

# MODELO DE MATERIA OSCURA POR VACÍO CUÁNTICO

Autor **Manuel Abarca Hernández**  
@mabarcaher1

Febrero 2015

## ABSTRAT

Title: **Dark Matter Model by Quantum Vacuum**

The idea of the model is quite simple:

*The physical vacuum is a quantum system with a minimum energy when it is in his ground state. When the space has a gravitational field the space state increase his energy levels and the mass of the space begin to increase as well. The mass of the space would be the dark matter (D.M.).*

Model refers to the same conception about ‘vacuum’ as the Quantum Electrodynamics (QED), which consider the space full of virtual electrons and virtual positrons.

Therefore it is easy to think that there are virtual particles which feel the gravitational forces named virtual gravitons. It is logical to think that the gravitational field excites the vacuum states in a way that “the vacuum would be heavier, the more intense gravitational field”. The hypothesis of this DM model is that virtual gravitons are Dark Matter.

The paper is organised in nine parts:

The first one shows graphs about measures of spin speed stars on Andromeda galaxy and Milky Way.

The second one shows a simple mathematical model for flat galactic disks. Also it is got the density

formula 
$$\rho(r)_{Total\ Mass} = \frac{K_G}{4\pi r^2}$$

The third one studies the NFW model (Navarro, Frenk & White. 1996) for Dark Matter in bulge, disk and halo on galaxies.

The fourth one explains the model theoretically in a simple way because in my opinion the ultimate theory of DM will be explain by the Quantum Gravity, which there is not exist yet.

In the fifth one it is proved mathematically there is a function  $\varphi_{MO-NFW}(E) = g \circ f^{-1}(E)$  which connects density  $\varphi_{MO-NFW}$  with gravitational field.

The sixth one explains some consequences of Dark Matter Model on galactic haloes, such as radius and spherical or elliptical shape.

In the seventh, the Dark Matter model is extended to galactic clusters. Through the model it is justified cluster haloes in a similar way to galactic haloes. Also it is explained the Virial method and gravitational lensing method to measure cluster masses in order to check the model predictions.

In the eighth it is shows that there is coherence between DM model and experimental evidences known about DM in Bullet Cluster and other clusters.

The ninth one proposes seven experimental tests to check the model through astronomical measures.

## ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN
2. CURVAS DE ROTACIÓN GALÁCTICAS REALES
  - 2.1 CURVA DE ROTACIÓN DEL DISCO GALÁCTICO DE ANDRÓMEDA
  - 2.2 CURVA DE ROTACIÓN DE LA VÍA LÁCTEA EN EL HALO PRÓXIMO MEDIO Y LEJANO
3. MODELO SIMPLIFICADO DE LA CURVA DE VELOCIDADES EN UNA GALAXIA
  - 3.1 DENSIDAD DE MATERIA EN EL NÚCLEO, EN EL DISCO Y EN EL HALO
  - 3.2 MASAS DE LA VÍA LÁCTEA
4. FUNCIÓN DENSIDAD DE M.O. TIPO N-F-W PARA GALAXIAS
  - 4.1 DENSIDAD DE MO TIPO NFW EN LA VÍA LÁCTEA
  - 4.2 MATERIA OSCURA EN EL NÚCLEO, DISCO Y HALO DE LA VÍA LÁCTEA
  - 4.3 MASA OSCURA Y TOTAL EN EL HALO DE LA VÍA LÁCTEA
  - 4.4 VELOCIDAD DE ROTACIÓN EN EL HALO DE LA VÍA LÁCTEA
5. MODELO DE MATERIA OSCURA POR VACÍO CUÁNTICO
  - 5.1 ASIMETRÍA ENTRE MATERIA OSCURA Y MATERIA ORDINARIA O BARIÓNICA
  - 5.2 EL MODELO DE MO ES COHERENTE CON LA DENSIDAD TIPO NFW
6. RELACIÓN ENTRE LA FUNCIÓN DENSIDAD DE MASA TOTAL Y LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO EN EL DISCO GALÁCTICO
  - 6.1 INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO EN EL DISCO GALÁCTICO
  - 6.2 EXPRESIÓN DE LA DENSIDAD DE MASA EN UN PUNTO EN FUNCIÓN DE LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITACIONAL
7. DENSIDAD DE MASA EN EL MODELO DE MO TIPO N-F-W COMO FUNCIÓN DE LA INTENSIDAD  $E$  EN UN PUNTO DEL CAMPO
  - 7.1 INTENSIDAD DE CAMPO  $E$  EN EL HALO DE LA VÍA LÁCTEA COMO FUNCIÓN DE LA DISTANCIA
  - 7.2 EXISTENCIA DE LA FUNCIÓN DENSIDAD DE MO EN EL HALO DEPENDIENDO DE  $E$
8. CONSECUENCIAS DEL MODELO DE MO SOBRE LOS HALOS GALÁCTICOS
  - 8.1 HALO GALÁCTICO
  - 8.2 EL RADIO DEL HALO DE UNA GALAXIA DEPENDE DEL ENTORNO GALÁCTICO
  - 8.3 CANTIDAD TOTAL DE MO DE UNA GALAXIA
  - 8.4 LA DISTRIBUCIÓN DE MATERIA OSCURA TIENE SIMETRÍA ESFÉRICA O ELIPSOIDAL

**9 MODELO DE MO EN CÚMULOS DE GALAXIAS**

**9.1 HALO DE UN CÚMULO**

**9.2 DENSIDAD DE MO TIPO N-F-W PARA CÚMULOS GALÁCTICOS**

**9.3 TEOREMA DEL VIRIAL EN CÚMULOS DE GALAXIAS**

**9.4 EL ENIGMA DE LA MATERIA OSCURA EN CÚMULOS DE GALAXIAS**

**9.5 COMPLEJIDAD DE LA DISTRIBUCIÓN DE MO EN LOS CÚMULOS GALÁCTICOS**

**9.6 RELACIÓN ENTRE LOS HALOS DE CUMULOS VECINOS**

**10. LA MATERIA OSCURA EN EL CÚMULO BALA**

**10.1 EL MODELO DE M.O. EXPLICA LAS EXTRAÑAS PROPIEDADES DE LA M.O. EN EL CÚMULO BALA**

**11. FILAMENTOS DE MATERIA OSCURA QUE CONECTAN CÚMULOS**

**12. PRUEBAS EXPERIMENTALES PARA CONTRASTAR EL MODELO DE M.O.**

**12.1 LA VÍA LÁCTEA Y ANDRÓMEDA**

**12.2 GALAXIAS VECINAS**

**12.3 GALAXIAS SIMILARES PERTENECIENTES A CÚMULOS DIFERENTES**

**12.4 CÚMULOS DE GALAXIAS MEDIDOS CON EL TEOREMA DEL VIRIAL**

**12.5 CÚMULOS DE GALAXIAS CON MASA ORDINARIA SIMILAR Y ESTRUCTURA S**

**SIMILARES, MEDIDOS CON LA TÉCNICA DE LA LENTE GRAVITACIONAL**

**12.6 VACÍOS CÓSMICOS**

**12.7 ÓRBITAS DE PLANETOIDES TRANSNEPTUNIANOS**

**CONCLUSIÓN**

**BIBLIOGRAFÍA**

**ANEXO CURVAS DE ROTACIÓN DE VARIAS GALAXIAS**

## 1. INTRODUCCIÓN

La idea del modelo es muy sencilla:

**El vacío físico es un sistema cuántico con energía y masa mínima en su estado fundamental, es decir en ausencia de campo gravitatorio. Cuando el espacio es atravesado por un campo gravitatorio, es excitado a niveles de energía superiores comenzando a aumentar su masa, la cual depende de la intensidad de dicho campo. La masa del espacio sería la M.O.**

El modelo se refiere a la misma concepción del vacío de la Electrodinámica Cuántica (EDC). Como debe saber el lector que tenga algunas nociones sobre EDC, esta teoría considera que el espacio está repleto de los positrones virtuales o electrones virtuales.

Similarmente, de acuerdo a la Cromodinámica Cuántica el espacio está lleno de partículas virtuales llamadas gluones. Es fácil hacer la extrapolación al campo gravitatorio de forma que los gravitones virtuales serían las partículas virtuales creadas por este campo.

Este artículo postula que la Materia Oscura (M.O.) son los gravitones virtuales creados en el espacio cuando está sometido a un campo gravitatorio, de modo que el espacio sería más masivo cuanto más intenso fuera el campo gravitatorio que lo atraviesa. Podría decirse que el modelo está basado en una concepción del espacio propia de la gravedad cuántica. El problema es que como es sabido la teoría de la gravitación cuántica aún no está completada a pesar de los esfuerzos de los más brillantes físicos durante los últimos decenios.

En este trabajo, absolutamente original, el autor partiendo de una idea muy general de gravitones virtuales trata de mostrar como esas partículas que son generadas por el propio campo gravitatorio pueden explicar con coherencia las extrañas propiedades que las observaciones experimentales han constatado posee la M.O.

El artículo está organizado en nueve partes:

En la primera se muestran trabajos experimentales sobre curvas de rotación planas en el disco galáctico de Andrómeda y curvas de rotación decrecientes en el halo de la Vía Láctea.

En la segunda se presenta el modelo matemático de una curva de rotación plana en el disco galáctico y se obtiene la fórmula para la densidad de masa total  $\rho(r)_{Masa\ Total} = \frac{K_G}{4\pi r^2}$ .

En la tercera se introduce el conocido modelo NFW (Navarro, Frenk & White. 1996) sobre la función de densidad de MO,  $\varphi_{MO-NFW}(R) = \frac{\varphi_0}{X(1+X)^2}$ . Válida en el núcleo, disco y halo de cualquier galaxia.

En la cuarta parte se explica el modelo teórico de una forma heurística y simple ya que habrá de ser la Teoría de la Gravitación Cuántica la que explique los fundamentos de la MO. También se justifica que este modelo es coherente con la función densidad  $\varphi_{MO-NFW}(R)$ .

En la quinta parte se demuestra que existe una función matemática  $\varphi_{MO-NFW}(E) = g \circ f^{-1}(E)$  que expresa una dependencia funcional entre la densidad de masa MO y la intensidad del campo gravitatorio en un determinado punto del campo.

En la sexta se obtiene la fórmula del radio de los halos galácticos a través del modelo de MO y se justifica que dicho radio no solo depende de la masa bariónica y oscura de la galaxia sino también de la masa de las galaxias vecinas. También se justifican otras propiedades de los halos como su esfericidad o elipticidad.

En la séptima parte se extiende el modelo de MO a los cúmulos galácticos basándose en la hipótesis de que el mecanismo de generación de MO es universal y por tanto funciona también a escala de cúmulos de galaxias. Se introduce el concepto de halo cumular de modo análogo al halo galáctico y se presentan los métodos del teorema del Virial y de la lente gravitacional para medir masas en los cúmulos y así contrastar experimentalmente el modelo teórico.

En la octava parte se justifica la coherencia de la teoría con algunas extrañas propiedades que la MO exhibe en el cúmulo Bala y en otros cúmulos.

En la novena parte se proponen siete pruebas experimentales que servirían para contrastar experimentalmente la validez del modelo teórico.

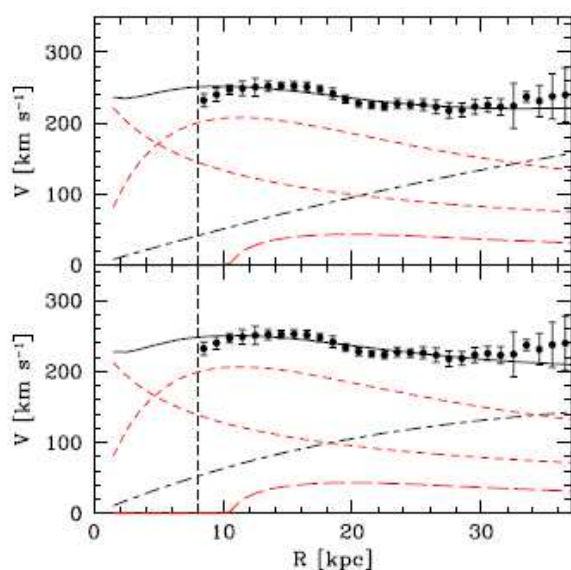
## 2. CURVAS DE ROTACIÓN GALÁCTICAS REALES

Es bien conocida la relativa planitud de las curvas de rotación galácticas en la región del disco. Ver Anexo. En él se representan las curvas reales de rotación de varias docenas de galaxias y se puede constatar que la planitud de la curva de velocidades en el disco es una aproximación aceptable.

La planitud de la curva de rotación es una de las evidencias empíricas que indican el defecto de masa visible en las galaxias. Es decir con la masa visible que existe en los discos galácticos, no es posible que las estrellas giren a la alta velocidad que lo hacen. Por ejemplo el Sol que dista unos 8 kpc del centro galáctico gira a unos 220 Km/s, y otras estrellas del disco giran a una velocidad similar aunque disten 5, 15 o 20 Kpc.

En el siguiente epígrafe se muestra curva de rotación de la galaxia de Andrómeda, que por ser la galaxia más próxima a la nuestra es la mejor estudiada.

### 2.1 CURVA DE ROTACIÓN DEL DISCO GALÁCTICO DE ANDRÓMEDA



**Fig. 12.** The M31 rotation curve (points) and the best-fitting mass models (solid line) using a Burkert dark halo profile with  $h_d = 5.1$  kpc,  $h_b = 2$  kpc and  $n=4$ . Also shown are the dark halo contribution (dot-dashed line), the stellar disk and bulge (short-dashed line) and the gas contribution (long-dashed line). In the top panel, we show the best fit mass model ( $\chi^2 = 0.81$ ) with  $(M/L)_b = 4.5 M_\odot/L_\odot$ ,  $(M/L)_d = 8.0 M_\odot/L_\odot$  and  $R_B = 77$  kpc. The case shown in the bottom panel refers to a fixed, lower value of the core radius, namely  $R_B = 28$  kpc. For this case the best fitting values of the mass-to-light ratios are  $(M/L)_b = 4.9 M_\odot/L_\odot$  and  $(M/L)_d = 7.4 M_\odot/L_\odot$  ( $\chi^2 = 1.17$ ).

Como es sabido, Andrómeda conocida técnicamente como M31, se encuentra a unos 2,5 millones de años-luz que equivalen a 770 kpc.

Sobre ella se han efectuado y se efectúan multitud de estudios llevados a cabo por prestigiosos equipos de astrofísicos.

Los puntos del gráfico representan medidas sobre velocidades de rotación en la región del disco, de 10 a 30 kpc.

En esta región, un modelo de curva plana puede considerarse una simplificación aceptable.

Hay que destacar que en esta región el campo gravitatorio está definido en proporciones comparables por la masa ordinaria y oscura.

La contribución de cada especie viene indicada por las líneas punteadas del gráfico, en cuyo pie se especifica cada una de ellas.

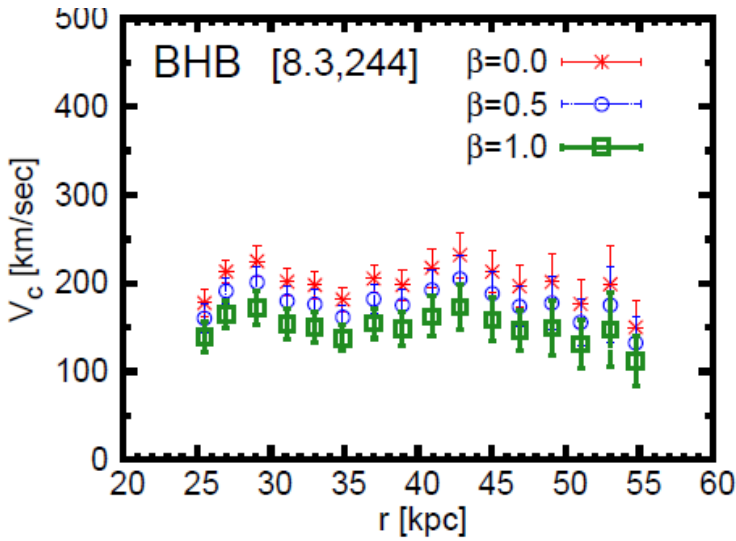
Gráficos extraídos del artículo [4]: A wide-field H I mosaic of Messier 31 (Andr6meda)

II. The disk warp, rotation and the dark matter halo.

Authors: Edvige Corbelli, Silvio Lorenzoni, Rene Waltherbos, Robert Braun, and David Thilker

Published in arXiv:0912.4133v1 [astro-ph.CO] 21 Dec 2009

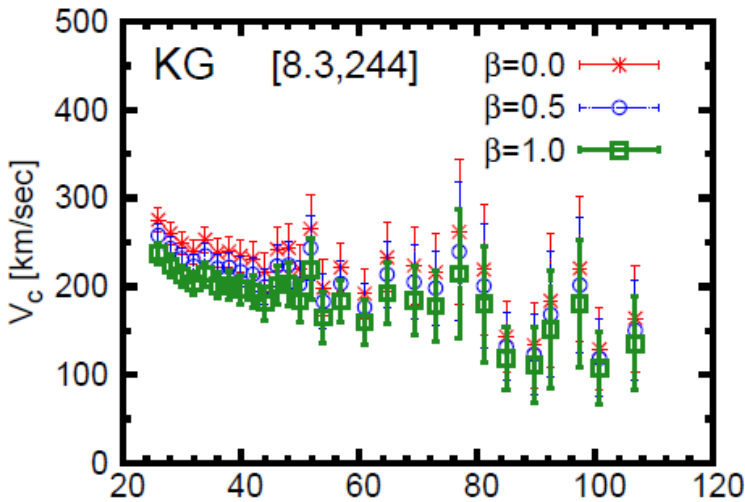
## 2.2 CURVA DE ROTACIÓN DE LA VÍA LÁCTEA EN EL HALO PRÓXIMO, MEDIO Y LEJANO



Como es sabido la Vía Láctea presenta un núcleo de unos 5 Kpc, un disco que se extiende hasta 20 Kpc y un halo que llega a más de 300 Kpc. Los gráficos, que han sido extraídos de un reciente artículo publicado en 2014, representan las mediciones de la curva de rotación en la Vía Láctea en tres regiones del halo.

