

THE SEQUENCE OF THE PRIMES

Author: Aníbal Fernando Barral

Argentina 11 / 01 / 1954

Civil Engineer (U.N.R.)

nibral@tiscali.it

Abstract

In mathematics, a prime number is a natural number that is divisible only by 1 and itself.

For centuries, the search for an algorithm that could generate the sequence of these numbers became a mystery.

Perhaps the problem arises at the beginning of the enterprise, that is, the search for a single algorithm.

I noticed that all the primes without exception increased by one unit in some cases, or decreased by one unit in the other cases result in a multiple of 6 (six)

Example: $5+1=6$; $7-1=6$; $11+1=12$; $13-1=12$; $17+1=18$; $19-1=18$; $23+1=24$; $29+1=30$; $31-1=30$;

$37-1=36$; $41+1=42$; $43-1=42$; $47+1=48$; and so on.

Then I thought of making it easier to split the problem solving both cases.

So are passed to assume the presence of # 2 complementary families of primes.

To the number 1000, I worked by hand, a job with some effort but great satisfaction.

At this point my algorithms were reliable, but I needed another test.

To get to number 60,000 I leaned in a computational program, which compiled a dear friend. I would have liked to get up to 1,000,000 but the limit of 60,000 has been imposed by the processing time of the data.

At this point I had no more doubts about the reliability of my algorithms that are developed in continuation.

1 – Espressioni matematiche di tutti i numeri primi maggiori di 4 .

Ci sono due famiglie di numeri primi:

La prima famiglia si genera tramite la espressione: $P_1 = N_1 * 6 - 1$

La seconda famiglia si genera tramite la espressione: $P_2 = N_2 * 6 + 1$

P_1 : numeri primi appartenenti alla prima famiglia

P_2 : numeri primi appartenenti alla seconda famiglia

N_1 : numeri naturali generatori di numeri primi appartenenti alla prima famiglia

N_2 : numeri naturali generatori di numeri primi appartenenti alla seconda famiglia

La totalità dei numeri primi maggiori di 4 si ottiene come l'unione degli insiemi appartenenti a entrambe le due famiglie.

2 - Algoritmi per la generazione di numeri primi.

2.1 - Algoritmi per la generazione di numeri primi appartenenti alla prima famiglia.

La prima famiglia di numeri primi si genera tramite la espressione:

$$P_1 = N_1 * 6 - 1$$

P_1 : numeri primi appartenenti alla prima famiglia

N_1 : numeri naturali generatori dei numeri primi appartenenti alla prima famiglia

I numeri N_1 sono tutti i numeri naturali escludendo quegli che obbediscono i seguenti algoritmi:

$$c = (6 + 5 * a) + (7 + 6 * a) * b \quad (\text{con } a \geq 0 ; b \geq 0)$$

$$d = (6 + 7 * a) + (5 + 6 * a) * b \quad (\text{con } a \geq 0 ; b \geq 0)$$

Si potrebbe ridurre ad una unica espressione scambiando "a" per "b"

$$c = (6 + 5 * b) + (7 + 6 * b) * a$$

$$c = 6 + 5 * b + 7 * a + 6 * a * b$$

$$c = 6 + 7 * a + 5 * b + 6 * a * b$$

$$c = (6 + 7 * a) + (5 + 6 * a) * b \quad \text{espressione analoga a quella per il calcolo dei numeri "d"}$$

2.2 - Algoritmi per la generazione dei numeri primi appartenenti alla seconda famiglia.

La seconda famiglia dei numeri primi si genera tramite la espressione:

$$P_2 = N_2 * 6 + 1$$

P_2 : numeri primi appartenenti alla seconda famiglia

N_2 : numeri naturali generatori di numeri primi appartenenti alla seconda famiglia

I numeri N_2 sono tutti i numeri naturali escludendo quegli che obbediscono i seguenti algoritmi:

$$s = (4 + 5 * p) + (5 + 6 * p) * q \quad (\text{con } p \geq 0 ; q \geq 0)$$

$$t = (8 + 7 * p) + (7 + 6 * p) * q \quad (\text{con } p \geq 0 ; q \geq 0)$$

3 - Esempio

Si procede alla deduzione dei numeri primi minori di 1000 utilizzando le espressioni precedenti

Prima famiglia:

I numeri naturali da escludere per ottenere i numeri N_1 , obbediscono i seguenti algoritmi:

Primo algoritmo $c = (6 + 5 * a) + (7 + 6 * a) * b$ (con $a \geq 0$; $b \geq 0$)

con l'aiuto di un foglio elettronico si ottengono facilmente i numeri da escludere

$c = (6 + 5 * a) + (7 + 6 * a) * b$		b					
		0	1	2	3	4	5
a	0	6	13	20	27	34	41
	1	11	24	37	50	63	76
	2	16	35	54	73	92	111
	3	21	46	71	96	121	146
	4	26	57	88	119	150	181
	5	31	68	105	142	179	216
	6	36	79	122	165	208	251
	7	41	90	139	188	237	286
	8	46	101	156	211	266	321
	9	51	112	173	234	295	356
	10	56	123	190	257	324	391
	11	61	134	207	280	353	426
	12	66	145	224	303	382	461
	13	71	156	241	326	411	496
	14	76	167	258	349	440	531
	15	81	178	275	372	469	566
	16	86	189	292	395	498	601
	17	91	200	309	418	527	636
	18	96	211	326	441	556	671
	19	101	222	343	464	585	706
	20	106	233	360	487	614	741
	21	111	244	377	510	643	776
	22	116	255	394	533	672	811
	23	121	266	411	556	701	846
	24	126	277	428	579	730	881
	25	131	288	445	602	759	916
	26	136	299	462	625	788	951
	27	141	310	479	648	817	986
	28	146	321	496	671	846	1021
	29	151	332	513	694	875	1056
	30	156	343	530	717	904	1091
	31	161	354	547	740	933	1126
	32	166	365	564	763	962	1161
	33	171	376	581	786	991	1196

A destra ed in alto del diagonale 6 – 24 – 54 – 96 – 150 si trovano i numeri appartenenti al secondo algoritmo

Secondo algoritmo $d = (6 + 7 * a) + (5 + 6 * a) * b$ (con $a \geq 0$; $b \geq 0$)

con l'aiuto di un foglio elettronico si ottengono facilmente i numeri da escludere

$d = (6 + 7 * a) + (5 + 6 * a) * b$		b					
		0	1	2	3	4	5
a	0	6	11	16	21	26	31
	1	13	24	35	46	57	68
	2	20	37	54	71	88	105
	3	27	50	73	96	119	142
	4	34	63	92	121	150	179
	5	41	76	111	146	181	216
	6	48	89	130	171	212	253
	7	55	102	149	196	243	290
	8	62	115	168	221	274	327
	9	69	128	187	246	305	364
	10	76	141	206	271	336	401
	11	83	154	225	296	367	438
	12	90	167	244	321	398	475
	13	97	180	263	346	429	512
	14	104	193	282	371	460	549
	15	111	206	301	396	491	586
	16	118	219	320	421	522	623
	17	125	232	339	446	553	660
	18	132	245	358	471	584	697
	19	139	258	377	496	615	734
	20	146	271	396	521	646	771
	21	153	284	415	546	677	808
	22	160	297	434	571	708	845
	23	167	310	453	596	739	882

A destra ed in alto del diagonale 6 – 24 – 54 – 96 – 150 si trovano i numeri appartenenti al primo algoritmo.

I numeri evidenziati di entrambe le tabelle sono quegli che devono essere esclusi dai numeri naturali per così poter ottenere i numeri generatori di numeri primi della prima famiglia inferiori a 1000 .

