations (3.12) and (3.16), we can transform (3.4) as follows:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = \rho_{gr} = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{2\sqrt{\gamma}\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{1}{2\gamma} B_k^k \right]. \quad (3.23)$$

Using the equation (3.17), we eliminate the second derivative, then

$$\rho_{gr} = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{3}{4\gamma} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] = \frac{c^2}{48\pi GT^2 \gamma} \left[ 2u^2 - \frac{3}{4} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] \quad (3.24)$$

The first term in the brackets vanishing at the small values of  $u$ , the second term characterizing the global anisotropy of space is constant, positive and enters into the expression for the energy density with a minus sign. *The energy density will be positive only in case when homogeneous space is isotropic ( $B_m^n \propto \delta_m^n$ ).*

In this case the solution of the equations (3.13) can be presented in the form:

$$g_{kn} = -\gamma^{1/3} \delta_{kn}, \quad (3.25)$$

and the interval

$$ds^2 = g_{00}(x^0)(dx^0)^2 - \gamma^{1/3}(x^0) dx^m dx^n \delta_{mn}. \quad (3.26)$$

Introduce the Hubble parameter  $H$  and the acceleration parameter  $q$  (instead of the deceleration parameter [6]) according to the modern representations:

$$H \equiv \frac{1}{6T\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau}, \quad q \equiv 1 + \frac{1}{6H^2 T^2} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right). \quad (3.27)$$

The substitution of these expressions in (3.17) allows us to derive the equation describing change of the acceleration-deceleration eras.

$$q = \frac{3}{4} \left( \frac{\sqrt{\sigma}}{u(\gamma)} - \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \right)^2 + 1 - \frac{3}{4\sigma}. \quad (3.28)$$

This implies that two scenarios are possible. When  $\sigma > 3/4$  only acceleration ( $q > 0$ ) is possible. When  $3/4 > \sigma > 1/4$  the change of the eras is possible: acceleration-deceleration-acceleration. The change of the eras happens at the values

$$u_1 = \frac{\sigma}{1 + \sqrt{1 - 4\sigma/3}} > \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \approx 0.1376, \quad u_2 = \frac{\sigma}{1 - \sqrt{1 - 4\sigma/3}} < \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \approx 1.3624. \quad (3.29)$$

Discovered recently [2-4] the change of the eras indicates that the second scenario takes place.

The maximum value of the deceleration is reached at  $u = \sigma$

$$q_{\max} = 1 - \frac{3}{4\sigma} > -2. \quad (3.30)$$

After the onset of the second era of the acceleration,  $q$  asymptotically approaches unity according to (3.28).

The energy density of the gravitational field (3.24) is related with the Hubble parameter as:

$$\rho_{gr} = \frac{3c^2 H^2(\tau)}{8\pi G}. \quad (3.31)$$

Thus, *space is homogeneous and isotropic and has proper energy. And the density of the space energy is equal to the critical density at any moment of time.* The Hubble parameter reaches the maximum value during the era of the first acceleration at  $u = \sigma/2 < u_1$

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{\sigma}}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{\text{arctg}\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right), \quad (3.32)$$

and then monotonously decreases, tending to the constant value

$$H_{\infty} = \frac{1}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}}\left(\text{arctg}\frac{1}{\sqrt{4\sigma-1}} + \frac{\pi}{2}\right)\right). \quad (3.33)$$

Determined by the relations (3.5) the spatial components of the energy-momentum tensor density are equal on the field equations to:

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{2\sqrt{\gamma}\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} + \frac{1}{2\gamma} B_n^n \right] \delta_k^p, \quad (3.34)$$

and differ from expression for the energy density in the sign of the last two members. These components can possess both the positive and negative values during evolution. Eliminating the second derivate again by means of the equation (3.17) and assuming  $(\varepsilon_{gr})_m^n = -p_{gr} \delta_m^n$  as it is accepted for macroscopic mediums, write the gravitational field pressure as:

$$p_{gr} = -\frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma}. \quad (3.35)$$

This implies when  $0.25 < \sigma < 0.5$  there is a change of the pressure sign at the following  $u$  values:

$$u_3 = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\sigma}}{2} > \frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}} \approx 0.146, \quad u_4 = \frac{1 + \sqrt{1 - 2\sigma}}{2} < \frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}} \approx 0.8536. \quad (3.36)$$

The gravitational field has a positive pressure in the interval  $u_3 < u < u_4$ , in other cases it has a negative pressure.

Let us consider the curvature tensor. Substituting the relations (3.13), (3.14) in (3.2), (3.3) we will find the expressions for the curvature tensor on the field equations:

$$R_0^0 = -\frac{1}{2c^2} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) - \frac{1}{12c^2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2,$$

$$R_k^k = -\frac{1}{2c^2 \sqrt{\gamma}} \frac{d}{dt} \left( \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right).$$

Excepting the second derivatives, write the expressions for the scalar curvature of space-time  ${}^4R$  and space  ${}^3R$ .

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2T^2\gamma}(4u^2 - 2u + \sigma) = -\frac{(4u-1)^2 + 4\sigma - 1}{16c^2T^2\gamma} < 0. \quad (3.37)$$

$${}^4R = R_0^0 + R_k^k = -\frac{1}{2c^2T^2\gamma}\left(\frac{8}{3}u^2 - 2u + \sigma\right). \quad (3.38)$$

(3.37) implies *the space curvature is always negative*. But the space-time curvature changes during evolution and possesses at first negative, then positive and at last again negative values.

According (3.31), (3.32) the maximum density of the gravitational field energy is equal

$$\rho_{gr\max} = \frac{c^2\sigma}{96\pi GT^2\gamma_{\min}} \exp\left(-\frac{2\operatorname{arctg}\sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}}\right). \quad (3.39)$$

Assumed that  $\sigma=1/4$  for definiteness, connect the constant value

$$T\sqrt{\gamma_{\min}} \approx \frac{1}{8e}\left(\frac{c^2}{6\pi \cdot G \cdot \rho_{gr\max}}\right)^{1/2} \quad (3.40)$$

with the maximum energy density.

Now (3.22) can be written as:

$$t - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H(u) = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u}{f(u)}. \quad (3.41)$$

According (3.20)  $f(u)$  depends on the constant  $\sigma$  only. Substituting in these relations the current values [9] of the time from the beginning of evolution till now ( $t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17}$  sec) and Hubble parameter ( $H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18} \text{sec}^{-1}$ ) gives, taking into account (3.40), couple of equations for two unknown –  $\sigma$  and the value of parameter  $u^0$  at the current time

$$t^0 - t_{st} = T\sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^{u^0} \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H^0 = \frac{1}{3T\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u^0}{f(u^0)}.$$

It is considered to be the maximum energy density equal to the Planck's energy density in the standard cosmological model. Providing that  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$  the solution of this system of equations is:

$$\sigma = 0.250119943, \quad u^0 = 6.119897974. \quad (3.42)$$

The results of the calculations of other parameters for this case are presented in Table 1.

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 5.798463086 \cdot 10^{-46} \text{ sec}; \sigma = 0.250119943; u^0 = 6.119898285$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t <sub>st</sub> , sec	H, sec <sup>-1</sup>
6.119898285	0.7599	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362298981	0	0.850004	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853468568	-0.5	1.416151	$-9.216 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.290 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58189	1.525709	$-9.989 \cdot 10^{-56}$	$1.029 \cdot 10^{17}$	$4.593 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.76002	1.792870	$-1.223 \cdot 10^{-55}$	$8.275 \cdot 10^{16}$	$5.435 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97891	2.201837	$-1.679 \cdot 10^{-55}$	$6.051 \cdot 10^{16}$	$7.019 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.24964	2.939474	$-2.973 \cdot 10^{-55}$	$3.650 \cdot 10^{16}$	$1.089 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5776	4.831122	$-1.126 \cdot 10^{-54}$	$1.305 \cdot 10^{16}$	$2.826 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7544	7.804654	$-5.944 \cdot 10^{-54}$	$4.160 \cdot 10^{15}$	$8.514 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9157	24.3401	$-8.520 \cdot 10^{-52}$	$1.959 \cdot 10^{14}$	$1.739 \cdot 10^{-15}$
0.250119943	-1,9986	$1.740781 \cdot 10^{11}$	$-1.062 \cdot 10^6$	$7.092 \cdot 10^{-16}$	$4.702 \cdot 10^{14}$
0.146531432	-0.5	$9.818436 \cdot 10^{20}$	$-1.223 \cdot 10^{67}$	$4.071 \cdot 10^{-45}$	$4.943 \cdot 10^{43}$
0.137701018	0	$1.017771 \cdot 10^{21}$	$-1.787 \cdot 10^{67}$	$3.361 \cdot 10^{-45}$	$5.174 \cdot 10^{43}$
0.125059971	1	$1.058713 \cdot 10^{21}$	$-2.801 \cdot 10^{67}$	$2.610 \cdot 10^{-45}$	$5.289 \cdot 10^{43}$
0	$\infty$	$1.172766 \cdot 10^{21}$	$-2.069 \cdot 10^{68}$	0	0
$\rho_{gr\max} = 10^{46} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \text{sec}^{-2}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ sec}; \sigma = 0.2505961314; u^0 = 6.117403956$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t <sub>st</sub> , sec	H, sec <sup>-1</sup>
6.117403956	0.75982	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362007273	0	0.849896	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853131610	-0.5	1.416264	$-9.219 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.291 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58133	1.525121	$-9.987 \cdot 10^{-56}$	$1.030 \cdot 10^{17}$	$4.592 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.75929	1.792084	$-1.222 \cdot 10^{-55}$	$8.282 \cdot 10^{16}$	$5.432 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97792	2.200602	$-1.678 \cdot 10^{-55}$	$6.058 \cdot 10^{16}$	$7.014 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.2482	2.936815	$-2.969 \cdot 10^{-55}$	$3.656 \cdot 10^{16}$	$1.088 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5753	4.819468	$-1.120 \cdot 10^{-54}$	$1.313 \cdot 10^{16}$	$2.810 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7514	7.757364	$-5.828 \cdot 10^{-54}$	$4.230 \cdot 10^{15}$	$8.381 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9117	23.5132	$-7.317 \cdot 10^{-52}$	$2.166 \cdot 10^{14}$	$1.575 \cdot 10^{-15}$
0.250596131	-1,9929	$2.510051 \cdot 10^5$	$-4.756 \cdot 10^{-29}$	236.74	0.001413
0.146868390	-0.5	$3.483573 \cdot 10^9$	-0.0245	$9.1035 \cdot 10^{-11}$	$2.214 \cdot 10^9$
0.137992728	0	$3.611425 \cdot 10^9$	-0.0358	$7.5143 \cdot 10^{-11}$	$2.317 \cdot 10^9$
0.125298066	1	$3.757034 \cdot 10^9$	-0.0562	$5.8328 \cdot 10^{-11}$	$2.369 \cdot 10^9$
0	$\infty$	$4.162766 \cdot 10^9$	-0.4146	0	0

TABLE 1. Space kinematics at two different values of the maximum energy density.

The results of similar calculation, but with the maximum energy density equal to that at which the electroweak phase transition occurs, are shown in the same table. The comparison of these data shows that the results of the calculation are in good agreement up to red shift at least,

$$z(u) = \left( \sqrt{\frac{\gamma(u^0)}{\gamma(u)}} \right)^{1/3} - 1, \quad z(0.3) \approx 24. \quad (3.43)$$

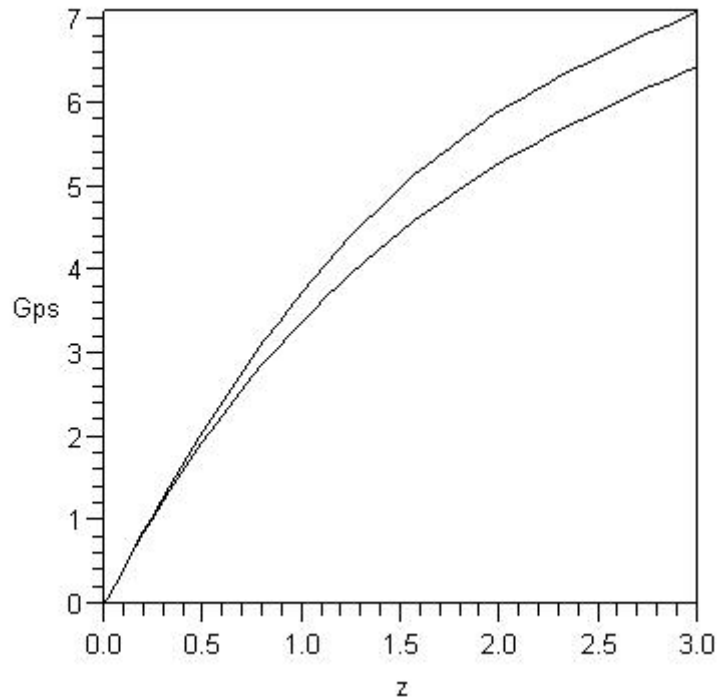


despite the difference in the value of the maximum energy density on more than sixty orders. This circumstance excludes doubts in a possibility of the unambiguous description of space evolution in this range of the red shift variation.

Metric (3.26) differs from Robertson-Walker metric. Nevertheless, in NTG (as in GR) the lines  $x^1=x^2=x^3=\text{const}$  are geodesic, and in each point it is possible to introduce the concomitant coordinate system where the variable  $t$  defined above will be a proper time. Accordingly, for an observer located at the origin of coordinates, the distance to the concomitant point, as in GR, is determined by the relation [5]:

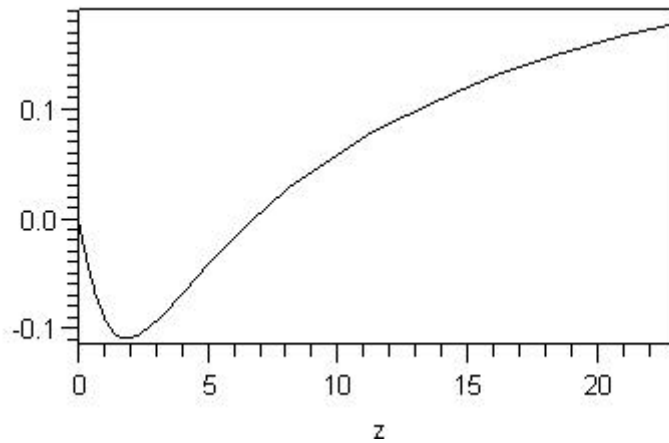
$$d(t) = c \cdot a(t^0) \cdot \int_t^{t^0} \frac{dt}{a(t)}, \quad (3.44)$$

where  $a(t)$  is a scale factor. The factor  $a(t) = \gamma^{1/6}(t)$  is determined in NTG by the relations given above, it is determined in GR within the frameworks of  $\Lambda$ CDM model [5] after discovering of cosmic acceleration. The parameters of this model are selected proceeding from a condition of providing the best consent with all set of the experimental data which are available at the present time, their numerical values as at 2013 year are given in [9].



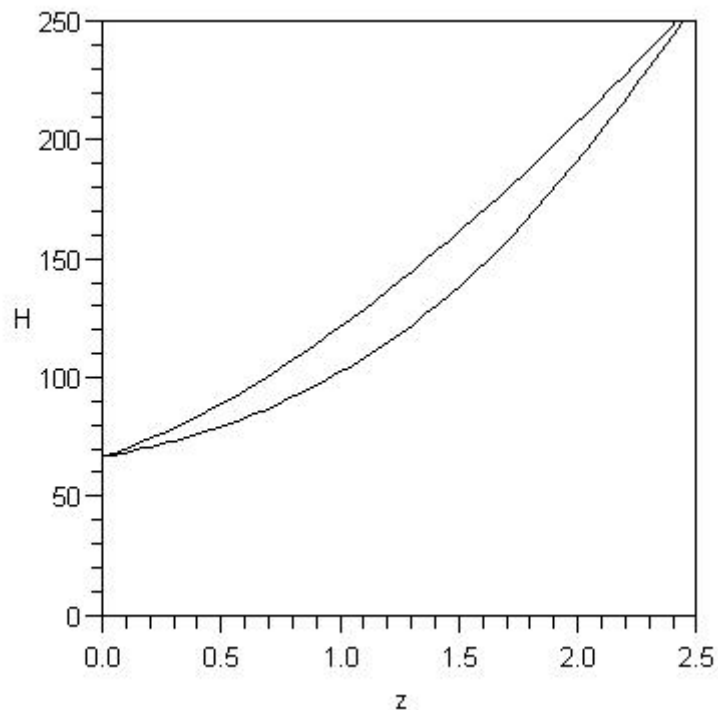
**Figure 1. Distance to an object depending on its red shift, calculated by (3.44) for NTG and  $\Lambda$ CDM – models.**

Fig. 1 shows the results of calculations of the distance to an object (in gigaparsecs) depending on its red shift. Upper curve corresponds to calculation in NTG, lower curve - calculation in  $\Lambda$ CDM - models. In [9] all data set of the dependence of a distance on red shift which was available at the moment of the publication is given in a graphic form (Fig. 24.2, Fig. 26.1). Comparison with the data [9] shows that both dependences presented in Fig. 1 lie in the range of an error of the experimental data. Moreover, as follows from the data in Fig. 2, even future experiments of this kind unlikely will allow to make a choice between these two dependencies. When the above dependence is continued to the region of large values of  $z$ , its course will be defined by the maximum energy density of the gravitational field, which is unknown at the present time.