Se aprecia un claro decaimiento de la velocidad a partir de los 60 kpc

Se remite al lector al artículo completo para mayor detalle.



En el mismo, los autores ajustan a tales datos una curva en la que la velocidad  $v \sim r^{-0,3}$

Como es sabido la velocidad de rotación Kepleriana es  $v \sim r^{-0,5}$ . Esto nos indica que en el halo, donde la presencia de materia ordinaria es residual, es necesaria la hipótesis de materia oscura ya que de lo contrario la velocidad tendría un decaimiento kepleriano.

En los últimos años hay una intensa labor de investigación tanto experimental como teórica entorno a la materia oscura a nivel galáctico y a escala de cúmulos galácticos.

Prueba de ellos es la abundancia de artículos publicados en las revistas científicas especializadas.

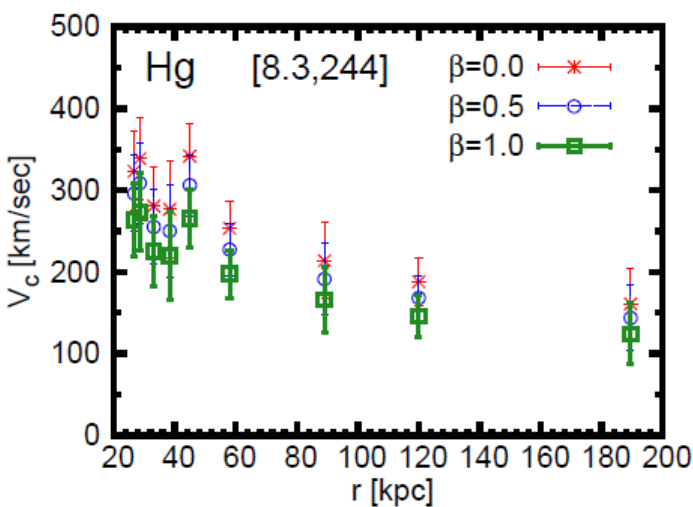


Gráfico extraído del artículo [ 6]: ROTATION CURVE OF THE MILKY WAY OUT TO 200 KPC  
Autores: Pijushpani Bhattacharjee, Soumini Chaudhury, and Susmita Kundu

Publicado en arXiv:1310.2659v3 [astro-ph.GA] 26 Feb 2014

### 3. MODELO DE CURVA DE VELOCIDADES DE ROTACIÓN EN UNA GALAXIA

Inicialmente fijamos la atención en la curva de velocidades de rotación de las estrellas en torno al centro galáctico. En el Anexo puede verse una gráfica con varias docenas de curvas de rotación de estrellas en sus galaxias respectivas. Partiendo de esas curvas de rotación se puede aceptar el modelo simplificado de la figura de abajo.

En este modelo se observan dos regiones claramente delimitadas: Núcleo y Disco.

#### Núcleo

En general está establecido experimentalmente que el núcleo de una galaxia tiene una distribución de masa ordinaria con relativa simetría esférica y una densidad de masa visible constante y mucho mayor que en el disco galáctico. Además, la velocidad angular de las estrellas en el núcleo es aproximadamente constante.

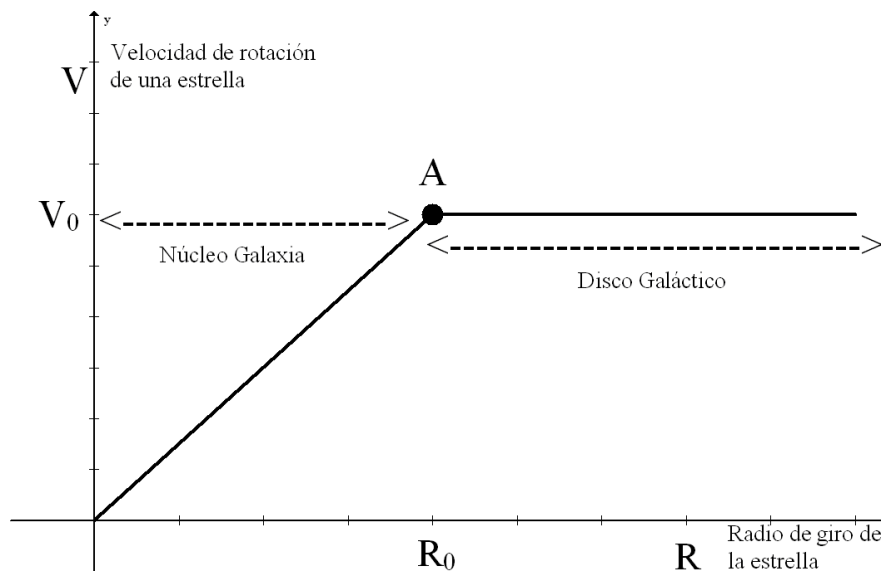
#### Disco Galáctico

En el disco galáctico la velocidad de rotación de sus estrellas es sensiblemente constante e inexplicablemente elevada si consideramos solo la materia visible.

En todas las galaxias en las que se ha medido su masa y su curva de rotación se puede afirmar que existe un gran defecto de masa. En general en las galaxias se ha estimado que la proporción de MO oscila entre un 90% y un 50%.

#### *Modelo de curva de velocidades de rotación de estrellas en el núcleo y en el disco.*

En este artículo,  $R$  representa el radio de giro de una estrella entorno al centro galáctico, y  $M(<R)$  representa la masa encerrada por la esfera de radio  $R$ . En todo el artículo se especificará el tipo de masa a la que nos referimos: masa total, ordinaria u oscura.





### 3.1 DENSIDAD DE MATERIA EN EL NÚCLEO , EN EL DISCO Y EN EL HALO

#### Núcleo Galáctico

Dado que en esta región  $\omega = Cte$ , de la tercera ley de Kepler expresada como

$$\omega^2 = \frac{GM}{R^3} = \frac{4\pi\rho G}{3} = Cte. \text{ se deduce que existe una densidad de masa constante.}$$

Experimentalmente se ha determinado que en esta zona la masa visible tiene una alta simetría esférica y una densidad aproximadamente constante. En consecuencia, en esta región la velocidad angular constante se puede explicar razonablemente bien con las cantidades observadas de masa visible.

En general en todo el artículo vamos a hablar indistintamente de masa visible o masa ordinaria, la cual técnicamente es conocida como masa bariónica. Rigurosamente no debemos identificar masa visible con masa barionica ya que en el espacio interestelar existen nubes de gases fríos que no son visibles, pero en este artículo no es necesario tal nivel de precisión.

#### Disco Galáctico

En esta región es donde se aprecia un gran defecto de masa ya que la velocidad de rotación es muy alta, de 200 km/s a 300 km/s. en proporción a la masa visible existente, por tanto en el disco empieza a ser necesaria la hipótesis de Materia Oscura.

Obtenemos ahora la función densidad de masa que explica la curva de rotación en esta zona.

Dado que en esta región  $v = Cte$ , del Teorema del Virial expresado como  $v^2 = \frac{GM}{R} = Cte$ .

se deduce que la masa encerrada por la órbita de la estrella, es directamente proporcional al radio de giro de la estrella.

Del punto A de la gráfica se deduce que  $\frac{M_0}{R_0} = \frac{M}{R} = K_{GALAXIA} = \frac{V_0^2}{G} = Cte$  Donde  $M_0$

representa la masa total encerrada por el núcleo cuyo radio es  $R_0$ ,  $V_0$  es la velocidad de giro de las estrellas en la zona del disco galáctico y  $K_G$  es la constante asociada a una galaxia.

*Poniendo como ejemplo la Vía Láctea, y considerando que el Sol tiene una velocidad de traslación de 220 km/s resulta un valor para  $K_{VIA LACTEA} = 7,25 \cdot 10^{20} \text{ Kg/m}$ .*

Teniendo en cuenta  $M = K \cdot R \rightarrow dM = K_{GALAXIA} dr$  llegamos a la conclusión de que la

$$M = \rho \cdot V \rightarrow dM = \rho 4\pi r^2 dr$$

densidad de masa total  $\rho(r)_{MASA-TOTAL} = \frac{K_{GALAXIA}}{4\pi r^2}$

#### HALO GALÁCTICO

Estudios recientes apuntan a que la velocidad de rotación en la región del halo no se mantiene constante con la distancia.

No obstante es necesaria la hipótesis de MO ya que la curva de decaimiento de la velocidad es más lenta que la curva Kepleriana, la cual como es sabido es  $V_{KEPLERIANA} \propto r^{-0,5}$ .

En el anterior capítulo se han presentado algunos trabajos experimentales cuyos resultados conducen a curvas de velocidades en el halo del tipo  $V_{MEDIDAS} \propto r^{-0,3}$

Hay que resaltar que es lógico que la velocidad de rotación decrezca en la zona del halo, ya que en dicha región la M ordinaria es residual y la MO es la única que aporta masa. A diferencia de lo que ocurre en el disco en el que tanto la M ordinaria como la MO aportan masa.

### 3.2 MASAS DE LA VÍA LÁCTEA

Por integración de  $\rho(r)_{MASA\ TOTAL}$  en el disco se obtiene

que  $M_{TOTAL}(< r) = M_{NUCLEO} + K_G \cdot (r - R_{NUCLEO})$  donde  $r \in Disco$  y  $M(r)$  es la masa encerrada en la esfera galáctica de radio  $r$ . Admitiendo  $R_{NUCLEO} = 5 Kpc$  y  $M_{NUCLEO} = 1,6 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{30} Kg$  la expresión de la masa quedaría así:

$$M_{TOTAL}(< r) = 1,6 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{30} Kg + K_G \cdot (r - 5 Kpc) \cdot 3 \cdot 10^{19} Kg \text{ con } r(\text{en } Kpc) \in Disco.$$

Dado que  $M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{30} Kg$  y  $K_{VIA\ LACTEA} = 7,25 \cdot 10^{20} Kg/m$ , se tiene que

$$M_{TOTAL}(< r) = 1,6 \cdot 10^{10} M_{\odot} + (r - 5 Kpc) \cdot 1,1 \cdot 10^{10} M_{\odot} \quad r(\text{en } Kpc) \in Disco$$

De acuerdo a esta fórmula es posible calcular la masa encerrada por la esfera que contiene a todo el disco Galáctico mediante esta sencilla fórmula.

$$M_{TOTAL}(< 20 Kpc) = 1,6 \cdot 10^{10} M_{\odot} + (20 - 5) \cdot 1,1 \cdot 10^{10} M_{\odot} \approx 1,8 \cdot 10^{11} M_{\odot}$$

Estimaciones experimentales estiman esta masa en  $M_{TOTAL\ MEDIDA}(< 20 Kp) \approx 1,5 \cdot 10^{11} M_{\odot}$

La concordancia es aceptable habida cuenta de la simplicidad del cálculo.

#### **FÓRMULA APROXIMADA DE LA MASA EN LA REGIÓN EXTERNA DEL DISCO**

Por razones de simplicidad matemática para estimar el campo gravitatorio en el disco tal y como se verá en el capítulo 7 se considera la expresión aproximada de la masa total en la parte más externa del disco.  $M_{TOTAL}(< r) \approx K_G \cdot r \quad 15 Kpc < r < 20 Kpc \quad r \in Disco$

En dicha región el error puede llegar al 30%.

Se elimina la región interna del disco porque el error cometido con esta aproximación iría desde un 30% hasta el 300% a 5 Kpc.

Nos molestamos en hacer una aproximación tan simple y poco rigurosa por una razón que se verá en el capítulo 6. En este capítulo se va a desarrollar una fórmula sencilla que relacione la **densidad de masa total** con la intensidad de campo aunque se trate de una fórmula con un gran error.

Realmente es muy poco riguroso establecer una fórmula que puede tener errores del 30%, pero se ha establecido dicha fórmula porque en el capítulo 8 se va a demostrar que existe una rigurosa dependencia funcional entre la **densidad de MO** y el campo gravitatorio  $E$ .

Así pues, el motivo de presentar esa función tan inexacta en la zona externa del disco ha sido establecer unas fórmulas con cierto paralelismo, para las dos clases de densidades.

#### 4. FUNCIÓN DENSIDAD DE M.O. TIPO N-F-W PARA GALAXIAS

El modelo de función densidad tipo NFW hace referencia a sus autores Navarro, Frenk y White (1996) los cuales desarrollaron y aplicaron con profusión este modelo al estudio de la MO en buen número de galaxias.

La función de densidad para la M.O. tipo N-F-W es considerada por la comunidad científica como la función que mejor se ajusta a los datos empíricos de MO en galaxias.

$$\varphi_{MO-NFW}(R) = \frac{\varphi_0}{X(1+X)^2} \quad \text{donde } R \in \text{Núcleo, disco o halo y } X = R/h \text{ es adimensional.}$$

$\varphi_0$  es la densidad representativa de escala del halo y h es radio del núcleo del halo. No confundir núcleo del halo con núcleo de la galaxia.  $\varphi_0$  coincide con la densidad en  $X = 0.46557$ .

$\varphi_{MO-NFW}(R)$  es una función que depende de dos parámetros que deben ajustarse con los datos empíricos de cada galaxia. Esto nos indica que la densidad de MO responde a un mecanismo bastante universal.

Para ilustrar esta idea, pensemos en un sistema planetario, el cual depende básicamente de un parámetro, la masa de la estrella entorno a la que giran los planetas. La masa de la estrella junto a la ley universal de la gravitación basta para explicar el periodo de los años de cada planeta en órbita. Similarmente, en el caso de la MO, si una simple fórmula  $\varphi_{MO-NFW}(R)$  que depende sólo de dos parámetros puede explicar toda la distribución de MO de una galaxia es porque existe una ley universal que rige el fenómeno de la generación de MO.

##### 4.1 DENSIDAD DE MO TIPO NFW EN LA VÍA LÁCTEA

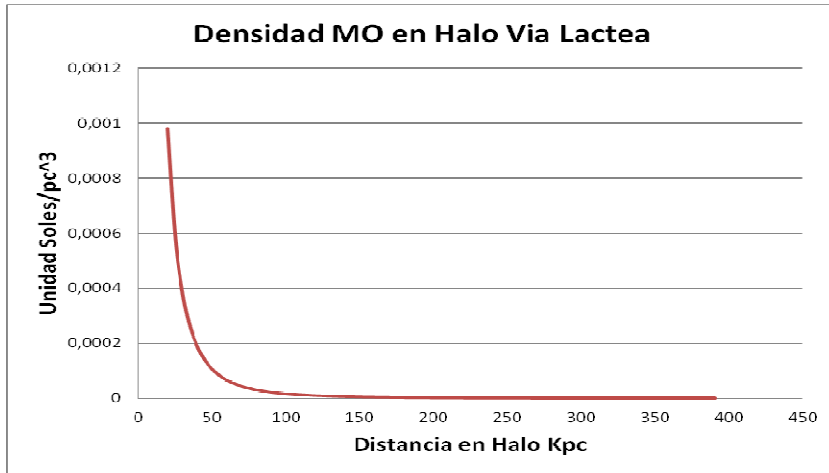
Para ilustrar este modelo de densidad usamos el de la Vía Láctea, cuyos parámetros son:

$$\varphi_0 = (1.06 \pm 0.14) \times 10^{-2} M_{\odot} \text{pc}^{-3} \quad \text{y} \quad h = 12.53 \pm 0.88 \text{ kpc}$$

En nuestra galaxia se cumple aproximadamente  $5 \text{ Kpc} \leq \text{Disco} \leq 20 \text{ Kpc}$  y  $\text{Halo} < 385 \text{ Kpc}$  por lo que  $X < 31$ . En el capítulo 9, se justificará el radio de 385 Kpc para la Vía Láctea.

Abajo se tabula y grafica la densidad en el halo en unidades  $M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  en función de la distancia(kpc)

R Kpc	X	Densidad
20,048	1,6	0,00098003
25,06	2	0,000588889
50,12	4	0,000106
75,18	6	3,60544E-05
100,24	8	1,6358E-05
125,3	10	8,76033E-06
150,36	12	5,22682E-06
175,42	14	3,36508E-06
200,48	16	2,29239E-06
225,54	18	1,63127E-06
250,6	20	1,20181E-06
275,66	22	9,10809E-07
300,72	24	7,06667E-07
325,78	26	5,59249E-07
350,84	28	4,50144E-07
375,9	30	3,67673E-07



#### 4.2 MATERIA OSCURA EN EL NÚCLEO DISCO Y HALO DE LA VÍA LÁCTEA

Aunque en el núcleo galáctico la función no se ajusta tan bien como en el resto, la contribución a la MO en el núcleo es mucho menor que la del disco y no digamos la del halo. Además, a la hora de calcular la masa total de MO es posible efectuar una integración desde  $X=0$  ya que aunque la función densidad diverge en dicho punto, su contribución a la masa es nula.

