

Локализация энергии-импульса и спина электромагнитного излучения

Р. И. Храпко¹

Московский авиационный институт, Москва, 125993

Аннотация: Теория спина электродинамики, восходящая к работам Садовского, Пойнтинга и других, названа в статье *классической* теорией спина, в отличие от распространенной в настоящее время теории спина, являющейся *градиентной* теорией. Демонстрируется однозначность локальных плотностей энергии-импульса и спина электромагнитного поля, причем энергия-импульс определяется тензором Максвелла, который не допускает изменения. В частности, процедура Белинфанте-Розенфельда является бессмысленной. Существование спина в качестве внутреннего углового импульса подтверждается экспериментально. Математически спин возникает из Принципа наименьшего действия в виде тензора спина, наравне с энергией, импульсом и моментом импульса относительно некоторой точки. Использование тензора спина позволило получить новые результаты, касающиеся излучения и поглощения спинового углового импульса. Показано, что применение тензора спина является таким же естественным процессом, как применение тензора энергии-импульса. Адекватность тензора спина доказывает нарушение калибровочной эквивалентности различных векторных потенциалов. В частности, продемонстрировано, что стандартный векторный потенциал дает неправильное значение спинового излучения вращающимся диполем. Векторные потенциалы, связанные между собой калибровочным преобразованием, эквивалентны друг другу только при вычислении энергии-импульса. Подвергнута критике градиентная теория спина. Она, в частности, отрывает внутренний спиновый угловой импульс от энергии и импульса излучения.

Ключевые слова: классический спин; электродинамика

PACS 75.10.Hk

1. Введение

С 19 века известно [1,2], что электромагнитное излучение круговой поляризации, кроме энергии и линейного импульса, содержит внутренний угловой импульс в направлении своего распространения. В частности, Пойнтингу [2, р. 565] принадлежит соотношение

$$G = E\lambda / 2\pi, \quad (1.1)$$

в котором G есть момент силы, действующий на единичную площадку, то есть угловой импульс, прошедший через единичную площадку за единицу времени, а E означает электромагнитную энергию в единице объема электромагнитной волны. Это соотношение констатирует существование однозначно определенной локальной *плотности* углового импульса в электромагнитной волне G/c [$\text{J}\cdot\text{sec}/\text{m}^3$] и существование однозначно определенной локальной *плотности* энергии электромагнитного поля, E [J/m^3]. Это означает, что каждый инфинитезимальный объем электромагнитного излучения содержит энергию и угловой импульс, количество которых пропорционально друг другу и величине этого объема.

Согласно современным представлениям, энергия является временной компонентой линейного 4-импульса p^λ . Коэффициент пропорциональности между инфинитезимальным 4-импульсом dp^λ и инфинитезимальным 4-объемом dV_μ , которому этот 4-импульс принадлежит, называется тензорной плотностью, кратко, тензором энергии-импульса $T^{\lambda\mu}$ (см., например, [3 (4.73)])

¹ Email: khrapko_ri@hotmail.com, khrapko_ri@mai.ru, <http://khrapkori.wmsite.ru>

$$dp^\lambda = T^{\lambda\mu} dV_\mu, \text{ в частности, } dp^i = T^{ii} dV. \quad (1.2)$$

T^{ii} есть объемная плотность массы-энергии. Поэтому, величина Пойнтинга E означает $E = T^{ii}$.

Угловой 4-импульс является антисимметричным бивектором. Внутренний угловой 4-импульс, плотность потока которого, согласно Пойнтингу, пропорциональна плотности энергии, мы обозначим $S^{\lambda\mu}$. Коэффициент пропорциональности между угловым 4-импульсом $dS^{\lambda\mu}$ и 4-объемом dV_ν , которому этот угловой 4-импульс принадлежит, мы обозначаем буквой ипсилон $\Upsilon^{\lambda\mu\nu}$:

$$dS^{\lambda\mu} = \Upsilon^{\lambda\mu\nu} dV_\nu, \text{ в частности, } dS^{xy} = \Upsilon^{xyz} da_z dt, \quad dS^{xy} = \Upsilon^{xyt} dV, \quad (1.3)$$

где da_z есть инфинитезимальная площадка, о которой пишет Пойнтинг. Другими словами, компонента Υ^{xyz} тензора $\Upsilon^{\lambda\mu\nu}$ является плотностью потока углового импульса S^{xy} . Эту величину Пойнтинг назвал G . Компонента Υ^{xyt} есть объемная плотность углового импульса G/c , где c есть скорость распространения волны. Итак, для излучения, распространяющегося вдоль оси z , величинами Пойнтинга G и E являются

$$G = \Upsilon^{xyz}, \quad E = T^{ii}, \quad (1.4)$$

и соотношение Пойнтинга (1.1) есть

$$G/c = E/\omega, \text{ то есть } \Upsilon^{xyt} = T^{ii}/\omega. \quad (1.5)$$

Угловой импульс равен энергии, деленной на частоту, так же, как для фотона:

$$\hbar = \hbar\omega/\omega \quad (1.6)$$

Это естественно, поскольку, согласно современным представлениям, фотоны электромагнитной волны несут спин и энергию вместе.

Важно, что, согласно Пойнтингу, плотность углового импульса электромагнитной волны *локально* пропорциональна плотности энергии. Поэтому можно успешно рассматривать потоки внутреннего электромагнитного углового импульса, используя неограниченную в пространстве плоскую волну, как это делал Эйнштейн в отношении потоков линейного импульса при рассмотрении давления света на зеркало [4 § 8]. Пойнтинг нигде не рассматривает границу электромагнитной волны. Соотношение (1.1) хорошо известно и не оспаривается. Статья [2] помещена в книгу [5]. Также Крауфорд [6] подчеркивает: «Плоская волна может переносить угловой импульс, кроме энергии и линейного импульса». К сожалению, в рамках «градиентной теории» спина (раздел 10), которая не признает существование внутреннего углового импульса, распространено противоположное мнение: «Плоская волна, распространяющаяся вдоль оси z (и не ограниченная в направлениях x , y), не имеет углового импульса относительно этой оси» [7].

Ввиду признания точки зрения Пойнтинга, странным представляется широко распространенное высказывание Фейнмана о неопределенности и нелокализуемости энергии поля [8 (V.2, 27-4)]:

«Мы так и не знаем, как же на самом деле распределена энергия в электромагнитном поле. Для вектора Пойнтинга можно фактически написать бесконечное число различных выражений, и до сих пор никто не думал над экспериментальной проверкой того, которое же из них истинное».

Вопреки Фейнману, мой радиоприемник однозначно определяет поступающую энергию электромагнитной волны. Подробнее см. [9]

Если угловой импульс dS^{xy} (1.3) не проходит сквозь площадку da_z , а поглощается этой площадкой, то каждая подобная площадка испытывает момент силы

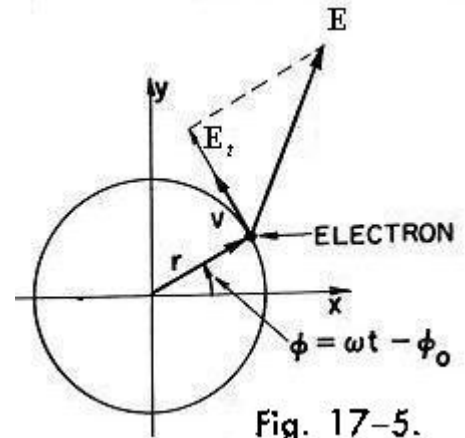
$$d\tau^{xy} = dS^{xy}/dt = \Upsilon^{xyz} da_z. \quad (1.7)$$

Именно такой *распределенный* момент силы рассмотрен в [10]. Там показано, что поглощение электромагнитной волны круговой поляризации вызывает специфические механические напряжения, которые описываются не симметричным тензором напряжений.

2. Экспериментальные подтверждения существования распределенного момента силы

Фейнман рассказывает [8, (V. 3, 17-4)], как возникает распределенный момент силы, пропорциональный поглощаемой энергии, в стенке, способной поглотить излучение круговой поляризации: «Электрическое поле \mathbf{E} с течением времени поворачивается, но так же поворачивается и смещение \mathbf{r} электрона от положения равновесия. Скорость получения энергии, равна скорости электрона v , умноженной на компоненту \mathbf{E}_t , параллельную этой скорости, $dW/dt = e\mathbf{E}_t v$. Но у электрона в это время увеличивается и момент количества движения, потому что он все время испытывает действие момента силы, вращающей его вокруг начала координат. Момент силы равен $e\mathbf{E}_t r$, и он равен скорости изменения момента количества движения $dJ/dt = e\mathbf{E}_t r$. Вспоминая, что $v = \omega r$, имеем $dJ/dW = 1/\omega$ ».