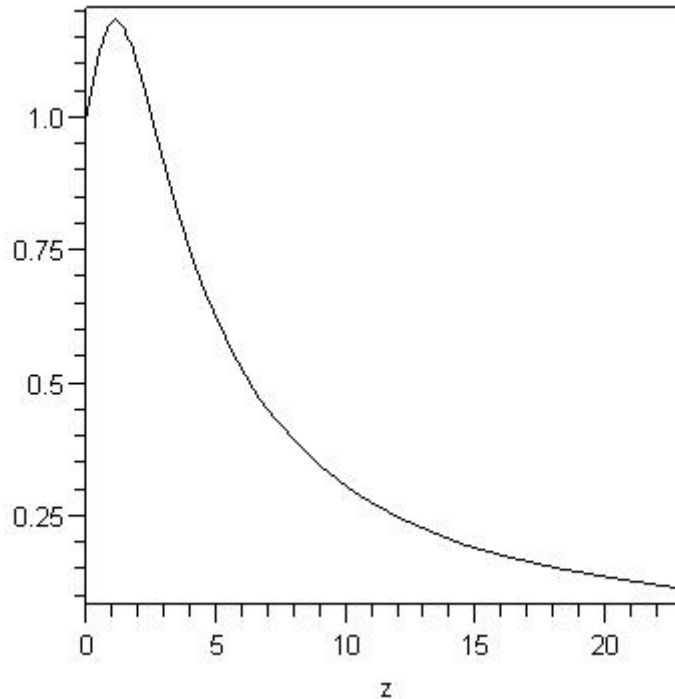
**Figure 2. Deviation of the ratio of distances from unity depending on the value of red shift calculated according to GR and NTG.**

A small value of the deviation is associated with the integral nature of the dependence of a distance on redshift. For a local parameter, such as the Hubble parameter, the situation is different.



**Figure 3. Dependence of the Hubble parameter ( $\text{km} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ ) on red shift. The upper curve -  $\Lambda$ CDM-model, the lower curve - NTG.**

In this case, as the comparison of the calculation results with the experimental data shows ([10] Fig.4), both dependences also is within the limits of the experiments error at  $z < 2.5$ . However, the discrepancy between them increases iteratively at large red shifts as it shown in Fig. 4. Thus, only one of the two theories can be valid.



**Figure 4. Dependence of the ratio of the Hubble parameter in  $\Lambda$ CDM-model to its value in NTG**

It is essential that, NTG does not have free parameters in this region of red shifts, is determined only by the initial values at  $z = 0$  and is valid up to the initial instant of time as it can be seen from Table 1. The hypotheses about the existence of dark energy and dark matter are introduced in GR within the frameworks of  $\Lambda$ CDM-model in order to ensure agreement with the experiment. A hypothesis about the existence of inflatons is introduced for description the dependence in the region of large  $z$ , which, however, does not exclude the initial singularity.

The found solution describing homogeneous space and including four constants of integration is the only one. There are no other homogeneous spaces in NTG.

#### 4. Basic model of the Universe evolution.

So, we have shown that *Space* exists, unique material space.

From the speech delivered by A. Einstein in 1930, “The strange conclusion to which we have come is this – it now appears that space will have to be regarded as a primary thing and that matter is derived from it, so to speak, as a secondary result. Space is now turning around and eating up matter. We have always regarded matter as a primary thing and space as a secondary result. Space is now having its revenge, so to speak, and is eating up matter. But that is still a pious wish.” [11].

Space is the main, but not the only form of existence of matter structures in the Universe. The gravitational field intensity increase will lead inevitably to appearance of new matter structures in process of evolution what in turn can significantly influence on its kinematics eventually.

Consider phenomenologically influences of matter on process of evolution of the Universe.

Let matter be born in some time point in *Space* described above. Owing to the homogeneity and isotropy of space the energy-momentum tensor of matter can be written as  $(\varepsilon_{mat})^{\nu}_{\mu} = diag(\rho_{mat} - p_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat})$ .

In the presence of matter the gravitational field equations (3.6-3.8) will take a form:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) = 0, \\ & -\frac{1}{\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{\gamma \sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{6g_{00}} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 = \sqrt{\gamma g_{00}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00} \sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{8\pi G}{c^4} (\rho + 3p)_{mat}, \\ & -\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{kn}}{dx^0} \right) = \delta_k^p \frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) - \frac{8\pi G}{c^4} (\rho - p)_{mat} \delta_k^p. \end{aligned}$$

Repeating all the computation taking into account these additional members, we have the following integro-differential equation instead (3.19)

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.1)$$

where

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) = \frac{48\pi GT^2}{c^2} \left( -\gamma(\rho + p)_{mat} + \frac{1}{4} \int_0^u (\rho - p)_{mat} \left( \frac{d\gamma}{du} \right) \frac{du}{u} \right),$$

and it's supposed that the pressure and density of matter are equal to zero in the initial time.

The equations for cosmic acceleration, energy density, pressure and scalar curvature of space are also modified in this case; instead of (3.28), (3.31), (3.35) and (3.37) we have

$$q = 1 - \frac{3}{2u} + \frac{3\sigma}{4u^2} + \frac{3}{4u^2} M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.2)$$

$$\rho_{gr} + \rho_{mat} = \frac{c^2}{24\pi GT^2} \frac{u^2}{\gamma} = \frac{3c^2 H^2(u)}{8\pi G} \equiv \rho_{cr}(u), \quad (4.3)$$

$$p_{gr} = -p_{mat} - \frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{1}{\gamma} \left[ 2u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \right]. \quad (4.4)$$

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2 T^2 \gamma} \left[ (4u^2 - 2u + \sigma) + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \right]. \quad (4.5)$$

Hilbert's axiom suggests that the action of all kinds of matter is invariant relative to arbitrary transformations of coordinates. According to the observation data there is macroscopic matter, electromagnetic radiation, and neutrino in the Universe at the present time. These components weakly interact among themselves. In this case, owing to Hilbert's axiom the «conservation» laws for each type of matter are satisfied separately [6,8]

$$d\rho = -(\rho + p) \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (4.6)$$

The pressure can be considered equal to zero for baryon matter,  $p=\rho/3$  for an electromagnetic radiation, for neutrinos the similar relation will be valid until it is possible to neglect their mass. Eq. (4.6) shows that:

$$\rho_b = \rho_b^0 \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}, \quad \rho_r = \rho_r^0 \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \quad \rho_\nu = \rho_\nu^0 \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}. \quad (4.7)$$

The values relating to the current time are marked by upper index. It is authentically known that the energy density of the two first components is respectively equal  $\Omega_b = 0.0499$  and  $\Omega_r = 5.46 \cdot 10^{-5}$  of the critical energy density at the present time [9]. Data are less defined for neutrinos  $\Omega_\nu < 5.52 \cdot 10^{-3}$ . Then, to estimate the maximum degree of matter influence on the evolution process, it will be used exactly that value of the relative density of neutrinos. Thus, at

times not too far from the present we have the following dependence of the energy density and pressure of matter from the bulk factor:

$$\rho_{mat} = \rho_{cr}^0 \left[ \Omega_b \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} + \Omega \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3} \right], p_{mat} = \frac{\rho_{cr}^0}{3} \Omega \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \Omega = \Omega_\gamma + \Omega_\nu. \quad (4.8)$$

Further when using the expressions which include  $\rho_{mat}$ ,  $p_{mat}$ , taking into account the approximate character of the dependencies (4.7), we will consider that variation of the bulk factor and it's derivative is described by Space kinematics in a first approximation (relations (3.19), (3.20)), and the critical density is described by relation (4.3). In this approximation

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \cong w(u),$$

$$w(u) = -2u^{02} \left[ \Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{4}{3} \Omega \left( \frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] + \int_0^u \left[ \Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{2}{3} \Omega \left( \frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] \frac{4u^{02} du}{4u^2 - 2u + \sigma} \quad (4.9)$$

Substituting (4.9) in (4.1) we derive the equation describing the Universe evolution in consideration of the presence of matter. The solution of this equation can be written by a quadrature.

$$\sqrt{\frac{\gamma(u)}{\gamma_{min}}} = \psi(u) = \exp \left( \int_0^u \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} \right). \quad (4.10)$$

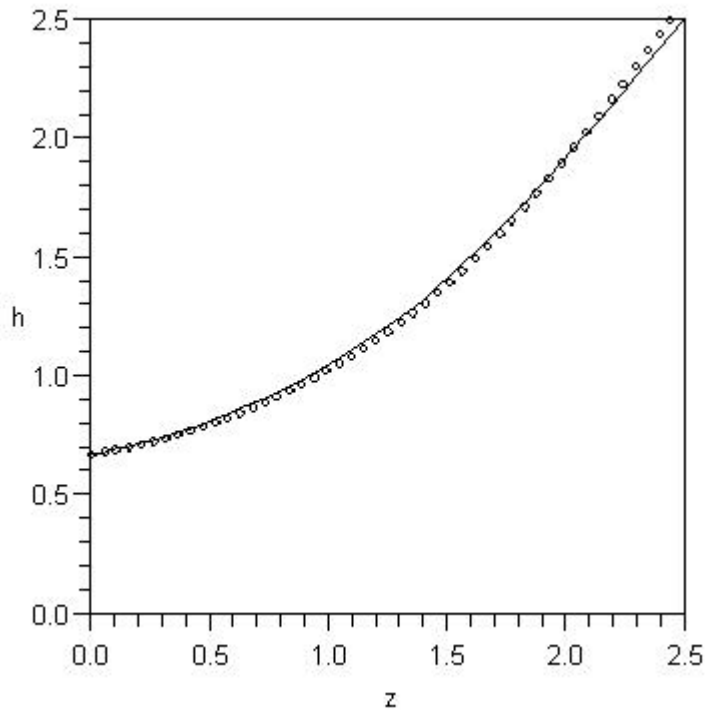
$$t - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{min}} \int_0^u \frac{4\psi(u) du}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)}. \quad (4.11)$$

The constant  $\sigma$  in these relations, in the same way as it was done in the previous section, has to be defined together with the value of  $u^0$  from a condition of the equality of the evaluated time of the Universe existence and Hubble parameter to their values observed now.

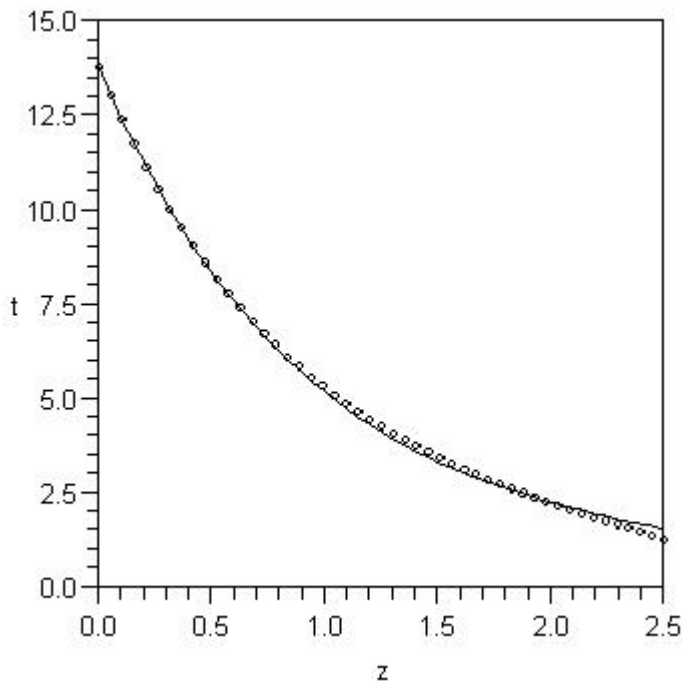
$$t^0 - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{min}} \int_0^{u^0} \frac{4\psi(u)}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} du, H^0 = \frac{1}{3T \sqrt{\gamma_{min}}} \frac{u^0}{\psi(u^0)}. \quad (4.12)$$

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{Pl}; T \sqrt{\gamma_{min}} = 5.798463086 \cdot 10^{-46} \text{ sec}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_\nu = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.027..; \sigma = 0.25011930..$
$\rho_{gr\max} = 10^{46} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \text{ sec}^{-2}; T \sqrt{\gamma_{min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ sec}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_\nu = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.024..; \sigma = 0.25058907..$

TABLE2. Solutions of the equations (4.12) ( $t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17} \text{ sec}$ ,  $H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18} \text{ sec}^{-1}$ ) at two values of the maximum energy density.



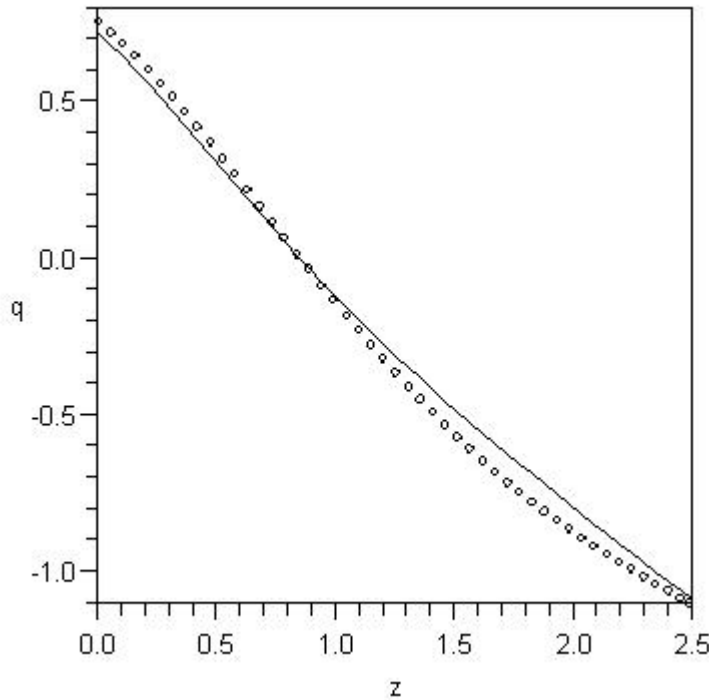
**Figure 5.** Results of calculation of the dependence of the Hubble parameter ( $H=100 \cdot h$   $\text{km} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ ) on red shift taking into account (full line) and without taking into account (points) the presence of matter,  $\rho_{gr \max} = \varepsilon_{pl}$ .



**Figure 6.** Results of calculation of the object age (in billions of years) depending on its observed redshift taking into account (full line) and without taking into account (points) the presence of matter,  $\rho_{gr \max} = \varepsilon_{pl}$ .

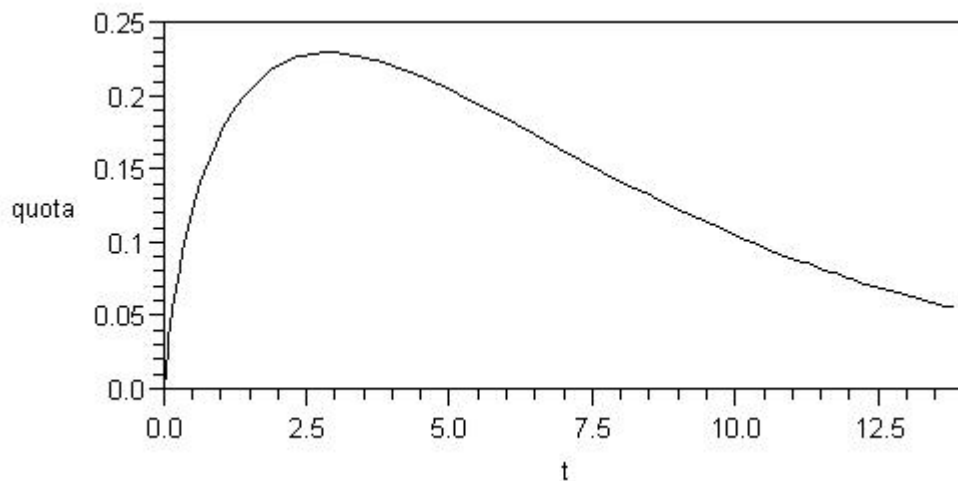
In view of the data provided in the previous section, it is possible to conclude that prehistory effect on the further course of the given dependences is insignificant in the range of red shifts

less than 2.3. Within this range, the course of the dependence can be reconstructed using one reliable value.



**Figure 7. Results of calculation of the dependence of cosmic acceleration on red shift taking into account (full line) and without taking into account (points) the presence of matter,  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .**

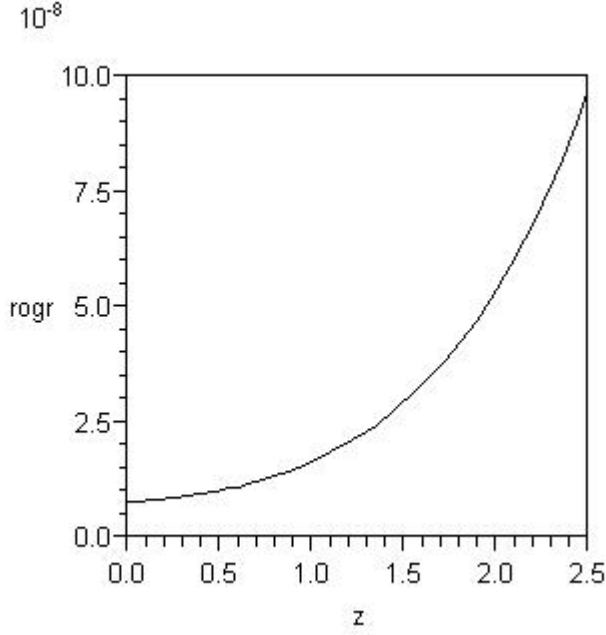
The birth of matter does not lead to a noticeable time shift of change of the deceleration-acceleration eras. Such behavior of the mentioned dependences is related to a small fraction of the energy of matter in its general quantity.