Por integración de la función densidad de MO e imponiendo la condición inicial  $M_{MO}(R=0) = 0$  se obtiene

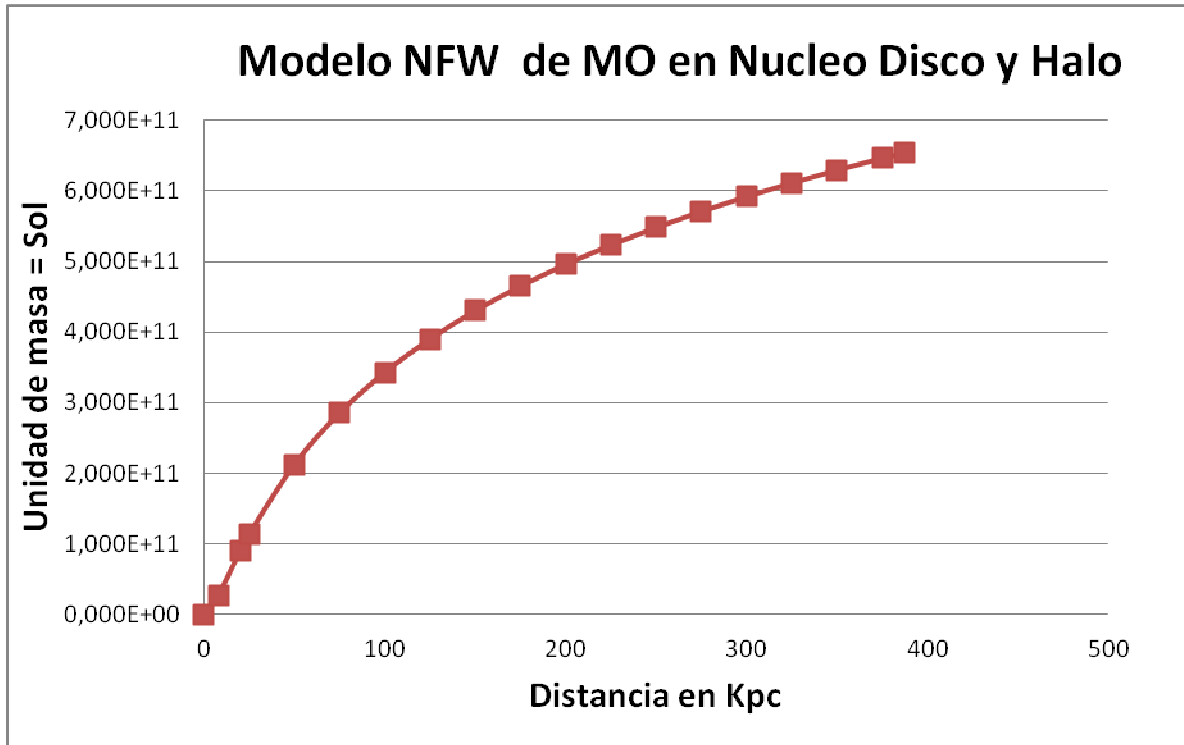
$$M_{MO}(< R) = 4\pi\varphi_0 h^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \quad x = R/h \quad x \in \text{Nucleo, Disco, halo} \quad \text{y } \varphi_0 h^3 = 2.085 \cdot 10^{10} M_{\odot}$$

y donde  $0 < X < 31$  ya que  $0 < R < 385$  Kpc.  $M_{MO}(< R)$  Representa la MO contenida en una esfera de radio R. En particular  $M_{MO}(< R = h) = 2.4272 \varphi_0 h^3$  ya que  $X=1$

Abajo se tabula la MO calculada a intervalos de 25Kpc en las tres regiones, núcleo, disco y halo, la segunda columna es la X y la tercera la masa en unidades de  $M_{\odot}$

Debajo de la tabla se representan gráficamente los valores de la misma.

R Kpc	X	Masa ( $M_{\odot}$ )
0	0	0,000E+00
8= $R_{\odot}$	0,64	2,737E+10
20= $R_{DISCO}$	1,6	8,913E+10
25	2	1,132E+11
50	4	2,121E+11
75	6	2,853E+11
100	8	3,428E+11
125	10	3,901E+11
150	12	4,302E+11
175	14	4,650E+11
200	16	4,958E+11
225	18	5,233E+11
250	20	5,482E+11
275	22	5,710E+11
300	24	5,919E+11
325	26	6,113E+11
350	28	6,294E+11
375	30	6,463E+11
387,5	31	6,543E+11



**ALGUNOS DATOS SOBRE MASAS EN LA VÍA LÁCTEA**

*Materia Oscura en la Via Lactea*

- a)  $M_{MO}(R < R_{\odot} = 8kpc) = 2.7 \cdot 10^{10} M_{\odot}$
- b)  $M_{MO}(R < Disco Galactico = 20kpc) = 8.8 \cdot 10^{10} M_{\odot}$
- c)  $M_{Total MO Via Lactea} (R < Halo = 385 kpc) = 6.5 \cdot 10^{11} M_{\odot}$

Se observa que la MO total es 7.4 veces la MO contenida en el Disco galáctico.

Otros datos sobre masas en la Vía láctea, consultar bibliografía [10] Yoshiaki Sofue-2013

*Masa del Sol*  $M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{30} Kg$

*Masa Barionica Via Lactea*  $M_{Nucleo} = 1,6 \cdot 10^{10} M_{\odot}$   $M_{Disco} = 3.4 \cdot 10^{10} M_{\odot}$   $M_{Nucleo+Disco} = 5 \cdot 10^{10} M_{\odot}$

*Masa Total Via Lactea*  $M_{BARIONICA+MO} = 5 \cdot 10^{10} M_{\odot} + 6.5 \cdot 10^{11} M_{\odot} = 7 \cdot 10^{11} M_{\odot}$

*Fraccion de masa barionica*  $\frac{M_{BARIONICA}}{M_{TOTAL}} = \frac{5 \cdot 10^{10} M_{\odot}}{7 \cdot 10^{11} M_{\odot}} = 0.07 \text{ --- } > 7\%$

**TAMAÑO DEL HALO**

La fórmula, la tabla o la gráfica de la MO indica que ésta va progresivamente aumentando con la distancia R, por tanto cabe preguntarse, ¿Cuál es el criterio para decidir el tamaño del halo? Esta importante cuestión se justificará adecuadamente en el capítulo 9. Por ahora solo adelantamos que la respuesta está relacionada con la distancia que separa a las galaxias vecinas.

Por ejemplo, en el caso de nuestra galaxia, el halo se considera de 385 Kpc porque Andrómeda, nuestra galaxia gemela vecina dista unos 770 Kpc. Es decir el radio del halo es la mitad de la distancia que separa ambas galaxias.

### 4.3 MASA TOTAL Y MO EN EL HALO DE LA VÍA LÁCTEA

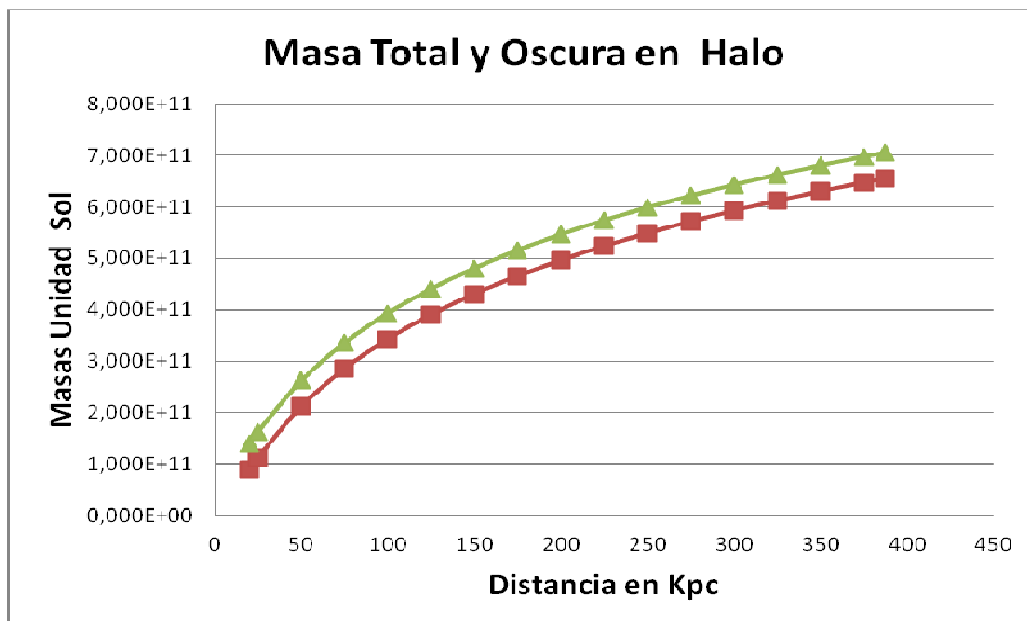
Es posible calcular la masa total que encierra una esfera en la región del halo, sumando la masa bariónica del núcleo y disco que se estima en  $5 \cdot 10^{10}$  Soles. Esta aproximación de la masa total en el halo es aceptable porque la masa barionica en el halo es una fracción despreciable para el propósito de este artículo.

$$M_{TOTAL}(<R) = M_{BARIONICA} + M_{MO}(<R) = 5 \cdot 10^{10} M_{\odot} + 4\pi\varphi_0 h^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right]$$

donde  $x = R/h$   $x \in halo$   $1.64 < x < 31$  y  $\varphi_0 h^3 = 2.085 \cdot 10^{10} M_{\odot}$

Abajo se tabula la MO y la M total contenida en una esfera de radio R a intervalos de 25 kpc

R Kpc	X	M <sub>OSCURA</sub> (<R)	M tot(<R)
20	1,6	8,908E+10	1,391E+11
25	2	1,131E+11	1,631E+11
50	4	2,120E+11	2,620E+11
75	6	2,852E+11	3,352E+11
100	8	3,427E+11	3,927E+11
125	10	3,899E+11	4,399E+11
150	12	4,300E+11	4,800E+11
175	14	4,648E+11	5,148E+11
200	16	4,955E+11	5,455E+11
225	18	5,230E+11	5,730E+11
250	20	5,479E+11	5,979E+11
275	22	5,707E+11	6,207E+11
300	24	5,916E+11	6,416E+11
325	26	6,110E+11	6,610E+11
350	28	6,290E+11	6,790E+11
375	30	6,459E+11	6,959E+11
387,5	31	6,540E+11	7,040E+11

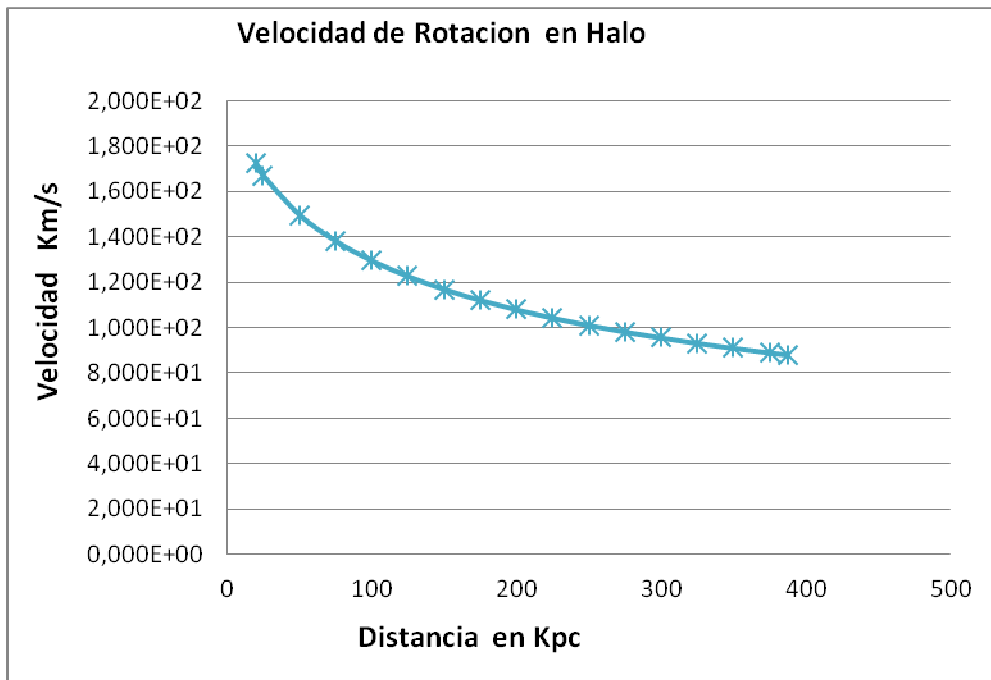


**4.4 VELOCIDAD DE ROTACIÓN EN EL HALO DE LA VÍA LÁCTEA**

En un sistema gravitatorio en equilibrio se cumple, el Teorema del Virial,  $v^2 = \frac{GM(<r)}{r^2}$ .

Abajo se tabulan las magnitudes de esta fórmula en la región del halo a intervalos de 25Kpc.

R Kpc	X	MO(<R)	M tot(<R)	V^2	V Km/s	Exponente
20	1,6	8,908E+10	1,391E+11	2,971E+10	1,724E+02	-0,14
25	2	1,131E+11	1,631E+11	2,788E+10	1,670E+02	
50	4	2,120E+11	2,620E+11	2,239E+10	1,496E+02	-0,195
75	6	2,852E+11	3,352E+11	1,909E+10	1,382E+02	
100	8	3,427E+11	3,927E+11	1,678E+10	1,295E+02	-0,245
125	10	3,899E+11	4,399E+11	1,504E+10	1,226E+02	
150	12	4,300E+11	4,800E+11	1,367E+10	1,169E+02	-0,271
175	14	4,648E+11	5,148E+11	1,257E+10	1,121E+02	
200	16	4,955E+11	5,455E+11	1,165E+10	1,080E+02	-0,295
225	18	5,230E+11	5,730E+11	1,088E+10	1,043E+02	
250	20	5,479E+11	5,979E+11	1,022E+10	1,011E+02	-0,305
275	22	5,707E+11	6,207E+11	9,643E+09	9,820E+01	
300	24	5,916E+11	6,416E+11	9,138E+09	9,559E+01	-0,313
325	26	6,110E+11	6,610E+11	8,690E+09	9,322E+01	
350	28	6,290E+11	6,790E+11	8,289E+09	9,105E+01	-0,323
375	30	6,459E+11	6,959E+11	7,929E+09	8,904E+01	
387,5	31	6,540E+11	7,040E+11	7,762E+09	8,810E+01	-0,323



En la última columna se tabula el exponente de la función que expresa la velocidad con la fórmula  $V(R) = KR^{exp}$ . En media dicho exponente es -0,267. Se observa que dicho exponente es una función decreciente con la distancia, pero manteniéndose mayor que -0,5. La dependencia Kepleriana de la velocidad respecto del radio de la órbita es  $R^{-0.5}$ .

## 5. MODELO DE MATERIA OSCURA POR VACÍO CUÁNTICO

Como es sabido, la Electrodinámica Cuántica (EDC) considera el espacio como un lugar repleto de partículas virtuales sensibles a la fuerza electro-débil. Según esta teoría, las partículas virtuales son aquellas que existen durante un breve lapso de tiempo dado por la desigualdad  $\Delta E \cdot \Delta t \leq \frac{\hbar}{2}$ . Podríamos decir que estas partículas violan el principio de conservación de la energía en el breve lapso de tiempo que establece la anterior desigualdad.

La teoría de la Cromodinámica Cuántica aumenta la familia de partículas virtuales a aquellas que son sensibles a las fuerzas entre quarks, los gluones. Es lógico pensar que el espacio debe albergar también partículas virtuales sensibles a las fuerzas gravitatorias, a las cuales podríamos llamarlas gravitones virtuales.

Por otra parte, también parece lógico que el campo gravitatorio excite los estados del vacío de manera que “el vacío sea más masivo cuanto más intenso sea el campo gravitatorio al que está sometido”.

Para explicar esta interacción entre la gravedad y el vacío vamos a exponer el modelo electrón físico y electrón desnudo establecido por la Electrodinámica Cuántica (EDC).

La distinción entre electrón físico y electrón desnudo se pudo constatar cuando se dispuso de aceleradores de partículas con la suficiente energía para penetrar en el electrón físico. Es decir, cuando los electrones de altísima energía se colisionan contra los electrones sufren una dispersión que no puede explicarse con un potencial tipo Coulombiano porque cuando el electrón penetra en el interior del electrón físico, la carga neta que “nota” el electrón proyectil es mayor que la de un electrón físico. Sin embargo, electrón físico es casi puntual porque los positrones virtuales apantallan al electrón desnudo, en un espacio muy pequeño de forma que la fuerza eléctrica torna Coulombiana a una pequeñísima distancia entorno del electrón desnudo.

Hay dos diferencias fundamentales entre la fuerza eléctrica y la gravitatoria.

- La intensidad de la fuerza gravitatoria es mucho menor que la fuerza eléctrica, recordemos que la constante de gravitación es casi veinte órdenes de magnitud inferior a la constante eléctrica.
- El apantallamiento del electrón desnudo se efectúa en un espacio pequeñísimo entorno al electrón desnudo gracias a que los positrones virtuales son de signo contrario y disminuyen rápidamente la carga total del electrón físico. Debido a que la carga del positrón virtual es de signo contrario a la del electrón, la carga neta del electrón físico es menor que la del electrón desnudo.

Por el contrario, la fuerza gravitatoria es siempre atractiva y por lo tanto los gravitones virtuales son también atractivos y por eso la masa total (masa ordinaria + masa oscura) va aumentando a medida que consideramos un volumen de espacio cada vez mayor entorno a la materia ordinaria.

Si consideramos que el volumen de una esfera es proporcional al cubo de su radio es fácil comprender la enorme diferencia entre la cantidad de MO que puede haber en una esfera del tamaño del Sistema Solar frente a la cantidad que puede contener una esfera del tamaño de una galaxia.

Así pues, con este modelo de M.O. es muy fácil justificar que la fuerza gravitatoria está regida por la masa ordinaria a escala de Sistema Solar, y sin embargo a escala de galaxia hay que contabilizar la MO para poder explicar las curvas de rotación estelares ya que a esta escala la MO es mucho más abundante que la materia ordinaria.



## 5.1 ASIMETRÍA ENTRE MATERIA OSCURA Y MATERIA ORDINARIA O BARIÓNICA

Un aspecto bastante llamativo de este modelo es el hecho de que la materia oscura es generada por la materia ordinaria. Es decir la materia oscura no puede existir independientemente de la materia ordinaria.