Поглощаемая мощность есть вектор Пойнтинга, умноженный на площадку da : $dW/dt = Ida$, а скорость изменения углового импульса есть момент силы, действующий на площадку da : $d\tau = dJ/dt = dS/dt = \Upsilon da$ (1.7). Естественно, плотность углового импульса излучения пропорциональна плотности энергии, в согласии с (1.1).



По сути, Фейнман повторяет аргументацию Бета 1936 года. Бет объясняет возникновение объемной плотности момента силы [11]: «Момент силы, производимый действием электрического поля \mathbf{E} на поляризацию среды \mathbf{P} в единице объема, равен $\tau/V = \mathbf{P} \times \mathbf{E}$ ». Поскольку дипольный момент электрона равен $-\mathbf{er}$, а вектор поляризации среды есть $\mathbf{P} = -ner$, где n это концентрация атомов, видим, что выражение Фейнмана совпадает с выражением Бета для одного электрона. При $n = 1/V$ имеем

$$(\tau/V)/n = (\mathbf{P} \times \mathbf{E})/n = -\mathbf{er} \times \mathbf{E} = e\mathbf{E}_t r. \quad (2.1)$$

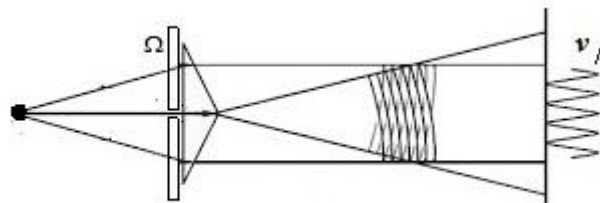
Знаменитый эксперимент Бета подтвердил эту концепцию, но это стало ясно только благодаря использованию понятия «внутренний угловой импульс» S [12]. Идея Бета о возникновении объемной плотности момента силы использована в [13] для подсчета воздействия волны на диэлектрик или на магнетик.

Если площадка da_z в (1.7) является частью полуволновой пластинки, которая пропускает свет, изменяя направление круговой поляризации на противоположное, то площадка испытывает двойную плотность момента силы 2Υ . Если пластинка вращается в своей плоскости с угловой скоростью Ω , то свет совершает работу в любой точке пластинки. Плотность мощности этой работы мы обозначаем ΔI :

$$\Delta I = 2\Upsilon\Omega = 2I\Omega/\omega \quad (2.2)$$

Соответственно, энергия света изменяется на эту величину при прохождении света через пластинку. Это изменение энергии приводит к изменению частоты света $\Delta\omega$, причем относительное изменение частоты равно относительному изменению величины вектора Пойнтинга:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta I}{I} = \frac{2\Omega}{\omega} \quad (2.3)$$



В классическом опыте с бипризмой Френеля, свет, прошедший через вращающуюся пластинку интерферирует со светом, пошедшим через такую же неподвижную пластинку. Вследствие разности частот $\Delta\omega = 2\Omega$, интерференционные полосы двигаются, и это движение полос однородно по всему полю наблюдения. Это доказывает пропорциональность плотности потока углового импульса яркости света, которая постоянна по полю наблюдения. Известно несколько опытов подобного типа [14-17].

3. Тензоры энергии-импульса и спина

Мы займемся теперь современными представлениями о тензоре энергии-импульса и тензоре углового импульса электромагнитного излучения, которые упомянуты в разделе 1. Максвелл показал, что дивергенция вектора Пойнтинга плюс объемная плотность выделения электромагнитной энергии в среду равняется уменьшению плотности энергии электромагнитного поля, а дивергенция максвелловского тензора напряжений плюс плотность силы Лоренца, действующей на среду, равняется уменьшению плотности электромагнитного импульса. После создания Эйнштейном специальной теории относительности возникло пространство Минковского, и результат Максвелла был сформулирован так: 4-дивергенция 4-тензора Максвелла [18 (33.1)], [19 (12.113)]:

$$T^{\lambda\mu} = -g^{\lambda\alpha} F_{\alpha\beta} F^{\mu\beta} + g^{\lambda\mu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} / 4 \quad (3.1)$$

равняется плотности 4-силы Лоренца со знаком минус [18 (33.7), (30.2)]

$$\partial_{\mu} T^{\lambda\mu} = -g^{\lambda\alpha} F_{\alpha\beta} j^{\beta}, \quad f^{\lambda} = g^{\lambda\alpha} F_{\alpha\beta} j^{\beta}, \quad j^{\beta} = \partial_{\mu} F^{\mu\beta}. \quad (3.2)$$

(но мы по-прежнему будем говорить, дивергенция, тензор Максвелла, сила Лоренца).

Симметричный тензор Максвелла (3.1) является истинным тензором энергии-импульса электромагнитного поля. Он описывает энергию-импульс электромагнитного поля локально и однозначно согласно формуле (1.2) и широко используется в технике. Любое изменение этого тензора, добавление любого тензора, в том числе бездивергентного тензора, нарушает его адекватность и может изменять не только локальные величины $dp^{\lambda} = T^{\lambda\mu} dV_{\mu}$, но и глобальные величины

$$p^{\lambda} = \int T^{\lambda\mu} dV_{\mu}. \quad (3.3)$$

Очевидно неверно известное утверждение [18, 19, 21-24], что добавление бездивергентного тензора не изменяет глобальную массу-энергию (3.3). В действительности, например, интеграл от бездивергентного тензора энергии-импульса шара плотностью ρ и радиуса R ,

$$T^t{}_b = \rho \text{ при } r < R, \quad T^t{}_b = 0 \text{ при } r > R; \quad \partial_t T^t{}_b \equiv 0,$$

естественно, не равняется нулю, а равен массе шара:

$$\int_b T^{\lambda\mu} dV_{\mu} = \int_b T^t{}_t dV_t = 4\pi\rho R^3 / 3.$$

И этот тензор энергии-импульса шара можно представить в виде $T^{\lambda\mu} = \partial_{\kappa} \psi^{\lambda\mu\kappa}$, где

$$\psi^{tk} = -\psi^{kt} = \rho x^k / 3 \text{ при } r < R, \quad \psi^{tk} = -\psi^{kt} = \rho R^3 x^k / 3r^3 \text{ при } r > R,$$

причем $\psi^{\lambda\mu\kappa}$ убывает как раз пропорционально $1/r^2$. Мы обращали на это внимание [24] и повторяем здесь для удобства читателей.

Единственность тензора Максвелла провозглашают Мизнер *et al.*: «Имеет смысл спрашивать о количестве электромагнитной энергии-импульса в элементе 3-объема. Она наблюдаема. Для этой величины имеется одна и только одна формула» [25 § 20.4]. Синг дает определение: «Поток 4-импульса сквозь трехмерную мишень dV (имеющую единичный вектор нормали n_{ν}) равен $T^{\lambda\mu} n_{\mu} dV$ [26 (4.73)]. Это определение совпадает с формулой (1.2). Джексон указывает, что вектор Пойнтинга имеет единственное выражение [19 (р. 259)].

Тензор углового импульса, в частности тензор ипсилон $\Upsilon^{\lambda\mu\nu}$, был не известен Максвеллу и не содержится в теории Максвелла. В этом смысле теория Максвелла не полна. Мы обращали на это внимание [27].

В 20 веке были получены пары тензоров, которые претендуют быть тензорами плотности энергии-импульса и плотности полного углового импульса электромагнитного поля [20-23]. Но эти тензоры не имеют никакого отношения к тензору Максвелла. Они были получены, в силу теоремы Нетер, из требования постоянства действия при смещениях и поворотах для *свободного* поля в отсутствие источников. Полученные пары тензоров отличаются друг от друга в зависимости от используемого лагранжиана. Например, канонический лагранжиан $L_c = -F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} / 4$ дает каноническую пару тензоров

$$T_c^{\lambda\mu} = -\partial^\lambda A_\beta F^{\mu\beta} + g^{\lambda\mu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} / 4, \quad M_c^{\lambda\mu\nu} = 2x^{\lambda} T_c^{\mu\nu} - 2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}, \quad (3.4)$$

так что утверждается, что $dp^\lambda = T_c^{\lambda\mu} dV_\mu$ в соответствии с (1.2), и $dJ^{\lambda\mu} = M_c^{\lambda\mu\nu} dV_\nu$.