Loro sono: 6 , 11 , 13 , 16 , 20 , 21 , 24 , 26 , 27 , 31 , 34 , 35 , 36 , 37 , 41 , 46 , 48 , 50 , 51 , 54 , 55 , 56 , 57 , 61 , 62 , 63 , 66 , 68 , 69 , 71 , 73 , 76 , 79 , 81 , 83 , 86 , 88 , 89 , 90 , 91 , 92 , 96 , 97 , 101 , 102 , 104 , 105 , 106 , 111 , 112 , 115 , 116 , 118 , 119 , 121 , 122 , 123 , 125 , 126 , 128 , 130 , 131 , 132 , 134 , 136 , 139 , 141 , 142 , 145 , 146 , 149 , 150 , 151 , 153 , 154 , 156 , 160 , 161 , 165 , 166

N.B.: ci fermiamo prima dal 167 soltanto per arrivare ai primi inferiori a 1000 (infatti $167*6 - 1 > 1000$)

Di conseguenza i numeri naturali rimanenti (< 167) e i numeri primi (< 1000) che essi generano sono:

N1	P1
1	5
2	11
3	17
4	23
5	29
6	35
7	41
8	47
9	53
10	59
11	65
12	71
13	77
14	83
15	89
16	95
17	101
18	107
19	113
20	119
21	125
22	131
23	137
24	143
25	149
26	155
27	161
28	167
29	173
30	179
31	185
32	191
33	197
34	203
35	209
36	215
37	221
38	227
39	233
40	239

N1	P1
41	245
42	251
43	257
44	263
45	269
46	275
47	281
48	287
49	293
50	299
51	305
52	311
53	317
54	323
55	329
56	335
57	341
58	347
59	353
60	359
61	365
62	371
63	377
64	383
65	389
66	395
67	401
68	407
69	413
70	419
71	425
72	431
73	437
74	443
75	449
76	455
77	461
78	467
79	473
80	479

N1	P1
81	485
82	491
83	497
84	503
85	509
86	515
87	521
88	527
89	533
90	539
91	545
92	551
93	557
94	563
95	569
96	575
97	581
98	587
99	593
100	599
101	605
102	611
103	617
104	623
105	629
106	635
107	641
108	647
109	653
110	659
111	665
112	671
113	677
114	683
115	689
116	695
117	701
118	707
119	713
120	719

N1	P1
121	725
122	731
123	737
124	743
125	749
126	755
127	761
128	767
129	773
130	779
131	785
132	791
133	797
134	803
135	809
136	815
137	821
138	827
139	833
140	839
141	845
142	851
143	857
144	863
145	869
146	875
147	881
148	887
149	893
150	899
151	905
152	911
153	917
154	923
155	929
156	935
157	941
158	947
159	953
160	959
161	965
162	971
163	977
164	983
165	989
166	995

Ovviamente i numeri in rosso non sono primi purché generati dai numeri naturali da escludere.

Quindi i numeri primi appartenenti alla prima famiglia sono:

5 , 11 , 17 , 23 , 29 , 41 , 47 , 53 , 59 , 71 , 83 , 89 , 101 , 107 , 113 , 131 , 137 , 149 , 167 , 173 , 179 , 191 , 197 , 227 , 233 , 239 , 251 , 257 , 263 , 269 , 281 , 293 , 311 , 317 , 347 , 353 , 359 , 383 , 389 , 401 , 419 , 431 , 443 , 449 , 461 , 467 , 479 , 491 , 503 , 509 , 521 , 557 , 563 , 569 , 587 , 593 , 599 , 617 , 641 , 647 , 653 , 659 , 677 , 683 , 701 , 719 , 743 , 761 , 773 , 797 , 809 , 821 , 827 , 839 , 857 , 863 , 881 , 887 , 911 , 929 , 941 , 947 , 953 , 971 , 977 , 983 .

Seconda famiglia:

I numeri naturali da escludere per ottenere i numeri N_2 , obbediscono i seguenti algoritmi:

Primo algoritmo $s = (4 + 5 * p) + (5 + 6 * p) * q$ (con $p \geq 0$; $q \geq 0$)

con l'aiuto di un foglio elettronico si ottengono facilmente i numeri da escludere

$s = (4 + 5 * p) + (5 + 6 * p) * q$		q					
		0	1	2	3	4	5
p	0	4	9	14	19	24	29
	1	9	20	31	42	53	64
	2	14	31	48	65	82	99
	3	19	42	65	88	111	134
	4	24	53	82	111	140	169
	5	29	64	99	134	169	204
	6	34	75	116	157	198	239
	7	39	86	133	180	227	274
	8	44	97	150	203	256	309
	9	49	108	167	226	285	344
	10	54	119	184	249	314	379
	11	59	130	201	272	343	414
	12	64	141	218	295	372	449
	13	69	152	235	318	401	484
	14	74	163	252	341	430	519
	15	79	174	269	364	459	554
	16	84	185	286	387	488	589
	17	89	196	303	410	517	624
	18	94	207	320	433	546	659
	19	99	218	337	456	575	694
	20	104	229	354	479	604	729
	21	109	240	371	502	633	764
	22	114	251	388	525	662	799
	23	119	262	405	548	691	834
	24	124	273	422	571	720	869
	25	129	284	439	594	749	904
	26	134	295	456	617	778	939
	27	139	306	473	640	807	974
	28	144	317	490	663	836	1009
	29	149	328	507	686	865	1044
	30	154	339	524	709	894	1079
	31	159	350	541	732	923	1114
	32	164	361	558	755	952	1149
	33	169	372	575	778	981	1184

A destra ed in alto del diagonale 4 – 20 – 48 – 88 – 140 si trovano i medesimi numeri, quindi detto diagonale funge quale asse di simmetria, consentendo una economia di calcolo.

Secondo algoritmo $t = (8 + 7 * p) + (7 + 6 * p) * q$ (con $p \geq 0$; $q \geq 0$)

con l'aiuto di un foglio elettronico si ottengono facilmente i numeri da escludere

$t = (8 + 7 * p) + (7 + 6 * p) * q$		q					
		0	1	2	3	4	5
p	0	8	15	22	29	36	43
	1	15	28	41	54	67	80
	2	22	41	60	79	98	117
	3	29	54	79	104	129	154
	4	36	67	98	129	160	191
	5	43	80	117	154	191	228
	6	50	93	136	179	222	265
	7	57	106	155	204	253	302
	8	64	119	174	229	284	339
	9	71	132	193	254	315	376
	10	78	145	212	279	346	413
	11	85	158	231	304	377	450
	12	92	171	250	329	408	487
	13	99	184	269	354	439	524
	14	106	197	288	379	470	561
	15	113	210	307	404	501	598
	16	120	223	326	429	532	635
	17	127	236	345	454	563	672
	18	134	249	364	479	594	709
	19	141	262	383	504	625	746
	20	148	275	402	529	656	783
	21	155	288	421	554	687	820
	22	162	301	440	579	718	857
	23	169	314	459	604	749	894

A destra ed in alto del diagonale 8 – 28 – 60 – 104 – 160 si trovano i medesimi numeri, quindi detto diagonale funge quale asse di simmetria, consentendo una economia di calcolo.

I numeri evidenziati sono quegli che devono essere esclusi dai numeri naturali per così poter ottenere i numeri generatori di numeri primi della seconda famiglia inferiori a 1000 .

Loro sono: 4 , 8 , 9 , 14 , 15 , 19 , 20 , 22 , 24 , 28 , 29 , 31 , 34 , 36 , 39 , 41 , 42 , 43 , 44 , 48 , 49 , 50 , 53 , 54 , 57 , 59 , 60 , 64 , 65 , 67 , 69 , 71 , 74 , 75 , 78 , 79 , 80 , 82 , 84 , 85 , 86 , 88 , 89 , 92 , 93 , 94 , 97 , 98 , 99 , 104 , 106 , 108 , 109 , 111 , 113 , 114 , 116 , 117 , 119 , 120 , 124 , 127 , 129 , 130 , 132 , 133 , 134 , 136 , 139 , 140 , 141 , 144 , 145 , 148 , 149 , 150 , 152 , 154 , 155 , 157 , 158 , 159 , 160 , 162 , 163 , 164 .