**Figure 5. Time dependence of a ratio of the average energy density of matter to the energy density in the Universe (in billions of years),  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .**

The maximum fraction of the energy of matter does not exceed 0.2324, at the present time this value is less than 0.055, and continues to decrease with time. In contrast to GR, where the energy density of matter increases indefinitely at time decrease, in NTG, it reaches a maximum and then decreases, tending to zero at the approach to the initial moment of time.

The rest and the main part of the energy is the energy of the gravitational field. It is this energy, evenly distributed in space, but not dark matter, is reflected in the character of dependences of the rotation curves of gravitation-coupled objects.



**Figure 6. Dependence of the energy density of the gravitational field (erg·cm<sup>-3</sup>) on red shift in the location of the observed gravitation-coupled objects,  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .**

Thus, it is not required to enter any new forms of matter besides the already known forms to describe features of evolution of the Universe in NTG in contrast to GR.

### 5. Static isotropic metrics

Consider static spherically-symmetric metrics. The most general expression for space-time interval can be reduced to the form by the unimodular coordinates transformation [6]:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - \frac{G(r)}{r^2}(\bar{x} \cdot d\bar{x})^2 - C(r)(d\bar{x} \cdot d\bar{x})$$

The constraint (2.1) is invariant relative to such transformations, but now in contrast to GR its existence doesn't allow to reduce quantity of the required metrics components till two.

Using the Kronecker symbols  $\delta_{mn}$ , write the metric tensor  $g_{\mu\nu}$  as:

$$g_{00} = F(r), \quad g_{0m} = 0, \quad g_{mn} = -C(r) \cdot \delta_{mn} - G(r) \frac{x_m x_n}{r^2}, \quad x_m = x^m, \quad (5.1)$$

$$g(r) = \det g_{\mu\nu} = -FC^2(C + G).$$

The tensor  $g^{\mu\nu}$  (inverse to the metric tensor):

$$g^{00} = \frac{1}{F(r)}, \quad g^{0m} = 0, \quad g^{mn} = -\frac{1}{C(r)} \delta^{mn} + \frac{G(r)}{C(C + G)} \frac{x^m x^n}{r^2}. \quad (5.2)$$

$$g_{mn} g^{nk} = \delta_m^k.$$

In the presence of the constraint (2.1) it is more convenient to proceed not from the equations derived at the action variation on the metrics components, but to choose as one of the varied functions  $\Delta(r) = \sqrt{-g(r)}$ .

The constraint gives the following contribution to the action:



$$\Lambda = \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} g^{\mu\nu} \frac{1}{2g} \frac{\partial g}{\partial x^\nu} = -\frac{\Phi'(r)g'(r)}{2(C+G)g} = -\frac{\Phi'(r)\Delta'(r)}{\Delta^3} FC^2 \quad (5.3)$$

(The stroke hereinafter denotes differentiating with respect to  $r$ )

Other terms can be found using the known results of calculations [6,8]. The scalar curvature and volume element are generally covariant, therefore they can be found using “spherical” coordinates.

In “spherical” coordinates space-time interval is:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - G(r)dr^2 - C(r)(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2).$$

By analogy to the “standard” form [6] write it as follows:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - A(r)dr^2 - r^{*2}(r)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (5.4)$$

where  $A(r)=G(r)+C(r)$ ,  $r^*(r)=rC^{1/2}(r)$ .

For this metrics the nonvanishing components of the connection differ slightly from the corresponding components of the “standard” form [6]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{tr}^t = \Gamma_{rt}^t &= \frac{F'}{2F}, & \Gamma_{rr}^r &= \frac{A'}{2A}, & \Gamma_{\theta\theta}^r &= -\frac{r^* r^{*'}}{A}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^r &= -\frac{r^* r^{*'} \sin^2 \theta}{A}, & \Gamma_{tt}^r &= \frac{F'}{2A}, \\ \Gamma_{r\theta}^\theta = \Gamma_{\theta r}^\theta &= \frac{r^{*'}}{r^*}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^\theta &= -\sin \theta \cos \theta, & \Gamma_{\varphi r}^\varphi = \Gamma_{r\varphi}^\varphi &= \frac{r^{*'}}{r^*}, & \Gamma_{\varphi\theta}^\varphi = \Gamma_{\theta\varphi}^\varphi &= \text{ctg } \theta. \end{aligned}$$

The curvature tensor changes according to this.

Using the expressions for the components of the connection, find the scalar curvature:

$$R = \frac{1}{2F} \left( \frac{F'}{A} \right)' + \frac{1}{2A} \left( \frac{F'}{F} \right)' + \frac{2}{r^{*2}} \left( \frac{r^* r^{*'}}{A} \right)' + \frac{2}{A} \left( \frac{r^{*'}}{r^*} \right)' - \frac{2}{r^{*2}} + \frac{2}{A} \left[ \left( \frac{r^{*'}}{r^*} \right)^2 + \frac{r^{*'} F'}{r^* F} \right].$$

Singling out the divergent term, it can be written in the form:

$$R = \frac{1}{r^{*2} \sqrt{AF}} \frac{d}{dr} \left[ r^{*2} \sqrt{AF} \left( \frac{F'}{AF} + \frac{4r^{*'}}{r^* A} \right) \right] - 2 \left[ \frac{r^{*'} F'}{r^* AF} + \frac{1}{A} \left( \frac{r^{*'}}{r^*} \right)^2 + \frac{1}{r^{*2}} \right]. \quad (5.5)$$

The action for the gravitational field:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{AF} r^{*2} \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Substituting here the expression (5.5) for  $R$  and (5.3) for  $\Lambda$ , omitting the divergent term and taking into account that  $A=\Delta^2/FC^2$  we have:

$$S_{gr} = \frac{c^3}{8\pi G} \int \left( \frac{\Delta}{r^{*2}} + \frac{r^{*2} F}{\Delta r^4} (r^{*'})^2 + \frac{1}{\Delta r^4} r^{*3} r^{*'} F' + \frac{\Phi' \Delta' r^{*4} F}{2\Delta^2 r^4} \right) r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Introduce a variable  $\xi=r^3$  instead of  $r$ , then the action takes the form:

$$S_{gr} = \frac{3c^3}{8\pi G} \int \left( \frac{\Delta}{9r^{*2}} + \frac{Fr^{*2}}{\Delta} \left( \frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{\Delta} r^{*3} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} + \frac{Fr^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Phi}{d\xi} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) d\xi \sin \theta d\theta d\varphi dx^0.$$

From a principle of least action find the gravitational field equations in space free from matter:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^{*4} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.6)$$

$$\frac{1}{9r^{*2}} - \frac{r^{*2}}{\Delta^2} \left( \frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 F - \frac{r^{*3}}{\Delta^2} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} - \frac{1}{2\Delta^2} \frac{d}{d\xi} \left( r^{*4} F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.7)$$

$$\frac{r^{*2}}{\Delta} \left( \frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 - \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^{*3}}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) + \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0, \quad (5.8)$$

$$-\frac{2\Delta}{9r^{*3}} - 2r^* \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^* F}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - r^{*3} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2 \frac{r^{*3} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0. \quad (5.9)$$

Equation (5.6) implies:

$$\frac{r^{*4} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} = \alpha, \quad (5.6')$$

where  $\alpha$  is a constant with the dimension of length.

Multiply the equation (5.7) by  $2\Delta$ , subtract from result - (5.8), multiplied by  $2F$ , and add the result to the equation (5.9), multiplied by  $r^*$ , after simple transformations reduce the equation to the form:

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{r^{*4}}{\Delta} \left( \frac{dF}{d\xi} + F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) \right] = 0.$$

This implies:

$$\frac{r^{*4} F}{\Delta} \left( \frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = \beta,$$

where  $\beta$  is one more constant with the dimension of length. Using (5.6') this equation can be written in the form:

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} = \sigma \frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\xi}, \quad \sigma = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Taking into account that the function  $\Phi(r)$  is defined accurate within a constant, find:

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}). \quad (5.7')$$

Rewrite the equation (5.8) as follows:

$$\frac{1}{\Delta} \left( \frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^* dr^*}{\Delta} \frac{d\xi}{d\xi} \right) = \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi}.$$

After the substitution of this expression in the equation (5.9) it takes the form:

$$r^{*4} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{Fr^*}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - 4 \left[ \frac{1}{\Delta} \left( \frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^* dr^*}{\Delta} \frac{d\xi}{d\xi} \right) \right] F + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0$$

This equation is equivalent to the following:

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) \right] + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0.$$

Integrating this equation over  $\xi$  we have:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) - \beta_1 \frac{\Delta}{r^{*6}} + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0,$$

where  $\beta_1 = \left[ \frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) \right]_{\xi=0}$  is one more constant with the dimension of length. This constant

is equal to zero for the Minkowski metric. Let us assume further  $\beta_1=0$  in order that the Minkowski metric could be the solution of this system of equations (in case when the constant  $\alpha$  is equal to zero).

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0. \quad (5.9')$$

Integrating one more time, represent the function  $F(r)$  in the form:

$$F = \frac{2}{9} r^{*2} \int \left( \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi \right) \frac{\Delta}{r^{*6}} d\xi.$$

Transform the equation (5.8). Introduce a notation

$$U = \frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi},$$

and substitute the expressions for derivatives of  $\Delta$  and  $\Phi$  from the equations (5.6') and (5.7'), then the equation (5.8) can be put in the form:

$$U^2 + r^* U \frac{dU}{dr^*} = \frac{\alpha U}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*},$$

$$V = \frac{1}{3r^* U}, \quad \frac{d}{dr^*} \frac{1}{V} = \frac{3\alpha}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*}. \quad (5.8')$$

Passing from the derivatives with respect to  $\xi=r^3$  to the derivatives with respect to  $r^*$  in all relations and introducing the dimensionless coordinate's  $r/a$  and  $r^*/a$  (keeping the previous notation  $r$  and  $r^*$  for them), we can write the initial system of equations as follows:

$$\frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{dr^*} = \frac{3V(r^*)}{Fr^{*2}}, \quad (5.10)$$

$$V(r^*) = \frac{1}{1 - \frac{3}{2} \int_{r^*_{min}}^{\infty} \frac{1}{r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*} dr^*}, \quad \Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad (5.11)$$

$$F(r^*) = 2r^{*2} \int_{r^*_{min}}^{\infty} \left( \int_{r^*_{min}}^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{1}{r^{*4}} V(r^*) dr^*. \quad (5.12)$$

$$\frac{\Delta(r^*) r^2}{r^{*2}} \frac{dr}{dr^*} = V(r^*). \quad (5.13)$$

Generally speaking, the nonzero value  $r^*_{min} = r^*(0)$  means a presence of *an edge* of space-time manifold.

Consider behavior of the metrics at  $r^*_{min} = 0$  and the small values  $r^*$ . If the integral

$$2 \int_0^{\infty} \left( \int_0^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{V(r^*)}{r^{*4}} dr^* = b > 0 \quad (5.14)$$

exists, eq.(5.12) implies that the function  $F(r^*) \approx b \cdot r^{*2}$  at the small  $r^*$ . Then assumed that  $V(r^*) \approx b_1 \cdot r^{*\nu} \geq 0$ ,  $\Delta(r^*) \approx b_2 \cdot r^{*\delta} \geq 0$  and substituting these expressions in (5.8', 5.10) we have:

$$\nu = 3, \quad b_1 = \frac{2b}{2 - \sigma\delta}, \quad \delta = \frac{6}{2 - \sigma\delta}. \quad (5.15)$$

From the last relation follows:

$$\delta = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}.$$

therefore  $\sigma \leq 1/6$ .

Integrating the equation (5.13) find at the small values  $r, r^*$ :

$$r^3(r^*) = 3 \int_0^{r^*} \frac{V(r^*)}{\Delta(r^*)} r^{*2} dr^* \approx 3 \frac{b_1}{b_2} \int_0^{r^*} r^{*(5-\delta)} dr^*. \quad (5.16)$$

The last integral exists only at  $\delta < 6$ . In this case

$$\delta = \frac{1 - \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}, \quad \sigma < \frac{1}{6}. \quad (5.17)$$

Consider now the expression for the energy of the static isotropic gravitational field (Appendix I). In this case

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[ \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d \ln(F \Delta^{-\sigma})}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - 3 \ln F \Delta^{-\sigma}(r^*_{\min}) \right]. \quad (\text{A.8})$$

The last term in this relation has a logarithmic singularity at  $r^*_{\min}=0$ .

The energy will have the finite value only at  $r^*_{\min} \neq 0$ , that is *in the presence of the edge*. It is possible only at the value  $\sigma \geq 1/6$ .

The quantity  $r^*_{\min}$  is an independent parameter and for its definition the additive considerations are necessary. First, suppose that according to Mach's principle inertial mass  $M_{in}$  is related to the total gravitational field energy  $E$  out of the edge by Einstein's formula  $E=M_{in}c^2$ . Secondly, in accordance with Etvess's experiment, we assume the equality of the quantity of this inertial and gravitational mass  $M_{in}=M_{gr}$ . And at last, based on correspondence principle with GR we assume that at the large values of  $r^*$  the first term coefficient of the function  $F(r^*)$  expansion in powers of  $1/r^*$  is equal to the gravitational radius-to- $\alpha$  ratio.

$$F(r^*) = 1 - \frac{r_{gr}}{\alpha} \frac{1}{r^*} + \dots = 1 - \frac{2M_{gr}G}{c^2 \alpha} \frac{1}{r^*} + \dots \quad (5.18)$$

In this case the relation (A.8) passes into the equation defining a quantity  $r^*_{\min}$ .

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2r^*_{\min} F(r^*_{\min})}{3V(r^*_{\min})} - \ln \frac{F(r^*_{\min})}{\Delta^{1/6}(r^*_{\min})}. \quad (5.19)$$

The solution of the system of equations (5.10) - (5.13), (5.19) can be found by a successive approximation method. Starting from the trial function  $V^{(0)}(r^*)$  at the chosen initial value  $r^*_{\min}$  it is possible to find the function  $F^{(0)}(r^*)$  as a first approximation from (5.12), and then to find  $\Delta^{(0)}(r^*)$  from (5.10) and - new value  $V^{(1)}(r^*)$  from (5.11). Continue this process before deriving on N step the values of the desired functions with the required accuracy. Find the value of  $r^*_{\min}$  from the equation (5.19). And then find the function  $r(r^*)$  from the equation (5.13).

Construct a trial function. If eq. (5.18) is valid at large values of  $r^*$ , then eq. (5.10, 5.11) implies that  $V(r^*) \approx 1 - \nu/r^{*2} + \dots$ . As in the presence of the edge the behavior of the desired functions is not determined at small values of  $r^*$ , it is natural to assume that the relative size of  $r^*_{\min}$  is more than unit. Providing that  $r^*_{\min} \geq 1$ , specify a trial function as follows:

$$V^{(0)}(r^*) = 1 - \nu/r^{*2}. \quad (5.20)$$

Substituting this expression in eq. (5.12) we find

$$F^{(0)}(r^*) = 1 - \frac{2}{3} \left( r^*_{\min} + \frac{\nu}{r^*_{\min}} \right) \frac{1}{r^*} + \frac{2}{5} \left( r^*_{\min} + \frac{\nu}{r^*_{\min}} \right) \frac{\nu}{r^{*3}} - \frac{\nu^2}{3} \frac{1}{r^{*4}}. \quad (5.21)$$

Based on correspondence principle, in this approximation we have

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2}{3} \left( r^*_{\min} + \frac{\nu}{r^*_{\min}} \right). \quad (5.22)$$

A constant  $\nu$  can be chosen so that the values of a trial function and first approximation coincide  $V^{(0)}(r^*_{\min}) = V^{(1)}(r^*_{\min})$  in the point  $r^*=r^*_{\min}$ . Substituting (5.20), (5.21) in (5.10) we find

$$\ln \Delta^{(0)}(r^*) = -3 \int_{r^*}^{\infty} \frac{V^{(0)}(r^*)}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} dr^*, \quad (5.23)$$

and then from (5.11) we have

$$V^{(1)}(r^*) = \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{1}{r^* F^{(0)}(r^*)} - \frac{3}{2} \int_{r^*}^{\infty} \left( 1 + \frac{V^{(0)}(r^*)}{2r^* F^{(0)}(r^*)} \right) \frac{dr^*}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} \right)^{-1}. \quad (5.24)$$

In this case

$$\nu = (1 - V^{(1)}(r^*_{\min})) r^{*2}_{\min}. \quad (5.25)$$

This equation defines  $\nu$  as a function of  $r^*_{min}$ .