Hasta donde yo sé, por ahora no se ha descubierto una región con solo materia oscura, lo cual es bastante sorprendente, máxime teniendo en cuenta que la MO es el 90 % del total de materia estimada en el Universo. Este modelo explicaría esta situación de forma natural y sencilla.

Otro hecho experimental bastante difícil de explicar con otros modelos de materia oscura es la constante de proporcionalidad que parece existir en todas las galaxias (independientemente de la masa ordinaria que tengan) entre su masa ordinaria y su masa oscura. Sabido es que la proporción estimada es 90 % M.O. y 10 % masa ordinaria. Aunque podrían proponerse razones de isotropía para justificar esa proporción en todas las galaxias, yo veo más plausible que sea debido a que existe un mecanismo físico que relaciona ambas clases de materia.

Es muy difícil de aceptar que la isotropía del Universo, solo con la ley de la gravedad haya generado una proporción constante de masas oscura y ordinaria en las galaxias sabiendo además que las masas de las galaxias difieren en varios órdenes de magnitud, desde las más pequeñas hasta las más grandes.

Para tratar de explicar el papel asimétrico que existe en mi modelo entre la MO y la Materia ordinaria he pensado otra vez en los conceptos electrón desnudo y electrón físico.

Para empezar, diremos que la EDC le da existencia real al mar de partículas virtuales, ya que a partir de ellas es como se crean las partículas reales, previo pago de la energía que Einstein calculó. Dicho con otras palabras, no es cierto que la energía pueda transformarse en materia según la ecuación  $E=mc^2$ , sino que esa energía es la que es necesaria para convertir una partícula virtual en una partícula real. Por tanto, hay que concluir que las partículas virtuales son entidades físicas “reales” en el sentido de que son necesarias para generar las partículas bariónicas.

Pasamos a explicar como la existencia de la MO depende de la masa ordinaria en el modelo que proponemos, para ello nos basamos en el modelo del electrón físico y el electrón desnudo de la EDC.

El electrón desnudo provoca un gran desequilibrio en la neutralidad del mar de partículas virtuales en su proximidad más inmediata ya que se rodea de una nube de positrones virtuales. De modo que la carga del electrón desnudo es mayor que la del electrón físico. Pero la cuestión clave es que el electrón desnudo crea entorno a sí mismo una carga de positrones virtuales, es decir el electrón desnudo le da existencia real a esos positrones virtuales en tanto en cuanto ellos son los que determinan la carga final del electrón físico.

Recapitulando: En el espacio vacío, el mar de positrones y electrones virtuales no se manifiesta eléctricamente. Sin embargo entorno a un electrón los positrones virtuales se manifiestan eléctricamente apantallando al electrón desnudo.

Usando estas ideas para el modelo de MO cabe destacar dos aspectos:

- En el entorno de una estrella, o una galaxia, el campo gravitatorio de la masa ordinaria es el que produce la creación de MO ya que dicho campo excita las

partículas virtuales, del mismo modo que el electrón desnudo excita los positrones virtuales que le rodean.

- En un gran vacío de galaxias, el campo gravitatorio es muy débil lo cual conduce a que la MO esté en valores mínimos y el gradiente de densidad de materia oscura sea cero. Así pues según este modelo, no es posible la existencia de una concentración de MO ni la existencia de un campo gravitatorio central generado exclusivamente por MO.

Dada la naturaleza del efecto lente gravitatoria, sabemos que este efecto podría detectar un campo gravitatorio central, a escala de galaxia o cúmulo de galaxias, de materia oscura pura. En el capítulo de test experimentales plantearemos una prueba para chequear el modelo basándonos en la propiedad de la MO que acabamos de explicar.

Según este modelo ¿En qué sentido la MO es real? En el mismo en el que los positrones virtuales son reales, ya que son éstos los que disminuyen la carga del electrón desnudo para producir la carga neta del electrón físico.

Así pues podemos decir que la MO es real porque es la responsable del 90% del campo gravitatorio de una galaxia, aunque según el modelo son simples partículas virtuales.

Así pues la materia ordinaria crea la MO en el espacio que le rodea, a pesar de que ésta última es el 90% de la masa global de la galaxia.

Como vemos este modelo explica de forma muy natural y sencilla la imposibilidad de que exista MO sin la presencia de materia ordinaria, e igualmente justifica la proporción entre MO y masa ordinaria ya que establece un mecanismo físico que genera la MO a partir de la masa ordinaria.

La explicación definitiva de la M.O. de una galaxia y de la curva de rotación de sus estrellas sólo será posible cuando dispongamos de una teoría completa de gravedad cuántica que desgraciadamente aún no existe.

## 5.2 EL MODELO DE MO ES COHERENTE CON LA DENSIDAD TIPO NFW

Como es sabido, tanto las masas como los tamaños de las galaxias pueden oscilar en varios órdenes de magnitud. Sin embargo, en todas ellas es posible ajustar una función densidad de

MO tipo  $\varphi_{MO-NFW}(X) = \frac{\varphi_0}{X(1+X)^2}$ , sin más que ajustar los parámetros característicos  $\varphi_0$  y

h propios de cada galaxia.

Este hecho es una razón muy poderosa que indica existencia de un mecanismo físico universal por el cual el campo gravitatorio genera la MO.

El ejemplo de la tercera ley de Kepler ilustra perfectamente esa idea. Kepler descubre una fórmula que relaciona Periodos y Radios orbitales de los planetas de nuestro Sistema Solar. Sin embargo fue Newton quien encontró la Ley Universal para la cual la tercera ley de Kepler era un simple corolario. Además, en cada sistema planetario el campo gravitatorio depende de un parámetro, la masa de la estrella entorno a la que giran los planetas.

Actualmente, después de décadas de búsqueda infructuosa sobre la MO, se hace cada vez más evidente a la comunidad científica que la MO está estrechamente vinculada a la naturaleza cuántica del espacio y que al no existir una teoría de la gravitación cuántica completa, no es posible conocer el mecanismo por el que se genera la MO.

En suma la hipótesis del modelo de MO por vacío cuántico se basa en que el campo gravitatorio a través de un mecanismo de gravitación cuántica produce la MO. El objetivo de este trabajo es tratar de desarrollar la teoría todo lo que se pueda desde un punto de vista clásico, sin entrar en la teoría cuántica y tratar de justificar con dicha teoría los fenómenos empíricos que el autor conoce sobre MO en galaxias y en cúmulos de galaxias.

En conclusión el modelo de MO es coherente con la  $\varphi_{MO-NFW}(X)$  porque el modelo se basa en un mecanismo de generación de MO universal que solo depende de la intensidad de campo gravitatorio local.

Como consecuencia inmediata de suponer universal la densidad de MO tipo NFW se tiene una fórmula de la MO válida para todos los halos galácticos.

$M_{MO}(< R) = 4\pi\varphi_{G0}h_G^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right]$   $x = R/h_G$   $x \in \text{Nucleo, Disco, halo}$ . Donde  $\varphi_{G0}$  y  $h_G$  son parámetros característicos de cada galaxia.

## 6. RELACIÓN ENTRE LA FUNCIÓN DENSIDAD DE MASA TOTAL Y LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO EN EL DISCO GALÁCTICO

### 6.1 INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO EN EL DISCO GALÁCTICO

Como hemos visto en capítulos anteriores la función densidad para la masa total en el disco galáctico viene dada por

$$\rho(r)_{MASA-TOTAL} = \frac{K_{GALAXIA}}{4\pi r^2} \quad (1)$$

Para una distribución de masa con simetría esférica, la intensidad de campo gravitatorio según se establece en el teorema de Gauss viene dada por la expresión  $\vec{E} = \frac{GM}{r^2} \hat{r}$  donde M es la masa total que encierra la esfera de radio r. Como es sabido, la dirección del campo es radial.

En adelante sólo consideraremos el módulo de la intensidad de campo  $E(r) = \frac{GM}{r^2}$

En una galaxia, la simetría esférica para su distribución de masa se puede considerar una aproximación aceptable, así pues vamos a usar la expresión anterior para calcular la intensidad de campo en un punto del disco.

En el capítulo 2 se justificó una fórmula aproximada para la masa total encerrada por una esfera de radio  $r \in \text{disco}$   $M_{TOTAL}(< r) \approx K_G \cdot r$   $15Kpc < r < 20Kpc$   $r \in \text{Disco}$  que sustituida en la expresión de la intensidad de campo nos da

$$E(r) \approx \frac{GK_G}{r} \quad \text{donde } r \in 15 Kpc < r < 20 Kpc \quad (2)$$

### 6.2 EXPRESIÓN DE LA DENSIDAD DE MASA EN UN PUNTO EN FUNCIÓN DE LA INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITACIONAL

Usando la expresión que acabamos de obtener para la intensidad de campo (2) y sustituyendo

r en la fórmula de la densidad de masa resulta  $\rho(r)_{M Tot} \approx \frac{E^2}{4\pi G^2 K_G}$  (3). Gracias a esta

expresión queda exactamente establecida la dependencia de la densidad de masa con la intensidad de campo en la región externa del disco  $15 Kpc < r < 20 Kpc$

**DISCUSIÓN DE LA VALIDEZ DE LA FÓRMULA ANTERIOR**

La fórmula (3) pone de manifiesto una relación local entre las funciones densidad de masa total e intensidad de campo gravitatorio en un punto del espacio.

La validez de la fórmula (3) requiere de la hipótesis  $M_{Total}(r) = K_G \cdot r$  la cual se cumple siempre que la curva de velocidades sea plana. Según los resultados experimentales mostrados en el capítulo 3, la planitud de la curva es una hipótesis aceptable en los discos galácticos, no en los halos. La fórmula (3) podría ser aproximadamente válida en la región más externa del disco por la razón que se explicó en el epígrafe 3.2.

**7.DENSIDAD DE MASA EN EL MODELO DE MO TIPO N-F-W COMO FUNCIÓN DE LA INTENSIDAD E EN UN PUNTO DEL CAMPO**

Como se ha explicado en anteriores capítulos, la principal hipótesis de este artículo es que la MO es generada por el campo gravitatorio mediante un mecanismo de gravitación cuántica aún desconocido.

En el capítulo anterior se obtuvo una sencilla fórmula que muestra una dependencia funcional entre la densidad de masa total y la intensidad de campo. El propio desarrollo teórico mostró que se trata de una fórmula que comete un amplio error.

El objetivo de este capítulo es demostrar que existe una dependencia funcional matemática totalmente exacta entre la densidad de materia Oscura tipo NFW y la intensidad de campo gravitatorio. El problema como se verá es que no es posible obtener la fórmula, solo demostrar la existencia.

Por decirlo con otras palabras en este capítulo se va a demostrar que matemáticamente existe una función entre la densidad de MO y la intensidad de campo E.

Huelga decir que la existencia matemática no es condición suficiente para la existencia real. Precisamente el objetivo de este trabajo es mostrar todos los indicios físicos que pueden apoyar la hipótesis de este artículo.

**7.1 INTENSIDAD DE CAMPO E EN EL HALO DE LA VIA LÁCTEA COMO FUNCIÓN DE LA DISTANCIA**

En el capítulo 4 se ha desarrollado extensamente el modelo NFW de la densidad de MO. Aprovechando sus fórmulas y tablas es inmediato calcular, tabular y graficar la intensidad de campo E en el halo.

Dado que  $E = \frac{GM_{TOTAL}(< R)}{R^2}$ , con la fórmula de la masa total desarrollada en el epígrafe 4.

$$M_{TOTAL}(< R) = M_{B-VIA LACTEA} + 4\pi\phi_0 h^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \text{ donde } x = \frac{R}{h} \in \text{ halo } 1.64 < X < 31$$

$$\text{Masa Barionica } M_{Nucleo+Disco} = 5 \cdot 10^{10} M_{\odot} \rightarrow M_{B-VIA LACTEA} = 5 \cdot 10^{10} M_{\odot} \text{ se tiene}$$

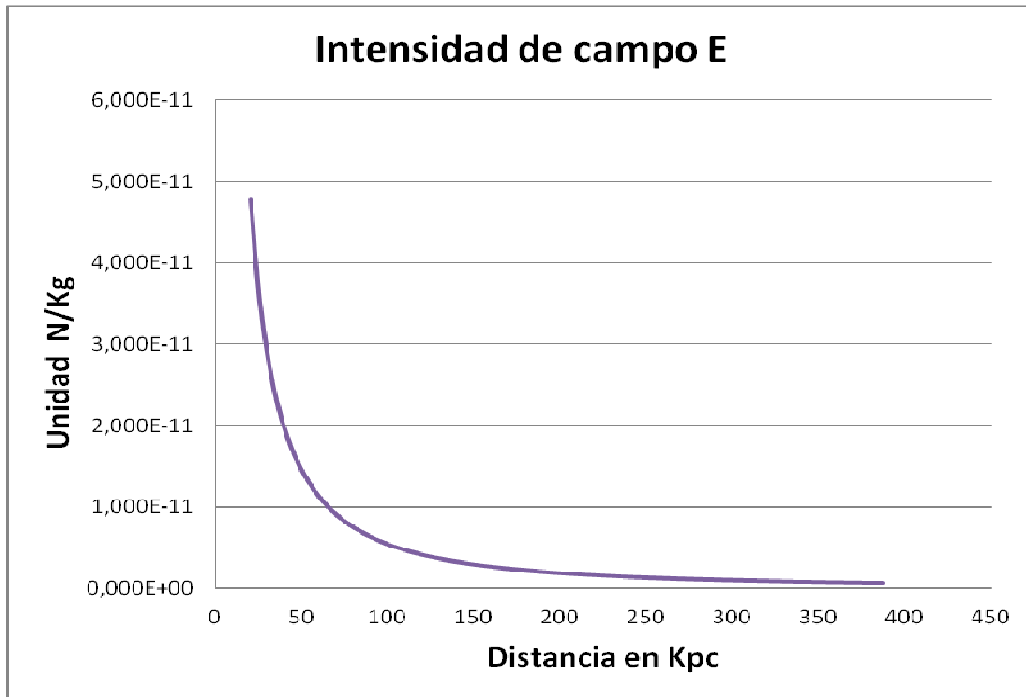
$$E = \frac{GM_{TOTAL}(< R)}{R^2} = \frac{GM_{TOTAL}(< R)}{h^2 X^2} = \frac{G \left\langle M_{B-VIA LACTEA} + 4\pi\phi_0 h^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \right\rangle}{h^2 X^2}$$

Con esta fórmula queda expresada la dependencia de E con x donde  $x=R/h$ .  $E = f(x)$ .

Aunque se puede intuir que E es una función estrictamente decreciente con la distancia, abajo se tabula y grafica y por simple inspección ocular se comprueba la anterior afirmación.

$M_{TOTAL}(M_{\odot})$  Campo E

R Kpc	X	M tot(<R)	N/Kg
20	1,6	1,391E+11	4,781E-11
25	2	1,631E+11	3,589E-11
50	4	2,620E+11	1,441E-11
75	6	3,352E+11	8,193E-12
100	8	3,927E+11	5,399E-12
125	10	4,399E+11	3,871E-12
150	12	4,800E+11	2,933E-12
175	14	5,148E+11	2,311E-12
200	16	5,455E+11	1,875E-12
225	18	5,730E+11	1,556E-12
250	20	5,979E+11	1,315E-12
275	22	6,207E+11	1,129E-12
300	24	6,416E+11	9,802E-13
325	26	6,610E+11	8,605E-13
350	28	6,790E+11	7,622E-13
375	30	6,959E+11	6,805E-13
387,5	31	7,040E+11	6,446E-13



Es bien conocido el teorema matemático que demuestra la existencia de la función inversa de cualquier función estrictamente monótona.

Es decir si  $E = f(x)$  en  $1,6 < x < 31$  estrictamente decreciente  $\Rightarrow$  Existe la función inversa  $x = f^{-1}(E)$  donde  $6,446E-13 < E < 4,781E-11$

En el siguiente epígrafe haremos uso de este resultado.

Es evidente que la expresión matemática de  $f^{-1}(E)$  es complicada, pero lo importante es que se ha demostrado su existencia.

## 7.2 EXISTENCIA DE LA FUNCIÓN DENSIDAD DE MO EN EL HALO DEPENDIENDO DE E

El objetivo del epígrafe es demostrar que existe una relación funcional entre la función densidad de MO tipo NFW y la intensidad de campo gravitatorio en la región del halo.

En el epígrafe 4 se describió la función densidad de MO  $\varphi_{MO-NFW}(X) = \frac{\varphi_0}{X(1+X)^2}$

Con  $x=R/h$  restringido ahora a la región del halo:  $20 \text{ Kpc} < R < 385 \text{ Kpc} \rightarrow 1,6 < x < 31$

En el epígrafe anterior se demostró que en el halo existe la función inversa  $x = f^{-1}(E)$  donde  $6,446E-13 < E < 4,781E-11$  siendo  $E = f(x)$  la función directa.