Соответственно

$$dp^\lambda = \int T_c^{\lambda\mu} dV_\mu, \quad J^{\lambda\mu} = \int 2x^{\lambda} T_c^{\mu\nu} dV_\nu + \int (-2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}) dV_\nu. \quad (3.5)$$

Векторный лагранжиан $L_A = -\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu / 2$ дает пару

$$T_A^{\lambda\mu} = -\partial^\lambda A_\beta \partial^\mu A^\beta + g^{\lambda\mu} \partial_\alpha A_\beta \partial^\alpha A^\beta / 2, \quad M_A^{\lambda\mu\nu} = 2x^{\lambda} T_A^{\mu\nu} - 2A^{[\lambda} \partial^{\nu]} A^{\mu]}. \quad (3.6)$$

Полученные тензоры плотности полного углового импульса состоят из двух слагаемых. Первое слагаемое есть момент тензора энергии-импульса; оно представляет орбитальный угловой импульс. Второе слагаемое определяется электромагнитным полем *локально* и претендует на роль ипсилон-тензора из (1.3). Это слагаемое называется тензор спина. Канонический тензор спина есть:

$$\Upsilon_c^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}. \quad (3.7)$$

Таким образом, было признано, что поток углового импульса, который вызывает момент силы, обозначенный Пойнтингом G , есть поток спина, а ипсилон-тензор из (1.3) есть тензор спина.

Вейссенхофф [28] определил *спиновую жидкость*, как «жидкость, каждый элемент которой обладает, кроме энергии и линейного импульса, также определенным количеством углового импульса, пропорционального – подобно энергии и линейному импульсу – объему этого элемента». Согласно этому определению, электромагнитное излучение круговой поляризации представляет собой спиновую жидкость.

Тензоры энергии-импульса полученных пар (3.4), (3.5) отличаются от тензора Максвелла (3.1) и, соответственно, неадекватны реальности. Например, в постоянном однородном магнитном поле $B_x = B, \quad B_y = B_z = 0$, для которого

$$F_{yz} = F^{yz} = -B, \quad A_y = zB/2, \quad A_z = -yB/2,$$

канонический тензор дает неверное нулевое значение давления поля поперек силовых линий:

$$T_c^{yy} = -g^{yy} \partial_y A_z F^{yz} + g^{yy} F_{yz} F^{yz} / 2 = B^2 / 2 - B^2 / 2 = 0.$$

Мы обращали на это внимание [24] и повторяем здесь для удобства читателей.

Дивергенции тензоров (3.3), (3.4) равны нулю для свободного поля без источников, в силу вывода этих тензоров. Нет никакого основания ожидать, что дивергенции этих тензоров в реальных условиях при наличии токов и зарядов будут правильно описывать взаимодействие поля с источниками, как это свойственно тензору Максвелла.

После создания общей теории относительности выяснилось, что тензор Максвелла (3.1) может быть получен из требования постоянства действия при вариации метрического тензора [18 § 94]. Это дало основание Вейлю заявить: «Только общая теория относительности, которая допускает изменение мировой метрики, ведет к правильному определению энергии» [29]. Соглашаясь с частицей «только» заявления Вейля, мы не

разделяем его оптимизма, поскольку полученный таким способом метрический тензор Максвелла, получен как бездивергентный тензор [18 (94.7)] для свободного поля, и потому использование его на практике нелегитимно. Кроме того, для нас существенно, что полученный так тензор энергии-импульса не сопровождается тензором углового импульса.

Бездивергентность тензоров (3.4), (3.54) для свободного поля влечет, в частности, соотношение между каноническими тензорами энергии-импульса и спина для свободного поля без источников

$$2T_c^{[\lambda\mu]} = \partial_\nu \Upsilon^{\lambda\mu\nu}. \quad (3.8)$$

Для такого поля это соотношение справедливо и между тензором Максвелла и неизвестным истинным тензором спина $\Upsilon^{\lambda\mu\nu}$. В силу симметрии тензора Максвелла, поток спина сохраняется в свободном поле:

$$2T^{[\lambda\mu]} = \partial_\nu \Upsilon^{\lambda\mu\nu} = 0. \quad (3.9)$$

Однако при наличии зарядов и токов, симметрия тензора Максвелла не мешает спину поглощаться веществом в согласии с формулой (1.7). Соответственно, дивергенция тензора спина равна плотности момента силы τ_\wedge (с обратным знаком), который действует на поглощающую среду (6.16):

$$\partial_\nu \Upsilon^{\lambda\mu\nu} = -\tau_\wedge^{\lambda\mu} \quad (3.10)$$

Эта плотность момента силы аналогично плотности силы Лоренца (3.2), как показано в разделе 6:

$$\tau_\wedge = \mathbf{j} \times \mathbf{A} \text{ [J/m}^3\text{]}, \quad \mathbf{f}_L = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \text{ [N/m}^3\text{]}$$

4. Процедура Белинфанте-Розенфельда.

Желая иметь тензор Максвелла в качестве следствия Принципа наименьшего действия, физики выводят тензор Максвелла из канонического тензора энергии-импульса, просто добавляя «рукой» недостающий член $\partial_\beta A^\lambda F^{\mu\beta}$ [18 § 33]:

$$T_c^{\lambda\mu} + \partial_\beta A^\lambda F^{\mu\beta} = T^{\lambda\mu} \quad (4.1)$$

Этот вывод нельзя признать удовлетворительным, потому что добавление любого тензора к тензору энергии-импульса меняет его смысл (1.2), тем более добавление тензора, дивергенция которого не равна нулю при наличии источников поля. Для нас важно отметить, что традиционное изменение (4.1) канонического тензора энергии-импульса не затрагивает канонический тензор спина.

Белинфанте и Розенфельд [30, 31] добавляют к каноническому тензору энергии-импульса бездивергентное выражение, $\partial_\beta (A^\lambda F^{\mu\beta})$, и, соответственно, получают вместо тензора Максвелла, другой тензор, тензор $\Theta^{\lambda\mu}$ [21 (9.4.2)]:

$$T_c^{\lambda\mu} + \partial_\beta (A^\lambda F^{\mu\beta}) = T^{\lambda\mu} + A^\lambda \partial_\beta F^{\mu\beta} = \Theta^{\lambda\mu}. \quad (4.2)$$

Тензор $\Theta^{\lambda\mu}$ не симметричен, он имеет ту же неправильную дивергенцию, что и канонический тензор и нигде не используется. Процедура Белинфанте-Розенфельда бессмысленна.

5. Тензоры спина и их применение

Вопрос об истинном тензоре спина электродинамики никогда не поднимался, хотя с 19 века известно, что электромагнитное излучение несет угловой импульс (1.3) $dS^{\lambda\mu} = \Upsilon^{\lambda\mu\nu} dV_\nu$, который оказался спином. Тензор спина не входит в электродинамику Максвелла. Тем не менее, компонента

$$Y_c^{xyt} = \varepsilon_0 (A^y E^x - A^x E^y) = \varepsilon_0 (\mathbf{E} \times \mathbf{A}) \quad (5.1)$$

канонического тензора спина из пары (3.5), которая выражает объемную плотность спина, часто используется в литературе. Канонический тензор спина вообще дает правильные значения для плотности спина и плотности потока спина в направлении распространения волны. Однако этот тензор дает неправильные ненулевые значения для спина, распространяющегося поперек направления распространения волны, например, $Y_c^{xy} \neq 0$ [24].

Тензор спина векторного лагранжиана $\Upsilon_A^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda}\partial^{|\nu|}A^{\mu]}$ дает правильные значения спина по всем направлениям. Он успешно применен для подсчета передачи спина зеркалу при наклонном падении [32]. Однако при вычислении плотности спина в стоячей волне, возникающей при нормальном падении волны на зеркало, оказалась существенной «электромагнитная несимметрия» тензоров спина из (3.3), (3.4). Дело в том, что электромагнитная несимметрия электродинамики Максвелла происходит от того, что в природе отсутствуют магнитные монополи. Поэтому уравнение Максвелла $\partial_{[\alpha}F_{\beta\gamma]} = 0$ допускает существование магнитного векторного потенциала в формуле $F_{\beta\gamma} = 2\partial_{[\beta}A_{\gamma]}$. В то же время электрические заряды, входящие в уравнения Максвелла $j^\beta = \partial_\alpha F^{\alpha\beta}$, препятствуют существованию «электрического тензорного потенциала» $V^{\alpha\beta\gamma}$ из формулы $F^{\alpha\beta} = \partial_\gamma V^{\alpha\beta\gamma}$. Однако в электромагнитной волне потенциалы A_γ и $V^{\alpha\beta\gamma}$ существуют равноправно. Поэтому эти потенциалы должны равноправно входить в выражение тензора спина. Если использовать электрический тензорный потенциал, вернее, использовать соответствующий ему ковариантный псевдовекторный потенциал $V_\mu^* = \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}V^{\alpha\beta\gamma}$, можно определить симметричный тензор спина

$$\Upsilon_{AV}^{\lambda\mu\nu} = -A^{[\lambda}\partial^{|\nu|}A^{\mu]} - V_\mu^{*[\lambda}\partial^{|\nu|}V_\mu^{*\mu]} . \quad (5.2)$$

Такой тензор спина применен в работе [24] и дает правильное значение плотности спина в стоячей волне. В статье [33] электромагнитная симметризация выполнена в отношении канонического тензора спина.