Spline approximations were used for the calculations in the higher approximations. After five successive approximations, solving the equation (5.19), we find (using six intervals in the calculations) with an error equal to fractions of a percent

$$r^*_{min} \approx 1.74.$$

This value is more than unit, as it was supposed. In a dimensional form

$$r^*_{min} \approx 0.935 r_{gr}.$$

The results of the calculations are presented in Table 3.

$\sigma=1/6; x_{max}=0.575; r_{gr}/\alpha=1.859$				
$x=\alpha/r^*$	$V(x)$	$F(x)$	$\Delta(x)$	$C^{-1/2}(x)=r(x)/r^*$
0	1	1	1	1
0.1	0.9875	0.8160	0.7184	1.1792
0.2	0.9346	0.6381	0.4814	1.3523
0.3	0.8202	0.4746	0.2980	1.4556
0.4	0.6471	0.3386	0.1721	1.4378
0.5	0.4596	0.2366	0.0962	1.2288
0.575	0.3413	0.1813	0.0543	0

TABLE 3. Solution of the system of equations (5.10..5.13) at the value  $\sigma=1/6$ .

The value of one of the metric functions -  $C(r)$  increases indefinitely at approaching to the edge, however the determinant of the metric tensor and all invariants of the Riemann tensor are limited at the same time. Indeed the Riemann tensor is generally covariant and the metrics has no singularities in the spherical coordinate system (5.4).

The calculations were carried out at  $\sigma=1/6$ . Generally the solution will exist also at the values  $\sigma$  lying in some interval adjacent to this value. The parameter  $\sigma$  can be chosen arbitrarily in the range of the acceptable values, therefore the distribution of fields in the region of about the gravitational radius will differ among themselves at the identical values of the total energy.

Thus, at the presence of the constraint (2.1) there is a nonsingular stationary particle-like distribution of the centrosymmetrical gravitational field for which the equality of inertial (defined according to Mach's principle) and gravitational mass is satisfied. A horizon (existed in the solution of GR equations for centrosymmetrical empty space) is absent in this case.

## 6. Conclusion

It is technically much more difficult to develop the Hamiltonian formalism in the case of NTG in comparison with GR. However, two features of the presented theory open new perspectives in the canonical quantization of gravitation. First, the number of the primary constraints decreases in NTG. In this connection, the problem of "frozen formalism" is removed. In addition, in view of the absence of singularities, it is possible to expect of final results even in the presence of a dimensional coupling constant in the theory.

## Appendix I. Energy of the static isotropic gravitational field

By the Bianchi identity in the absence of matter the energy density of the gravitational field  $T_\mu^\nu$  must satisfy to the relation:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\nu} (\sqrt{-g} T_\mu^\nu) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^\mu} T^{\lambda\rho} = 0.$$

In case of a static field the energy of the gravitational field is conserved:

$$E = \int \frac{\partial}{\partial x^\nu} (\sqrt{-g} T_0^\nu) d^4x = \int T_0^\nu \sqrt{-g} dS_\nu, \quad (\text{A.1})$$

where according to (2.4)

$$T_0^\lambda = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[ \delta_0^\lambda \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu} \right) - g^{\lambda\eta} \Gamma_{0\rho}^\eta \frac{\partial \Phi}{\partial x^\eta} - g^{\lambda\eta} \Gamma_{\eta\rho}^\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x^0} \right], \Gamma_{\lambda\rho}^\rho = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^\lambda}. \quad (\text{A.2})$$

In a static field the last two terms in this relation are equal to zero and (A.1) (taking into account (A.2)) takes the form:

$$E = -\frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left( g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu} \right) dV. \quad (\text{A.3})$$

Substituting here the expressions for the components of the metric tensor we derive from (5.2):

$$E = \frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{C+G} \frac{d\Phi}{dr} \right) dV = \frac{c^4}{4G} \left[ \int_0^\infty \sqrt{-g} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{(C+G)} \frac{d\Phi}{dr} \right) dr \right]. \quad (\text{A.4})$$

Let's consider now that by definition and by the relation (5.13) also:

$$C(r^*) + G(r^*) = \frac{r^4 (\sqrt{-g})^2}{r^{*4} F(r^*)}, \quad r^2 dr = \frac{V(r^*)}{\sqrt{-g}} r^{*2} dr^*. \quad (\text{A.5})$$

Substituting these expressions in (A.4) and passing to the dimensionless coordinate  $r^*/\alpha$ , we have:

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[ \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d\Phi}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - \int_{r^*_{\min}}^\infty \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*) \sqrt{-g}} \frac{d\Phi}{dr^*} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} dr^* \right]. \quad (\text{A.6})$$

By the relations (5.7), (5.10)

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} = \frac{3V}{r^{*2} F}, \quad \Delta = \sqrt{-g}. \quad (\text{A.7})$$

Taking into account these relations

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[ -\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - 3 \ln F \Delta^{-\sigma} (r^*_{\min}) \right]. \quad (\text{A.8})$$

Boundary values of the derivative of the function  $F(r^*)$  appear in the relation.

Considering fields behavior at infinity and fact that  $dF/dr^* = 2F/r^*_{\min}$  by the relation (5.12) at  $r^* = r^*_{\min}$  we find:

$$-\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} = -\frac{r_{gr}}{\alpha} + \frac{2F(r^*_{\min}) r^*_{\min}}{V(r^*_{\min})}. \quad (\text{A.9})$$

## Bibliography

1. Hilbert D. Göttingen Nachrichte 3, 395, 1915.
2. Riess A. G. et al. Astron. J. 116, 1009, 1998.
3. Schmidt B. P. et al. Astrophys. J. 507, 46, 1998.
4. Perlmutter S. et al. Astrophys. J. 517, 565, 1999.
5. Weinberg S. Cosmology. Oxford New York, 2008; Вайнберг С. Космология. М.: УРСС, «ЛИБРОКОМ», 2013.
6. Weinberg S. Gravitation and Cosmology. MIT, 1972; Вайнберг С. Гравитация и космология. «Мир», Москва, 1975.
7. Кокурин Ю. Л. «Квантовая электроника» 33, №1, 45-47, 2003.
8. Landau L.D., Lifshitz E.M. The classical theory of fields. V.2. Pergamon Press, 1971; Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., «Наука», 1973.
9. Beringer J. et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001, 2012.
10. Spergel D. N. et al. Astrophys. J. 5, 2007; arXiv:astro-ph/0603449v.2, 2007.
11. Einstein A. Science, 71, 608-609, 1930; Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 2. М., «Наука», 243, 1966.

## От общей теории относительности к несингулярной теории тяготения

Соболев Александр Павлович

sapsolto@mail.ru

### Аннотация

В статье сформулированы исходные уравнения несингулярной теории тяготения (далее - *НТТ*). Теория основана на аксиоматике несколько отличающейся от аксиом общей теории относительности (*ОТО*) и свободна от присущих *ОТО* внутренних проблем. Изложены некоторые результаты *НТТ*. Построена несингулярная базовая модель эволюции Вселенной, описываемая гладкой однопараметрической зависимостью от момента начала эволюции до произвольного момента времени, согласующаяся с наблюдательными астрономическими данными без привлечения гипотез о существовании темной энергии, темной материи и инфлатонов. Найдено решение – подобное решение уравнений *НТТ* для статической изотропной метрики. Показано, что в определенной области пространства могут существовать распределения полей, для которых выполняется равенство инертной (определенной в соответствии с принципом Маха) и гравитационной массы. Характерный для решений уравнений *ОТО* в изотропном случае горизонт в *НТТ* отсутствует.

Ключевые слова: гравитация, несингулярная теория тяготения, точные решения, эволюция Вселенной, космология.

### 1. Введение

Более ста лет назад при выводе уравнений гравитации из вариационного принципа Д. Гильберт сформулировал аксиому общей инвариантности действия относительно произвольных преобразований координат и выбрал инвариант тензора Римана в качестве лагранжиана гравитационного поля [1].

Успех канонической теории тяготения как будто бы подтвердил правильность такого допущения, а само оно со временем обрело статус фундаментального принципа.

Однако наличие сингулярных решений уравнений *ОТО* является достаточным основанием для того, чтобы поставить под сомнение саму возможность описания на ее основе явлений в микромире и в масштабах Вселенной.

В свете новых экспериментальных данных [2-4] *ОТО* уже не кажется столь незыблемой как прежде. Для объяснения полученных результатов в рамках этой теории пришлось ввести некие гипотетические сущности ( $\Lambda$ CDM – модель [5]), природа которых до настоящего времени неясна.

По нашему мнению, именно *общая ковариантность уравнений является источником трудностей ОТО*. Обнаруженные уже на стадии ее формирования, сегодня эти трудности стали совокупностью нерешенных до настоящего времени проблем: проблемы энергии, сингулярностей, космологической постоянной, холодной темной материи, и, наконец, проблемы описания элементарных частиц, предстающих в канонической теории гравитации в облике «микроскопических черных дыр».

Очевидный путь построения *не обще ковариантной теории тяготения без нарушения аксиом Гильберта* видится во введении априорных связей, ограничивающих выбор системы координат. Ранее предпринимались попытки такого рода, пример тому унимодулярная теория тяготения, истоки которой восходят к А. Эйнштейну. В общем случае следствием введения связей является возникновение краев у пространственно -



временного многообразия. При наличии дифференциальной связи появляется возможность выбрать положение края таким образом, чтобы выделить не сингулярную внутреннюю область многообразия.

При таком подходе лежащий в основании *ОТО* общий принцип относительности, как принцип эквивалентности всех систем отсчета, совместимых с псевдоримановой метрикой, не нарушается. Кроме того не ставится под сомнение и неизбежность принципа инвариантности действия относительно произвольных преобразований координат и соответственно общая ковариантность всех уравнений движения *материи*. В то же время в отличие от *ОТО* связь ограничивает общую ковариантность уравнений *гравитации*. Таким образом, априори в этом случае выполняется лишь «среднесильный принцип» эквивалентности [6]. Это, однако, не может являться основанием для того, чтобы отвергнуть предлагаемый подход как противоречащий экспериментам по проверке сильного принципа эквивалентности для тел космических масштабов [7].

Дело в том, что уже в *ОТО* в рамках  $\Lambda$ CDM – модели само пространство наделяется энергией. То же самое происходит и при введении априорной связи. В силу нелинейности уравнений гравитации пространство становится самогравитирующим объектом. Для такого объекта в рамках конкретной модели (например, статического пустого изотропного пространства) можно определить инертную массу и гравитационную массу, что и было проделано ниже (раздел 5). В результате оказалось, что решение уравнений гравитации имеет достаточно свободных параметров для того, чтобы не только обеспечить требование равенства инертной массы гравитационного поля массе тяготеющей, но и определить инертную массу в соответствии с принципом Маха (последняя задача так и не была решена в *ОТО*). С этой точки зрения результаты экспериментов [7] следует рассматривать как указание на то, что *существуют только такие (квази)стационарные самогравитирующие объекты, для которых инертная масса равна массе гравитационной*.

Наше основное предположение состоит в том, что *компоненты метрического тензора  $g_{\mu\nu}$  связаны законом сохранения*

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \Gamma_{\nu\rho}^\rho) = 0, \quad \Gamma_{\nu\rho}^\rho = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^\nu}, \quad g = \det(g_{\mu\nu}), \quad g^{\mu\nu} g_{\nu\lambda} = \delta_\lambda^\mu; \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3). \quad (1.1)$$

## 2. Уравнения гравитационного поля при наличии связи

Чтобы получить остальные уравнения гравитационного поля на массовой поверхности, исходя из действия Гильберта и вводя множитель Лагранжа – скалярное поле  $\Phi$ , запишем действие при наличии связи (1.1) в виде:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{-g} d^4x, \quad \Lambda = \Gamma_{\mu\rho}^\rho g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu}, \quad (2.1)$$

$R$  - скалярная кривизна,  $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ ,  $R_{\mu\nu}$  – тензор Риччи,

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\lambda} \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \frac{\partial}{\partial x^\nu} \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \Gamma_{\lambda\rho}^\rho - \Gamma_{\mu\rho}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\rho,$$

$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$  – символы Кристоффеля,

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left( -\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} + \frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^\mu} \right).$$

Теперь при варьировании действия *все компоненты метрического тензора и скаляр  $\Phi$  могут рассматриваться как независимые величины*. Скалярная кривизна инвариантна относительно произвольных преобразований координат, поэтому вычисление ее вариации и соответственно вклада в уравнения поля не имеет никаких отличий от [8].

Наличие в лагранжиане помимо скалярной кривизны дополнительных членов приводит при варьировании по метрике к появлению тензора плотности энергии - импульса гравитационного поля в уравнениях Гильберта-Эйнштейна.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} (\varepsilon_{gr})_{\mu\nu} + \frac{8\pi G}{c^4} (\varepsilon_{mat})_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

$$\frac{16\pi G}{c^4} (\varepsilon_{gr})_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\rho} \left( g^{\rho\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\lambda} \right) - \Gamma_{\mu\rho}^\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x^\nu} - \Gamma_{\nu\rho}^\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu}. \quad (2.3)$$

При варьировании по полю  $\Phi$  из принципа наименьшего действия получим уравнение (1.1). Этих уравнений достаточно для определения компонент метрики и поля  $\Phi$ . Уравнения ковариантны относительно локальных унимодулярных и глобальных масштабных преобразований координат.

### 3. Кинематика Пространства

Поскольку теперь гравитационное поле обладает определенной энергией, то в отличие от *ОТО*, метрика будет нетривиальной, даже при отсутствии какой либо материи. В таком изначально пустом пространстве все компоненты метрического тензора естественно считать не зависящими от пространственно - подобных координат. Если пространственная метрика не вырождена, то наиболее общее выражение для пространственно-временного интервала унимодулярным преобразованием координат может быть приведено к виду [8]:

$$ds^2 = g_{00}(x^0)(dx^0)^2 + g_{mn}(x^0)dx^m dx^n, \quad \gamma = -\det(g_{mn}) > 0, \quad (m, n = 1, 2, 3). \quad (3.1)$$

Отсутствие общей инвариантности действия (2.1) не позволяет исключить  $g_{00}$  компоненту метрики, поэтому выражения, для отличных от нуля компонент тензора Риччи, несколько отличаются от выражений, приведенных в [8].

$$R_0^0 = -\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0}, \quad (3.2)$$

$$R_k^p = -\frac{1}{2\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right). \quad (3.3)$$

Отличные от нуля компоненты тензора плотности энергии-импульса:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[ \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{2}{g_{00}\sqrt{g_{00}\gamma}} \frac{d\sqrt{g_{00}\gamma}}{dx^0} \frac{d\Phi}{dx^0} \right], \quad (3.4)$$

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = -\frac{c^4}{16\pi G} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) \delta_k^p. \quad (3.5)$$

С учетом этих соотношений уравнения гравитационного поля при наличии связи примут вид:

$$\frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) = 0, \quad (3.6)$$

$$-\frac{1}{2\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{\gamma\sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{4g_{00}} g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{2} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right), \quad (3.7)$$

$$-\frac{d}{dx^0} \left( \sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right) = \delta_k^p \frac{d}{dx^0} \left( \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right). \quad (3.8)$$

Из (3.8) следует:

$$g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} + \delta_k^p \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^p. \quad (3.9)$$

Постоянная матрица  $L_k^p$  не является произвольной. Поскольку из (3.9) следует

$$\frac{dg_{kn}}{dx^0} + g_{kn} \frac{d\Phi}{dx^0} = \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} g_{np} L_k^p, \quad (3.10)$$

матрица должна удовлетворять условию:

$$g_{np}(x^0)L_k^p \equiv g_{kp}(x^0)L_n^p. \quad (3.11)$$

Для метрического тензора общего вида это условие будет выполняться только в случае, когда матрица  $L_k^p$  пропорциональна единичной матрице. В противном случае матрица  $L_k^p = \text{diag}(L_1, L_2, L_3)$  и метрический тензор также должен быть диагональным.

Упрощая (3.9) по индексам  $p$  и  $k$ , получим:

$$3 \frac{d\Phi}{dx^0} = -\frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} L_k^k, \quad (3.12)$$

и система уравнений (3.9) принимает вид

$$g^{pm} \frac{dg_{km}}{dx^0} = \frac{1}{3\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \delta_k^p + \sqrt{\frac{g_{00}}{\gamma}} \left( L_k^p - \frac{1}{3} \delta_k^p L_n^n \right). \quad (3.13)$$

Из (3.13) следует

$$g^{mk} \frac{dg_{kp}}{dx^0} g^{pn} \frac{dg_{nm}}{dx^0} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 + \frac{g_{00}}{\gamma} \left[ L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2 \right]. \quad (3.14)$$

Используя это выражение и (3.12), можно исключить  $\Phi$  и все пространственные компоненты метрики из уравнения (3.7) и записать его в виде:

$$3 \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 + \frac{3c^2}{2\gamma} [L_k^p L_p^k - \frac{1}{3} (L_n^n)^2] = g_{00} \sqrt{\gamma} \frac{d}{dt} \frac{1}{\gamma g_{00}} \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{dt} - c L_n^n \right), \quad (3.15)$$

где введено обозначение  $cdt = \sqrt{g_{00}} dx^0$ .