El problema es que la expresión funcional de  $f^{-1}$  es muy complicada, como se puede comprobar por simple inspección de la función directa:

$$E = \frac{G \left\langle M_{B-VIA LACTEA} + 4\pi\varphi_0 h^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \right\rangle}{h^2 X^2}$$

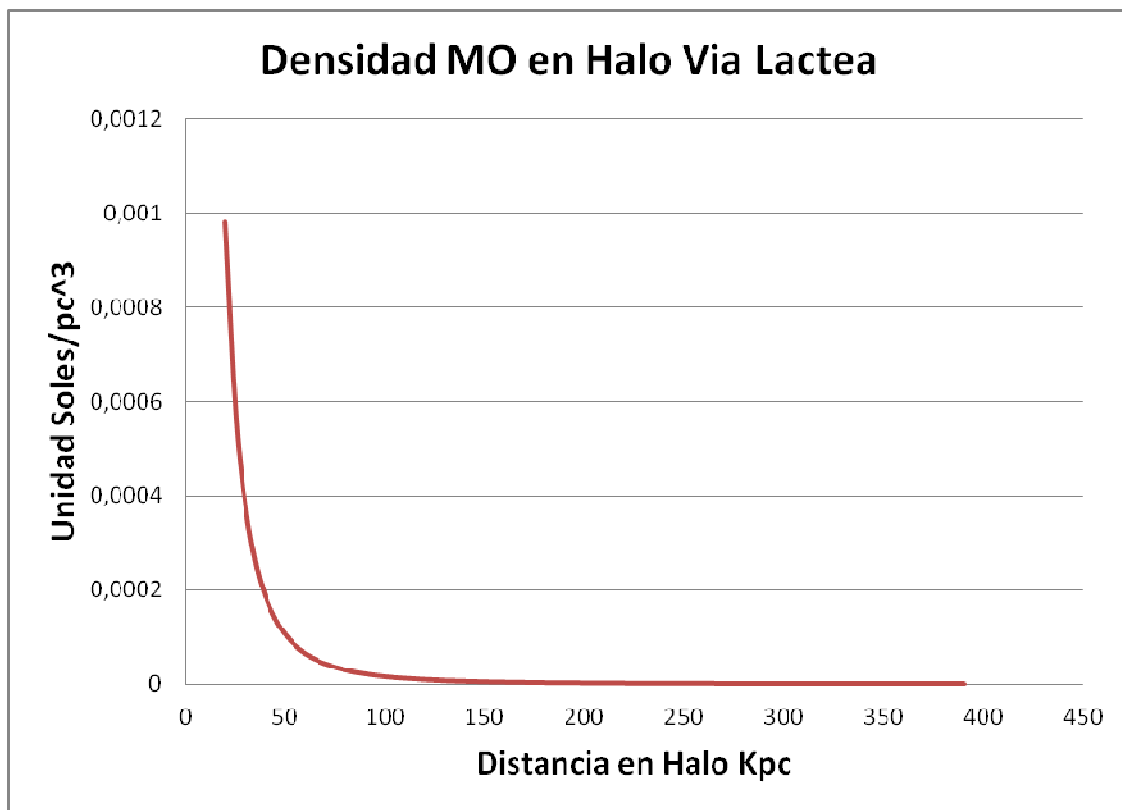
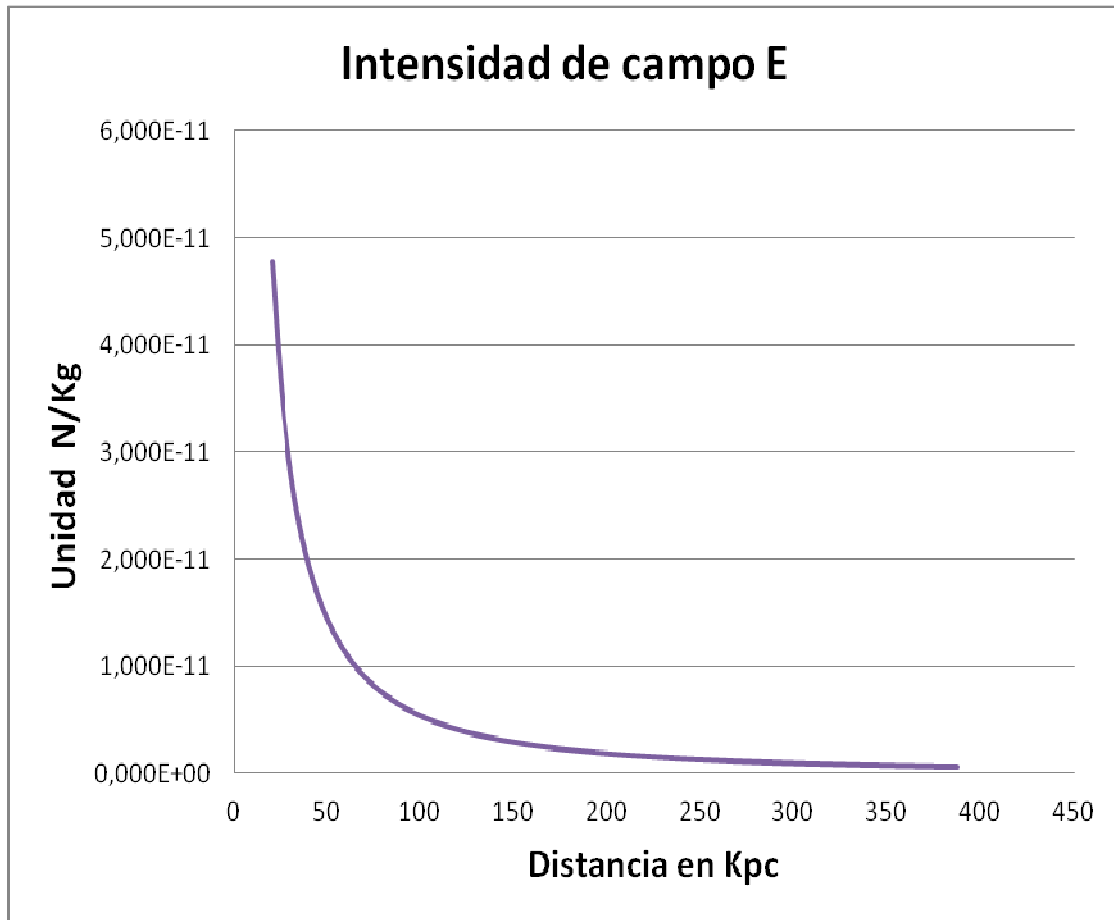
Si llamamos  $g(x)$  a la función  $\varphi_{MO}(x) = g(x) = \frac{\varphi_0}{X(1+X)^2}$  sustituyendo  $x = f^{-1}(E)$  en  $g(x)$

resulta  $\varphi_{MO}(E) = g \circ f^{-1}(E) = \frac{\varphi_0}{[f^{-1}(E)](1+[f^{-1}(E)])^2}$  donde  $6,446E-13 < E < 4,781E-11$

Con esa expresión tenemos la función matemática que relaciona la densidad de MO en un punto del halo con la intensidad de campo  $E$  en dicho punto.  $\varphi_{MO-NFW}(E) = g \circ f^{-1}(E)$

Abajo se agrupan las gráficas de las dos funciones y por simple inspección visual se aprecia que la densidad de MO tiene un decrecimiento más pronunciado que la función  $E$ .

Esto significa que la disminución de la densidad de MO se produce de una forma más acusada que la disminución de  $E$ . Este hecho será de vital importancia en el capítulo 8 para explicar una extraña propiedad que la MO exhibe en el cúmulo Bala.



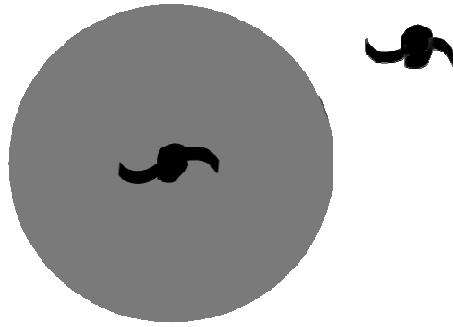
## 8. CONSECUENCIAS DEL MODELO DE MO SOBRE LOS HALOS GALÁCTICOS

En anteriores epígrafes se ha obtenido  $\varphi_{MO-NFW}(E) = g \circ f^{-1}(E)$  Dicha fórmula expresa la dependencia funcional de la densidad de materia oscura con la intensidad de campo gravitatorio. El carácter vectorial del campo gravitatorio va a tener importantes consecuencias sobre la MO que vamos a explorar a continuación.

### 8.1 HALO GALÁCTICO

La consecuencia más directa es el propio concepto de halo galáctico. De acuerdo al modelo, es directo y natural definir el halo como la región que rodea la galaxia en donde el campo gravitatorio galáctico domina sobre el campo de las galaxias vecinas.

La razón es evidente. Si la hipótesis del modelo es que el campo gravitatorio genera la MO, el halo de MO de una galaxia se extenderá hasta donde domine el campo gravitatorio de dicha galaxia.



Por ejemplo, nuestra galaxia y Andrómeda son dos galaxias muy masivas que dominan el Grupo Local de galaxias. Ambas distan unos 770 Kpc y son aproximadamente igual de masivas. En tales condiciones es lógico pensar que el halo de nuestra galaxia se extienda hasta la mitad de la distancia a Andrómeda, unos 385 Kpc.

En general, el radio de halo más usado por la comunidad científica es el llamado radio Virial  $R_{200}$  que es un concepto totalmente distinto de la definición de halo usada aquí.

### 8.2 EL RADIO DEL HALO DE UNA GALAXIA DEPENDE DEL ENTORNO GALÁCTICO

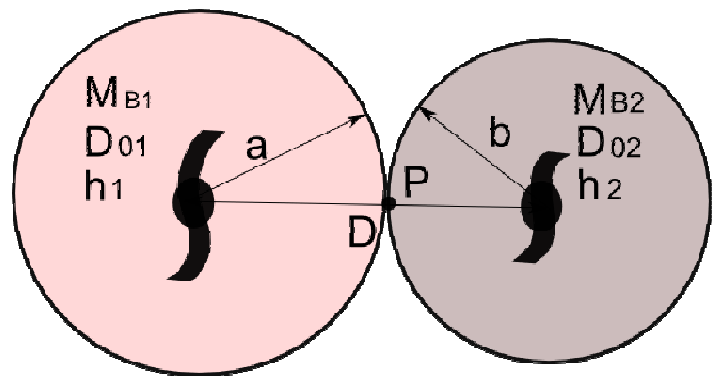
Para calcular el radio, consideramos que en el punto P, los campos gravitatorios de ambas galaxias son iguales.

En el dibujo se representan dos galaxias G1 y G2 con sus parámetros de masa característicos.

Masas bariónicas  $M_{B1}$  y  $M_{B2}$

$D_{01} = \rho_{01}$ ,  $D_{02} = \rho_{02}$ ,  $h_1$  y  $h_2$  son los parámetros de las densidades de MO  
 $x = R/h_1$  es el factor adimensional de G1  
 $y = R/h_2$  es el factor de G2.

Ambas galaxias distan D, y sus halos respectivos miden a y b.



$$a + b = D \rightarrow b = D - a.$$

En el punto P se tiene que  $x = \frac{a}{h_1} \rightarrow b = D - xh_1$   $y = \frac{b}{h_2} \rightarrow y = \frac{D - xh_1}{h_2}$

De esta forma el factor adimensional  $y$  queda expresado en función del factor  $x$ .



Usando la expresión del campo gravitatorio que se desarrolló en el capítulo 7 para cada uno de los campos de las dos galaxias se tiene:

$$E_1 = \frac{G \left\langle M_{B1} + 4\pi\varphi_{01}h_1^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \right\rangle}{h_1^2 x^2} \quad y \quad E_2 = \frac{G \left\langle M_{B2} + 4\pi\varphi_{02}h_2^3 \left[ \ln(1+y) - \frac{y}{1+y} \right] \right\rangle}{h_2^2 y^2}$$

Dado que en el punto P las intensidades de ambos campos deben ser iguales se tiene la ecuación

$$\frac{G \left\langle M_{B1} + 4\pi\varphi_{01}h_1^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \right\rangle}{h_1^2 x^2} = \frac{G \left\langle M_{B2} + 4\pi\varphi_{02}h_2^3 \left[ \ln(1+y) - \frac{y}{1+y} \right] \right\rangle}{h_2^2 y^2}$$

Que junto con  $y = \frac{D - xh_1}{h_2}$  determina un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

bastante complicado pero que permite calcular finalmente el tamaño de los halos de las galaxias.

En particular, en el caso de dos galaxias gemelas la ecuación conduce a  $x=y \rightarrow a=b \rightarrow a=D/2$  Este es precisamente el tamaño de los halos de la Vía Láctea y Andrómeda.

### 8.3 CANTIDAD TOTAL DE MO DE UNA GALAXIA

En el capítulo 4 se dedujo la fórmula de la MO contenida en una esfera de radio R.

En particular en la Vía Láctea, la  $M_{TOTAL MO} = 6.5 \cdot 10^{11} M_{\odot}$  para  $R = 385 \text{ Kpc} \rightarrow X=31$ .

La expresión genérica de la  $M_{TOTAL MO}$  para una galaxia sería:

$$M_{MO-TOTAL} (< R_{Halo}) = 4\pi\varphi_{G0}h_G^3 \left[ \ln(1 + X_{Halo}) - \frac{X_{Halo}}{1 + X_{Halo}} \right] \quad \text{donde } 4\pi\varphi_{G0}h_G^3$$

es una constante específica que depende de cada galaxia,  $R_{Halo}$  es el radio del halo y  $X_{Halo} = R_{Halo} / h$ .

Dado que la  $M_{TOTAL MO}$  es creciente con el radio del halo, y dado que de acuerdo con el modelo, el radio del halo no solo depende de los parámetros de la propia galaxia sino que también depende de la masa y distancia de las galaxias vecinas, se desprende como consecuencia inmediata que  $M_{TOTAL MO}$  de una galaxia también depende de la masa y distancia de las galaxias vecinas.

Es importante hacer notar que la contribución de las capas más externas del halo a  $M_{MO-TOTAL} (< R_{Halo})$  es a través de la función logarítmica. Veamos:

Si llamamos  $f(X) = \ln(1+X) - \frac{X}{1+X}$  Dado que en las capas más externas del halo, se cumple que  $x \gg 1$  entonces  $f(X) \approx \ln(1+X) - 1$

Esto tiene una importante consecuencia, a saber: el error cometido en la estimación de la MO total de una galaxia se atenúa logarítmicamente respecto del error cometido en la estimación de su halo.

Este resultado puede ser útil para estimar la MO de una galaxia cuyas vecinas no difieran demasiado en masa. En tal caso una buena estimación del radio del halo sería, la mitad de la distancia que las separa. Lo cual es un alivio, dado la complejidad del cálculo exacto.

#### 8.4 LA DISTRIBUCIÓN DE MATERIA OSCURA TIENE SIMETRÍA ESFÉRICA O ELIPSOIDAL

Para este modelo de MO es inmediato explicar la esfericidad del halo galáctico ya que si el campo gravitatorio tiene simetría esférica, la densidad de MO también la tendrá.

Se deduce de esto que el halo tendrá mayor simetría esférica en el halo cercano que es la región donde el campo propio domina. En cambio en el halo lejano el campo tendrá menos simetría esférica ya que en dicha región el campo total está más bien dominado por el grupo de galaxias vecinas.

Trabajos recientes sobre el halo de nuestra galaxia y de Andrómeda han encontrado que los halos son más bien elipsoidales. Siendo mayores los ejes contenidos en el plano del disco galáctico y menor el eje perpendicular a dicho plano.

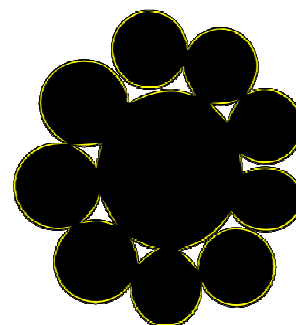
Estos hechos experimentales pueden ser explicados por el modelo, dado que la concentración de masa en el disco galáctico implica un campo gravitatorio más intenso en las direcciones del plano galáctico, lo cual de acuerdo a nuestro modelo generaría mayor densidad de MO.

De acuerdo con el modelo, otro factor que altera la simetría esférica es la distribución de galaxias circundantes. Si en una determinada dirección hay una galaxia próxima más masiva el halo propio será de menor radio que en otra dirección en la que haya una galaxia vecina menos masiva.

##### *CONDICIÓN PARA LA ESFERICIDAD DEL HALO*

De acuerdo a la idea desarrollada en el epígrafe anterior, si consideramos una galaxia rodeada de galaxias con masas similares y distancias similares, entonces por razones de simetría, el halo de la galaxia que ocupa el centro de la esfera que forman las galaxias circundantes será esférico.

Como es fácil comprender se trata de unas condiciones muy restrictivas, así pues los halos en general no son esféricos.

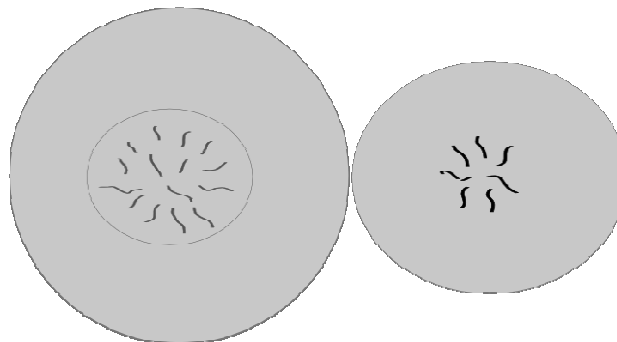


## 9 MODELO DE MO EN CÚMULOS DE GALAXIAS

### 9.1 HALO DE UN CÚMULO

Experimentalmente se ha comprobado que los super-cúmulos son estructuras en las que sus elementos, los cúmulos, interaccionan gravitatoriamente. Por tanto la lógica del modelo nos lleva al concepto de halo de un cúmulo como la región donde el campo propio domina sobre el resto de los campos de los cúmulos vecinos.

Admitiendo que la distancia típica entre cúmulos es 10 Mpc, el radio de su halo sería 5 Mpc.



Actualmente existe consenso científico en considerar a los super-cúmulos como las mayores estructuras del Universo cuyas partes interaccionan entre sí gravitatoriamente.

Recientemente se han publicado resultados sobre nuestro súper cúmulo local al que los astrofísicos responsables de su estudio han bautizado con el nombre de Laniakea.

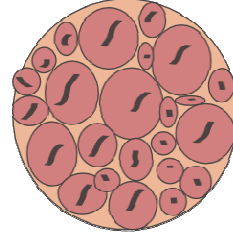
Según el modelo, las galaxias no solo generarían MO en sus propios halos, sino que el cúmulo de galaxias globalmente generaría un halo que se extendería en la región intercumular, ya que los cúmulos extienden su campo gravitatorio a estas regiones.