Тензор спина дал возможность обнаружить не замеченное ранее излучение спина в хорошо изученном поле вращающегося электрического диполя [34-36]. Известно, что диполь, вращающийся в плоскости xy , испускает поток момента импульса $L^{xy} = L_z$ преимущественно в окрестности плоскости вращения. Это – орбитальный момент импульса. Он объясняется тем, что электрическое поле вращающегося диполя имеет небольшую радиальную компоненту E_r , которая вместе с меридиональной компонентой магнитного поля H_θ дает плотность азимутальной компоненты импульса $p_\wedge^\theta = \varepsilon^{\theta r\theta} E_r H_\theta / c^2$. (Мы используем значок \wedge при обозначении тензорных плотностей, избегая готического шрифта). Другими словами, электромагнитная масса вращается вокруг оси z . Диаграмма направленности потока момента импульса, общий момент силы τ_{Lz} и мощность P , равны [35]:

$$dL_z / dt d\Omega = 3P \sin^2 \theta / 8\omega^3, \quad dL_z / dt = \tau_{Lz} = P / \omega . \quad (5.3)$$

Таким образом, испускаемая мощность P равна мощности момента силы, вращающего диполь: $P = \omega \tau_{Lz}$.

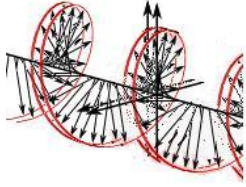
Обнаруженное излучение спина испускается преимущественно вдоль оси вращения диполя. Оно имеет другую диаграмму направленности

$$dS_z / dt d\Omega = 3P \cos^2 \theta / 8\omega^3 . \quad (5.4)$$

Общий поток спинового углового импульса τ_{S_z} оказывается вдвое меньше, чем τ_{Lz} , при той же мощности P [35]:

$$dS_z / dt = \tau_z = P / 2\omega \quad (5.5)$$

Спиновое излучение не было замечено ранее, ввиду игнорирования тензора спина, хотя известно, что излучение вращающегося диполя вдоль оси вращения имеет круговую поляризацию. Важно, что наличие обнаруженного спинового излучения было подтверждено подсчетом обратного воздействия электромагнитного поля на вращающийся диполь с помощью обобщения Ефименко законов Кулона и Био-Савара [37].



Удивительным свойством спина является то, он, являясь угловым импульсом, не является каким-либо моментом линейного импульса. Больше того, он вообще не связан с вращением чего бы то ни было, и даже не связан с движением вообще. В плоской волне круговой поляризации, спираль, изображающая электрическое или магнитное поле, несущее спин, движется поступательно. Хель пишет [38]:

«Плотность тока в теории Дирака можно разбить на конвективную часть и поляризационную часть. Поляризационная часть определяется распределением спина электронного поля. Она не может привести к потоку энергии в системе покоя электрона, так как внутреннее спиновое «движение» имеет место только внутри области порядка комптоновской длины волны электрона. Конвективная часть плотности тока описывает среднее движение электронного поля и даёт как импульс, так и поток энергии». Вследствие этого, при излучении спина нарушается соотношение $P = \omega\tau$ классической механики. Для потока углового импульса дипольного излучения при $l = 1, m = \pm 1$ мы имеем $\tau_z = \tau_L z + \tau_S z = 3P / 2\omega$.

В статьях [39-41] тензор спина использован при рассмотрении отражения или поглощения спинового углового импульса плоской неограниченной волны вместе с отражением или поглощением линейного импульса и энергии такой волны в различных средах различными способами. Продемонстрировано, что поглощение спина является таким же естественным процессом, как поглощение импульса волны, а использование тензора спина совершенно аналогично традиционному использованию тензора энергии-импульса.

В дополнение к материалу указанных статей мы демонстрируем в разделах 6 и 7 расчет поглощения спина и энергии в среде общего типа, которая характеризуется комплексными величинами $\tilde{\mu}$, $\tilde{\epsilon}$ и вещественной электропроводимостью σ .

6. Поглощение спина

Мы рассматриваем электромагнитные поля \mathbf{E} , \mathbf{B} волны круговой поляризации, распространяющейся в направлении оси z . Они выражаются ковариантными компонентами тензора электромагнитного поля

$$F_{\mu\nu} = \{F_{tx} = 1, F_{ty} = i, F_{zy} = -i\tilde{k} / \omega, F_{zx} = \tilde{k} / \omega\} E_0 e^{ikz - i\omega t} \quad (6.1)$$

Волновое число $\tilde{k} = k' + ik''$, вообще говоря, комплексное. Поэтому скорость распространения волны есть $v = \omega / k'$, длина волны есть $\lambda = 2\pi / k'$, а затухание электромагнитных полей происходит по закону $e^{-k''z}$. Комплексные числа отмечаются значком breve, когда это не предполагается по умолчанию. Выражение (6.1) оправдано тем, что оно удовлетворяет первой паре уравнений Максвелла $\partial_{[\lambda} F_{\mu\nu]} = 0$ при любых значениях \tilde{k} и ω . Специфическая зависимость волнового числа от свойств среды, при остающейся произвольной частоте, определяется из второй пары уравнений Максвелла, $j_\wedge^\beta = \partial_\alpha F_\wedge^{\alpha\beta}$, при условии, что ток j_\wedge^β связан с электрическим полем законом Ома. Вторая пара уравнений Максвелла касается полей \mathbf{D} , \mathbf{H} , выражаемых тензорной плотностью $F_\wedge^{\alpha\beta}$. Мы используем значок \wedge при обозначении тензорных плотностей, избегая готического шрифта.

Переход от тензора $F_{\mu\nu}$ к тензорной плотности $F_\wedge^{\alpha\beta}$ осуществляется посредством операции сопряжения [42], которое предполагает поднятие координатных индексов и

включает в себя множитель $\sqrt{-g_\wedge}$, где g есть определитель метрического тензора используемых координат, и множитель $\sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0}$, обеспечивающий общепринятое изменение размерности. Кроме того, электрическое поле умножается на $\check{\varepsilon}$, а магнитное поле делится на $\check{\mu}$. Этим учитывается свойство среды. Электропроводность среды не влияет на сопряжение.

Мы используем координаты с выражением интервала

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad \sqrt{-g_\wedge} = c = 1 / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}. \quad (6.2)$$

Поэтому сопряжение дает тензорную плотность электромагнитного поля

$$F_\wedge^{\alpha\beta} = \{F_\wedge^{tx} = -\check{\varepsilon}\varepsilon_0, F_\wedge^{ty} = -i\check{\varepsilon}\varepsilon_0, F_\wedge^{zy} = -i\check{k} / \omega\check{\mu}\mu_0, F_\wedge^{xz} = \check{k} / \omega\check{\mu}\mu_0\} E_0 e^{ikz - i\omega t}, \quad (6.3)$$

а вторая пара уравнений Максвелла, $j_\wedge^\beta = \partial_\alpha F_\wedge^{\alpha\beta}$, дает плотность тока

$$j_\wedge^x = (i\omega\check{\varepsilon}\varepsilon_0 - i\check{k}^2 / \omega\check{\mu}\mu_0) E_0 e^{ikz - i\omega t}, \quad (6.4)$$

$$j_\wedge^y = (-\omega\check{\varepsilon}\varepsilon_0 + \check{k}^2 / \omega\check{\mu}\mu_0) E_0 e^{ikz - i\omega t}. \quad (6.5)$$

Теперь для получения волнового числа \check{k} необходимо применение закона Ома, $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$.

Однако этот закон вызывает у нас некоторое смущение. Дело в том, что коэффициент электропроводности σ связывает векторную плотность j_\wedge^i и ковариантный тензор F_{ii} .