Из уравнения (3.6) следует

$$\frac{1}{g_{00}} \frac{dg_{00}}{dt} + \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{T\sqrt{\gamma}}, T = \text{const}. \quad (3.16)$$

Это уравнение позволяет исключить  $g_{00}$  из (3.15) и записать уравнение для функции  $\gamma$ :

$$2 \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{\gamma\sqrt{\gamma}} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{\sigma}{\gamma} = 0, \sigma = B_n^n - \frac{3}{2} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_n^n)^2], \quad (3.17)$$

где  $\tau = t/T$  безразмерное время,  $B_k^p = cTL_k^p$  - матрица безразмерных постоянных. Порядок уравнения (3.17) можно понизить при введении функции  $u(\gamma)$  - безразмерной скорости изменения *объемного фактора* -  $\sqrt{\gamma}$

$$u = \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau}. \quad (3.18)$$

Уравнение примет вид:

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma, \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (3.19)$$

Замечательно, что при  $\sigma > 1/4$  определитель пространственной метрики нигде не равен нулю. Следовательно, в этом случае нет сингулярностей.

Интегрируя уравнение (3.19), найдем:

$$\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_{\min}}} = f(u), \quad f(u) = \sqrt{\frac{4u^2 - 2u + \sigma}{\sigma}} \exp \left[ \frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \left( \arctg \frac{4u - 1}{\sqrt{4\sigma - 1}} + \arctg \frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \right) \right], \quad (3.20)$$

где  $\sqrt{\gamma_{\min}}$  - минимальное значение  $\sqrt{\gamma}$  при  $u = 0$ .

Дифференцируя (3.20) по  $\tau$ , получим:

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{d\sqrt{\gamma}}{d\tau} = \frac{df(u)}{du} \frac{du}{d\tau}, \quad \frac{df}{du} = \frac{4u}{4u^2 - 2u + \sigma} f(u). \quad (3.21)$$

Отсюда с учетом (3.18), (3.20) найдем в параметрическом виде решение уравнения (3.17)

$$\tau - \tau_{st} = \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad \sqrt{\gamma} = \sqrt{\gamma_{\min}} f(u). \quad (3.22)$$

Эволюция пространства начинается в момент времени  $\tau_{st}$  из состояния покоя с минимальным объемным фактором.

Из уравнения (3.16) с учетом (3.22) следует

$$d \ln(\gamma g_{00}) = \frac{dt}{T\sqrt{\gamma}} = \sqrt{\frac{\gamma_{\min}}{\gamma}} \frac{4f(u)du}{4u^2 - 2u + \sigma} = \frac{4du}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

$$\sqrt{\frac{g_{00}(u)}{g_{00}(0)}} = \frac{\sigma \cdot f(u)}{4u^2 - 2u + \sigma}.$$

Используя это соотношение, исходя из определения (3.18) можно показать, что  $du \propto dx^0$ .

Рассмотрим выражение (3.4) для плотности энергии на уравнениях поля. Используя соотношения (3.12) и (3.16), преобразуем (3.4) следующим образом:

$$(\varepsilon_{gr})_0^0 = \rho_{gr} = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{2\sqrt{\gamma}\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} - \frac{1}{2\gamma} B_k^k \right]. \quad (3.23)$$

Используя уравнение (3.17) исключим вторую производную, тогда

$$\rho_{gr} = \frac{c^2}{96\pi GT^2} \left[ \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{3}{2\gamma} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] = \frac{c^2}{48\pi GT^2 \gamma} \left[ 2u^2 - \frac{3}{4} [B_k^p B_p^k - \frac{1}{3} (B_k^k)^2] \right] \quad (3.24)$$

Первый член в скобках при малых значениях  $u$  стремится к нулю, второй член, характеризующий глобальную анизотропию пространства, постоянен, положителен и входит в выражение для плотности энергии со знаком минус. Плотность энергии будет положительной только в том случае, когда однородное пространство изотропно ( $B_m^n \propto \delta_m^n$ ).

В этом случае решение уравнений (3.13) можно представить в виде:

$$g_{kn} = -\gamma^{1/3} \delta_{kn}, \quad (3.25)$$

а интервал

$$ds^2 = g_{00}(x^0)(dx^0)^2 - \gamma^{1/3}(x^0) dx^m dx^n \delta_{mn}. \quad (3.26)$$

Введем параметр Хаббла  $H$  и в соответствии с современными представлениями параметр ускорения  $q$  (вместо параметра замедления [6]):

$$H \equiv \frac{1}{6T\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau}, \quad q \equiv 1 + \frac{1}{6H^2 T^2} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right). \quad (3.27)$$

Подстановка этих выражений в (3.17) позволяет получить уравнение, описывающее смену эпох ускорения-замедления.

$$q = \frac{3}{4} \left( \frac{\sqrt{\sigma}}{u(\gamma)} - \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \right)^2 + 1 - \frac{3}{4\sigma}. \quad (3.28)$$

Отсюда следует, что возможны два сценария. При  $\sigma > 3/4$  возможно только ускорение ( $q > 0$ ). При  $3/4 > \sigma > 1/4$  возможна смена эпох: ускорение-замедление-ускорение. Смена эпох происходит при значениях

$$u_1 = \frac{\sigma}{1 + \sqrt{1 - 4\sigma/3}} > \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \approx 0.1376, \quad u_2 = \frac{\sigma}{1 - \sqrt{1 - 4\sigma/3}} < \frac{\sqrt{3}}{4(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \approx 1.3624. \quad (3.29)$$

Обнаруженная недавно смена эпох [2-4] указывает на то, что имеет место второй сценарий.

Максимальная величина замедления достигается при  $u = \sigma$

$$q_{\max} = 1 - \frac{3}{4\sigma} > -2. \quad (3.30)$$

После наступления второй эпохи ускорения в соответствии с (3.28)  $q$  асимптотически стремится к единице.

Плотность энергии гравитационного поля (3.24) связана с параметром Хаббла соотношением:

$$\rho_{gr} = \frac{3c^2 H^2(\tau)}{8\pi G}. \quad (3.31)$$

Таким образом, пространство однородно и изотропно и обладает собственной энергией. Причем в любой момент времени плотность энергии пространства равна критической плотности. Параметр Хаббла достигает максимального значения в эпоху первого ускорения при  $u = \sigma/2 < u_1$

$$H_{\max} = \frac{\sqrt{\sigma}}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{\arctg \sqrt{4\sigma - 1}}{\sqrt{4\sigma - 1}}\right), \quad (3.32)$$

а затем монотонно убывает, стремясь к постоянному значению

$$H_{\infty} = \frac{1}{6T\sqrt{\gamma_{\min}}} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} \left(\arctg \frac{1}{\sqrt{4\sigma - 1}} + \frac{\pi}{2}\right)\right). \quad (3.33)$$

Пространственные компоненты тензора плотности энергии-импульса, определенные соотношениями (3.5), на уравнениях поля равны:

$$(\varepsilon_{gr})_k^p = \frac{c^2}{48\pi GT^2} \left[ \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{d\tau} \right)^2 - \frac{1}{2\sqrt{\gamma\gamma}} \frac{d\gamma}{d\tau} + \frac{1}{2\gamma} B_n^n \right] \delta_k^p, \quad (3.34)$$

и отличаются от выражения для плотности энергии знаком последних двух членов. Эти компоненты могут принимать в процессе эволюции как положительные, так и отрицательные значения. Исключая снова вторую производную с помощью уравнение (3.17), и полагая, как это принято для макроскопических сред  $(\varepsilon_{gr})_m^n = -p_{gr} \delta_m^n$ , запишем давление гравитационного поля в виде:

$$p_{gr} = -\frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{2u^2 - 2u + \sigma}{\gamma}. \quad (3.35)$$

Отсюда следует, что при  $0.25 < \sigma < 0.5$  происходит изменение знака давления при следующих значениях  $u$ :

$$u_3 = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\sigma}}{2} > \frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}} \approx 0.146, \quad u_4 = \frac{1 + \sqrt{1 - 2\sigma}}{2} < \frac{\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}} \approx 0.8536 \quad (3.36)$$

Гравитационное поле имеет положительное давление в промежутке  $u_3 < u < u_4$ , в остальных случаях его давление отрицательное.

Рассмотрим тензор Риччи. Подставляя соотношения (3.13), (3.14) в (3.2), (3.3) найдем выражения для его отличных от нуля компонент на уравнениях поля:

$$R_0^0 = -\frac{1}{2c^2} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) - \frac{1}{12c^2} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right)^2,$$

$$R_k^k = -\frac{1}{2c^2 \sqrt{\gamma}} \frac{d}{dt} \left( \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right).$$

Исключая вторые производные, запишем выражения для скалярной кривизны пространства- времени  ${}^4R$  и скалярной кривизны пространства  ${}^3R$ .

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2 T^2 \gamma} (4u^2 - 2u + \sigma) = -\frac{(4u-1)^2 + 4\sigma - 1}{16c^2 T^2 \gamma} < 0. \quad (3.37)$$

$${}^4R = R_0^0 + R_k^k = -\frac{1}{2c^2 T^2 \gamma} \left( \frac{8}{3} u^2 - 2u + \sigma \right). \quad (3.38)$$

Из (3.37) следует, что *скалярная кривизна пространства всегда отрицательна*. Кривизна же пространства - времени изменяется в процессе эволюции и принимает сначала отрицательные затем положительные и, наконец, снова отрицательные значения.

В силу (3.31), (3.32) максимальная плотность энергии гравитационного поля равна

$$\rho_{gr\max} = \frac{c^2 \sigma}{96\pi G T^2 \gamma_{\min}} \exp \left( -\frac{2 \operatorname{arctg} \sqrt{4\sigma-1}}{\sqrt{4\sigma-1}} \right). \quad (3.39)$$

Полагая для определенности  $\sigma=1/4$ , свяжем значение постоянной

$$T \sqrt{\gamma_{\min}} \approx \frac{1}{8e} \left( \frac{c^2}{6\pi \cdot G \cdot \rho_{gr\max}} \right)^{1/2} \quad (3.40)$$

с максимальной плотностью энергии.

Теперь (3.22) можно записать в виде:

$$t - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H(u) = \frac{1}{3T \sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u}{f(u)}. \quad (3.41)$$

Согласно (3.20)  $f(u)$  зависит только от постоянной  $\sigma$ . При подстановке в эти соотношения современных значений [9]: времени от начала эволюции до текущего момента ( $t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17}$  с) и параметра Хаббла ( $H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18} \text{с}^{-1}$ ) получим с учетом (3.40) пару уравнений для двух неизвестных –  $\sigma$  и значения параметра  $u^0$  на текущий момент времени

$$t^0 - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^{u^0} \frac{4f(y)}{4y^2 - 2y + \sigma} dy, \quad H^0 = \frac{1}{3T \sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u^0}{f(u^0)}.$$

В стандартной космологической модели принято считать максимальную плотность энергии равной планковской. При условии  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$  решение этой системы уравнений:

$$\sigma = 0.250119943, \quad u^0 = 6.119898285. \quad (3.42)$$

Результаты расчетов остальных параметров для этого случая представлены в Таблице 1.

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 5.798463086 \cdot 10^{-46} \text{ c}; \sigma = 0.250119943; u^0 = 6.119898285$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t <sub>st</sub> , c	H, c <sup>-1</sup>
6.119898285	0.7599	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362298981	0	0.850004	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853468568	-0.5	1.416151	$-9.216 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.290 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58189	1.525709	$-9.989 \cdot 10^{-56}$	$1.029 \cdot 10^{17}$	$4.593 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.76002	1.792870	$-1.223 \cdot 10^{-55}$	$8.275 \cdot 10^{16}$	$5.435 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97891	2.201837	$-1.679 \cdot 10^{-55}$	$6.051 \cdot 10^{16}$	$7.019 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.24964	2.939474	$-2.973 \cdot 10^{-55}$	$3.650 \cdot 10^{16}$	$1.089 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5776	4.831122	$-1.126 \cdot 10^{-54}$	$1.305 \cdot 10^{16}$	$2.826 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7544	7.804654	$-5.944 \cdot 10^{-54}$	$4.160 \cdot 10^{15}$	$8.514 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9157	24.3401	$-8.520 \cdot 10^{-52}$	$1.959 \cdot 10^{14}$	$1.739 \cdot 10^{-15}$
0.250119943	-1,9986	$1.740781 \cdot 10^{11}$	$-1.062 \cdot 10^6$	$7.092 \cdot 10^{-16}$	$4.702 \cdot 10^{14}$
0.146531432	-0.5	$9.818436 \cdot 10^{20}$	$-1.223 \cdot 10^{67}$	$4.071 \cdot 10^{-45}$	$4.943 \cdot 10^{43}$
0.137701018	0	$1.017771 \cdot 10^{21}$	$-1.787 \cdot 10^{67}$	$3.361 \cdot 10^{-45}$	$5.174 \cdot 10^{43}$
0.125059971	1	$1.058713 \cdot 10^{21}$	$-2.801 \cdot 10^{67}$	$2.610 \cdot 10^{-45}$	$5.289 \cdot 10^{43}$
0	$\infty$	$1.172766 \cdot 10^{21}$	$-2.069 \cdot 10^{68}$	0	0
$\rho_{gr\max} = 10^{46} \text{ Г} \cdot \text{см}^{-1} \text{ c}^{-2}; T\sqrt{\gamma_{\min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ c}; \sigma = 0.2505961314; u^0 = 6.117403956$					
u	q	z	${}^3R, \text{cm}^{-2}$	t-t <sub>st</sub> , c	H, c <sup>-1</sup>
6.117403956	0.75982	0	$-4.382 \cdot 10^{-56}$	$4.358 \cdot 10^{17}$	$2.181 \cdot 10^{-18}$
1.362007273	0	0.849896	$-6.309 \cdot 10^{-56}$	$1.876 \cdot 10^{17}$	$3.074 \cdot 10^{-18}$
0.853131610	-0.5	1.416264	$-9.219 \cdot 10^{-56}$	$1.129 \cdot 10^{17}$	$4.291 \cdot 10^{-18}$
0.8	-0.58133	1.525121	$-9.987 \cdot 10^{-56}$	$1.030 \cdot 10^{17}$	$4.592 \cdot 10^{-18}$
0.7	-0.75929	1.792084	$-1.222 \cdot 10^{-55}$	$8.282 \cdot 10^{16}$	$5.432 \cdot 10^{-18}$
0.6	-0.97792	2.200602	$-1.678 \cdot 10^{-55}$	$6.058 \cdot 10^{16}$	$7.014 \cdot 10^{-18}$
0.5	-1.2482	2.936815	$-2.969 \cdot 10^{-55}$	$3.656 \cdot 10^{16}$	$1.088 \cdot 10^{-17}$
0.4	-1.5753	4.819468	$-1.120 \cdot 10^{-54}$	$1.313 \cdot 10^{16}$	$2.810 \cdot 10^{-17}$
0.35	-1.7514	7.757364	$-5.828 \cdot 10^{-54}$	$4.230 \cdot 10^{15}$	$8.381 \cdot 10^{-17}$
0.3	-1.9117	23.5132	$-7.317 \cdot 10^{-52}$	$2.166 \cdot 10^{14}$	$1.575 \cdot 10^{-15}$
0.250596131	-1,9929	$2.510051 \cdot 10^5$	$-4.756 \cdot 10^{-29}$	236.74	0.001413
0.146868390	-0.5	$3.483573 \cdot 10^9$	-0.0245	$9.1035 \cdot 10^{-11}$	$2.214 \cdot 10^9$
0.137992728	0	$3.611425 \cdot 10^9$	-0.0358	$7.5143 \cdot 10^{-11}$	$2.317 \cdot 10^9$
0.125298066	1	$3.757034 \cdot 10^9$	-0.0562	$5.8328 \cdot 10^{-11}$	$2.369 \cdot 10^9$
0	$\infty$	$4.162766 \cdot 10^9$	-0.4146	0	0

Таблица 1. Кинематика Пространства при двух различных значениях максимальной плотности энергии.

Там же приведены результаты аналогичного расчета, но с максимальной плотностью энергии равной той, при которой происходит электро - слабый фазовый переход. Из сравнения эти данных следует, что, по крайней мере, до космологического красного смещения

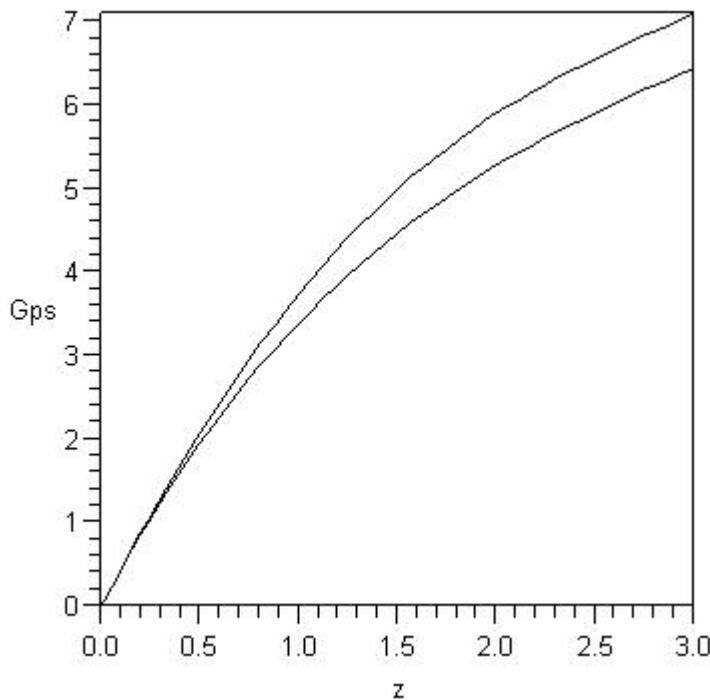
$$z(u) = \left( \sqrt{\frac{\gamma(u^0)}{\gamma(u)}} \right)^{1/3} - 1, \quad z(0.3) \approx 24, \quad (3.43)$$

результаты расчетов хорошо согласуются между собой, несмотря на отличие в величине максимальной плотности энергии более чем на шестьдесят порядков. Это обстоятельство исключает сомнения в возможности однозначного описания эволюции пространства в этом диапазоне изменения красного смещения.