Abajo tabulamos el mismo modelo de MO de la Vía Láctea para un halo de 5 Mpc que sería el radio típico de un halo de cúmulo de galaxias.

El primer dato de la tabla corresponde a la cantidad total de MO de la Vía Láctea y el último dato a la cantidad total de MO de un halo 13 veces mayor, 5 Mpc, que como puede comprobarse, totaliza el doble de la MO de la Vía Láctea.

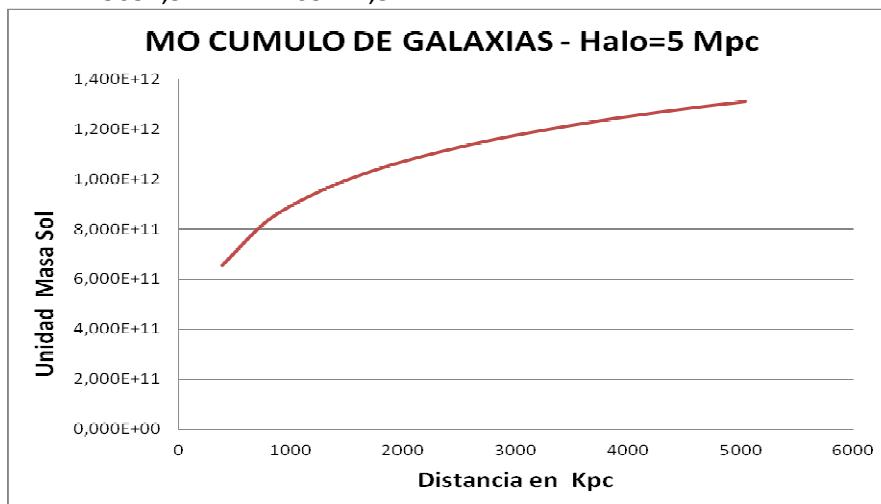
Este hecho podría explicar el aumento en la proporción de  $MO / M_{BARIONICA}$  que se observa cuando se mide la MO en cúmulos.

## HALO CUMULAR



Modelo MO Via Lactea para R= 5 Mpc

R Kpc	X	M(<X)
0	0	0,000E+00
387,5	31	6,543E+11
775	62	8,278E+11
1162,5	93	9,313E+11
1550	124	1,005E+12
1937,5	155	1,063E+12
2325	186	1,110E+12
2712,5	217	1,150E+12
3100	248	1,185E+12
3487,5	279	1,215E+12
3875	310	1,243E+12
4262,5	341	1,268E+12
4650	372	1,290E+12
5037,5	403	1,311E+12



## 9.2 DENSIDAD DE MO TIPO N-F-W PARA CÚMULOS GALÁCTICOS

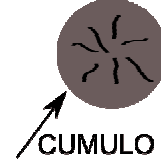
De acuerdo con el modelo, la universalidad del mecanismo de generación de MO obliga a que si la función densidad de MO tipo NFW es válida para galaxias también tiene que ser válida para cúmulos de galaxias, ya que se postula que la MO es generada exclusivamente por el campo gravitatorio E.

Por tanto la extrapolación de la fórmula de la densidad a cúmulos de galaxias sería directa.

$$\varphi_{MO-NFW-CUMULOS}(R) = \frac{\varphi_{0C}}{X(1+X)^2} \quad \text{donde } X = \frac{R}{h_C}$$

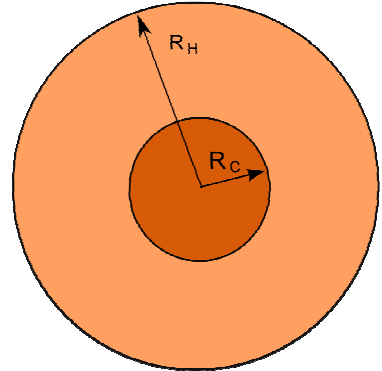
Se podría establecer una analogía con las galaxias en el sentido de que el cúmulo sería como el disco de la galaxia dentro del cual coexisten MO y  $M_B$ , la masa bariónica. El halo del cúmulo sería el equivalente al halo galáctico en el que la materia bariónica es residual y la MO es mayoritaria.

HALO DEL CUMULO



Al igual que en el caso de galaxias, la función densidad de MO tiene dos parámetros  $\varphi_{0C}$  y  $h_C$  los cuales en principio podrían ser calculados con dos mediciones de MO sobre el cúmulo. Esas dos mediciones que técnicamente son posibles, son:

- MO interna del cúmulo, que es la MO dentro de la esfera que forman las galaxias del cúmulo. Esta masa se puede calcular de manera indirecta con la llamada técnica del teorema del Virial, la cual aunque será explicada un poco más en el epígrafe 9.2. adelantamos que permite calcular la Masa total interior a la esfera de radio  $R_C$  que forman las galaxias del cúmulo. Así pues  $MO_{INTERNA\ CUMULO} = M_{TOTAL- VIRIAL} - M_B$  Donde  $M_B$  es la masa bariónica del cúmulo.



- MO total del cúmulo, que aparte de la MO interna incluiría a la MO del halo cumular de radio  $R_H$ . La MO total del cúmulo se puede medir de forma indirecta mediante la técnica de la lente gravitacional, tal y como se verá en el epígrafe 9.3. Así pues:

$$MO_{TOTAL\ CUMULO} = M_{TOTAL-LENTE\ GRAVITACIONAL} - M_B$$

En principio con estas dos mediciones sería posible calcular los dos parámetros  $\varphi_{0C}$  y  $h_C$  a través de un cálculo nada simple a partir de las dos fórmulas (1) y (2)

Por integración de la función densidad se obtiene la fórmula para la MO interna del cúmulo.

$$M_{MO-INTERNA}(< R_{CUMULO}) = 4\pi\varphi_{0C}h_C^3 \left[ \ln(1+X_C) - \frac{X_C}{1+X_C} \right] \quad (1)$$

donde  $X_C = \frac{R_{CUMULO}}{h_C}$  y donde  $R_C$  es el radio del cúmulo.

Por integración de la función densidad se obtiene la fórmula para la MO total del cúmulo.

$$M_{MO-TOTAL}(< R_{HALO}) = 4\pi\varphi_{0C}h_c^3 \left[ \ln(1+X_H) - \frac{X_H}{1+X_H} \right] \quad (2)$$

donde  $X_H = \frac{R_{HALO}}{h_c}$  y donde  $R_H$  es el radio del halo cumular.

Una vez calculados los parámetros  $\varphi_{0C}$  y  $h_c$  se dispondría de la fórmula de la densidad de

MO en el cúmulo  $\varphi_{MO-NFW-CUMULOS}(R) = \frac{\varphi_{0C}}{X(1+X)^2}$  donde  $X = \frac{R}{h_c}$

A continuación vamos a tratar las técnicas con las que en principio se pueden medir las dos MO, la interna al cúmulo y la Total.

### 9.3 TEOREMA DEL VIRIAL EN CÚMULOS DE GALAXIAS

Dada la relativa lentitud de los movimientos galácticos y un tiempo de existencia que es comparable con la edad del Universo, es lógico aceptar que la energía cinética de las galaxias está en equilibrio con su energía potencial por tanto es correcto aplicar el teorema del Virial para calcular la masa del cúmulo.

Si se elige una galaxia periférica del cúmulo y se mide su velocidad V y su radio orbital R, se podría calcular la masa total encerrada por la esfera que define la trayectoria de la galaxia dentro del cúmulo.

La cantidad  $M = R \cdot V^2 / G$  sería una buena aproximación de la masa total que encierra el cúmulo. Dicho con otras palabras  $M \approx R \cdot V^2 / G$  sería la masa total del cúmulo medida con el teorema del Virial, la cual englobaría la materia oscura interior al cúmulo pero no la MO de su halo. A dicha masa la designaremos Masa TOTAL-VIRIAL

A pesar de las enormes distancias, decenas o centenares de Mpc, a las que se encuentran los cúmulos existe tecnología para estimar su masa visible que está correlacionada con su masa bariónica  $M_B$ .

Por lo tanto es posible calcular la MO interna del cúmulo mediante la diferencia de Masa TOTAL VIRIAL y de la masa bariónica  $M_B$ .

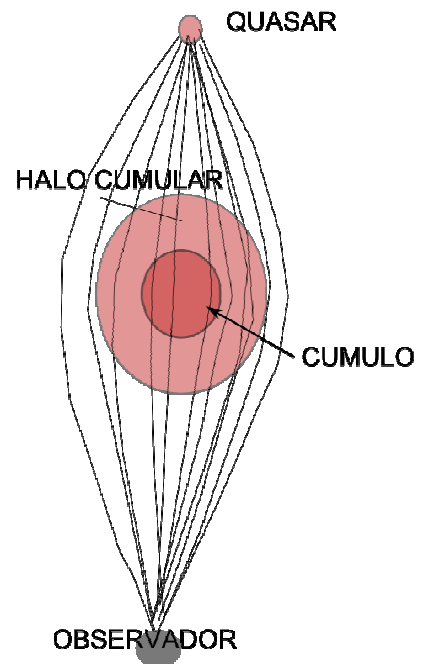
$$MO_{INTERNA\ CUMULO} = M_{TOTAL-VIRIAL} - M_B$$

### 9.4 EL ENIGMA DE LA MATERIA OSCURA EN CÚMULOS DE GALAXIAS

Existe una técnica para medir la masa total en los cúmulos, basada en las lentes gravitacionales.

El método de lente gravitacional en principio podría medir la masa total del cumulo (incluida la de su halo), si se dan las condiciones adecuadas de encontrar una galaxia lejana alineada con el cúmulo “ lente” y la Tierra. Este método puede medir la masa total porque la MO del halo cumular también desvía los rayos X o la luz.

En el libro de Battaner, E (1999). Introducción a la Astrofísica. Alianza Editorial. Se cita el extraño resultado acerca de que se han hecho mediciones en cúmulos en los que la MO constituye el 99% de la materia total del cúmulo. Mientras que en general se estima que en las galaxias la MO es el 90%.



Dicho en otras palabras, se ha determinado experimentalmente que la MO de un cúmulo es mayor que la suma de la MO de las galaxias que lo componen.

Esto que no deja de ser una extraña propiedad de la MO, podría explicarse gracias a la MO del halo de los cúmulos.

En el capítulo 12 de pruebas experimentales propondremos una prueba para chequear el modelo, basada en medir la masa total de un cúmulo mediante la técnica del Teorema del Virial y la técnica de la lente gravitacional.

### 9.5 COMPLEJIDAD DE LA DISTRIBUCIÓN DE MO EN LOS CÚMULOS GALÁCTICOS

Está bien establecido experimentalmente que en general en los cúmulos existe más masa en forma de gas intergaláctico que la masa de las estrellas de todas las galaxias del cúmulo. Es aceptado por la comunidad científica que la masa de gas, principalmente hidrógeno y helio neutro o ionizado, es más de dos veces la masa de las estrellas que componen las galaxias del cúmulo.

La masa de las nubes de gas también se puede medir mediante técnicas de radioastronomía. Dado que las nubes de gas generan campos gravitatorios mucho más débiles que las estrellas, la generación de MO causada por el gas es muy inferior a la generada por las galaxias. Esta idea será desarrollada un poco más en el capítulo 11.

No obstante esa MO generada por el gas, podría ser un factor responsable de alterar la simetría esférica de la MO en el cúmulo.

Dada la importancia que tienen las galaxias en la generación de MO, es lógico pensar que la no simetría esférica perfecta de la distribución de galaxias en los cúmulos sea el factor más importante responsable de la no simetría esférica de la MO en los cúmulos de galaxias.

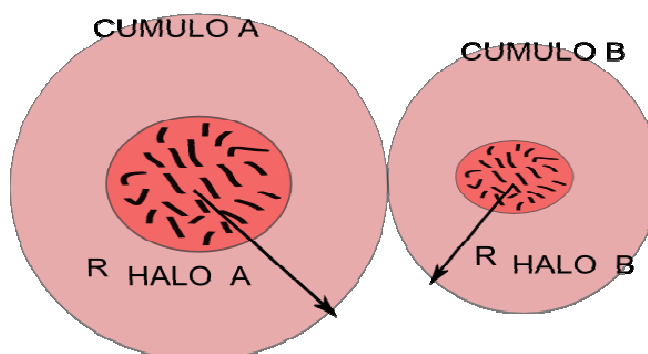
### 9.6 RELACIÓN ENTRE LOS HALOS DE CUMULOS VECINOS

El modelo, de forma natural permite extrapolar los mismos razonamientos realizados para los halos galácticos a los halos cumulares.

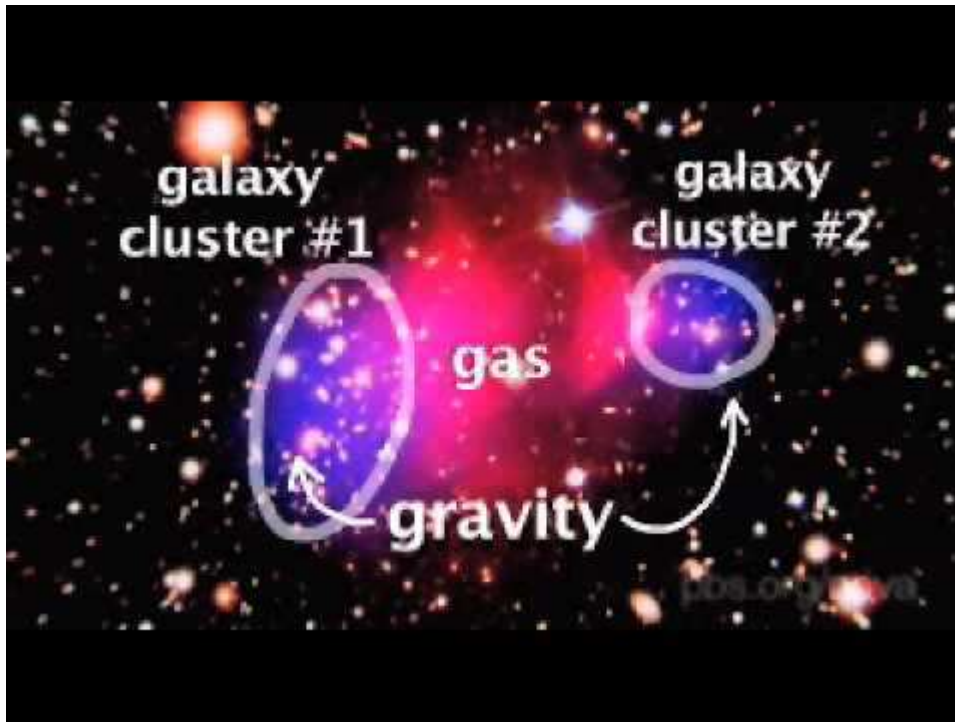
Así pues el tamaño y masa de los halos cumulares dependerán de la masa total interna del cúmulo (masa ordinaria y MO de sus galaxias), de las distancias a los cúmulos vecinos y de las masas de éstos.

Como se vió en el estudio de los halos galácticos, la ecuación que relaciona las masas y los radios de los halos es bastante complicada. Sin embargo, al igual que ocurre en galaxias gemelas, el radio de los halos de cúmulos gemelos es la mitad de la distancia que los separa.

Además, dado que las capas externas del halo contribuyen a la masa a través de una función logarítmica con la distancia del centro de su cúmulo, el error en el cálculo de masa se minimiza con respecto al error de cálculo del radio del halo. Por tanto si en un supercúmulo, dos cúmulos vecinos no son muy distintos en masa barionica, es buena aproximación considerar el radio de sus halos como la mitad de la distancia entre ambos.



## 10. LA MATERIA OSCURA EN EL CÚMULO BALA



El cúmulo Bala está formado por dos cúmulos de galaxias, aunque estrictamente hablando el cúmulo Bala es el cúmulo más pequeño (2) cuya nube de gas tiene forma cónica. Estos cúmulos colisionaron hace 150 millones de años. Las estrellas no colisionaron, simplemente desviaron sus trayectorias. Sin embargo el gas si interaccionó y como resultado el gas se calentó a unos 70 millones de grados y emite Rayos X. En la actualidad estos cúmulos se alejan a 10 millones de Km/h, aunque las nubes de gas han quedado más ligadas gravitatoriamente. Se constata que no hay evidencias acerca de la colisión de la MO.

Ha sido estimado que el gas (en rojo) es dos veces más masivo que la masa de las estrellas de los cúmulos (en azul). Sin embargo mediante lentes gravitacionales se ha constatado que los cúmulos son mucho más masivos que la nube de gas.