Поэтому остается неясным тензорный характер коэффициента электропроводности. Тем не менее, в декартовых координатах закон Ома дает безупречный результат

$$\check{k}^2 = i\sigma\omega\check{\mu}\mu_0 + \omega^2\varepsilon_0\check{\mu}\mu_0. \quad (6.6)$$

Для расчета поглощения спина в этом разделе используется тензор из (3.4). Но теперь мы учитываем, что это есть тензорная плотность

$$Y_\wedge^{\lambda\mu\nu} = A^\lambda \partial^\nu A_\wedge^\mu - A^\mu \partial^\nu A_\wedge^\lambda. \quad (6.7)$$

Векторный потенциал поля (6.1) выглядит так (без $E_0 e^{ikz - i\omega t}$):

$$A_x = \int F_{tx} dt = i / \omega, \quad A^x = -i / \omega, \quad A_y = \int F_{ty} dt = -1 / \omega, \quad A^y = 1 / \omega. \quad (6.8)$$

После сопряжения векторного потенциала согласно тому же правилу [42], получаем:

$$A_\wedge^x = A_x \sqrt{g_\wedge} g^{\wedge x} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} / \check{\mu} = -i / \omega\check{\mu}\mu_0, \quad A_\wedge^y = 1 / \omega\check{\mu}\mu_0. \quad (6.9)$$

Учитывая, что $\partial^i = -\partial_i$ из-за сигнатуры метрики (+ - - -), мы получаем плотность потока спинового углового импульса, то есть момент силы, приходящийся на единичную площадку по формуле (6.7):

$$\begin{aligned} \langle Y_\wedge^{xyz} \rangle &= \Re\{\bar{A}^x \partial^z A_\wedge^y - \bar{A}^y \partial^z A_\wedge^x\} / 2 \\ &= \Re\{(i / \omega)(-i\check{k})(1 / \omega\check{\mu}\mu_0) - (1 / \omega)(-i\check{k})(-i / \omega\check{\mu}\mu_0)\} E_0^2 e^{-2k^*z} / 2 \\ &= \Re\{\check{k} / \check{\mu}\} E_0^2 e^{-2k^*z} / \omega^2 \mu_0 \quad [\text{J*s} / \text{m}^2\text{s}] \end{aligned} \quad (6.10)$$

Это и есть величина, названная Пойнтингом G . Угловые скобки означают усреднение по времени согласно [18 § 48], а черточка означает комплексное сопряжение. Объемная плотность момента силы получается дифференцированием, в согласии с (3.9), то есть просто умножением на коэффициент затухания $2k^*$:

$$\tau_\wedge^{xy} = -\partial_z \langle Y_\wedge^{xyz} \rangle = -\partial_z \Re\{\check{k} / \check{\mu}\} E_0^2 e^{-2k^*z} / \omega^2 \mu_0 = 2k^* \Re\{\check{k} / \check{\mu}\} E_0^2 e^{-2k^*z} / \omega^2 \mu_0. \quad (6.11)$$

В случае действительных ε, μ имеем $\Re\{\check{k} / \check{\mu}\} = k' / \mu$, а мнимая часть равенства (6.6) дает

$$2k^* k'' = \sigma \omega \mu_0. \quad (6.12)$$

Так что плотность момента силы есть

$$\tau_\wedge^{xy} = \sigma E_0^2 e^{-2k^*z} / \omega. \quad (6.13)$$

Однако $\sigma E = j$ есть плотность тока, а $E / \omega = A$ есть векторный потенциал. Поэтому объемная плотность момента силы выражается просто $\tau_{\wedge} = jA$. Этому выражению можно придать векторный смысл

$$\tau_{\wedge}^{\lambda\mu} = -\partial_{\nu} \Upsilon^{\lambda\mu\nu} = -\partial_{\nu} A^{\lambda} \partial^{\nu} A^{\mu} + \partial_{\nu} A^{\mu} \partial^{\nu} A^{\lambda} - A^{\lambda} \partial_{\nu}^{\nu} A^{\mu} + A^{\mu} \partial_{\nu}^{\nu} A^{\lambda}. \quad (6.14)$$

Первая пара слагаемых сокращается благодаря антисимметрии

$$\partial_{\nu} A^{\lambda} \partial^{\nu} A^{\mu} - \partial_{\nu} A^{\mu} \partial^{\nu} A^{\lambda} = 2g^{\nu\sigma} \partial_{\nu} A^{[\mu} \partial_{\sigma} A^{\lambda]} = 0. \quad (6.15)$$

А во второй паре появляется плотность тока [19 (12.123)]: $\partial_{\nu}^{\nu} A^{\mu} = j^{\mu}$

Таким образом, получаем аналог силы Лоренца

$$-\partial_{\nu} \Upsilon^{\lambda\mu\nu} = \tau_{\wedge}^{\lambda\mu} = 2j^{[\lambda} A^{\mu]} \quad \text{или} \quad \tau_{\wedge} = \mathbf{j} \times \mathbf{A}. \quad (6.16)$$

7. Поглощение энергии

Для сравнения использования тензора спина и тензора энергии-импульса, приведем аналогичный расчет поглощения для плотности энергии волны (6.1), (6.3). Плотность потока энергии в сторону оси z, то есть вектор Пойнтинга представлен компонентой T^{tz} тензора (3.1):

$$\langle T^{tz} \rangle = \langle -g^{tt} F_{t\beta} F^{z\beta} \rangle = -\Re\{\bar{F}_{tx} F^{zx} + \bar{F}_{ty} F^{zy}\} / 2c^2 = \Re\{\bar{k} / \bar{\mu}\} E_0^2 e^{-2kz} / c^2 \omega \mu_0 \quad [\text{kg/m}^2\text{s}] \quad (7.1)$$

Игнорируя квадрат скорости света, видим, что, согласно (6.10), $\Upsilon^{xyz} = T^{tz} / \omega$, в соответствии с тем, что $\hbar = \hbar \omega / \omega$. Затухающий поток спина связан с затухающим потоком массы-энергии угловой частотой электромагнитной волны.

8. Нарушение калибровочной эквивалентности 4-векторных потенциалов в отношении спина

Как известно, векторный потенциал A_{μ} , границей которого является некоторое электромагнитное поле $F_{\lambda\mu} = 2\partial_{[\lambda} A_{\mu]}$, определен не однозначно. К векторному потенциалу A_{μ} можно добавить замкнутый ковариантный вектор $\partial_{\mu} f$, граница которого автоматически равна нулю $\partial_{[\lambda} \partial_{\mu]} f = 0$, и это не изменит электромагнитное поле $F_{\lambda\mu}$. Говорят, что потенциалы A_{μ} и $A_{\mu} + \partial_{\mu} f$ калибровочно эквивалентны. Однако такие потенциалы могут давать различные значения спина электромагнитного излучения. В отношении спина такие потенциалы не эквивалентны. Некоторые потенциалы из множества калибровочно инвариантных потенциалов дают правильные значения спина; другие – не правильные.

Мы представляем подсчет спинового излучения вращающегося диполя дважды, для двух различных, но калибровочно эквивалентных потенциалов. Результаты получаются различными. Это демонстрирует нарушение калибровочной эквивалентности векторного потенциала в отношении спина.

В этом разделе используется потенциал Вейля, для которого скалярный потенциал равен нулю, а векторный потенциал получается интегрированием электрического поля. Мы обозначаем потенциал Вейля буквой \mathbf{W} , чтобы отличить его от стандартного потенциала [18] \mathbf{A} , который использован во втором подсчете в разделе 9. Итак,

$$\varphi = 0, \quad \mathbf{W} = \int \mathbf{E} dt, \quad \text{поскольку} \quad E_k = F_{ik} = \partial_t W_k. \quad (8.1)$$

Исходным является электромагнитное поле диполя $\mathbf{p} \exp(-i\omega t)$ [19 p. 350; 43]

$$\mathbf{E} = \left[\frac{\omega^2 (\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{p}\mathbf{r})\mathbf{r})}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3} + \frac{i\omega (\mathbf{p}r^2 - 3(\mathbf{p}\mathbf{r})\mathbf{r})}{4\pi\epsilon_0 cr^4} - \frac{(\mathbf{p}r^2 - 3(\mathbf{p}\mathbf{r})\mathbf{r})}{4\pi\epsilon_0 r^5} \right] \exp(ikr - i\omega t), \quad (8.2)$$

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\omega^2 \mathbf{r} \times \mathbf{p}}{4\pi cr^2} + \frac{i\omega \mathbf{r} \times \mathbf{p}}{4\pi r^3} \right] \exp(ikr - i\omega t) \quad (8.3)$$

(в этом разделе буква p обозначает дипольный момент, а не импульс). Наш диполь вращается в плоскости x, y . Поэтому его компонентами являются $p_x = p$, $p_y = ip$. Ограничиваясь полем излучения, получаем из (8.2), (8.3)

$$\mathbf{E} = \frac{\omega^2(\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{p}\mathbf{r})\mathbf{r})}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3} \exp(ikr - i\omega t), \quad \mathbf{H} = \frac{\omega^2 \mathbf{r} \times \mathbf{p}}{4\pi c r^2} \exp(ikr - i\omega t), \quad p_x = p, \quad p_y = ip. \quad (8.4)$$

Это дает (без экспоненциального множителя)

$$E_x = F_{ix} = \frac{\omega^2 p(r^2 - x^2 - ixy)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3}, \quad E_y = F_{iy} = \frac{\omega^2 p(ir^2 - xy - iy^2)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3},$$

$$E_z = F_{iz} = \frac{-\omega^2 p(zx + izy)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3}, \quad (8.5)$$

$$H_x = F^{zy} = \frac{-i\omega^2 pz}{4\pi c r^2}, \quad H_y = F^{xz} = \frac{\omega^2 pz}{4\pi c r^2}, \quad H_z = F^{yx} = \frac{\omega^2 p(ix - y)}{4\pi c r^2}. \quad (8.6)$$

Используя (8.1), можно найти ковариантный вектор $W_k = iE_k / \omega$.