N.B.: ci fermiamo prima dal 167 soltanto per arrivare ai primi inferiori a 1000 (infatti $167 * 6 + 1 > 1000$)

Di conseguenza i numeri naturali rimanenti (< 167) e i numeri primi (< 1000) che essi generano sono:

N2	P2
1	7
2	13
3	19
4	25
5	31
6	37
7	43
8	49
9	55
10	61
11	67
12	73
13	79
14	85
15	91
16	97
17	103
18	109
19	115
20	121
21	127
22	133
23	139
24	145
25	151
26	157
27	163
28	169
29	175
30	181
31	187
32	193
33	199
34	205
35	211
36	217
37	223
38	229
39	235
40	241

N2	P2
41	247
42	253
43	259
44	265
45	271
46	277
47	283
48	289
49	295
50	301
51	307
52	313
53	319
54	325
55	331
56	337
57	343
58	349
59	355
60	361
61	367
62	373
63	379
64	385
65	391
66	397
67	403
68	409
69	415
70	421
71	427
72	433
73	439
74	445
75	451
76	457
77	463
78	469
79	475
80	481

N2	P2
81	487
82	493
83	499
84	505
85	511
86	517
87	523
88	529
89	535
90	541
91	547
92	553
93	559
94	565
95	571
96	577
97	583
98	589
99	595
100	601
101	607
102	613
103	619
104	625
105	631
106	637
107	643
108	649
109	655
110	661
111	667
112	673
113	679
114	685
115	691
116	697
117	703
118	709
119	715
120	721

N2	P2
121	727
122	733
123	739
124	745
125	751
126	757
127	763
128	769
129	775
130	781
131	787
132	793
133	799
134	805
135	811
136	817
137	823
138	829
139	835
140	841
141	847
142	853
143	859
144	865
145	871
146	877
147	883
148	889
149	895
150	901
151	907
152	913
153	919
154	925
155	931
156	937
157	943
158	949
159	955
160	961
161	967
162	973
163	979
164	985
165	991
166	997

Ovviamente i numeri in rosso non sono primi purché generati dai numeri naturali da escludere.

Quindi i numeri primi appartenenti alla seconda famiglia sono:

7, 13, 19, 31, 37, 43, 61, 67, 73, 79, 97, 103, 109, 127, 139, 151, 157, 163, 181, 193, 199, 211, 223, 229, 241, 271, 277, 283, 307, 313, 331, 337, 349, 367, 373, 379, 397, 409, 421, 433, 439, 457, 463, 487, 499, 523, 541, 547, 571, 577, 601, 607, 613, 619, 631, 643, 661, 673, 691, 709, 727, 733, 739, 751, 757, 769, 787, 811, 823, 829, 853, 859, 877, 883, 907, 919, 937, 967, 991, 997.

Come detto all'inizio, la totalità dei numeri primi maggiori di 4 si ottiene come l'unione degli insiemi dei numeri primi appartenenti a entrambe le due famiglie.

Loro sono:

5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19 , 23 , 29 , 31 , 37 , 41 , 43 , 47 , 53 , 59 , 61 , 67 , 71 , 73 , 79 , 83 , 89 , 97 ,
101 , 103 , 107 , 109 , 113 , 127 , 131 , 137 , 139 , 149 , 151 , 157 , 163 , 167 , 173 , 179 , 181 , 191 , 193 , 197 , 199 ,
211 , 223 , 227 , 229 , 233 , 239 , 241 , 251 , 257 , 263 , 269 , 271 , 277 , 281 , 283 , 293 ,
307 , 311 , 313 , 317 , 331 , 337 , 347 , 349 , 353 , 359 , 367 , 373 , 379 , 383 , 389 , 397 ,
401 , 409 , 419 , 421 , 431 , 433 , 439 , 443 , 449 , 457 , 461 , 463 , 467 , 479 , 487 , 491 , 499 ,
503 , 509 , 521 , 523 , 541 , 547 , 557 , 563 , 569 , 571 , 577 , 587 , 593 , 599 ,
601 , 607 , 613 , 617 , 619 , 631 , 641 , 643 , 647 , 653 , 659 , 661 , 673 , 677 , 683 , 691 ,
701 , 709 , 719 , 727 , 733 , 739 , 743 , 751 , 757 , 761 , 769 , 773 , 787 , 797 ,
809 , 811 , 821 , 823 , 827 , 829 , 839 , 853 , 857 , 859 , 863 , 877 , 881 , 883 , 887 ,
907 , 911 , 919 , 929 , 937 , 941 , 947 , 953 , 967 , 971 , 977 , 983 , 991 , 997 .

4 - Ottenimento degli algoritmi per la generazione dei numeri primi.

4.1 - Ottenimento degli algoritmi per la generazione dei numeri primi appartenenti alla prima famiglia.

La prima famiglia di numeri primi si genera tramite la espressione:

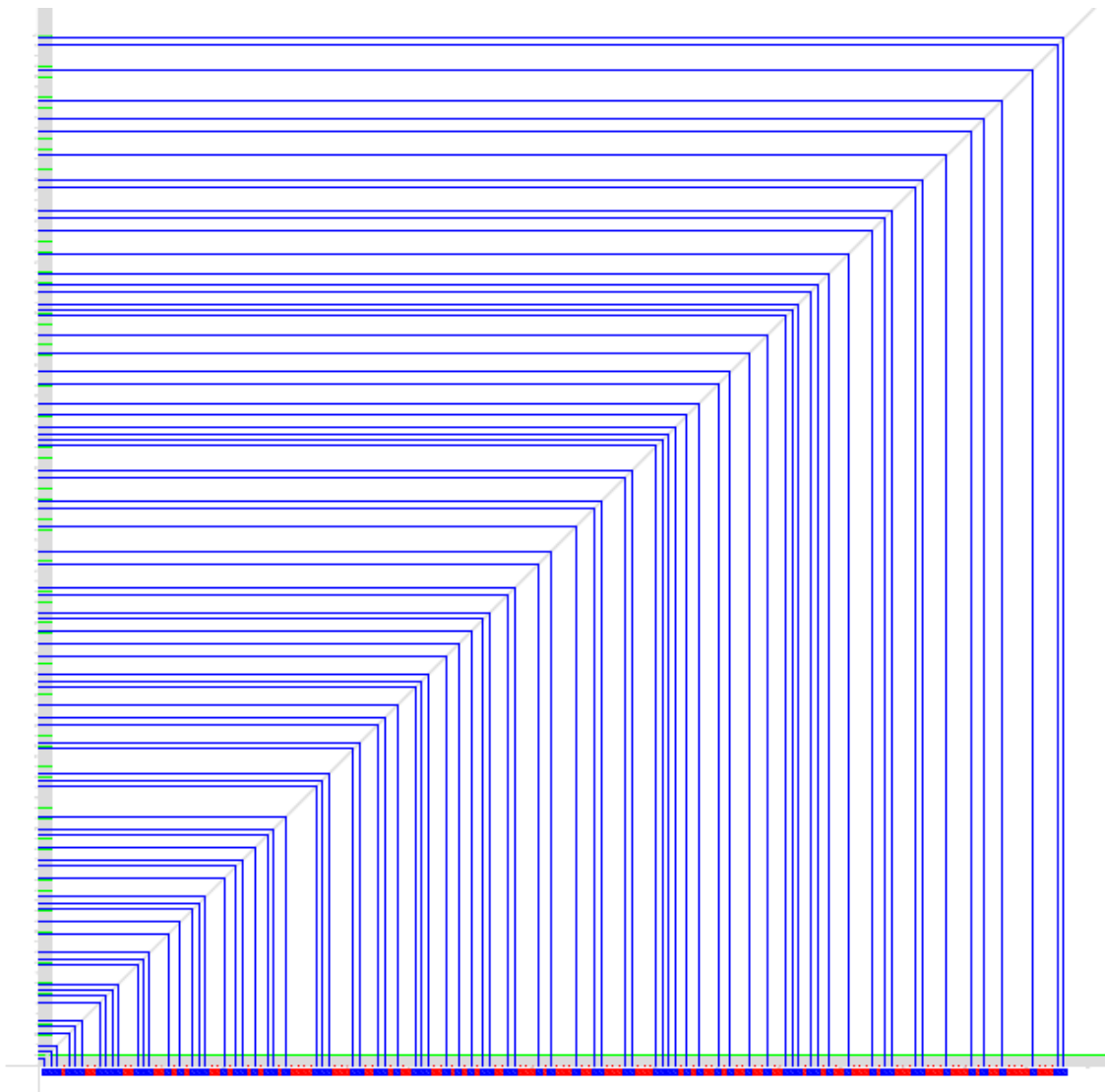
$$P_1 = N_1 * 6 - 1$$

P_1 : numeri primi appartenenti alla prima famiglia

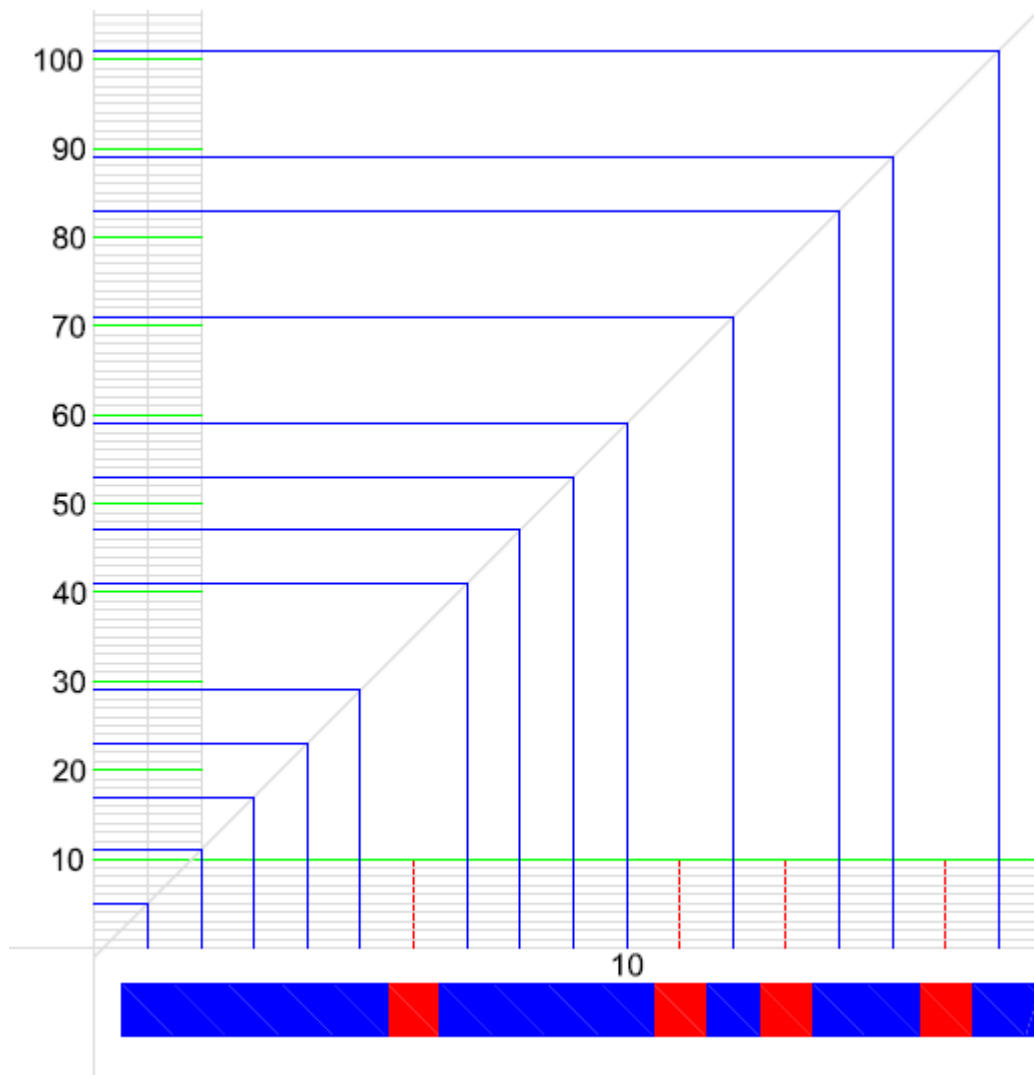
N_1 : numeri naturali generatori di numeri primi appartenenti alla prima famiglia

Graficamente i numeri P_1 si ottengono con una linea retta con N per le ascisse e P per le ordinate.

Soltanto alcuni valori di N (chiamati N_1) sono generatori di numeri primi.



Dettaglio dei numeri iniziali appartenenti alla prima famiglia:



I numeri naturali: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 17 (quadrato blu)

Generano i numeri primi: 5, 11, 17, 23, 29, 41, 47, 53, 59, 71, 83, 89, 101

I numeri: 6, 11, 13, 16 (quadrato rosso)

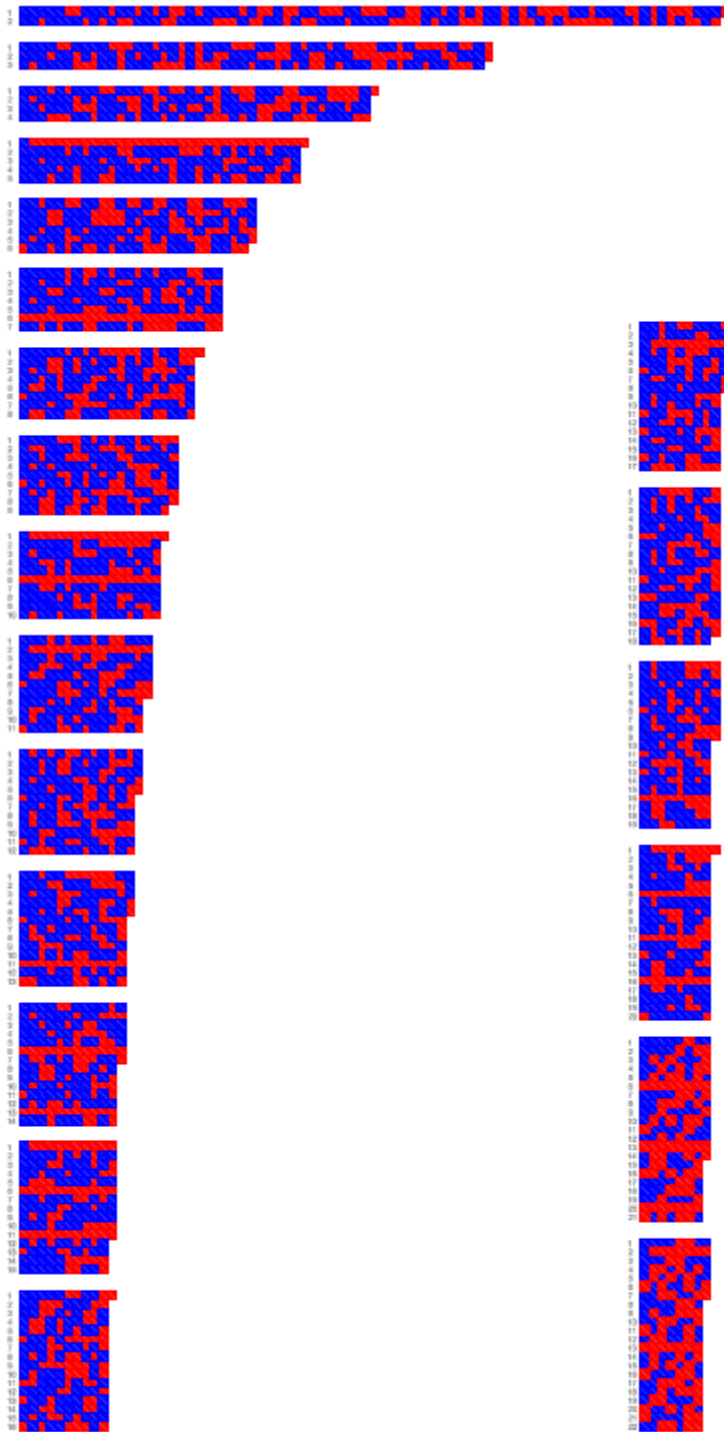
Generano numeri non primi: 35, 65, 77, 95