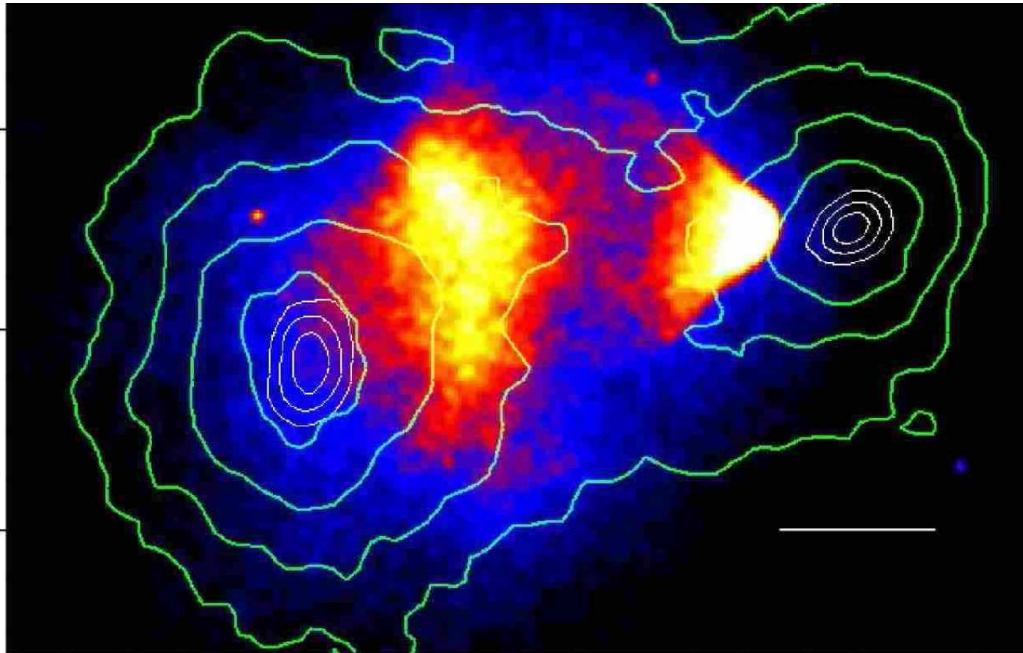
Esta prueba experimental fue hace unos años la prueba definitiva para aceptar la existencia de la MO y descartar totalmente la teoría MOND (Modified Newton Dynamic).

A continuación vamos a centrar la atención sobre dos extraños fenómenos asociados a la MO del cúmulo Bala.

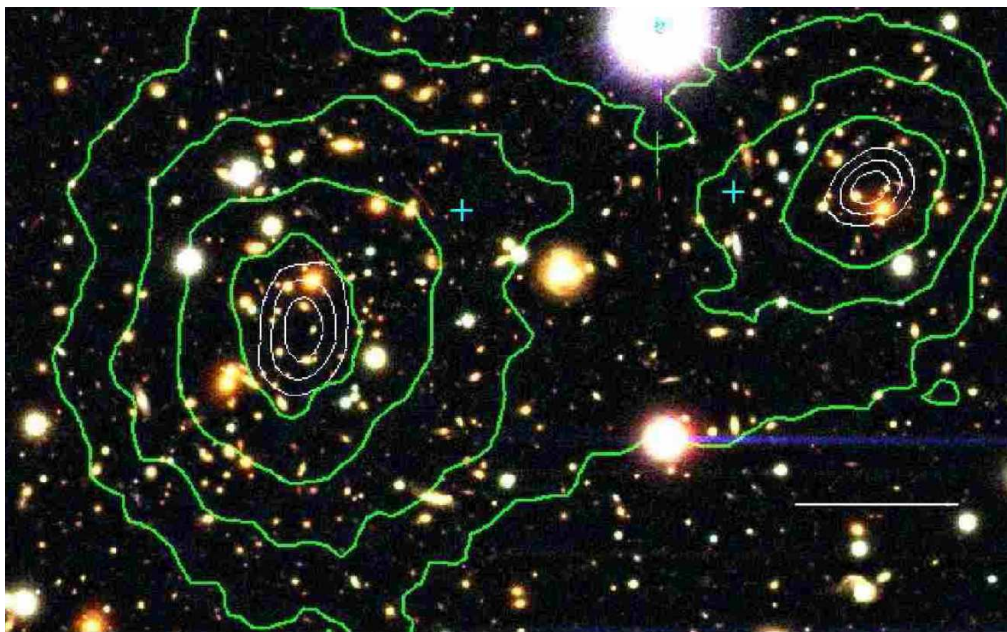
- La MO, que está distribuida por el espacio de forma parecida a las nubes de gas, no ha colisionado, prueba de ello es que la mayor parte de la masa del sistema conserva la simetría esférica.
- La MO permanece mayoritariamente ligada a los dos cúmulos de galaxias aunque una fracción está distribuida en la zona de las nubes de gas.

La región del gráfico en blanco, amarillo, rojo y azul representa materia barionica ionizada que emite Rayos X a diferentes frecuencias dependiendo de la temperatura a la que se encuentra. Las regiones más calientes están a más de cien millones de grados como resultado de la colisión de ambos cúmulos.





El cúmulo Bala es un par de cúmulos que colisionaron (Clowe et al. 2006).



El cúmulo Bala está dominado por material que no ha colisionado (Clowe et al. 2006).

Las curvas del gráfico representan la concentración de materia, que como puede verse tiene una alta simetría esférica y están concentradas sobre los centros de los dos cúmulos.

Estas curvas han sido elaboradas mediante técnicas de lentes gravitacionales que como es sabido permiten calcular la masa total (ordinaria y oscura). Esta alta simetría esférica demuestra que al igual que las estrellas, la MO de ambos cúmulos tampoco ha interactuado en la colisión.

Resumiendo:

- La MO no ha colisionado.
- La MO permanece ligada principalmente a los cúmulos de galaxias, aunque una fracción está distribuida juntamente con la nube de gas.



## 10.1 EL MODELO DE M.O. EXPLICA LAS EXTRAÑAS PROPIEDADES DE LA M.O. EN EL CÚMULO BALA

Hasta aquí hemos expuesto las evidencias experimentales del cúmulo Bala, ahora vamos a tratar de explicar con el modelo por vacío cuántico estas extrañas propiedades de la MO en el cúmulo Bala.

Según el modelo, la MO no puede existir independientemente de la materia ordinaria, por eso permanece ligada principalmente al campo gravitatorio de los cúmulos. Por razonamientos análogos a los hechos en el capítulo 6 para una galaxia se puede obtener la fórmula

$$\varphi_{MO-CUMULO}(E) = g \circ f^{-1}(E)$$

Por tanto el carácter de campo conservativo del campo gravitatorio  $E$ , puede asociarse al campo de densidad de MO.

De esta forma el modelo explica fácilmente:

- *La no existencia de interacción de la MO en un choque tan formidable como el de dos cúmulos, que sin embargo ha sido capaz de calentar las masas de gas bariónico a casi cien millones de grados.*
- *La permanencia de la estructura de una relativa simetría esférica de la masa total en torno a los dos cúmulos.*

### **Llegados a este punto es necesario hacer una importante observación:**

Al principio del epígrafe informamos que la masa ordinaria de la nube de gas se estima que es el doble de la masa visible de las estrellas de los cúmulos. Por lo tanto podríamos pensar que esta masa ordinaria tendría que generar una masa oscura mayor incluso que la creada por las estrellas en los dos cúmulos. Sin embargo las evidencias experimentales muestran que la MO está concentrada principalmente en los cúmulos de galaxias, no en la región intermedia de gas bariónico.

En el siguiente capítulo veremos como el modelo puede explicar que la MO debe estar concentrada en las regiones donde se encuentran las galaxias, coincidiendo así con los resultados experimentales.

### **BIBLIOGRAFÍA DEL CAPÍTULO**

El notable gráfico que traduce un espectacular trabajo experimental sobre el cúmulo doble A222/A223 ha sido extraído del artículo:

Schneider, Peter (2012). Dark matter in clusters and large- scale structure. Published in XXIV Canary Islands winter school of astrophysics.

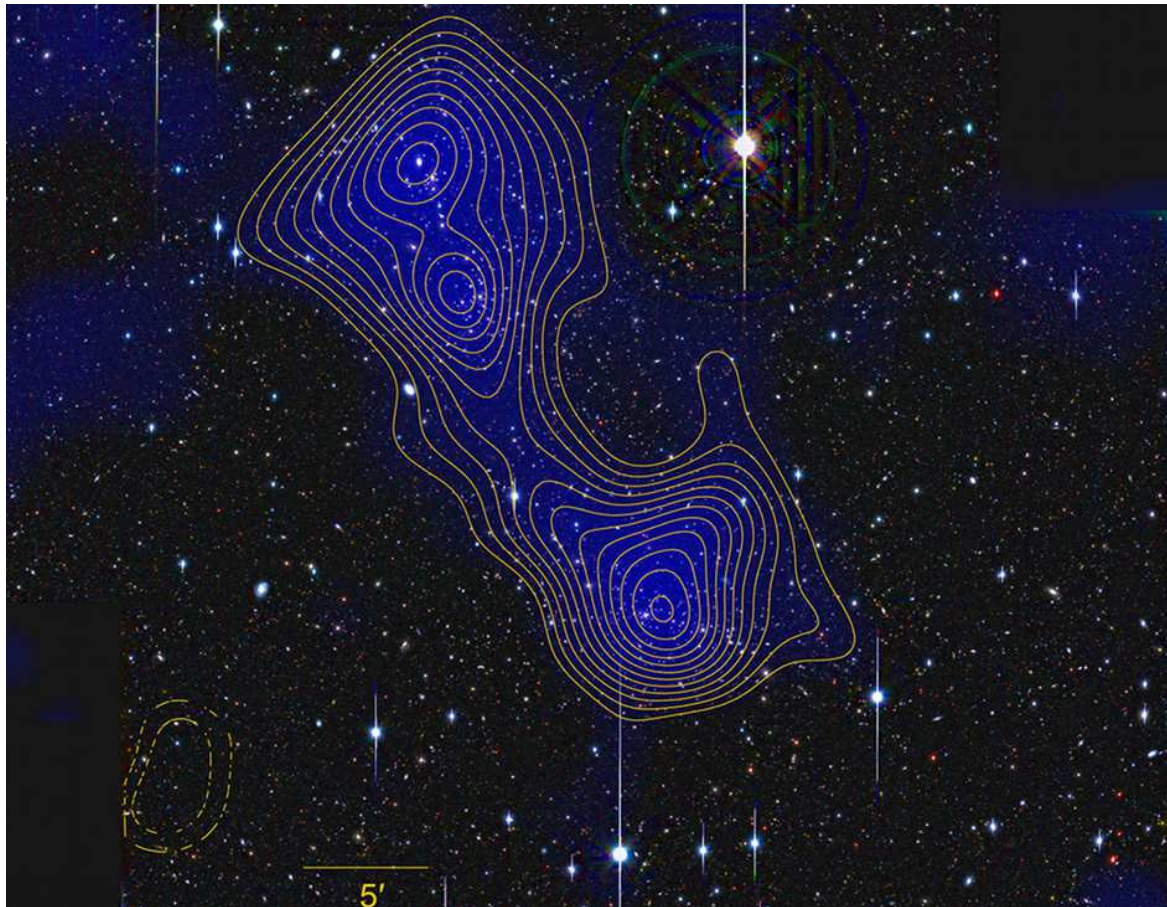
## 11.FILAMENTOS DE MATERIA OSCURA QUE CONECTAN CÚMULOS

Como planteábamos arriba, podríamos pensar que una nube de gas más masiva que las masas estelares galácticas debería generar más MO que las propias estrellas. La respuesta es negativa debido a que la densidad de la nube de gas es cuatrillones de veces inferior a la densidad de las estrellas, y por tanto generan un campo gravitatorio muy débil en la extensa región que delimita la nube de gas que existe entre dos o más cúmulos. Dicho con otras palabras, la materia oscura que crea la materia ordinaria de las nubes de gas entre cúmulos es despreciable frente a la materia oscura que generan las galaxias de los cúmulos.

Para justificar esta afirmación recordamos los resultados del capítulo 6. En él se demostró que la densidad de MO dependía del campo  $E$  a través de una función  $\varphi_{MO-NFW}(E) = g \circ f^{-1}(E)$  que no se pudo explicitar por su complejidad pero que a través de las gráficas se llegó a la conclusión que la densidad decrecía muy rápidamente a medida que el campo  $E$  decrece. De acuerdo con esta propiedad, es posible deducir, cualitativamente, que la MO generada por la nube de gas intergaláctico es muy inferior a la MO generada por las galaxias de los cúmulos porque la nube de gas tiene un campo gravitatorio muy débil en la inmensa región que ocupa.

No obstante dicha masa de gas genera cierta cantidad de MO en el seno de la propia nube de gas barionico y podría también ser responsable de la formación de los filamentos de MO en las nubes de gas que existen entre cúmulos próximos.

En la figura de abajo puede verse representado un filamento de materia oscura que une dos cúmulos.



El cúmulo doble A222/A223 (Dietrich et al. 2012)

## 12. PRUEBAS EXPERIMENTALES PARA CONTRASTAR EL MODELO DE M.O.

Como se ha reiterado durante todo el artículo, el modelo está basado en una relación causal entre gravitación y MO, como consecuencia de la cual existe una fórmula muy precisa para la densidad de MO y para la  $MO_{TOTAL}(<R)$ .

Esta fórmula para la densidad de MO tipo NFW, está en claro contraste con la materia bariónica, la cual puede existir en un rango de densidades de muchos órdenes de magnitud, desde las más tenues nubes de gas intergaláctico hasta la máxima concentración en las estrellas de neutrones.

La idea clave que subyace en todas las pruebas que se van a proponer es comprobar la universalidad del mecanismo de generación de MO. Es decir en cualesquiera dos regiones A y B donde existan campos gravitatorios similares la densidad de MO generada debe ser similar y por tanto la cantidad de MO generada debe ser similar.

Hay que señalar aquí que las dificultades para realizar medidas de MO son enormes, no solo por la distancia de los sistemas que se miden sino también porque la MO está siempre acompañada de materia bariónica y por tanto hay que diseñar pruebas para medir la masa bariónica por un lado y la masa total por otro.

### 12.1 LA VÍA LÁCTEA Y ANDRÓMEDA

En el artículo de Veljanoski, J. 2014.[7], tras un minucioso estudio de la galaxia de Andrómeda, los autores estimaron su masa en el intervalo  $(1.2-1.6) \pm 0.2 \cdot 10^{12} M_{\odot}$ .

En el artículo de Famaey, B.2015. [8], el autor señala que actualmente la masa estimada para la Vía Láctea es de  $M_{200} = 1.4 \cdot 10^{12} M_{\odot}$  y  $R_{200} = 305 kpc$ , donde  $M_{200}$  es la masa Virial de la Vía Láctea y  $R_{200}$  su radio Virial.

Es importante señalar aquí, que el radio Virial es el radio de halo galáctico usado por la comunidad científica. Sin embargo el concepto de radio Virial es totalmente distinto a la definición que se ha dado en este trabajo al radio de halo.

Por ejemplo recordamos que de acuerdo con el modelo el radio del halo de la Vía Láctea es 385 kpc mientras que el radio Virial de la misma es 305 kpc.

No obstante la diferencia en masa oscura de ambos halos es pequeña, porque como ya se ha señalado anteriormente: La contribución a la  $MO_{TOTAL}$  de las capas externas del halo es a través de una función logarítmica del radio y como es sabido esta función crece muy lentamente. Por tanto a efectos prácticos de cálculo de MO hay muy poca diferencia entre ambos tipos de radios.

La diferencia entre ambos radios es conceptual. La definición de halo usado en este trabajo es totalmente original, pero se ha justificado adecuadamente tanto en galaxias como en cúmulos de galaxias.

Todos los autores admiten un alto grado de incertidumbre tanto en la masa de la Vía Láctea como en la de Andrómeda ya que los resultados de sus masas son muy dependientes de las técnicas usadas para calcularlas.

Los próximos resultados de la misión GAIA son esperados con expectación porque con ellos se pretende precisar la masa de la Vía Láctea.

Es obvio que es en estas galaxias donde se puede medir mejor las curvas de rotación de las estrellas y por tanto es en ellas donde se puede comprobar mejor la validez de las fórmulas

de la densidad  $\varphi_{MO-NFW}(X) = \frac{\varphi_0}{X(1+X)^2}$  y de la masa:

$$M_{MO}(< R) = 4\pi\varphi_{G0}h_G^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \quad x = R/h_G \quad x \in \text{Nucleo, Disco, halo.}$$

En mi opinión, el hecho de que la densidad de MO presente una fórmula muy precisa para su distribución es un indicio muy sólido que señala a que la MO está estrechamente vinculada al campo gravitatorio y a la naturaleza cuántica del espacio.

## 12.2 GALAXIAS VECINAS

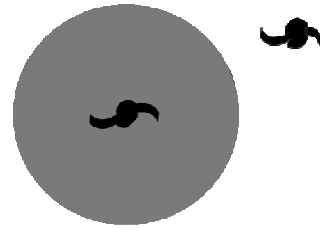
Como se vio en el capítulo 8, la región del halo de una galaxia es la región donde el campo gravitatorio de ésta domina. Así pues el radio del halo viene determinado por la igualdad de campo gravitatorio de galaxias vecinas, que viene ser expresado con esta doble ecuación:

$$\frac{G \left\langle M_{B1} + 4\pi\varphi_{01}h_1^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \right\rangle}{h_1^2 x^2} = \frac{G \left\langle M_{B2} + 4\pi\varphi_{02}h_2^3 \left[ \ln(1+y) - \frac{y}{1+y} \right] \right\rangle}{h_2^2 y^2}$$

$$y = \frac{D - xh_1}{h_2}$$

El modelo permite pues calcular de forma muy precisa el radio del halo y por tanto la masa total de MO que contiene el halo.

$$M_{MO-TOTAL}(< R_{Halo}) = 4\pi\varphi_{G0}h_G^3 \left[ \ln(1 + X_{Halo}) - \frac{X_{Halo}}{1 + X_{Halo}} \right]$$

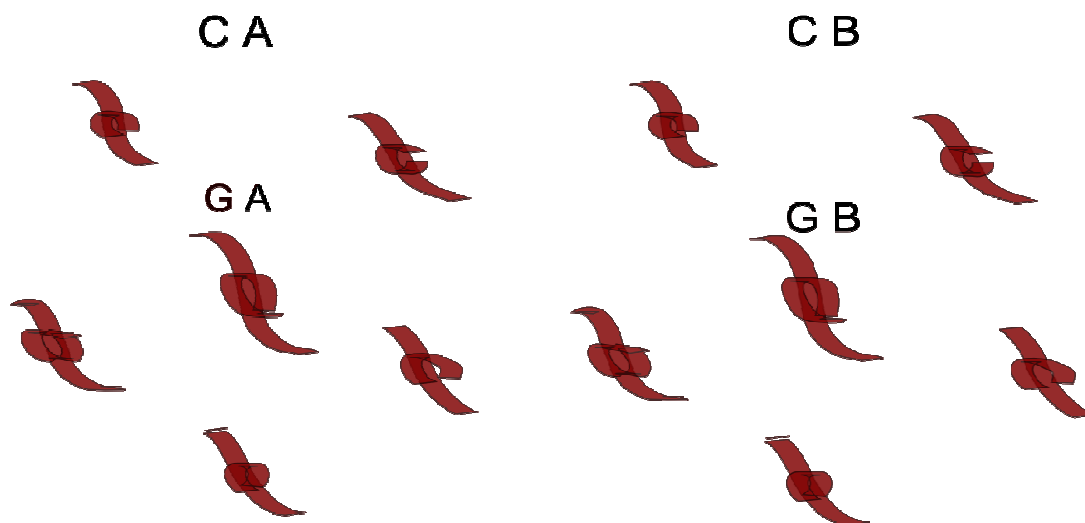


que sumado a la masa bariónica produce la masa total.

$$M_{TOTAL}(< R_{Halo}) = M_{BARIONICA} + 4\pi\varphi_{G0}h_G^3 \left[ \ln(1 + X_{Halo}) - \frac{X_{Halo}}{1 + X_{Halo}} \right]$$

No es fácil diseñar pruebas para medir la masa total o el radio del halo de las galaxias porque éstas habitualmente tienen la costumbre de pertenecer a cúmulos con miles de galaxias, donde cada galaxia interacciona con el resto. Quizá el efecto lente gravitatoria sea la mejor técnica para medir la masa total de una galaxia y estimar el radio de su halo, pero eso deben saberlo mejor los expertos.