Метрика (3.26) отличается от метрики Робертсона-Уокера. Тем не менее, как и в *ОТО*, в *НТТ* линии  $x^1=x^2=x^3=\text{const}$  являются геодезическими, и в каждой точке можно ввести сопутствующую систему координат, в которой определенная выше переменная  $t$  будет являться собственным временем. Соответственно для наблюдателя, находящегося в начале координат, расстояние до сопутствующей точки, как и в *ОТО*, определяется соотношением [5]:

$$d(t) = c \cdot a(t^0) \cdot \int_t^{t^0} \frac{dt}{a(t)}, \quad (3.44)$$

где  $a(t)$  – масштабный фактор. В *НТТ* фактор  $a(t) = \gamma^{1/6}(t)$  определен приведенными выше соотношениями, в *ОТО* после открытия космического ускорения он определяется в рамках  $\Lambda$ CDM – модели [5]. Параметры этой модели подбираются исходя из условия обеспечения наилучшего согласия со всей совокупностью имеющихся в настоящее время экспериментальных данных, их численные значения по состоянию на 2013 год приведены в [9].

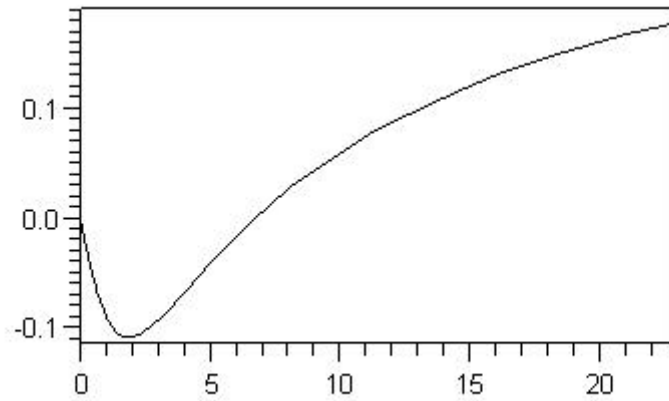


**Рисунок 1. Расстояние до объекта в зависимости от его красного смещения, расчет по (3.44) для *НТТ* и  $\Lambda$ CDM – модели.**

На рис. 1 представлены результаты расчетов расстояния до объекта (в гигапарсеках) в зависимости от его красного смещения. Верхняя кривая – расчет по *НТТ*, нижняя – расчет по  $\Lambda$ CDM – модели. В работе [9] приведена в графической форме вся имевшаяся на момент публикации совокупность данных по зависимости расстояния от красного смещения (Fig. 24.2, Fig. 26.1). Сравнение с данными [9] показывает, что обе представленные на рис. 1 зависимости лежат в пределах погрешности экспериментальных данных. Более того, как следует из приведенных на рис. 2 данных, даже будущие эксперименты такого рода вряд ли позволят сделать выбор между этими двумя зависимостями. При продолжении приведенной зависимости в область больших значений

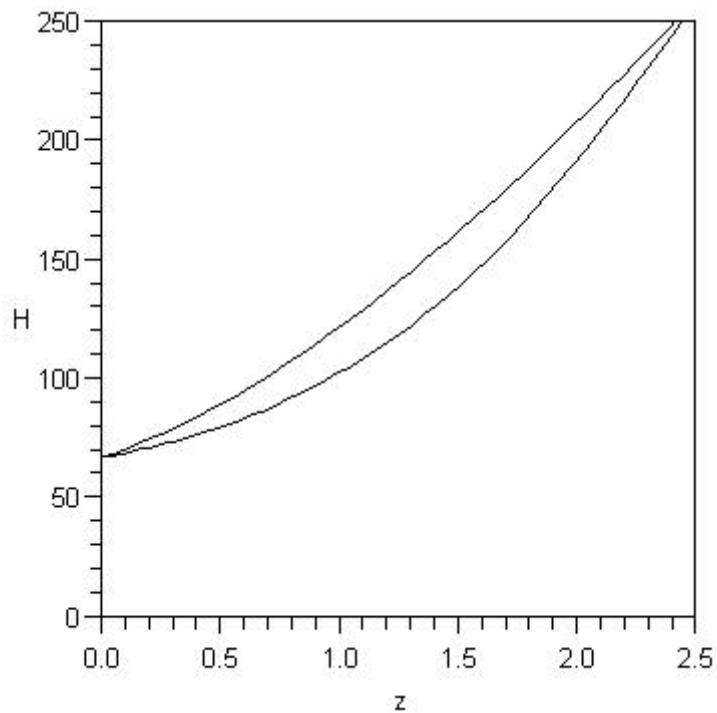


$z$  ее ход будет определяться неизвестной в настоящее время максимальной плотностью энергии гравитационного поля.



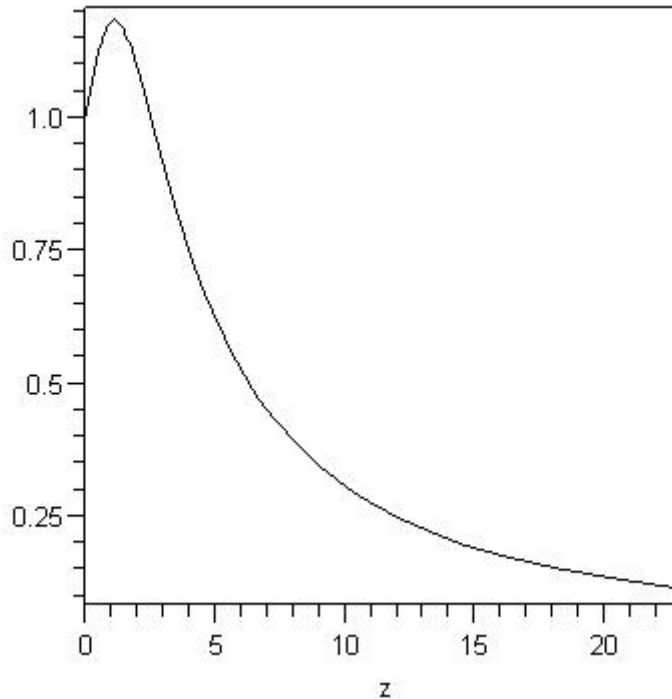
**Рисунок 2. Отклонение отношения расстояний, вычисленных по *ОТО* и *НТТ*, от единицы в зависимости от величины красного смещения.**

Малая величина отклонения связана с интегральным характером зависимости расстояния от красного смещения. Для локального параметра, такого как параметр Хаббла, ситуация иная.



**Рисунок 3. Зависимость параметра Хаббла ( $\text{км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпс}^{-1}$ ) от красного смещения. Верхняя кривая –  $\Lambda\text{CDM}$ -модель, нижняя кривая – *НТТ*.**

В этом случае, как показывает сравнение результатов расчета с экспериментальными данными ([10] Fig.4) при  $z < 2.5$  обе зависимости так же укладываются в пределы погрешности экспериментов. Однако как видно из рис. 4 при больших красных смещениях расхождение между ними увеличивается многократно. Таким образом, только одна из двух теорий может быть справедлива.



**Рисунок 4. Зависимость отношения параметра Хаббла в  $\Lambda$ CDM-модели к его значению в  $H_{TT}$**

Существенно то, что в этой области красных смещений  $H_{TT}$  не имеет свободных параметров, определяется только начальными значениями при  $z = 0$  и, как видно из Таблицы 1, справедлива вплоть до начального момента времени. В  $OTO$ , чтобы обеспечить согласие с экспериментом, в рамках  $\Lambda$ CDM-модели введены гипотезы о существовании темной энергии и темной материи. Для описания же зависимости в области больших  $z$  вводится гипотеза о существовании инфлатонов, что, однако, не исключает начальную сингулярность.

Найденное решение, описывающее однородное пространство и включающее четыре постоянных интегрирования, является единственным. В  $H_{TT}$  не существует других однородных пространств.

#### 4. Базовая модель эволюции Вселенной

Итак существует *Пространство*, единственное в своем роде материальное пространство, являющееся первоисточником всей энергии Вселенной.

Из речи, произнесенной А. Эйнштейном в 1930 году: «Мы приходим к странному выводу: сейчас нам начинает казаться, что первичную роль играет пространство; материя же должна быть получена из пространства, так сказать, на следующем этапе. Пространство поглощает материю. Мы всегда рассматривали материю первичной, а пространство вторичным. Пространство, образно говоря, берет сейчас реванш и «съедает» материю. Однако все это остается пока лишь сокровенной мечтой» [11].

Пространство представляет собой основную, но не единственную форму существования структур материи во Вселенной. Рост интенсивности гравитационного поля в процессе эволюции неизбежно приведет к появлению новых структур материи, что в свою очередь со временем может существенно повлиять на его кинематику.

Рассмотрим феноменологически влияния материи на процесс эволюции Вселенной.

Пусть в некоторый момент времени в описанном выше Пространстве рождается материя. В силу однородности и изотропности Пространства тензор энергии-импульса материи можно записать в виде  $(\varepsilon_{mat})^\nu_\mu = diag(\rho_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat}, -p_{mat})$ .

При наличии материи уравнения гравитационного поля (3.6-3.8) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00}} \frac{d\sqrt{\gamma g_{00}}}{dx^0} \right) &= 0, \\ -\frac{1}{\sqrt{g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{\gamma \sqrt{g_{00}}} \frac{d\gamma}{dx^0} \right) - \frac{1}{6g_{00}} \left( \frac{1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dx^0} \right)^2 &= \sqrt{\gamma g_{00}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{1}{g_{00} \sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) + \frac{8\pi G}{c^4} (\rho + 3p)_{mat}, \\ -\frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \sqrt{\frac{\gamma}{g_{00}}} g^{mp} \frac{dg_{km}}{dx^0} \right) \delta_k^p &= \frac{1}{\sqrt{\gamma g_{00}}} \frac{d}{dx^0} \left( \frac{\sqrt{\gamma g_{00}}}{g_{00}} \frac{d\Phi}{dx^0} \right) - \frac{8\pi G}{c^4} (\rho - p)_{mat} \delta_k^p. \end{aligned}$$

Повторяя все выкладки с учетом этих добавочных членов, вместо (3.19) получим следующее интегро-дифференциальное уравнение

$$8\gamma u \frac{du}{d\gamma} = 4u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.1)$$

где введен функционал

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) = \frac{48\pi GT^2}{c^2} \left( -\gamma(\rho + p)_{mat} + \frac{1}{4} \int_0^u (\rho - p)_{mat} \left( \frac{d\gamma}{du} \right) \frac{du}{u} \right),$$

причем предполагается, что давление и плотность энергии материи равны нулю в начальный момент времени.

Уравнения для космического ускорения, плотности энергии, давления и скалярной кривизны Пространства в этом случае также видоизменяются, вместо (3.28), (3.31), (3.35) и (3.37) получим:

$$q = 1 - \frac{3}{2u} + \frac{3\sigma}{4u^2} + \frac{3}{4u^2} M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}), \quad (4.2)$$

$$\rho_{gr} + \rho_{mat} = \frac{c^2}{24\pi GT^2} \frac{u^2}{\gamma} = \frac{3c^2 H^2(u)}{8\pi G} \equiv \rho_{cr}(u), \quad (4.3)$$

$$p_{gr} = -p_{mat} - \frac{c^2}{48\pi GT^2} \frac{1}{\gamma} \left[ 2u^2 - 2u + \sigma + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \right]. \quad (4.4)$$

$${}^3R = R_k^k = -\frac{1}{4c^2 T^2 \gamma} [(4u^2 - 2u + \sigma) + M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du})]. \quad (4.5)$$

Аксиома Гильберта предполагает, что действие всех видов материи инвариантно относительно произвольных преобразований координат. Согласно наблюдательным данным во Вселенной в настоящее время имеется: барионная материя, электромагнитное излучение и нейтрино. Эти компоненты слабо взаимодействуют между собой. В этом случае в силу аксиомы Гильберта законы «сохранения» для каждого вида материи выполняются в отдельности [6,8]

$$d\rho = -(\rho + p) \frac{d\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}}. \quad (4.6)$$

Для барионной материи давление можно считать равным нулю, для электромагнитного излучения  $p = \rho/3$ , для нейтрино аналогичное соотношение будет справедливо до тех пор, пока можно пренебречь наличием у них массы. Из (4.6) следует:

$$\rho_b = \rho_b^0 \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}}, \quad \rho_r = \rho_r^0 \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \quad \rho_v = \rho_v^0 \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}. \quad (4.7)$$

Верхним индексом отмечены значения, относящиеся к настоящему моменту времени. Достоверно известно, что плотность энергии двух первых компонентов составляет соответственно  $\Omega_b = 0.0499$  и  $\Omega_r = 5.46 \cdot 10^{-5}$  от критической плотности энергии в настоящее время [9]. Для нейтрино данные менее определенные  $\Omega_\nu < 5.52 \cdot 10^{-3}$ . Далее, чтобы оценить максимальную степень влияния материи на процесс эволюции, будет использовано именно это значение относительной плотности нейтрино.

Таким образом, на временах не слишком далеких от настоящего времени имеем следующие зависимости плотности энергии и давления материи от объемного фактора:

$$\rho_{mat} = \rho_{cr}^0 \left[ \Omega_b \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} + \Omega \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3} \right], p_{mat} = \frac{\rho_{cr}^0}{3} \Omega \left( \frac{\sqrt{\gamma^0}}{\sqrt{\gamma}} \right)^{4/3}, \Omega = \Omega_\gamma + \Omega_\nu. \quad (4.8)$$

Учитывая приближенный характер зависимостей (4.7) далее при использовании выражений включающих  $\rho_{mat}$ ,  $p_{mat}$  будем считать, что изменение объемного фактора и его производной описывается в первом приближении кинематикой Пространства (соотношения (3.19), (3.20)), а критическая плотность - соотношением (4.3). В этом приближении

$$M(u, \gamma, \frac{d\gamma}{du}) \cong w(u),$$

$$w(u) = -2u^{02} \left[ \Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{4}{3} \Omega \left( \frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] + \int_0^u \left[ \Omega_b \frac{f(u)}{f(u^0)} + \frac{2}{3} \Omega \left( \frac{f(u)}{f(u^0)} \right)^{2/3} \right] \frac{4u^{02} du}{4u^2 - 2u + \sigma} \quad (4.9)$$

Подставляя (4.9) в (4.1), получим уравнение, описывающее эволюцию Вселенной с учетом наличия материи. Решение этого уравнения может быть записано в квадратурах.

$$\sqrt{\frac{\gamma(u)}{\gamma_{\min}}} = \psi(u) = \exp \left( \int_0^u \frac{4udu}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} \right). \quad (4.10)$$

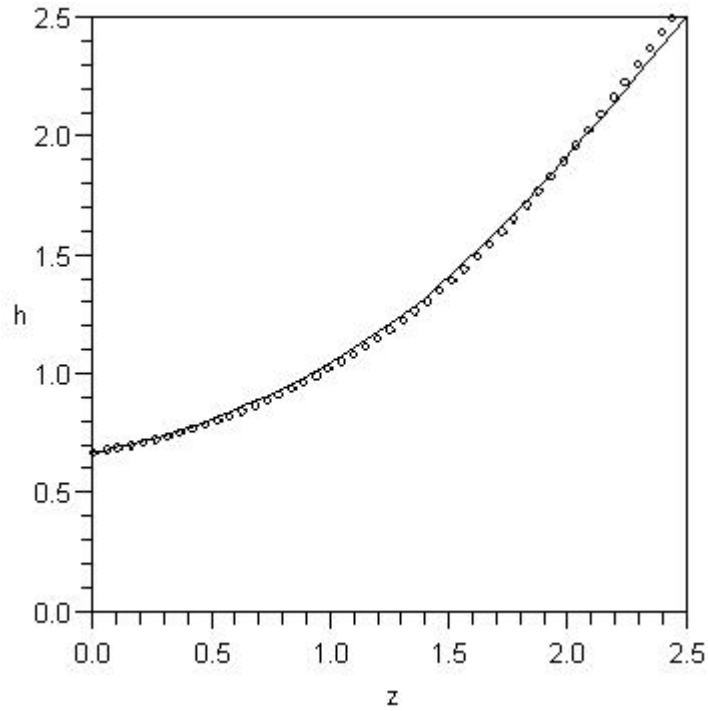
$$t - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^u \frac{4\psi(u) du}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)}. \quad (4.11)$$

Фигурирующая в этих соотношениях постоянная  $\sigma$  подобно тому, как это было сделано в предыдущем разделе, должна определяться вместе со значением  $u^0$  из условия равенства вычисленного времени существования Вселенной и параметра Хаббла их наблюдаемым в настоящий момент значениям.