o, detto di un'altra maniera, non generano numeri primi.

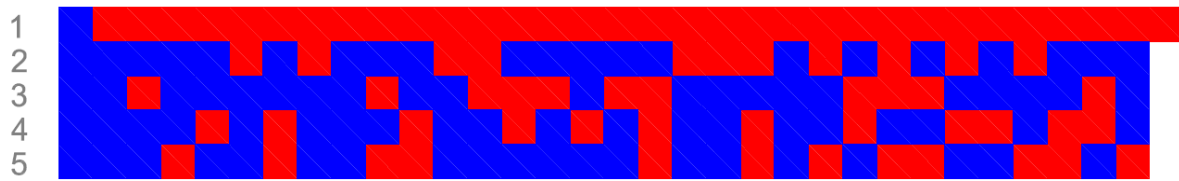
Adesso il problema è come escludere di tutti i numeri naturali N , quegli che non generano numeri primi per così ottenere l'insieme dei numeri N_1 che sono generatori di numeri primi.

Ho impiegato il seguente metodo:

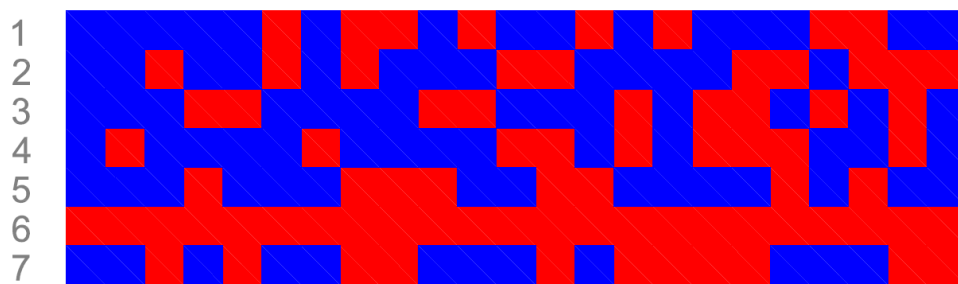
Ho ordinato la successione dei quadrati blu e rossi in gruppi di altezza due, di altezza tre, di altezza quattro, cinque e così via, ottenendo i seguenti grafici:



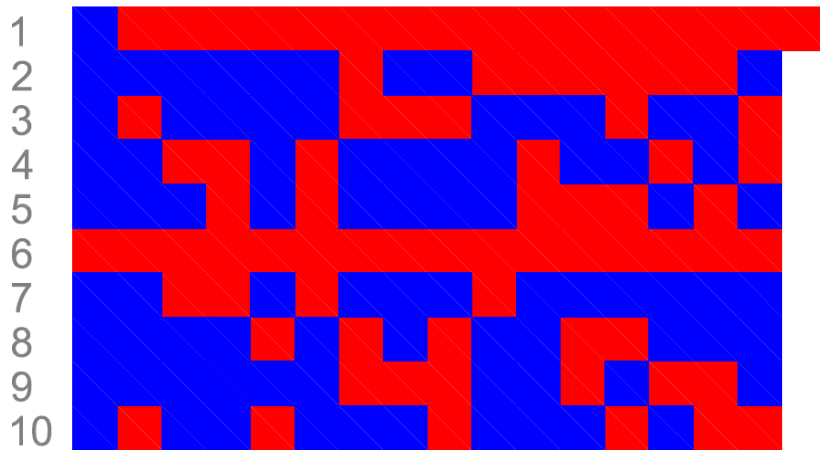
Risulta evidente che in certi gruppi i quadrati rossi si trovano allineati senza interruzione:



6 , 11 , 16 , 21 , 26 , vuol dire seguono la espressione: $6 + 5 * c$ (con $c \geq 0$)

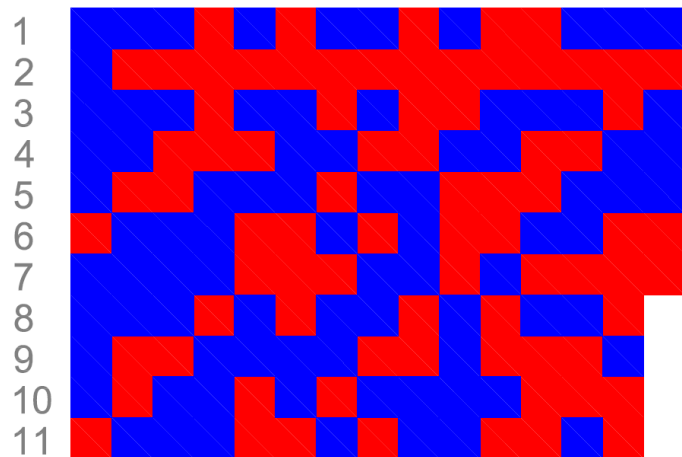


6 , 13 , 20 , 27 , 34 , vuol dire seguono la espressione: $6 + 7 * c$ (con $c \geq 0$)

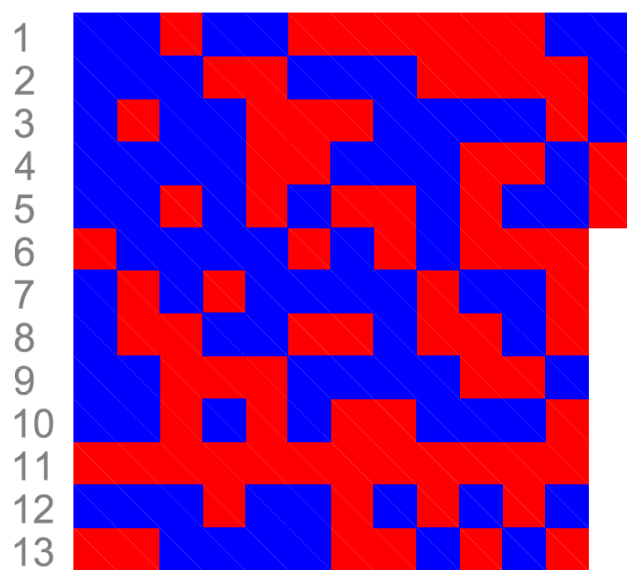


6 , 16 , 26 , 36 , 46 , tutti loro già ottenuti con la prima espressione di questa pagina , e

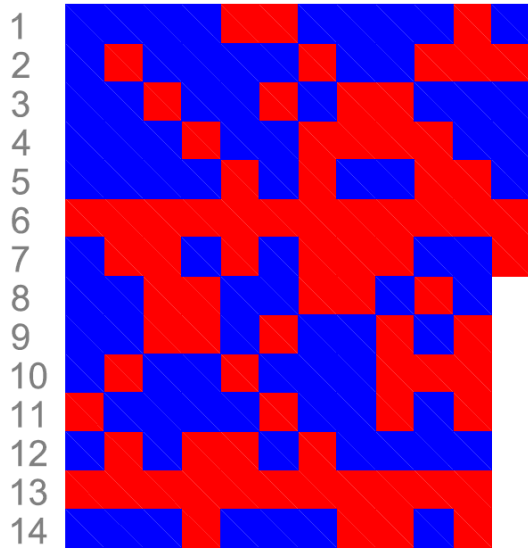
11 , 21 , 31 , 41 , 51 , anche loro già ottenuti con la prima espressione di questa pagina.



