피타고라스의 수에 관한 새로운 공식

New formula on Pythagorean triple

DaeHyeon KANG
전라북도 진안군
e-mail : samplemoon@korea.kr

초록

Abstract

피타고라스 수에 관한 공식-유클리드의 공식이 간단하고 기본적인 공식이기는 하나, 이 공식으로 피타고라스 수를 도출하는데 불편하여 새로운 공식을 찾아내었다.
Euclid's formula is fundamental and looks briefly, but We generate the pythagorean triple by this formula is not easy. therefore, I found the new formula to get the pythagorean triple easily

본 문

직각삼각형은 $a^2 + b^2 = c^2$ 관계가 성립한다는 것을 오래 전에 피타고라스가 증명하였다고하여 이를 피타고라스 정리라 부른다고 한다.

피타고라스의 수는 (a, b, c)가 각각 정수로 이루어진 3개의 수이다.
예를 들면 (3,4,5) (5,12,13) (7,24,25) (8,15,17) (20,21,29) 등이다.

유클리드 공식(Euclid's formula)은

$$a = m^2 - n^2,\ b = 2mn,\ c = m^2 + n^2 \qquad (1)$$

이런 형태인데 m,n은 정수이면서 m>n 조건을 만족하면된다.

이 유클리드 공식이 기본적이고 간단해보이지만 불편한 점이 있다.
(3,4,5) (5,12,13) (7,24,25) (9,40,41) (11,60,61) ....
위의 피타고라스 수같은 경우 a = 2n+1로 표현하면 좋은데 유클리드 공식으로 바로 간단하게 표시하기는 불편하다는 것이다.

그래서 이 공식의 형태를 바꿔보았다.

(1)식 유클리드 공식에서 m = n + k 놓아 정리하여본다.

$a=(n+k)^2-n^2,\ b=2(n+k)n\ ,\ c=(n+k)^2+n^2$

$a=n^2+2nk+k^2-n^2,\ b=2n^2+2kn\ ,\ c=n^2+2nk+k^2+n^2$

$a=2nk+k^2,\ b=2n^2+2kn\ ,\ c=2n^2+2nk+k^2$ (2)

(2)식에서 n,k 는 정수라는 조건을 갖는다.

그런데 누구나 보통 정수를 m,n 으로 표기하는 습관을 가지고 있으므로 (2)식에서 k를 m으로 바꿔 표기한다.

$a=2nm+m^2,\ b=2n^2+2mn,\ c=2n^2+2nm+m^2$ (3)

그리고 (3)식에서 당연히 m,n은 정수이다.

(3)식에서 a= 2n +1를 나타내는 것은 아주 간단하다. m=1로 놓으면 끝난다.

$a=2n(1)+(1)^2,\ b=2n^2+2(1)n,\ c=2n^2+2n(1)+(1)^2$

$a=2n+1,\ b=2n^2+2n,\ c=2n^2+2n+1$ (4)

(3)식이 유클리드 공식보다 편리하게 피타고라스 수를 찾는 새로운 공식이다.

(3)식의 장점은 2개의 변수 m,n의 1차항과 2차항이 덧셈으로 구성되었고

누구나 중·고등학교를 다니면서 배운 방정식 형태여서 친근하게 느껴진다.

독자 여러분이 피타고라스 수를 구할 때 위의 (3)식을 이용하길 바란다.