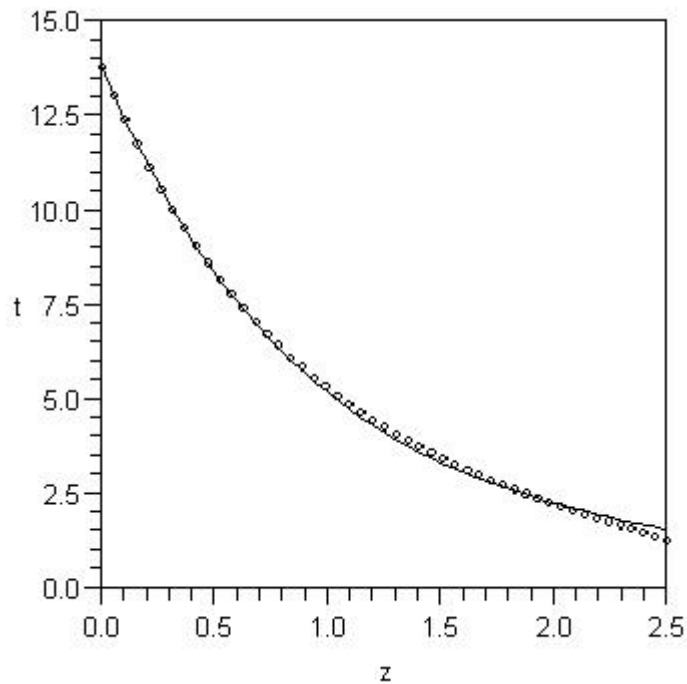
$$t^0 - t_{st} = T \sqrt{\gamma_{\min}} \int_0^{u^0} \frac{4\psi(u)}{4u^2 - 2u + \sigma + w(u)} du, H^0 = \frac{1}{3T \sqrt{\gamma_{\min}}} \frac{u^0}{\psi(u^0)}. \quad (4.12)$$

$\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}; T \sqrt{\gamma_{\min}} = 5.798463086 \cdot 10^{-46} \text{ с}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_\nu = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.027..; \sigma = 0.25011930..$
$\rho_{gr\max} = 10^{46} \text{ г} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}; T \sqrt{\gamma_{\min}} = 1.296575763 \cdot 10^{-11} \text{ с}; \Omega_b = 0.0499; \Omega_\gamma = 5.46 \cdot 10^{-5}; \Omega_\nu = 5.52 \cdot 10^{-3}$
$u^0 = 7.024..; \sigma = 0.25058907..$

Таблица 2. Решения уравнений (4.12) ( $t^0 - t_{st} = 4.355 \cdot 10^{17} \text{ с}$ ,  $H^0 = 2.181 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$ ) при двух значениях максимальной плотности энергии.

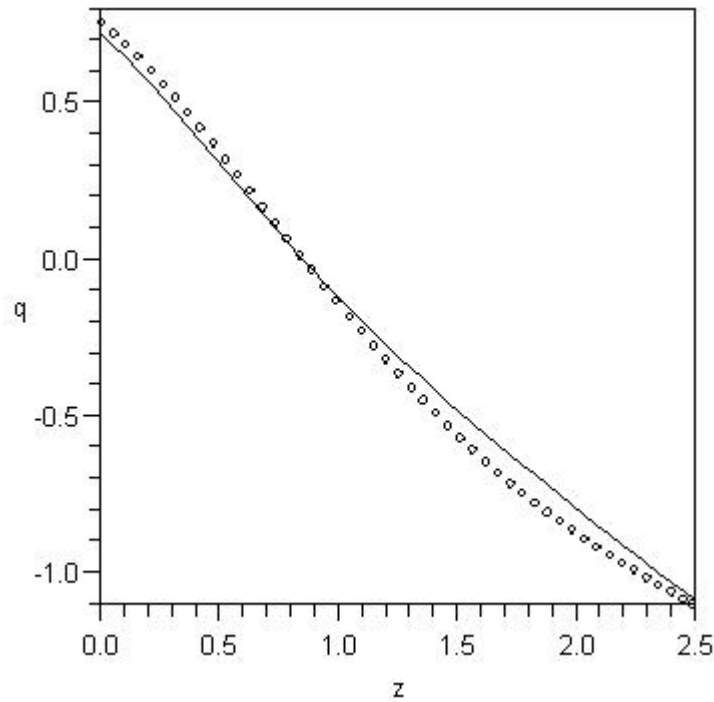


**Рисунок 5.** Результаты расчета зависимости параметра Хаббла ( $H=100 \cdot h \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпс}^{-1}$ ) от красного смещения с учетом (сплошная линия) и без учета (точки) наличия материи,  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .



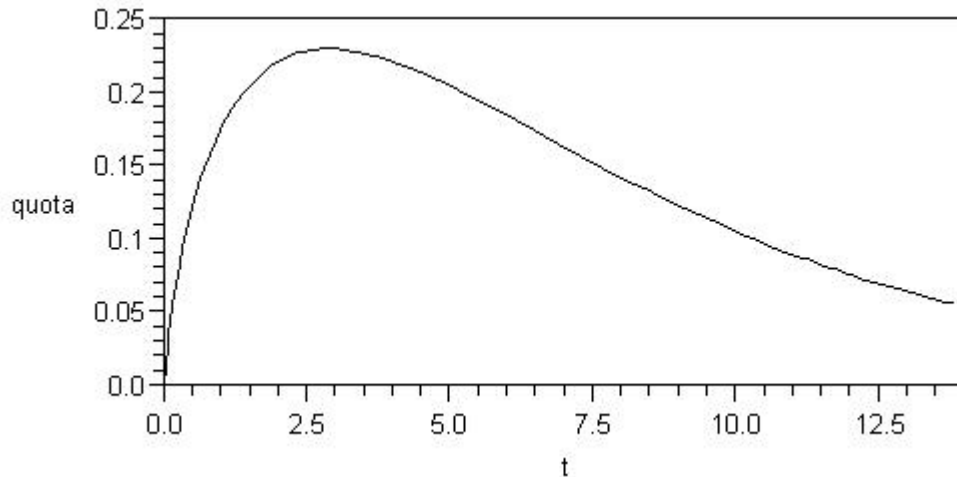
**Рисунок 6.** Рассчитанный возраст объекта (в миллиардах лет) в зависимости от его наблюдаемого красного смещения с учетом (сплошная линия) и без учета (точки) наличия материи,  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .

Принимая во внимание приведенные в предыдущем разделе данные, можно сделать вывод о том, что в диапазоне красных смещений менее 2.3 влияние предыстории на дальнейший ход приведенных зависимостей незначительно. Внутри этого диапазона ход зависимости может быть восстановлен по одному достоверному значению.



**Рисунок 7. Результаты расчета зависимости космического ускорения от красного смещения с учетом (сплошная линия) и без учета (точки) наличия материи,  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .**

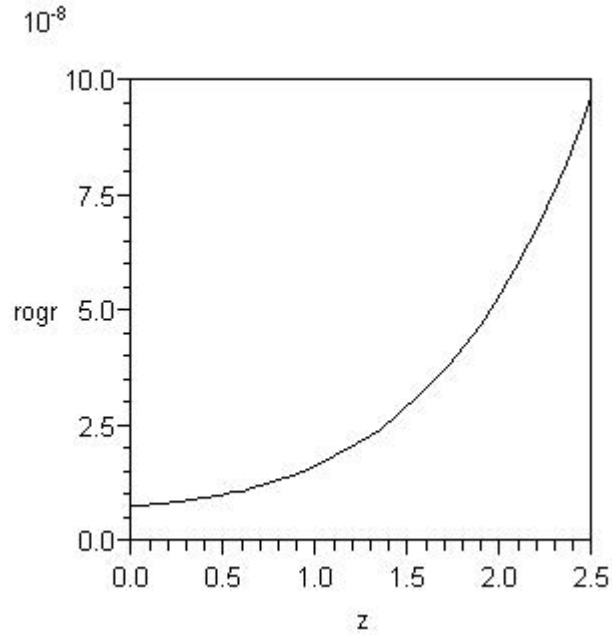
Рождение материи не приводит к заметному изменению времени смены эпох замедления – ускорения. Такое поведение приведенных зависимостей связано с малой долей энергии материи в ее общем количестве.



**Рисунок 8. Зависимость отношения средней плотности энергии материи к плотности энергии во Вселенной в зависимости от времени (в миллиардах лет),  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .**

Максимальная доля энергии материи не превышает 0.2324, в настоящее время эта величина составляет менее 0.055 и продолжает уменьшаться со временем. В отличие от *ОТО*, где плотность энергии материи неограниченно возрастает при уменьшении времени, в *НТТ* она достигает максимума, а затем уменьшается, стремясь к нулю при приближении к начальному моменту времени.

Остальная и основная часть энергии это энергия гравитационного поля. Именно эта энергия, равномерно распределенная в пространстве, а не темная материя проявляется в характере зависимостей кривых вращения гравитационно-связанных объектов.



**Рисунок 9. Зависимость плотности энергии гравитационного поля (эрг·см<sup>-3</sup>) от красного смещения в месте нахождения наблюдаемых гравитационно-связанных объектов,  $\rho_{gr\max} = \varepsilon_{pl}$ .**

Таким образом, в *НТТ* в отличие от *ОТО* для описания особенностей эволюции Вселенной не требуется вводить какие либо новые формы материи помимо уже известных форм.

### 5. Статическая изотропная метрика

Рассмотрим статическую сферически-симметричную метрику. Наиболее общее выражение для пространственно-временного интервала унимодулярным преобразованием координат может быть приведено к виду [6]:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - \frac{G(r)}{r^2}(\bar{x} \cdot d\bar{x})^2 - C(r)(d\bar{x} \cdot d\bar{x})$$

Связь (2.1) инвариантна относительно таких преобразований, но теперь, в отличие от *ОТО*, ее наличие не позволяет уменьшить количество искомых компонент метрики до двух.

Используя символы Кронекера  $\delta_{mn}$ , запишем метрический тензор  $g_{\mu\nu}$  в виде:

$$g_{00} = F(r), \quad g_{0m} = 0, \quad g_{mn} = -C(r) \cdot \delta_{mn} - G(r) \frac{x_m x_n}{r^2}, \quad x_m = x^m, \quad (5.1)$$

$$g(r) = \det g_{\mu\nu} = -FC^2(C + G).$$

Тензор  $g^{\mu\nu}$  обратный метрическому тензору:

$$g^{00} = \frac{1}{F(r)}, \quad g^{0m} = 0, \quad g^{mn} = -\frac{1}{C(r)} \delta^{mn} + \frac{G(r)}{C(C + G)} \frac{x^m x^n}{r^2}. \quad (5.2)$$

$$g_{mn} g^{nk} = \delta_m^k.$$

При наличии связи (2.1) удобнее исходить не из уравнений, получаемых при варьировании действия по компонентам метрики, а выбрать в качестве одной из варьлируемых функций  $\Delta(r) = \sqrt{-g(r)}$ .

Связь дает следующий вклад в действие:

$$\Lambda = \frac{\partial \Phi}{\partial x^\mu} g^{\mu\nu} \frac{1}{2g} \frac{\partial g}{\partial x^\nu} = -\frac{\Phi'(r)g'(r)}{2(C+G)g} = -\frac{\Phi'(r)\Delta'(r)}{\Delta^3} FC^2 \quad (5.3)$$

(Штрих здесь и далее обозначает дифференцирование по  $r$ ).

Остальные члены можно найти, используя известные результаты расчетов [6,8]. Скалярная кривизна и элемент объема общековариантны, поэтому их можно вычислить, используя «сферические» координаты.

В «сферических» координатах пространственно-временной интервал:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - G(r)dr^2 - C(r)(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2).$$

По аналогии со «стандартной» формой [6] запишем его следующим образом:

$$ds^2 = F(r)(dx^0)^2 - A(r)dr^2 - r^{*2}(r)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (5.4)$$

где  $A(r)=G(r)+C(r)$ ,  $r^*(r)=rC^{1/2}(r)$ .

Для данной метрики неисчезающие компоненты связности несколько отличаются от соответствующих компонент «стандартной» формы [6]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{tr}^t = \Gamma_{rt}^t &= \frac{F'}{2F}, & \Gamma_{rr}^r &= \frac{A'}{2A}, & \Gamma_{\theta\theta}^r &= -\frac{r^* r^{*'}}{A}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^r &= -\frac{r^* r^{*'} \sin^2 \theta}{A}, & \Gamma_{tt}^r &= \frac{F'}{2A}, \\ \Gamma_{r\theta}^\theta = \Gamma_{\theta r}^\theta &= \frac{r^{*'}}{r^*}, & \Gamma_{\varphi\varphi}^\theta &= -\sin \theta \cos \theta, & \Gamma_{\varphi r}^\varphi = \Gamma_{r\varphi}^\varphi &= \frac{r^{*'}}{r^*}, & \Gamma_{\theta\theta}^\varphi = \Gamma_{\varphi\theta}^\varphi &= \operatorname{ctg} \theta. \end{aligned}$$

Соответственно этому изменяется выражение для тензора кривизны.

Используя выражения для компонент связности, найдем скалярную кривизну:

$$R = \frac{1}{2F} \left( \frac{F'}{A} \right)' + \frac{1}{2A} \left( \frac{F'}{F} \right)' + \frac{2}{r^{*2}} \left( \frac{r^* r^{*'}}{A} \right)' + \frac{2}{A} \left( \frac{r^{*'}}{r^*} \right)' - \frac{2}{r^{*2}} + \frac{2}{A} \left[ \left( \frac{r^{*'}}{r^*} \right)^2 + \frac{r^{*'} F'}{r^* F} \right].$$

Выделяя дивергентный член, можно записать ее в виде:

$$R = \frac{1}{r^{*2} \sqrt{AF}} \frac{d}{dr} \left[ r^{*2} \sqrt{AF} \left( \frac{F'}{AF} + \frac{4r^{*'}}{r^* A} \right) \right] - 2 \left[ \frac{r^{*'} F'}{r^* AF} + \frac{1}{A} \left( \frac{r^{*'}}{r^*} \right)^2 + \frac{1}{r^{*2}} \right]. \quad (5.5)$$

Действие для гравитационного поля:

$$S_{gr} = -\frac{c^3}{16\pi G} \int (R + \Lambda) \sqrt{AF} r^{*2} \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Подставляя сюда выражение (5.5) для  $R$  и (5.3) для  $\Lambda$ , опуская дивергентный член и учитывая, что  $A = \Delta^2 / FC^2$ , получим:

$$S_{gr} = \frac{c^3}{8\pi G} \int \left( \frac{\Delta}{r^{*2}} + \frac{r^{*2} F}{\Delta r^4} (r^{*'})^2 + \frac{1}{\Delta r^4} r^{*3} r^{*'} F' + \frac{\Phi' \Delta' r^{*4} F}{2\Delta^2 r^4} \right) r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi dx^0.$$

Вместо  $r$  введем переменную  $\xi = r^3$ , тогда действие примет вид:

$$S_{gr} = \frac{3c^3}{8\pi G} \int \left( \frac{\Delta}{9r^{*2}} + \frac{Fr^{*2}}{\Delta} \left( \frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{\Delta} r^{*3} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} + \frac{Fr^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Phi}{d\xi} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) d\xi \sin \theta d\theta d\varphi dx^0.$$

Из принципа наименьшего действия найдем уравнения гравитационного поля в свободном от материи пространстве:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^{*4} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.6)$$

$$\frac{1}{9r^{*2}} - \frac{r^{*2}}{\Delta^2} \left( \frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 F - \frac{r^{*3}}{\Delta^2} \frac{dr^*}{d\xi} \frac{dF}{d\xi} - \frac{1}{2\Delta^2} \frac{d}{d\xi} \left( r^{*4} F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = 0, \quad (5.7)$$

$$\frac{r^{*2}}{\Delta} \left( \frac{dr^*}{d\xi} \right)^2 - \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^{*3}}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) + \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0, \quad (5.8)$$



$$-\frac{2\Delta}{9r^{*3}} - 2r^* \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^* F}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - r^{*3} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2 \frac{r^{*3} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi} = 0. \quad (5.9)$$

Из уравнения (5.6) следует:

$$\frac{r^{*4} F}{\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} = \alpha, \quad (5.6')$$

где  $\alpha$  – постоянная с размерностью длины.

