

Helical impulse and Darboux vector

Abstract. In this document are first defined the notions of helical impulse and helical force, and after are defined the components of helical force in the form of helical electric, gravitational and magnetic force.

In what follows we define the notion of "helical impulse" and we present some of its remarkable properties.

Definition 1. It's called **helical impulse** the vectorial physical quantity associated of a body, given by the expression $\vec{p}_e = \hbar \vec{D} = \hbar(\tau \vec{T} + \kappa \vec{B})$ (1),

where \vec{D} is the Darboux vector associated to the trajectory of the moving body, and τ and κ are, respectively, the torsion and the curvature of the trajectory, \hbar is Planck's reduced constant, and \vec{T} and \vec{B} are the tangent versor and, respectively, the binormal versor.

Definition 2. We also call **helical impulse of translation** the component of the helical impulse parallel with the tangent. We also call **helical impulse of rotation** the component of the helical impulse parallel with the binormal.

In helical Physics the physical quantity that is conserved for a free body is the helical impulse, not the impulse. In other words, in helical Physics the adjective "helical" is superfluous. But, we will use him here, however, to allow the reader to make a clear distinction between the current concept of impulse and this central notion from helical Physics that we introduced here.

Further we define physical quantities derived from helical impulse. Specifically, we define "the helical force" and we make several comments about its components.

Definition 3. It's called **helical force** the vectorial physical quantity given by the derivative with respect to time of the helical impulse. So,

$$\vec{F}_e = \frac{d}{dt} \vec{p}_e = \dot{\vec{p}}_e \quad (2).$$

We noted with a point above the derivative with respect to time.

Notice now that we can write

$$\vec{F}_e = \frac{d}{dt} \vec{p}_e = \dot{\vec{p}}_e = \hbar \left[\frac{d}{dt}(\tau \vec{T}) + \frac{d}{dt}(\kappa \vec{B}) \right] = \hbar v(\dot{\tau} \vec{T} + \tau \kappa \vec{N}) + \hbar v(\dot{\kappa} \vec{B} - \tau \kappa \vec{N}) \quad (3),$$

where we used the first and the third of [the Frenet's formulas](#), namely

$$\dot{\vec{T}} = v \kappa \vec{N} \quad (4) \text{ and } \dot{\vec{B}} = -v \tau \vec{N} \quad (5), \quad v \text{ is the velocity along the trajectory of the body.}$$

Definition 4. The form in which we wrote the helical force allows us to treat separately its components resulting from the derivation of the two components of helical impulse. More exactly, we call **helical force of translation** the component given by the first parenthesis, ie

$$\vec{F}_{tran} = \hbar v(\dot{\tau} \vec{T} + \tau \kappa \vec{N}) \quad (6)$$

and we call **helical force of rotation** the component given by the second parenthesis, ie

$$\vec{F}_{rot} = \hbar v (\kappa \vec{B} - \tau \kappa \vec{N}) \quad (7).$$

The helical force of translation resulting from the derivation of the helical impulse of translation with respect to time, and the helical force of rotation resulting from the derivation with respect to time of the helical impulse of rotation.

Now we treat in more detail the components of the helical force. We observe that even the helical force of translation itself consists of two components, a component parallel to the tangent to the trajectory and a component parallel to the normal to the trajectory. Also note that the helical force of rotation can be decomposed into two components, one parallel to the binormal and one parallel to the normal. We will give a concretely name of these forces to analyze them separately.

Definition 5. It's called **helical electric force** the component of helical force of translation paralell with the tangent. Namely

$$\vec{F}_{ee} = \hbar v \tau \vec{T} \quad (8).$$

It's called **helical gravitational force** the component of helical force of translation paralell with the normal. Namely

$$\vec{F}_{eg} = \hbar v \tau \kappa \vec{N} \quad (9).$$

It's called **helical magnetic force** the component of helical force of translation paralell with the binormal. Namely

$$\vec{F}_{em} = \hbar v \kappa \vec{B} \quad (10).$$

Of course, we observe that helical force of rotation also has a component parallel to normal, but it is equal in absolute value with the helical gravitational force, but it has the opposite sign. Therefore, we will not assign them another additional name. In addition, we note that, in the general expression of the helical force, the helical gravitational force no longer has any role because they cancel each other out, leaving only the helical electric force and the helical magnetic force. Therefore, the helical force could be called helical electromagnetic force because it not contains the helical gravitational component. What physical significance it be having this?

Impulsul elicoidal și vectorul lui Darboux

Abstract. În acest material se definesc întâi noțiunile de impuls elicoidal și forță elicoidală, după care se definesc componentele forței elicoidale sub forma forței elicoidale electrice, gravitaționale și magnetice.

În cele ce urmează definim noțiunea de „impuls elicoidal” și prezentăm câteva proprietăți remarcabile ale acestuia.