### 12.3 GALAXIAS SIMILARES PERTENECIENTES A CÚMULOS DIFERENTES



Consideramos dos galaxias de similar masa ordinaria (similar brillo), pertenecientes a dos cúmulos de galaxias distintos, cuyas galaxias circundantes estén separadas a distancias similares y sus masas sean similares. Con estas condiciones ambas galaxias, (GA y GB en el gráfico), tendrán un halo similar y por tanto la MO de ambas galaxias debe ser similar.

Esta es una magnífica prueba del modelo, que no necesita del conocimiento de la curva exacta de la densidad de MO en los halos porque si consideramos galaxias con la misma masa ordinaria, la MO que generan debe ser similar.

Si la MO medida en cualesquiera dos galaxias con la misma masa ordinaria y similar entorno galáctico pertenecientes a cúmulos distintos fuera similar significaría la demostración de la universalidad del mecanismo de generación de MO. Es evidente que la causa de esa universalidad del mecanismo de generación de MO tiene que ser lo único que tienen en común los dos cúmulos, que no es otra cosa que el campo gravitatorio.

Es muy lógico pensar que si la MO estuviera formada por partículas no bariónicas reales, con masa, éstas no tendrían porqué estar en proporción constante en cualquier par de galaxias con la misma masa ordinaria, ya que la interacción gravitatoria es un poderoso mecanismo de agrupación de masa y el Universo es bastante anisótropo.

Es de todos sabido que por ejemplo la materia bariónica se agrupa en estrellas, galaxias o cúmulos, en muy diferentes escalas, por ejemplo puede haber estrellas desde  $1/10 M_{SOL}$  hasta  $100 M_{SOL}$ . El rango de variación de la masa de las galaxias es incluso mayor.

En el extremo opuesto a la gran anisotropía en el Universo de la materia bariónica, estaría la radiación de fondo en el rango de microondas, o de neutrinos, ambas de una gran isotropía. Existe un gran consenso científico en descartar este tipo de entes físicos como MO, entre otras razones, porque la MO no está distribuida uniformemente en los halos galácticos ni en los cúmulos.

La naturaleza de la MO propuesta en este trabajo, no pertenece a ninguna de las dos categorías indicadas.

#### 12.4 CÚMULOS DE GALAXIAS MEDIDOS CON EL TEOREMA DEL VIRIAL

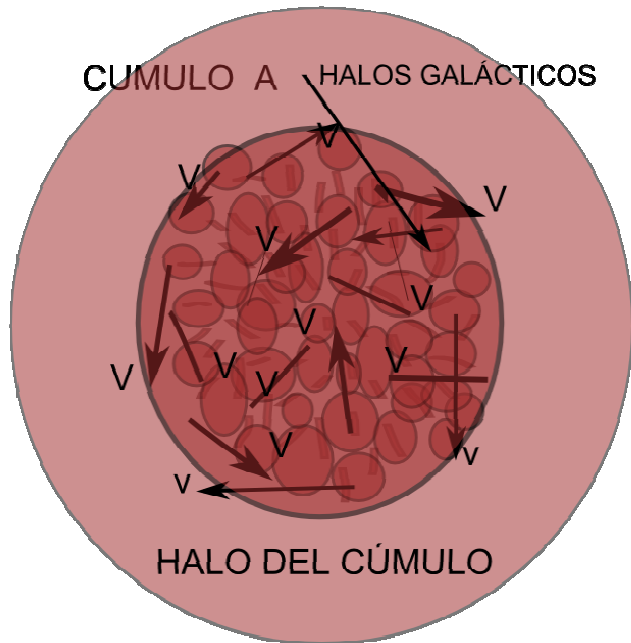
Según el modelo, dos cúmulos A y B de masas ordinarias similares, incluida la masa de sus nubes de gases, con un tamaño similar y una densidad de galaxias similar, deben tener la misma masa total medida con el teorema del Virial.

Para justificar esta afirmación, nos basamos en que si la densidad de galaxias es similar, al igual que sus masas, el tamaño y la MO de los halos galácticos serán similares.

Recordemos que con dicha técnica se mide la masa total encerrada en el cúmulo, es decir las masas ordinarias de las galaxias y también las MO de los halos galácticos. La masa que no mide esta técnica es la MO del halo del cúmulo.

Esta prueba propuesta pertenece a la misma categoría que la propuesta en el epígrafe 12.3 pero a escala de cúmulo.

Si dos cúmulos que verificaran las propiedades antes mencionadas, tuvieran masas totales claramente diferentes, el modelo propuesto habría que rechazarlo.



#### 12.5 CÚMULOS DE GALAXIAS CON MASA ORDINARIA SIMILAR Y ESTRUCTURAS SIMILARES, MEDIDOS CON LA TÉCNICA DE LA LENTE GRAVITACIONAL

De acuerdo con el modelo, dos cúmulos diferentes pero con masas bariónicas, estructuras y tamaños de halos similares, deben tener la misma masa total medida con la técnica de la lente gravitacional.

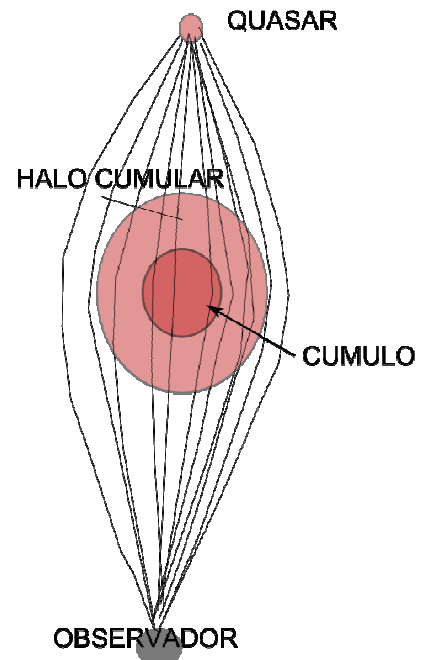
La razón es la misma otras veces aportada:

Si el mecanismo de generación de MO es universal, debe de producir la misma cantidad de MO siempre que la cantidad de masa bariónica, estructura y halo sean similares.

Las estructuras similares se refiere sobre todo a que la proporción de masa bariónica en forma de gas intergaláctico y masa bariónica en galaxias sea similar en ambos cúmulos.

Como ya se destacó en el capítulo 11, a pesar de que las nubes de gas intergaláctico son más de dos veces más masivas que la masa de las galaxias de un cúmulo, aportan una fracción pequeña de la MO total del cúmulo. Por lo tanto es importante que los cúmulos que se comparan tengan similares proporciones de masa bariónica en forma de gas con respecto a la masa bariónica de las galaxias.

Los halos deben ser similares porque como ya se ha visto, la MO total del halo depende del tamaño del halo.



## 12.6 VACÍOS CÓSMICOS

El telescopio Hubble captó el magnífico fenómeno de una lente gravitatoria formada por el Cúmulo de galaxias Abel 2218 situado a unos 2000 millones A-L, que mostraba varias imágenes distorsionadas de una galaxia situada a unos 10000 millones de A-L.

Un cúmulo de galaxias es la mayor de las lentes posibles y el Hubble nos ha brindado la imagen de una galaxia que proviene casi de los límites del Universo observable gracias a una lente con varios millones de años luz de diámetro.

Grandioso experimento y grandioso espectáculo;

Como es sabido, el efecto de lente gravitatoria necesita solamente un campo gravitatorio central.

Vamos a proponer una nueva prueba para contrastar el modelo de MO, usando precisamente el fenómeno de lente gravitatoria.

Si la MO pudiera existir independientemente de la materia ordinaria, los lugares idóneos para buscarla serían los grandes vacíos de galaxias. Es evidente que el único mecanismo para buscar MO aislada es el de lentes gravitatorias. Si la MO existiera libre de la materia ordinaria, podría formar campos gravitatorios centrales que en las condiciones adecuadas podrían formar imágenes de galaxias alejadas que pueden ser detectadas tal y como hizo el telescopio Hubble gracias al cúmulo de galaxias Abel 2218.

Hasta donde yo sé no se ha descubierto ninguna región con MO pura, a pesar de que cada noche el cielo es escudriñado con docenas de telescopios con las más sofisticadas tecnologías. Puede que en un futuro se encuentre, pero también puede ser que eso no suceda jamás tal y como predice este modelo de MO.

En mi opinión, si la MO pudiera existir en estado puro, ya se habría detectado.

## 12.7 ÓRBITAS DE PLANETOIDES TRANSNEPTUNIANOS

Aparte de Plutón hay tres planetoides más allá de la órbita de Neptuno. Eris que es el más alejado está a 67.668 UA, casi el doble de distancia que Plutón.

Se ha pensado en proponer un test con estos cuerpos celestes porque como se ha reiterado a lo largo del artículo, el modelo vincula la densidad de MO a la intensidad del campo gravitatorio, por tanto a escala de sistema Solar también debe existir MO.

Dado que Eris es el planetoide con la órbita más alejada del Sol, la cantidad de MO que encierra ésta es mayor que la del resto de planetas. Por tanto sería el cuerpo del Sistema Solar en el que hubiera mayor discrepancia en su velocidad de rotación, entre la velocidad calculada sólo con materia ordinaria y la velocidad real medida, suponiendo que dicha medida tuviera la precisión necesaria.



## CONCLUSIÓN

La hipótesis del modelo es que la densidad de MO en un punto es generada por la intensidad de campo gravitatorio en dicho punto, a través de un efecto de gravedad cuántica, que queda pendiente por describir con la teoría adecuada. Además este mecanismo es universal, es decir opera de la misma forma en cualquier galaxia, a mayor escala en el caso de cúmulo de galaxias o a menor escala en estrellas.

A partir de esa hipótesis en este trabajo se ha tratado de justificar los siguientes resultados:

a) *El modelo de MO es coherente con la densidad de MO tipo NFW, porque el modelo se basa también en un mecanismo de generación de MO que es universal.*

b) *Partiendo de la fórmula de la intensidad E en función de la distancia*

$$E = \frac{GM_{TOTAL}(< R)}{R^2} = \frac{GM_{TOTAL}(< R)}{h_G^2 X^2} = \frac{G \left\langle M_B + 4\pi\phi_{0G} h_G^3 \left[ \ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right] \right\rangle}{h_G^2 X^2}$$

*Se ha demostrado matemáticamente que existe una dependencia funcional entre densidad de MO y la Intensidad de campo gravitatorio  $\phi_{MO-NFW}(E) = g \circ f^{-1}(E)$ .*

*Es evidente que la existencia matemática de esa función solo es una **condición necesaria** para la verificación de la hipótesis del modelo.*

c) *El radio del halo de una galaxia viene determinado por la región donde el campo gravitatorio intergaláctico se anula como consecuencia de la suma vectorial de la intensidad de campo gravitatorio de las galaxias vecinas. Como consecuencia de esta hipótesis, el tamaño del halo de una galaxia no solo depende de la masa propia de la galaxia sino de la masa de las galaxias vecinas.*

d) *Dado que el mecanismo de generación de MO es universal se ha extendido a cúmulos de galaxias, en concreto:*

- *Se ha supuesto que la MO en cúmulos tiene una densidad tipo NFW*
- *Se ha definido el halo de un cúmulo de forma similar al halo galáctico.*

e) *El modelo explica fácilmente las extrañas propiedades que la MO exhibe en el cúmulo Bala y la compleja estructura de los filamentos de MO intercumulares.*

f) *Se han propuesto siete pruebas experimentales para tratar de comprobar la universalidad del mecanismo de generación de MO. En mi opinión, si se constata con total certeza que el mecanismo es universal, este hecho constituiría la **condición suficiente** para afirmar que el origen de la MO es el propio campo gravitatorio.*

*Pensemos que si en todos los sistemas en los que se mide la MO se comprueba que sigue la misma densidad de MO tipo NFW, la causa de esto tiene que ser lo único que todos los sistemas tienen en común que no es otra cosa que el campo gravitatorio.*



En mi opinión, si alguna de las pruebas experimentales antes propuestas contradijera los resultados que predice el modelo de materia oscura, eso sería motivo suficiente para desechar el modelo, pero si todas las pruebas apoyaran el modelo creo que habría motivos suficientes para pensar en él como un candidato serio para explicar la auténtica naturaleza de la M.O.

Famaey, B.[8] señala en la conclusión de su artículo que hay bastantes pistas indirectas que muestran que la materia oscura no está formada por partículas no -bariónicas estables que interaccionan gravitatoriamente con las partículas bariónicas.

El hecho de la búsqueda infructuosa de partículas responsables de la M.O. durante varios decenios por parte de la comunidad científica internacional, usando la tecnología más sofisticada, podría ser un indicador de que la M.O. es de otra clase.

Además, si actualmente existe cierto consenso en la comunidad científica acerca de que la Energía Oscura es un fenómeno de gravedad cuántica, por razones de simetría podemos sospechar que la MO también puede ser un fenómeno producido por la naturaleza cuántica de la gravedad. En mi opinión, será el tratamiento mecano cuántico de la gravitación el que aclare definitivamente el problema de la energía y la materia oscura.

Si las pruebas experimentales confirmaran que la naturaleza de la materia oscura es la que predice el modelo, este hecho sería de gran ayuda para desarrollar una teoría cuántica de la gravitación que fuera coherente con este modelo de materia oscura. Tengamos en cuenta que actualmente hay varias teorías de gravitación cuántica en desarrollo y las dificultades para avanzar en estas teorías son grandes.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ostriker, Jeremiah P. & Mitton, Simon . (2013). *El corazón de las tinieblas. Materia y Energía Oscuras*. Barcelona: Ediciones de Pasado y Presente.
- [2 ] Battaner, Eduardo.(1999). *Introducción a la Astrofísica*. Madrid: Alianza Editorial.
- [3 ] Schneider, Peter (2012). Dark matter in clusters and large- scale structure. Published in XXIV Canary Islands winter school of astrophysics.
- [4 ] Title of paper: A wide-field Hi mosaic of Messier 31(Andrómeda)  
II. The disk warp, rotation and the dark matter halo  
Authors: Edvige Corbelli, Silvio Lorenzoni, Rene Walterbos, R. Braun, and David Thilker  
Published in arXiv:0912.4133v1 [astro-ph.CO] 21 Dec 2009
- [ 5] Title of paper: Rotational Velocity Curves in the Milky Way as a Test of Modified Gravity  
Authors J. W. Moffat and V. T. Toth  
Published in arXiv:1411.6701v2 [astro-ph.GA] 11 Dec 2014
- [ 6] Title of paper: ROTATION CURVE OF THE MILKY WAY OUT TO 200 KPC  
Authors: Pijushpani Bhattacharjee, Soumini Chaudhury, and Susmita Kundu  
Published in arXiv:1310.2659v3 [astro-ph.GA] 26 Feb 2014
- [7] Title of paper: The outer halo globular cluster system of M31 – II Kinematics  
Authors: J. Veljanoski, A. D. Mackey, A. M. N. Ferguson, A. P. Huxor, P. Côté  
M. J. Irwin, N. R. Tanvir<sup>6</sup>, J. Peñarrubia, E. J. Bernard, M. Fardal, N. F. Martin<sup>8</sup>,  
A. McConnachie, G. F. Lewis, S. C. Chapman, R. A. Ibata, A. Babul  
Published in arXiv:1406.0186v1 [astro-ph.GA] 1 Jun 2014
- [ 8] Title of paper: Dark Matter in the Milky Way  
Benoit Famaey  
Published in arXiv:1501.01788v1 [astro-ph.GA] 8 Jan 2015
- [ 9] Title of paper: On the local dark matter density  
Authors: C. Moni Bidin, R. Smith, G. Carraro, R. A. Méndez, and M. Moyano  
Published in arXiv:1411.2625v1 [astro-ph.GA] 10 Nov 2014
- [ 10] Yoshiaki Sofue-2013 A Grand Rotation Curve and Dark Matter Halo in the Milky Way  
arXiv:1110.4431v4 [astro-ph.GA]

**ANEXO**  
**CURVAS DE ROTACIÓN EN LA REGIÓN DEL NÚCLEO Y DEL DISCO DE VARIAS GALAXIAS**