Умножим уравнение (5.7) на  $2\Delta$ , вычтем из результата - (5.8), умноженное на  $2F$ , и сложим результат с уравнением (5.9), умноженным на  $r^*$ , после несложных преобразований приведем уравнение к виду:

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{r^{*4}}{\Delta} \left( \frac{dF}{d\xi} + F \frac{d\Phi}{d\xi} \right) \right] = 0.$$

Отсюда следует:

$$\frac{r^{*4} F}{\Delta} \left( \frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} \right) = \beta,$$

где  $\beta$  – еще одна постоянная с размерностью длины. Используя (5.6') это уравнение можно записать в виде:

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} = \sigma \frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\xi}, \quad \sigma = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Учитывая, что функция  $\Phi(r)$  определена с точностью до постоянной, найдем:

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}). \quad (5.7')$$

Уравнение (5.8) перепишем следующим образом:

$$\frac{1}{\Delta} \left( \frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi} \right) = \frac{r^{*4}}{2\Delta^2} \frac{d\Delta}{d\xi} \frac{d\Phi}{d\xi}.$$

После подстановки этого выражения в уравнение (5.9) оно примет вид:

$$r^{*4} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{1}{\Delta} \frac{dF}{d\xi} \right) + 2r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{Fr^*}{\Delta} \frac{dr^*}{d\xi} \right) - 4 \left[ \frac{1}{\Delta} \left( \frac{r^* dr^*}{d\xi} \right)^2 + r^{*2} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi} \right) \right] F + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0$$

Это уравнение эквивалентно следующему:

$$\frac{d}{d\xi} \left[ \frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) \right] + \frac{2\Delta}{9r^{*2}} = 0.$$

Интегрируя это уравнение по  $\xi$ , получим:

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) - \beta_1 \frac{\Delta}{r^{*6}} + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0,$$

где  $\beta_1 = \left[ \frac{r^{*6}}{\Delta} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) \right]_{\xi=0}$  – еще одна постоянная с размерностью длины. Для метрики

Минковского эта постоянная равна нулю. Положим далее  $\beta_1=0$  для того, чтобы метрика Минковского могла быть решением данной системы уравнений (в случае, когда константа  $\alpha$  равна нулю).

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{F}{r^{*2}} \right) + \frac{2}{9} \frac{\Delta}{r^{*6}} \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi = 0. \quad (5.9')$$

Интегрируя еще раз, представим функцию  $F(r)$  в виде:

$$F = \frac{2}{9} r^{*2} \int_\xi^\infty \left( \int_0^\xi \frac{\Delta}{r^{*2}} d\xi \right) \frac{\Delta}{r^{*6}} d\xi.$$

Преобразуем уравнение (5.8). Введем обозначение

$$U = \frac{r^* dr^*}{\Delta d\xi},$$

и подставим выражения для производных  $\Delta$  и  $\Phi$  из уравнений (5.6') и (5.7'), тогда уравнение (5.8) можно записать в виде:

$$U^2 + r^* U \frac{dU}{dr^*} = \frac{\alpha U}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*},$$

$$V = \frac{1}{3r^* U}, \quad \frac{d}{dr^*} \frac{1}{V} = \frac{3\alpha}{2r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*}. \quad (5.8')$$

Переходя во всех соотношениях от производных по  $\xi=r^3$  к производным по  $r^*$  и вводя безразмерные координаты  $r/\alpha$  и  $r^*/\alpha$  (сохраняя для них прежние обозначения  $r$  и  $r^*$ ) исходную систему уравнений можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{\Delta} \frac{d\Delta}{dr^*} = \frac{3V(r^*)}{Fr^{*2}}, \quad (5.10)$$

$$V(r^*) = \frac{1}{1 - \frac{3}{2} \int_{r^*_{min}}^{\infty} \frac{1}{r^* F} \frac{d\Phi}{dr^*} dr^*}, \quad \Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad (5.11)$$

$$F(r^*) = 2r^{*2} \int_{r^*_{min}}^{\infty} \left( \int_{r^*_{min}}^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{1}{r^{*4}} V(r^*) dr^*. \quad (5.12)$$

$$\frac{\Delta(r^*) r^2}{r^{*2}} \frac{dr}{dr^*} = V(r^*). \quad (5.13)$$

Отличное от нуля значение  $r^*_{min} = r^*(0)$  означает, вообще говоря, наличие *края* у пространственно-временного многообразия.

Рассмотрим поведение метрики при  $r^*_{min} = 0$  и малых значениях  $r^*$ . Из (5.12) следует, что если существует интеграл

$$2 \int_0^{\infty} \left( \int_0^{r^*} V(r^*) dr^* \right) \frac{V(r^*)}{r^{*4}} dr^* = b > 0, \quad (5.14)$$

то при малых  $r^*$  функция  $F(r^*) \approx b \cdot r^{*2}$ . Тогда полагая  $V(r^*) \approx b_1 \cdot r^{*\nu} \geq 0$ ,  $\Delta(r^*) \approx b_2 \cdot r^{*\delta} \geq 0$  и подставляя эти выражения в (5.8', 5.10), получим:

$$\nu = 3, \quad b_1 = \frac{2b}{2 - \sigma\delta}, \quad \delta = \frac{6}{2 - \sigma\delta} > 0. \quad (5.15)$$

Из последнего соотношения следует:

$$\delta = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}.$$

поэтому  $\sigma \leq 1/6$ .

Интегрируя уравнение (5.13) найдем при малых значениях  $r, r^*$ :

$$r^3(r^*) = 3 \int_0^{r^*} \frac{V(r^*)}{\Delta(r^*)} r^{*2} dr^* \approx 3 \frac{b_1}{b_2} \int_0^{r^*} r^{*(5-\delta)} dr^*. \quad (5.16)$$

Последний интеграл существует только при  $\delta < 6$ . В этом случае

$$\delta = \frac{1 - \sqrt{1 - 6\sigma}}{\sigma}, \quad \sigma < \frac{1}{6}. \quad (5.17)$$

Рассмотрим теперь выражение для энергии статического изотропного гравитационного поля (см. Приложение I). В этом случае

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[ \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d \ln(F \Delta^{-\sigma})}{dr^*} \Big|_{r^*_{min}}^{r^* \rightarrow \infty} - 3 \ln F \Delta^{-\sigma}(r^*_{min}) \right]. \quad (\text{П.8})$$

Последний член в этом соотношении имеет логарифмическую особенность при  $r^*_{min}=0$ . Энергия будет иметь конечное значение лишь при  $r^*_{min} \neq 0$ , то есть при *наличии края*. Это возможно, только при значении  $\sigma \geq 1/6$ .

Величина  $r^*_{min}$  является независимым параметром и для её определения необходимы добавочные соображения. Положим, во-первых, в соответствии с *принципом Маха*, что инертная масса  $M_{in}$  связана с полной энергией гравитационного поля  $E$  вне края формулой Эйнштейна  $E=M_{in}c^2$ . Во-вторых, в соответствии с *экспериментальными данными* примем, что эта инертная масса должна совпадать по величине с массой гравитационной  $M_{in}=M_{gr}$ . И, наконец, на основании *принципа соответствия с ОТО* положим при больших значениях  $r^*$  коэффициент при первом члене разложения функции  $F(r^*)$  по степеням  $1/r^*$  равным отношению гравитационного радиуса к  $\alpha$

$$F(r^*) = 1 - \frac{r_{gr}}{\alpha} \frac{1}{r^*} + \dots = 1 - \frac{2M_{gr}G}{c^2 \alpha} \frac{1}{r^*} + \dots \quad (5.18)$$

В этом случае соотношение (П.8) переходит в уравнение, определяющее величину  $r^*_{min}$ .

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2r^*_{min} F(r^*_{min})}{3V(r^*_{min})} - \ln \frac{F(r^*_{min})}{\Delta^{1/6}(r^*_{min})}. \quad (5.19)$$

Решение системы уравнений (5.10) - (5.13), (5.19) можно найти методом последовательных приближений. Начиная с пробной функции  $V^{(0)}(r^*)$  и выбранном начальном значении  $r^*_{min}$  можно найти в первом приближении из (5.12) функцию  $F^{(0)}(r^*)$ , а затем из (5.10) -  $\Delta^{(0)}(r^*)$  и новое значение  $V^{(1)}(r^*)$  из (5.11). Продолжаем этот процесс до получения на N-ом шаге значений искомых функций с требуемой точностью. Значение размера  $r^*_{min}$  найдем из уравнения (5.19). А затем из уравнения (5.13) найдем функцию  $r(r^*)$ .

Построим пробную функцию. Если при больших значениях  $r^*$  справедливо (5.18), то тогда из (5.10, 5.11) следует  $V(r^*) \approx 1 - v/r^{*2} + \dots$ . Поскольку при наличии края поведение искомых функций при малых значениях  $r^*$  не определено, естественно предположить, что относительный размер  $r^*_{min}$  больше единицы. При  $r^*_{min} \geq 1$ , зададим пробную функцию следующим образом:

$$V^{(0)}(r^*) = 1 - v/r^{*2}. \quad (5.20)$$

Подставляя это выражение в (5.12), найдем

$$F^{(0)}(r^*) = 1 - \frac{2}{3} \left( r^*_{min} + \frac{v}{r^*_{min}} \right) \frac{1}{r^*} + \frac{2}{5} \left( r^*_{min} + \frac{v}{r^*_{min}} \right) \frac{v}{r^{*3}} - \frac{v^2}{3} \frac{1}{r^{*4}}. \quad (5.21)$$

В этом приближении, исходя из принципа соответствия, получим

$$\frac{r_{gr}}{\alpha} = \frac{2}{3} \left( r^*_{min} + \frac{v}{r^*_{min}} \right). \quad (5.22)$$

Постоянную величину  $v$  можно выбрать так, чтобы в точке  $r^*=r^*_{min}$  значения пробной функции и первого приближения совпадали  $V^{(0)}(r^*_{min}) = V^{(1)}(r^*_{min})$ . Подставляя (5.20), (5.21) в (5.10), найдем

$$\ln \Delta^{(0)}(r^*) = -3 \int_{r^*}^{\infty} \frac{V^{(0)}(r^*)}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} dr^*, \quad (5.23)$$

а затем из (5.11)

$$V^{(1)}(r^*) = \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{1}{r^* F^{(0)}(r^*)} - \frac{3}{2} \int_{r^*}^{\infty} \left( 1 + \frac{V^{(0)}(r^*)}{2r^* F^{(0)}(r^*)} \right) \frac{dr^*}{(r^*)^2 F^{(0)}(r^*)} \right)^{-1}. \quad (5.24)$$

В этом случае

$$v = (1 - V^{(1)}(r_{min}^*)) r_{min}^{*2}. \quad (5.25)$$

Это уравнение определяет  $v$  в зависимости от  $r_{min}^*$ .

В более высоких приближениях при вычислениях использовались сплайн аппроксимации. После пяти последовательных приближений, решая уравнение (5.19), найдем (при использовании в расчетах шести интервалов) с погрешностью в доли процента

$$r_{min}^* \approx 1.74.$$

Это значение, как и предполагалось, больше единицы. В размерном виде

$$r_{min}^* \approx 0.935 r_{gr}.$$

Результаты расчетов представлены в Таблице 3.

$\sigma=1/6 ; x_{max}=0.575 ; r_{gr}/\alpha=1.859$				
$x=\alpha/r^*$	$V(x)$	$F(x)$	$\Delta(x)$	$C^{-1/2}(x)=r(x)/r^*$
0	1	1	1	1
0.1	0.9875	0.8160	0.7184	1.1792
0.2	0.9346	0.6381	0.4814	1.3523
0.3	0.8202	0.4746	0.2980	1.4556
0.4	0.6471	0.3386	0.1721	1.4378
0.5	0.4596	0.2366	0.0962	1.2288
0.575	0.3413	0.1813	0.0543	0

Таблица 3. Решение системы уравнений (5.10..5.13) при значении  $\sigma=1/6$ .

Значение одной из метрических функций -  $C(r)$  неограниченно возрастает при приближении к краю, однако детерминант метрического тензора и все инварианты тензора Римана при этом ограничены. Действительно, тензор Римана общековариантен, а в сферической системе координат (5.4) метрика особенностей не имеет.

Расчеты проведены при  $\sigma=1/6$ . В общем случае решение будет существовать и при значениях  $\sigma$ , лежащих в некотором интервале, примыкающем к этому значению. В диапазоне допустимых значений параметр  $\sigma$  может быть выбран произвольно, поэтому, при одинаковых значениях полной энергии, распределения полей в области порядка гравитационного радиуса будут различаться между собой.

Таким образом, при наличии связи (2.1) имеется несингулярное стационарное частице - подобное распределение центрально-симметричного гравитационного поля, для которого выполняется равенство инертной (определенной в соответствии с принципом Маха) и гравитационной массы. Горизонт, присутствовавший в решении уравнений ОТО для центрально-симметричного пустого пространства, в этом случае отсутствует.

## 6. Заключение

В случае НТТ по сравнению с ОТО технически гораздо сложнее развить гамильтонов формализм. Однако две особенности изложенной теории открывают новые перспективы в каноническом квантовании гравитации. Во-первых, в НТТ уменьшается количество первичных связей. В связи с этим снимается проблема «замороженного формализма». Кроме того ввиду отсутствия сингулярностей, можно рассчитывать на получение конечных результатов даже при наличии в теории размерной константы связи.

### Приложение I. Энергия статического изотропного гравитационного поля.

В отсутствии материи в силу тождества Бианки плотность энергии гравитационного поля  $T_{\mu}^{\nu}$  должна удовлетворять соотношению:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left( \sqrt{-g} T_{\mu}^{\nu} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^{\mu}} T^{\lambda\rho} = 0.$$

В случае статического поля сохраняется энергия гравитационного поля:

$$E = \int \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left( \sqrt{-g} T_0^{\nu} \right) d^4x = \int T_0^{\nu} \sqrt{-g} dS_{\nu}, \quad (\text{П.1})$$

где в соответствии с (2.4)

$$T_0^{\lambda} = -\frac{c^4}{16\pi G} \left[ \delta_0^{\lambda} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left( g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\nu}} \right) - g^{\lambda\eta} \Gamma_{0\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\eta}} - g^{\lambda\eta} \Gamma_{\eta\rho}^{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial x^0} \right], \Gamma_{\lambda\rho}^{\rho} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^{\lambda}}. \quad (\text{П.2})$$

В статическом поле последние два члена в этом соотношении равны нулю и (П.1) с учетом (П.2) принимает вид:

$$E = -\frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left( g^{\mu\nu} \frac{\partial \Phi}{\partial x^{\nu}} \right) dV. \quad (\text{П.3})$$

Подставляя сюда выражения для компонент метрического тензора из (5.2) получим:

$$E = \frac{c^4}{16\pi G} \int \sqrt{-g} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{C+G} \frac{d\Phi}{dr} \right) dV = \frac{c^4}{4G} \left[ \int_0^{\infty} \sqrt{-g} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2}{(C+G)} \frac{d\Phi}{dr} \right) dr \right]. \quad (\text{П.4})$$

Учтем теперь, что по определению, а также в силу соотношения (5.13)

$$C(r^*) + G(r^*) = \frac{r^4 (\sqrt{-g})^2}{r^{*4} F(r^*)}, \quad r^2 dr = \frac{V(r^*)}{\sqrt{-g}} r^{*2} dr^*. \quad (\text{П.5})$$

Подставляя эти выражения в (П.4) и переходя к безразмерной координате  $r^*/\alpha$ , получим:

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[ \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*)} \frac{d\Phi}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - \int_{r^*_{\min}}^{\infty} \frac{r^{*2} F(r^*)}{V(r^*) \sqrt{-g}} \frac{d\Phi}{dr^*} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} dr^* \right]. \quad (\text{П.6})$$

В силу соотношений (5.7'), (5.10)

$$\Phi = -\ln(F\Delta^{-\sigma}), \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{d\sqrt{-g}}{dr^*} = \frac{3V}{r^{*2} F}, \quad \Delta = \sqrt{-g}. \quad (\text{П.7})$$

С учетом этих соотношений

$$E = \frac{c^4 \alpha}{4G} \left[ -\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} - 3 \ln F \Delta^{-\sigma} (r^*_{\min}) \right]. \quad (\text{П.8})$$

В соотношении фигурируют граничные значения производной функции  $F(r^*)$ .

Учитывая поведение полей на бесконечности и тот факт, что в силу соотношения (5.12) при  $r^* = r^*_{\min}$   $dF/dr^* = 2F/r^*_{\min}$ , найдем:

$$-\frac{r^{*2}}{V(r^*)} \frac{dF}{dr^*} \Big|_{r^*_{\min}}^{r^* \rightarrow \infty} = -\frac{r_{gr}}{\alpha} + \frac{2F(r^*_{\min}) r^*_{\min}}{V(r^*_{\min})}. \quad (\text{П.9})$$

### Список литературы

1. Hilbert D. Göttingen Nachrichte 3, 395, 1915.
2. Riess A. G. et al. Astron. J. 116, 1009, 1998.
3. Schmidt B. P. et al. Astrophys. J. 507, 46, 1998.
4. Perlmutter S. et al. Astrophys. J. 517, 565, 1999.
5. Вайнберг С. Космология. М.: УРСС, «ЛИБРОКОМ». 2013; Weinberg S. Cosmology. Oxford New York, 2008.
6. Вайнберг С. Гравитация и космология. «Мир», Москва. 1975; Weinberg S. Gravitation and Cosmology. MIT, 1972.
7. Кокурин Ю. Л. «Квантовая электроника» 33, №1, 45-47, 2003.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., «Наука», 1973; Landau L.D., Lifshitz E.M. The classical theory of fields. V.2. Pergamon Press, 1971.
9. Beringer J. et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D86, 010001, 2012.
10. Spergel D. N. et al. Astrophys. J. 5, 2007; arXiv:astro-ph/0603449v.2, 2007.
11. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 2. М., «Наука», 243, 1966; Einstein A. Science, 71, 608-609, 1930.