Definiția 1. Se numește **impuls elicoidal** mărimea fizică vectorială asociată unui corp dată de expresia $\vec{p}_e = \hbar \vec{D} = \hbar(\tau \vec{T} + \kappa \vec{B})$ (1),

unde \vec{D} este vectorul lui Darboux asociat traiectoriei pe care se deplasează corpul dat, iar τ și κ sunt torsiunea și, respectiv, curbura traiectoriei, \hbar este constanta lui Planck redusă, iar \vec{T} și \vec{B} sunt versorii tangentă și, respectiv, binormală.

Definiția 2. Mai numim **impuls elicoidal de translație** componenta impulsului elicoidal paralelă cu tangenta. Numim **impuls elicoidal de rotație** componenta impulsului elicoidal paralelă cu binormala.

În Fizica elicoidală mărimea care se conservă pentru un corp liber este impulsul său elicoidal, nu impulsul. Altfel spus, în Fizica elicoidală, adjectivul „elicoidal” este superfluu. Noi îl vom folosi aici, totuși, pentru a permite cititorului să facă o distincție clară între noțiunea actuală de impuls și noțiunea centrală din Fizica elicoidală pe care am introdus-o aici.

Mai departe vom defini mărimi fizice derivate din impulsul elicoidal. Mai precis, definim „forța elicoidală” și facem câteva observații asupra componentelor acesteia.

Definiția 3. Se numește **forță elicoidală** mărimea fizică vectorială dată de derivata în raport cu timpul a impulsului elicoidal. Așadar,

$$\vec{F}_e = \frac{d}{dt} \vec{p}_e = \dot{\vec{p}}_e \quad (2).$$

Am notat cu un punct deasupra derivata în raport cu timpul.

Observați acum că putem scrie

$$\vec{F}_e = \frac{d}{dt} \vec{p}_e = \dot{\vec{p}}_e = \hbar \left[\frac{d}{dt} (\tau \vec{T}) + \frac{d}{dt} (\kappa \vec{B}) \right] = \hbar v (\dot{\tau} \vec{T} + \tau \kappa \dot{\vec{N}}) + \hbar v (\dot{\kappa} \vec{B} - \tau \kappa \dot{\vec{N}}) \quad (3),$$

unde ne-am folosit de prima și a treia dintre [formulele lui Frenet](#), adică

$$\dot{\vec{T}} = v \kappa \vec{N} \quad (4) \text{ și } \dot{\vec{B}} = -v \tau \vec{N} \quad (5), \quad v \text{ fiind viteza corpului de-a lungul traiectoriei.}$$

Definiția 4. Forma în care am scris forța elicoidală ne permite să tratăm separat componentele acesteia rezultate din derivarea celor două componente ale impulsului elicoidal. Mai exact, vom numi **forța elicoidală de translație** componenta dată de prima paranteză, adică

$$\vec{F}_{tran} = \hbar v (\dot{\tau} \vec{T} + \tau \kappa \dot{\vec{N}}) \quad (6)$$

și vom numi **forța elicoidală de rotație** componenta dată de cea de-a doua paranteză, adică

$$\vec{F}_{rot} = \hbar v (\dot{\kappa} \vec{B} - \tau \kappa \dot{\vec{N}}) \quad (7).$$

Forța elicoidală de translație rezultă din derivarea în raport cu timpul a impulsului elicoidal de translație, iar forța elicoidală de rotație rezultă din derivarea în raport cu timpul a impulsului elicoidal de rotație.

Tratăm acum și mai amănunțit componentele forței elicoidale. Observăm că însăși forța elicoidală de translație este alcătuită la rândul său din două componente, o componentă paralelă cu tangenta la traiectorie și o componentă paralelă cu normala la traiectorie. De asemenea, observăm că și forța elicoidală de rotație poate fi descompusă în două componente, una paralelă cu binormala și alta paralelă cu normala. Vom da un nume concret acestor forțe pentru a le putea analiza separat.

Definiția 5. Se numește **forță elicoidală electrică** componenta forței elicoidale de translație paralelă cu tangenta. Adică

$$\vec{F}_{ee} = \hbar v \vec{T} \quad (8).$$

Se numește **forță elicoidală gravitațională** componenta forței elicoidale de translație paralelă cu normala. Adică

$$\vec{F}_{eg} = \hbar v \tau \kappa \vec{N} \quad (9).$$

Se numește **forță elicoidală magnetică** componenta forței elicoidale de rotație paralelă cu binormala. Adică

$$\vec{F}_{em} = \hbar v \kappa \vec{B} \quad (10).$$

Desigur, observăm că forța elicoidală de rotație are și ea o componentă paralelă cu normala, dar ea este egală în valoare absolută cu forța elicoidală gravitațională, doar că are semn schimbat. De aceea, nu-i vom atribui un alt nume suplimentar. În plus, observăm că, în expresia generală a forței elicoidale, forța elicoidală gravitațională nu mai are niciun rol deoarece se anulează reciproc, rămânând doar forța elicoidală electrică și forța elicoidală magnetică. Așadar, forța elicoidală ar mai putea fi numită forță elicoidală electromagnetică, deoarece ea nu conține componenta elicoidală gravitațională. Ce semnificație fizică o fi având acest lucru?