Теперь мы заявляем, что при расчете спинового излучения будет использоваться канонический тензор спина (3.6)

$$Y_c^{\lambda\mu\nu} = -2W^{[\lambda} F^{\mu]\nu}. \quad (8.7)$$

Поднимая тензорный индекс, мы изменяем знак потенциала: $W^k = -iE_k / \omega$. В результате имеем

$$W^x = \frac{\omega p(-ir^2 + ix^2 - xy)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3}, \quad W^y = \frac{\omega p(r^2 + ixy - y^2)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3}, \quad W^z = \frac{\omega p(izx - zy)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3}. \quad (8.8)$$

Вычисление компонентов тензора спина (8.7) дает:

$$Y_c^{xyx} = -\frac{\Re}{2} \{\bar{W}^x F^{yx}\} = \frac{\omega^3 z^2 x p^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^5}, \quad Y_c^{xyy} = \frac{\Re}{2} \{\bar{W}^y F^{xy}\} = \frac{\omega^3 z^2 y p^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^5}$$

$$Y_c^{xyz} = -\frac{\Re}{2} \{\bar{W}^x F^{yz} - \bar{W}^y F^{xz}\} = \frac{\omega^3 (r^2 + z^2) z p^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^5} \quad (8.9)$$

Нас интересует излучение z -компоненты спина, проходящего по разным направлениям через сферическую поверхность $r = \text{Const}$. Элемент такой поверхности обозначим da_l . Для вычисления $dS^{xy} = Y_c^{xyl} da_l dt$, нужны декартовы координаты элементов da_l . Сферические координаты элементов da_l выглядят так

$$d\mathbf{a} = \{da_r = d\theta d\varphi, da_\theta = 0, da_\varphi = 0\}.$$

Переводные коэффициенты между декартовыми и сферическими координатами,

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}, \quad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r}, \quad \frac{\partial r}{\partial z} = \frac{z}{r} \quad \text{и} \quad \sqrt{g} = r^2 \sin \theta,$$

позволяют получить нужные декартовы координаты элементов:

$$da_l = \{da_x = xr \sin \theta d\theta d\varphi, da_y = yr \sin \theta d\theta d\varphi, da_z = zr \sin \theta d\theta d\varphi\}$$

В результате получаем поток компоненты спина через элемент поверхности da_l

$$dS^{xy} / dt = Y_c^{xyl} da_l = Y_c^{xyx} da_x + Y_c^{xyy} da_y + Y_c^{xyz} da_z =$$

$$= \frac{\omega^3 p^2 (z^2 x^2 + z^2 y^2 + r^2 z^2 + z^4)}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^4} \sin \theta d\theta d\varphi = \frac{\omega^3 p^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3} \cos^2 \theta d\Omega \quad (8.10)$$

Этот результат, полученный другим способом, был впервые опубликован в работе [34]. Он представлен в этой статье формулой (5.4).

9. Стандартный потенциал поля вращающегося диполя

Теперь для расчета излучения спина мы будем снова использовать канонический тензор спина $-2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}$ (3.6), но со стандартным потенциалом [18] $\{\phi, \mathbf{A}\}$

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r} [\rho]_{\text{ret}} dV, \quad \mathbf{A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int \frac{1}{r} [\mathbf{j}]_{\text{ret}} dV \quad (9.1)$$

вместо потенциала Вейля \mathbf{W} . Рассмотрим сначала осциллирующий (не вращающийся) диполь, направленный вдоль оси x :

$$p^x = lq = p \exp(-i\omega t). \quad (9.2)$$

Мы считаем его «элементарным вибратором» в том смысле, что заряды q расположены на концах, на расстоянии l , а ток

$$I = \partial_t q = -i\omega p^x / l \quad (9.3)$$

одинаков в различных точках диполя. Используя $j dV = I dx$ в уравнении (9.1) и интегрируя постоянный вдоль диполя ток по длине диполя, получим, с учетом запаздывания,

$$A^x = \frac{-i\omega p}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \exp(ikr - i\omega t). \quad (9.4)$$

Представляя вращающийся диполь парой диполей со сдвигом по фазе на четверть периода друг относительно друга, $\mathbf{p} = \{p, ip\}$, получим стандартный векторный потенциал поля вращающегося диполя

$$\mathbf{A} = \{A^x = \frac{-i\omega p}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}, A^y = \frac{\omega p}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}, A^z = 0\} \exp(ikr - i\omega t). \quad (9.5)$$

Нетрудно проверить, что такой потенциал, с учетом соответствующего ϕ -потенциала, дает электромагнитное поле (8.2), (8.3).

Использование простых выражений (9.5), вместо потенциала Вейля (8.8), для вычисления канонического тензора спина (3.6) дает, вместо (8.9),

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_c^{xyx} &= -\frac{\Re}{2} \{\bar{A}^x F^{yx}\} = \frac{\omega^3 x p^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^3}, & \tilde{Y}_c^{xyy} &= \frac{\Re}{2} \{\bar{A}^y F^{xy}\} = \frac{\omega^3 y p^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^3} \\ \tilde{Y}_c^{xyz} &= -\frac{\Re}{2} \{\bar{A}^x F^{yz} - \bar{A}^y F^{xz}\} = \frac{\omega^3 z p^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^3}. \end{aligned} \quad (9.6)$$

Эти выражения тензора спина приводят к правильному результату и совпадают с (8.10) на оси вращения диполя, где $z = r$. Однако они не делаются равными нулю на плоскости вращения, где $z = 0$, где поляризация излучения линейная, и спин отсутствует. Это означает, что они не верны. Это доказывает, что, по отношению к спину, есть правильные и не правильные калибровочно эквивалентные потенциалы.

10. Градиентная теория спина

Тензор спина в настоящее время отсутствует в публикациях. В фундаментальных работах [5, 44, 45], посвященных угловому импульсу света, нет слов «тензор спина». В настоящее время спином называется момент линейного импульса того типа, который крутится в поле вращающегося диполя, и который несомненно является орбитальным моментом импульса, см. раздел 5. Слово «спин» используется при рассмотрении электромагнитного пучка круговой поляризации. Дело в том, что на поверхности такого пучка, как угодно большого диаметра, обязательно имеются продольные компоненты электромагнитных полей из-за того, что силовые линии замкнуты. Эти продольные компоненты аналогичны радиальным компонентам электрического поля вращающегося диполя. Они создают орбитальный электромагнитный импульс, момент которого направлен вдоль оси пучка.

Симмондс и Гуттманн [46] описывают волну круговой поляризации, заключенную внутри конечного цилиндра вокруг оси z : «Электрическое и магнитное поля могут иметь

ненулевую z-компоненту только в пределах поверхностной области этой волны. Наличие z-компоненты внутри этой области подразумевает возможность существования ненулевой z-компоненты углового импульса внутри этой области. Поскольку волна тождественно равна нулю вне поверхности и постоянна внутри поверхностной области, эта область является единственной, в которой z-компонента углового импульса не обращается в нуль». Оганян объясняет [47]: «Этот момент импульса и есть спин волны».

Соответственно, Аллен *et al.* дают определение: «Локальная спиновая плотность углового импульса, приходящаяся на один фотон, пропорциональна радиальному градиенту интенсивности светового пучка» [48]:

$$j_z \sim \frac{r}{u^2} \frac{\partial(u^2)}{\partial r} \quad (10.1)$$

(здесь u обозначает электрическое или магнитное поле). «Локальное отношение спинового углового импульса к энергии есть [45 р. 229]

$$\frac{j_z}{w} = \frac{-r}{2\omega|u|^2} \frac{\partial|u|^2}{\partial r}. \quad (10.2)$$

«Следовательно, это неизбежно означает, что соотношение меняется от места к месту» [45 р. 300]. Согласно этому определению, спин фотона отрывается от фотона, от его массы и импульса и относится, возможно, на край света, где может располагаться граница волны. Мы называем эту теорию спина электродинамики *градиентной теорией*.