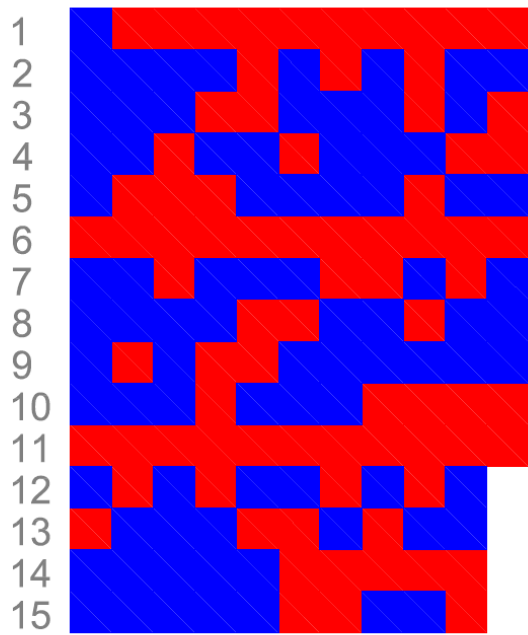
13 , 24 , 35 , 46 , 57 , vuol dire seguono la espressione: $13 + 11 * c$ (con $c \geq 0$)



11 , 24 , 37 , 50 , 63 , vuol dire seguono la espressione: $11 + 13 * c$ (con $c \geq 0$)



6 , 20 , 34 , 48 , 62 , valori già ottenuti in precedenza, e
 13, 27 , 41 , 55 , 69 , valori già ottenuti in precedenza.



6 , 21 , 36 , 51 , 66 , valori già ottenuti in precedenza,
 11 , 26 , 41 , 56 , 71 , valori già ottenuti in precedenza, e
 16 , 31 , 46 , 61 , 76 , valori già ottenuti in precedenza.

Continuando in maniera analoga coi grafici successivi dopo un po' si arriva a capire che tutti i numeri naturali da escludere dal elenco e così poter ottenere i numeri N_1 , obbediscono un unico algoritmo:

$$d = (6 + 5 * a) + (7 + 6 * a) * b \quad (\text{con } a \geq 0 ; b \geq 0)$$

Esempio:

con $a=0 ; b=0$ risulta $d = 6$ primo quadrato rosso

con $a=1 ; b=0$ risulta $d = 11$ secondo quadrato rosso

con $a=0 ; b=1$ risulta $d = 13$ terzo quadrato rosso

con $a=2 ; b=0$ risulta $d = 16$ quarto quadrato rosso

4.2 - Ottenimento degli algoritmi per la generazione dei numeri primi appartenenti alla seconda famiglia.

La seconda famiglia di numeri primi si genera tramite la espressione:

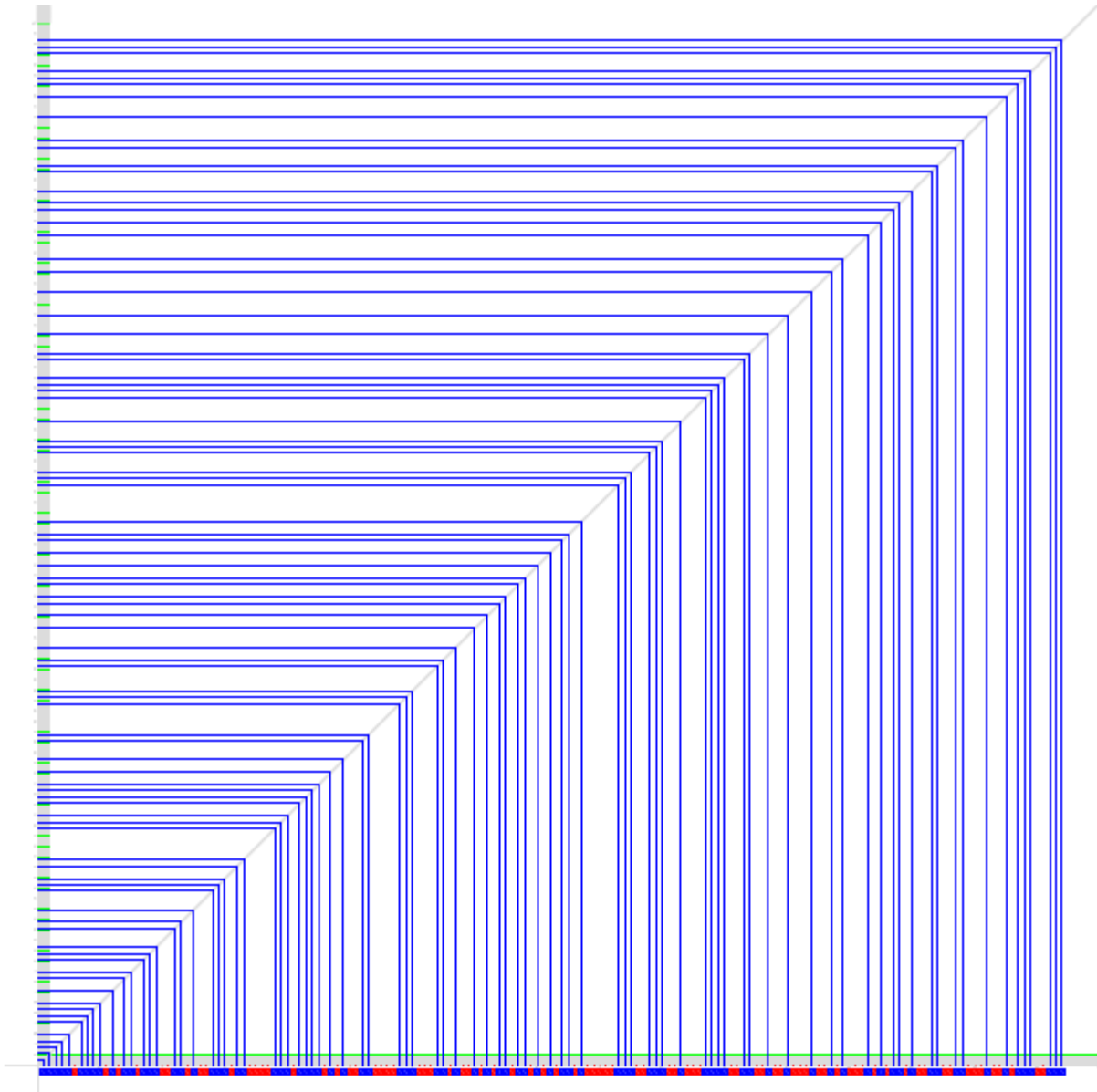
$$P_2 = N_2 * 6 + 1$$

P_2 : numeri primi appartenenti alla seconda famiglia

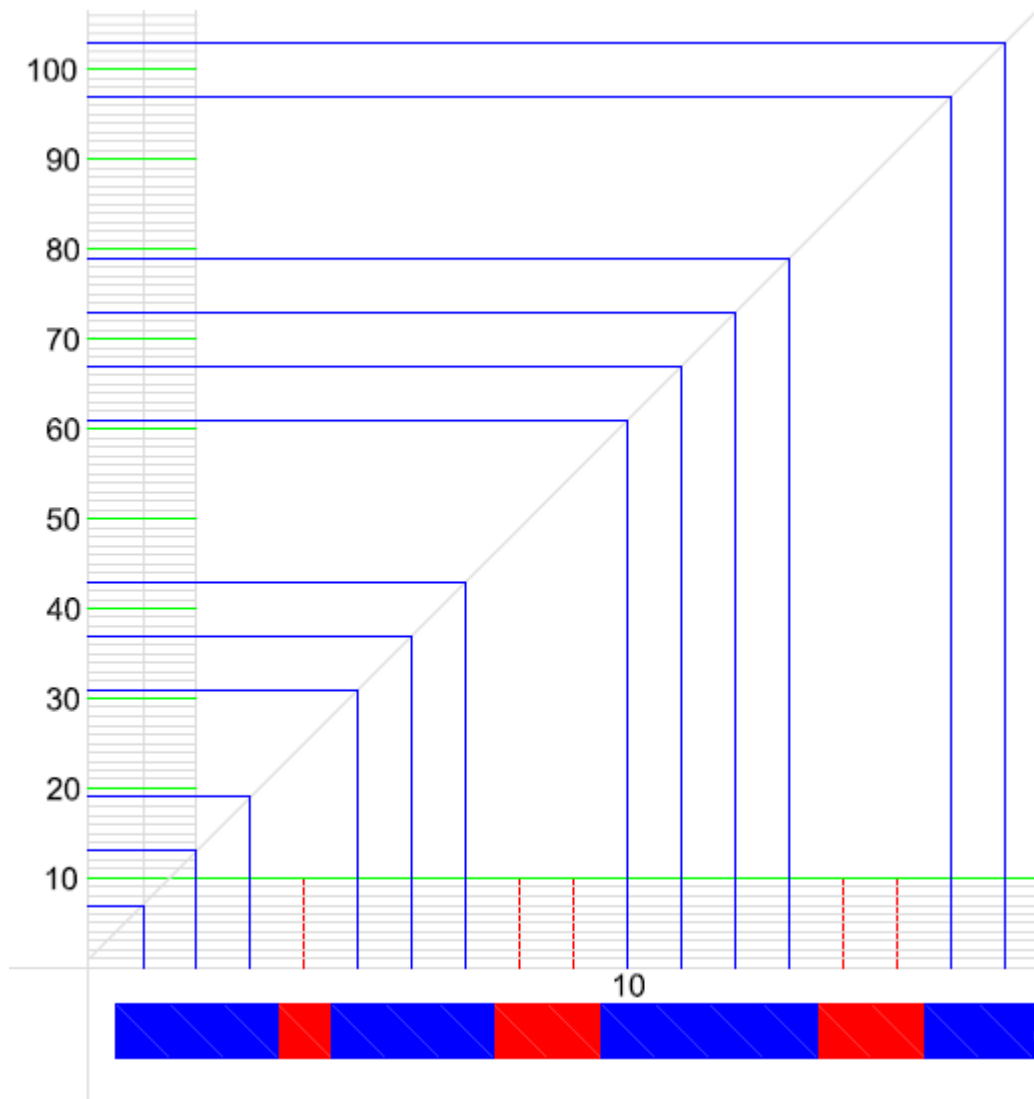
N_2 : numeri naturali generatori di numeri primi appartenenti alla seconda famiglia

Graficamente i numeri P_2 si ottengono con una linea retta con N per le ascisse e P per le ordinate.

Soltanto alcuni valori di N (chiamati N_2) sono generatori di numeri primi.



Dettaglio dei numeri iniziali appartenenti alla seconda famiglia:



I numeri naturali: 1 , 2 , 3 , 5 , 6 , 7 , 10 , 11 , 12 , 13 , 16 , 17 (quadrato blu)

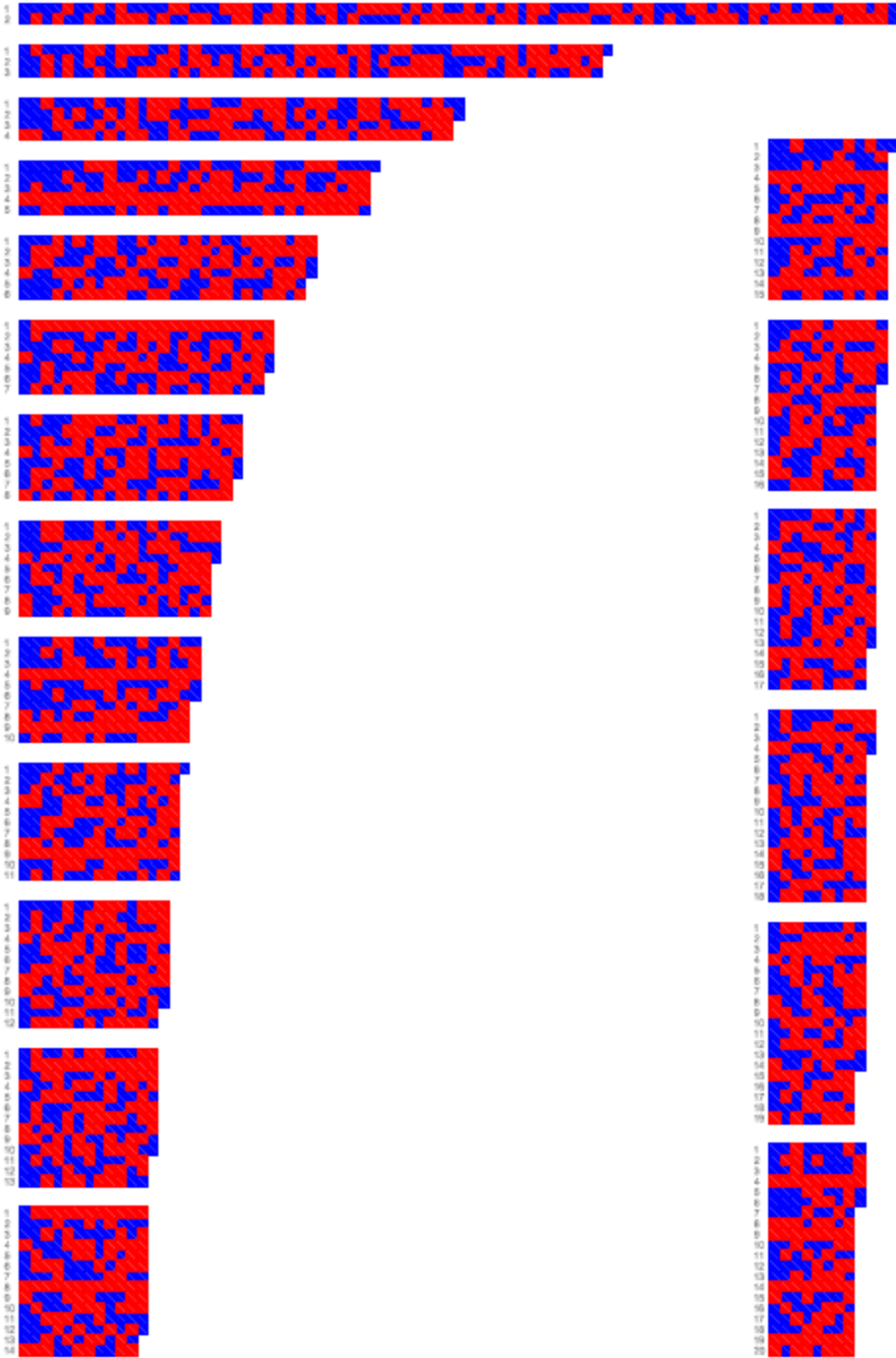
generano i numeri primi: 7 , 13 , 19 , 31 , 37 , 43 , 61 , 67 , 73 , 79 , 97 , 103

I numeri: 4 , 8 , 9 , 14 , 15 (quadrato rosso)

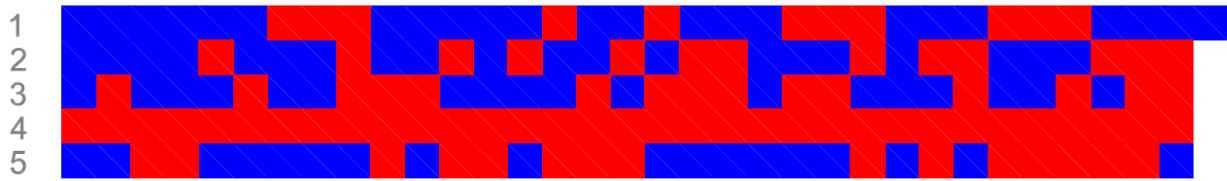
Generano numeri non primi: 25 , 49 , 55 , 85 , 91

o, detto di un'altra maniera, non generano numeri primi.