Основу градиентной теории составляет игнорирование тензора спина. Игнорируется второе слагаемое $\Upsilon^{\lambda\mu\nu}$ выражения для тензора плотности полного углового импульса $M^{\lambda\mu\nu}$, полученного при использовании вариационного принципа (3.4), (3.5),

$$M^{\lambda\mu\nu} = 2x^{[\lambda} T^{\mu]\nu} + \Upsilon^{\lambda\mu\nu}. \quad (10.3)$$

(можно для краткости говорить, тензор энергии-импульса, имея в виду тензор плотности энергии импульса, или говорить, тензор спина, имея в виду тензор плотности спина. Но приходится говорить, тензор *плотности* полного углового импульса $M^{\lambda\mu\nu}$, потому что тензор полного углового импульса получается интегрированием плотности (3.5):

$$J^{\lambda\mu} = \int M^{\lambda\mu\nu} dV_\nu = \int 2x^{[\lambda} T^{\mu]\nu} dV_\nu + \int \Upsilon^{\lambda\mu\nu} dV_\nu. \quad (10.4)$$

Основу градиентной теории составляет искажение сущности результата, полученного при использовании вариационного принципа (3.4), (3.5), (10.4). Полученный там полный угловой импульс сокращается до момента линейного импульса:

$$J^{\lambda\mu} = \int 2x^{[\lambda} T^{\mu]\nu} dV_\nu. \quad (10.5)$$

При этом сам линейный импульс $dp^\mu = T^{\mu\nu} dV_\nu$ определяется не через канонический тензор энергии-импульса и не через тензор Белинфанте-Розенфельда, а через наш единственный, истинный максвелловский тензор, единственность которого, в то же время, постоянно отрицается. Мы представляем определение полного углового импульса в градиентной теории спина в векторном виде [44 (1.20)]:

$$\mathbf{J} = \varepsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV, \quad (10.6)$$

Здесь оставлено только первое слагаемое из (10.3), только первый интеграл из (10.4), который представляет момент импульса электромагнитной массы, крутящейся на поверхности пучка круговой поляризации или внутри поля вращающегося диполя.

В качестве основания, назвать момент линейного импульса спином, используется преобразование Гамблета [49]. Преобразование Гамблета показывает, что момент импульса (10.6), пучка света круговой поляризации оказывается равен интегралу от компоненты (5.1) канонического тензора спина (после применения теоремы Гаусса с отбрасыванием поверхностного интеграла):

$$\varepsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV = \varepsilon_0 \int (\mathbf{E} \times \mathbf{A}) dV = \mathbf{S}. \quad (10.7)$$

На наш взгляд, это равенство орбитального момента импульса пучка *спину* пучка не доказывает, что орбитальный момент импульса пучка *есть* спин пучка! Тем более, что, например, в поле вращающегося диполя такого равенства нет. Там z-компонента спина вдвое меньше момента импульса.

Отметим, что, в действительности, преобразование Гамблета дает два члена [44 (1.21)],

$$\varepsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV = \varepsilon_0 \int (\mathbf{E} \times \mathbf{A}) dV + \varepsilon_0 \int E_i (\mathbf{r} \times \nabla) A_i dV. \quad (10.8)$$

Первый член интерпретируется как спин, а второй член интерпретируется как орбитальный момент импульса того же пучка света. Однако второй член не имеет смысла, он равен нулю относительно точки на оси пучка света из-за осевой симметрии пучка (см. также [10 (4.4)]).

11. Заключение

Согласно теории Максвелла, инфинитезимальный объем электромагнитного излучения содержит энергию и линейный импульс, пропорциональные величине этого объема. Эти энергия и импульс однозначно определяются тензором энергии-импульса Максвелла. Если рассматривается также точка, внешняя по отношению к этому объему, возникает момент импульса этого объема относительно выбранной точки.

Согласно теории Максвелла, инфинитезимальный объем, сам по себе, безотносительно к внешней точке, не обладает угловым импульсом. Такой угловой импульс, внутренне присущий инфинитезимальному объему, обнаружили Садовский, Пойнтинг и другие в 19 веке. Существование внутреннего углового импульса, наряду с существованием энергии и линейного импульса, было доказано математически как следствие изотропии пространства (3.4), (3.6). Внутренний угловой импульс, пропорциональный инфинитезимальному объему, был назван спином. Спин электромагнитного излучения однозначно определяется интегрированием тензором спина (3.4) или (3.6) согласно (1.3). Спин определяется, вдобавок к энергии-импульсу, которые определяются тензором энергии-импульса, и вдобавок к моменту линейного импульса, если выбрана внешняя точка. Мы называем эту теорию спина *классической* теорией спина. Она расширяет теорию Максвелла.

К сожалению, обнаружение спина классиками [1, 2] не изменило теорию электромагнетизма, созданную Максвеллом. Тензор спина не вошел в теорию электромагнетизма равноправно с тензором энергии-импульса, как он равноправно возник в рамках лагранжевого формализма. Больше того, после работ Белинфанте и Розенфельда [30, 31], спином был назван момент линейного импульса. Это вычеркнуло истинный спин электромагнитного излучения из действующей теории электромагнетизма. Полный угловой импульс, согласно современному определению, состоит из момента линейного импульса (10.5), (10.6) только, не включает в себя спин.

Использование термина «спин» для обозначения момента линейного импульса привело к появлению *градиентной* теории спина, взамен классической теории спина. В результате, отрицается излучение спина вращающимся диполем, отрицается наличие спина в неограниченной плоской волне, «спин» излучения отделен пространственно от энергии и импульса излучения, возможно, на огромные расстояния. Мы старались обратить внимание на недостатки градиентной теории спина.

Я бесконечно благодарен Роберту Ромеру за отважную публикацию вопроса, «Действительно ли плоская волна не несет спин?» [50].

Список литературы

- [1] Sadowsky A. *Acta et Comm. Imp. Universitatis Jurievensis* 7, No. 1-3 (1899)
- [2] Poynting J. H., "The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light". *Proc. R. Soc. Lond. A* 82, 560-567 (1909)
- [3] Synge J. L. *Relativity: The General Theory* North-Holland, Amsterdam, 1960

- [4] Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper *Annalen der Physik* **17**, 891, 1905
- [5] Allen L., S. M. Barnett, M. J. Padgett *Optical Angular Momentum* (Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia 2003)
- [6] Crawford F.S., Jr., *Waves: Berkley Physics Course - V. 3* (Berkeley, California June, 1968), p. 364
- [7] Heitler W., *The Quantum Theory of Radiation* (Oxford: Clarendon, 1954) p. 401
- [8] Feynman R. P., R. B. Leighton R B, Sands M, *The Feynman Lectures on Physics* (Addison–Wesley, London, 1964, 1965).
- [9] Храпко Р И Локализация энергии-импульса и спин» Вестник Российского Университета дружбы народов, Серия Физика. – 2002, № 10(1).- с.35-39.
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=32&module=files>
- [10] Khrapko R.I. "Mechanical stresses produced by a light beam" *J. Modern Optics*, **55**, 1487-1500 (2008) <http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=9&module=files>
- [11] Beth R. A., Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light *Phys. Rev.* **50**, 115 (1936).
- [12] Khrapko R.I. "Inexplicability of the Beth's experiment within the framework of Maxwell's electrodynamics" *J. Modern Optics* 2021, **68**, No. 21, 1181–1186
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=195&module=files>
- [13] Khrapko R.I. Absorption of spin from an electromagnetic wave *Optik* **154** 806–810 (2018)
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=161&module=files>
- [14] Righi A., Mem. d. Accad. d. Scienze di Bologna, 4 (1882), 247.
- [15] Atkinson R., *Phys. Rev.*, 47 (1935), 623.
- [16] Henriot E, *Comptes rendus* 198, 1146 (1934).
- [17] Wood R., *Physical Optics*, 2nd ed. (1911), p. 341
- [18] Landau L. D., Lifshitz E. M. *The Classical Theory of Fields* (Pergamon, N. Y. 1975)
- [19] Jackson J. D., *Classical Electrodynamics*, (John Wiley, 1999)
- [20] Jauch J. M. and Rohrlich F. *The Theory of Photons and Electrons* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 1976)
- [21] Soper D. E., *Classical Field Theory* (N.Y.: Dover, 2008).
- [22] Corson E M *Introduction to tensors, spinors, and relativistic wave-equation* NY, Hafner, 1953.
- [23] Ryder L. H., "Quantum Field Theory" (Cambridge University Press, Cambridge 1985)
- [24] Khrapko R. I. True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero <https://arxiv.org/abs/physics/0102084> (2002)
- [25] Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A *Gravitation* (Freeman San Francisco 1973)
- [26] Synge J. L. *Relativity: The General Theory* North-Holland, Amsterdam, 1960
- [27] Храпко Р.И. Внутренняя неполнота теории Максвелла. Труды МАИ
<http://trudymai.ru/published.php?ID=34582> (2002)
- [28] Weyssenhoff Jan and Raabe A. Relativistic dynamics of spin-fluids and spin particles. *Acta Physica Polonica* Vol. 9, p. 7 (1947)
- [29] Weyl Hermann. *Space – Time – Matter*. METHUEN & CO. LTD. LONDON. p. 353. Вейль Г. *Пространство Время Материя* (Москва «Янус» 1996), с. 297.
- [30] Belinfante F. J., On the spin angular momentum of mesons. *Physica* (Amsterdam) **6**, 887-898 (1939)
- [31] Rosenfeld L., "Sur le Tenseur D'Impulsion-Energie." *Memoires de l'Academie Royale des Sciences de Belgiques* **18** No 6, 1-30 (1940).
- [32] Khrapko R. I. Transfer of the spin of an electromagnetic wave to an ideal conductor. *J. Modern Optics* **69**, 1209 (2022)
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=202&module=files>
- [33] Khrapko R. I. Spin in a Standing Electromagnetic Wave *Int J Opt Photonic Eng.* 5:028 (2020)
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=192&module=files>
- [34] Храпко Р.И. Спиновый момент импульса дипольного излучения. Труды МАИ
<http://trudymai.ru/published.php?ID=34635> (2001)