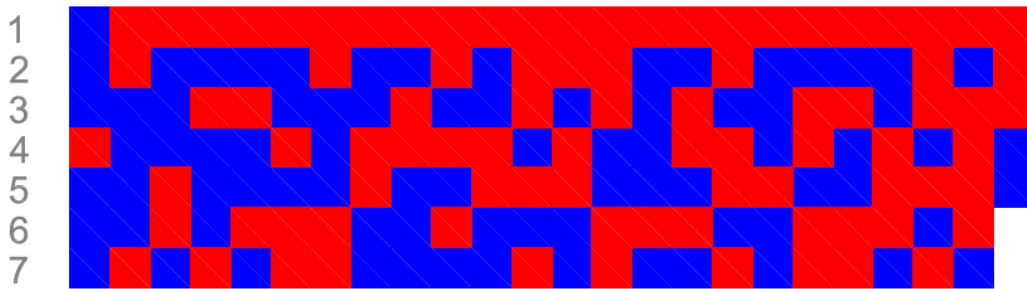
In modo analogo come fatto coi numeri della prima famiglia, ho ordinato la successione dei quadrati blu e rossi in gruppi di altezza due, di altezza tre, di altezza quattro, cinque e così via, ottenendo i seguenti grafici:



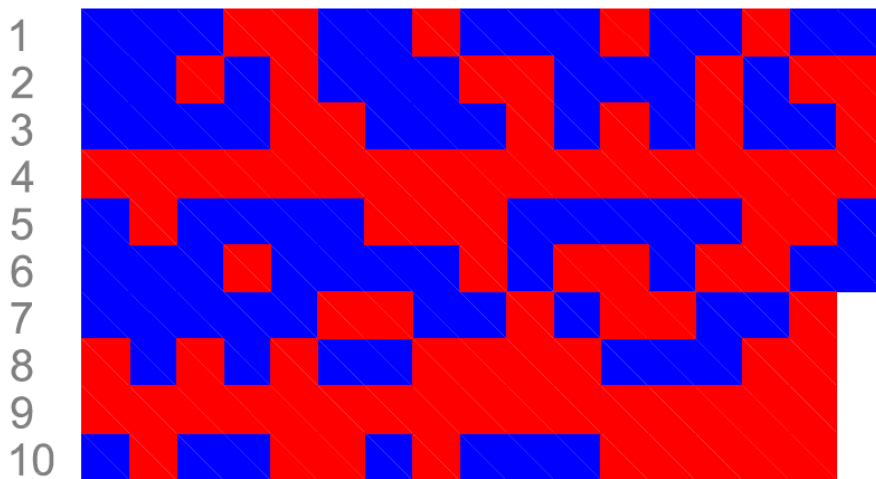
Risulta evidente che in certi gruppi i quadrati rossi si trovano allineati senza interruzione:



4 , 9 , 14 , 19 , 24 , vuol dire seguono la espressione: $4 + 5 * r$ (con $r \geq 0$)

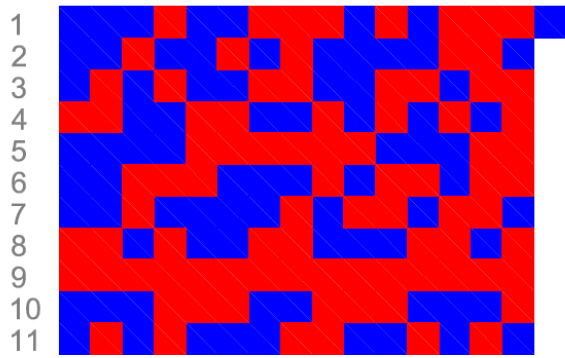


8 , 15 , 22 , 29 , 36 , vuol dire seguono la espressione: $8 + 7 * r$ (con $r \geq 0$)

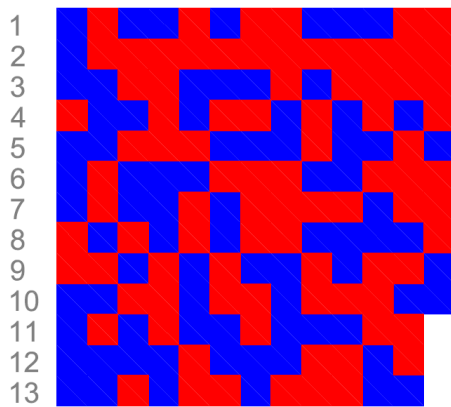


4 , 14 , 24 , 34 , 44 , tutti loro già ottenuti con la prima espressione di questa pagina, e

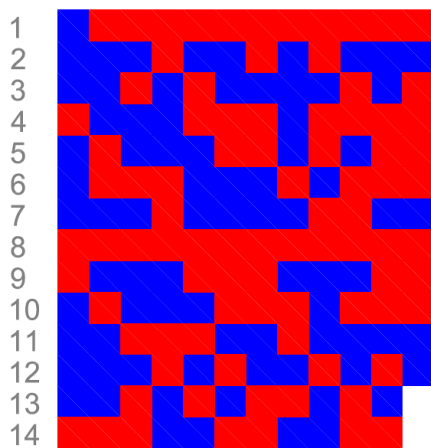
9 , 19 , 29 , 39 , 49 , anche loro già ottenuti con la prima espressione di questa pagina.



9 , 20 , 31 , 42 , 53 , vuol dire seguono la espressione: $9 + 11 * r$ (con $r \geq 0$)



15 , 28 , 41 , 54 , 67 , vuol dire seguono la espressione: $15 + 13 * r$ (con $r \geq 0$)



8 , 22 , 36 , 50 , 64 , valori già ottenuti in precedenza , e

15 , 29 , 43 , 57 , 71 , valori già ottenuti in precedenza.

Continuando in maniera analoga coi grafici successivi dopo un po' si arriva a capire che tutti i numeri naturali da escludere dal elenco e così poter ottenere i numeri N_2 , obbediscono i seguenti algoritmi:

$$s = (4 + 5 * p) + (5 + 6 * p) * q \quad (\text{con } p \geq 0 ; q \geq 0)$$

$$t = (8 + 7 * p) + (7 + 6 * p) * q \quad (\text{con } p \geq 0 ; q \geq 0)$$

Esempio:

con $p=0 ; q=0$ risulta $s = 4$ primo quadrato rosso

con $p=0 ; q=0$ risulta $t = 8$ secondo quadrato rosso

con $p=1 ; q=0$ risulta $s = 9$ terzo quadrato rosso

con $p=2 ; q=0$ risulta $s = 14$ quarto quadrato rosso

con $p=0 ; q=1$ risulta $t = 15$ quinto quadrato rosso