- [35] Khrapko R. I. Spin radiation from a rotating dipole. *Optik* **181** (2019) 1080-1084
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=172&module=files>
- [36] Khrapko R. I. Unknown spin radiation R Khrapko 2019 *J. Phys.: Conf. Ser.* **1172** 012055
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=193&module=files>
<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1172/1/012055/pdf>
- [37] Khrapko R. I. Radiation damping of a rotating dipole. *Optik*. Volume **203** (2020) Article 164021 <http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=189&module=files>
- [38] Hehl F. W. "On the energy tensor of spinning massive matter in classical field theory and general relativity" Reports on Mathematical Physics Vol. 9, No. 1, 55 (1976)
- [39] Reflection of light from a moving mirror *Optik* **136** (2017) 503–506
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=153&module=files>
- [40] Absorption of spin of a plane circularly polarized wave *Optik* **210** (2) (2020) Article 164527.
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=187&module=files>
- [41] Absorption of Spin by a Conducting Medium *AASCIT Journal of Physics* Vol. 4, No. 2, Page: 59-63 (2018) <http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=169&module=files>
- [42] Храпко Р.И. Наглядное представление дифференциальных форм и псевдоформ. Lambert Academic Publishing, Saarbrücken 2011,
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=105&module=files>
- [43] Сивухин Д. В. *Общий курс физики*, том 3, часть 2 (М. Наука, Физматлит, 1996)
- [44] Andrews D.L., M. Babiker (Editors) *The angular momentum of light* (Cambridge 2013)
- [45] Allen L., M. J. Padgett, M. Babiker, "The orbital angular momentum of light" in Wolf E. (Ed.) *Progress in Optics XXXIX* (Elsevier, Amsterdam, 1999)
- [46] Simmonds J. W., M. J. Guttman, *States, Waves and Photons* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1970)
- [47] Ohanian H. C., "What is spin?" *Amer. J. Phys.* **54**, 500-505 (1986). Есть перевод: Физика за рубежом, Серия Б, Преподавание (М.: МИР, 1988) с. 68.
- [48] Allen L., M. J. Padgett, "Response to Question #79. Does a plane wave carry spin angular momentum?" *Am. J. Phys.* **70**, 567 (2002)
- [49] Humblet J., "Sur le moment d'impulsion d'une onde electromagnetique". *Physica (Utrecht)* **10** (7): 585 (1943)
- [50] Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? *Amer. J. Phys.* **69**, 405 (2001)

Localization of energy-momentum and spin of electromagnetic radiation

The spin theory of electrodynamics, dating back to the work of Sadovsky, Poynting and others, is called in the article the classical spin theory, in contrast to the currently widespread spin theory, which is a gradient theory. The uniqueness of the local densities of energy-momentum and spin of the electromagnetic field is demonstrated, and the energy-momentum is determined by the Maxwell tensor, which does not allow change. In particular, the Belinfante-Rosenfeld procedure is meaningless. The existence of spin as an internal angular momentum is confirmed experimentally. Mathematically, spin arises from the Principle of Least Action in the form of a spin tensor, along with energy, momentum and moment of momentum relative to some point. The use of the spin tensor made it possible to obtain new results concerning the emission and absorption of spin angular momentum. It is shown that the use of the spin tensor is the same natural process as the use of the energy-momentum tensor. The adequacy of the spin tensor provides the violation of the gauge equivalence of various vector potentials. In particular, it is demonstrated that the standard vector potential gives an incorrect value for the spin emission from a rotating dipole. Vector potentials related to each other by a gauge transformation are equivalent to each other only when calculating energy-momentum. The gradient theory of spin has been criticized. In particular, it separates the internal spin angular momentum from the energy and momentum of the radiation.

Статья отклонена журналом «Письма ЖЭТФ» без рецензии

Ниже приводится текст апелляции

Уважаемая Ирина Подыниглазова,

Это апелляция.

Печально, что Журнал настойчиво скрывает от читателей фундаментальные результаты, существенно изменяющие теорию поля, при устойчивой неспособности редакции рецензировать статьи. Вот представленные результаты

1. Демонстрируется однозначность локальных плотностей энергии-импульса и спина электромагнитного поля, причем энергия-импульс определяется тензором Максвелла, который не допускает изменения
2. Процедура Белинфанте-Розенфельда бессмысленна.
3. Существование спина в качестве внутреннего углового импульса подтверждается экспериментально
4. Показано, что применение тензора спина является таким же естественным процессом, как применение тензора энергии-импульса.
5. Адекватность тензора спина доказывает нарушение калибровочной эквивалентности различных векторных потенциалов
6. Показана ошибочность градиентной теории спина, которую признает Редколлегия «Писем ЖЭТФ»

Печальна неспособность Редколлегии отвечать на апелляции. В качестве примера приводим оставшуюся без ответа апелляцию на отклонение без рецензирования статьи [PisJETF2360473](https://arxiv.org/abs/2306.0473) **«Гравитационная энергия, приписываемая искривленному пространству»**

Уважаемая Ирина Подыниглазова,

Это апелляция.

Печально, что Журнал настойчиво скрывает от читателей фундаментальные результаты, существенно изменяющие теорию гравитации, при неспособности редакции рецензировать статьи. Вот эти результаты

- (1) Гравитационная энергия локализована. Решена проблема, от которой дистанцировались Эйнштейн, Эддингтон и другие классики. Решение проблемы противоречит утверждению Ландау, Лифшица о том, что «не имеет смысла говорить об определенной локализации энергии гравитационного поля в пространстве». Решение противоречит утверждению Мизнера, Торна и Уиллера о том, что «нельзя определить локализованную энергию-импульс для гравитационного поля».
- (2) Показано, что закон сохранения инерционной массы-энергии нарушается при гравитационном взаимодействии и дефект массы положителен. Инерционная масса-энергия тел превышает их гравитационную массу на величину безмассовой энергии искривленного пространства-времени. Это противоречит утверждению Миснера, Торна Уиллера о том, что «масса-энергия нейтронной звезды меньше, чем масса-энергия того же числа барионов на бесконечном расстоянии».
- (3) Попытки Эйнштейна, Эддингтона, Ландау, Лифшица ввести гравитационную энергию в теорию Эйнштейна с помощью псевдотензора не увенчались успехом. Псевдотензоры дают положительное значение гравитационной энергии в том случае, когда гравитационная энергия отрицательна.

Статья выложена по адресам:

<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=209&module=files>,

https://www.researchgate.net/publication/374373465_Gravitational_energy_attributed_to_curved_space

<http://vixra.org/abs/2310.0007>

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4560888

Предыдущая статья, «Полная (толменовская) масса теннисного мяча m и его собственная (инерционная) масса M » (PisJETF2360457), отклоненная из-за критики «современного научного уровня», выложена по адресам:

<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=210&module=files>,

<http://vixra.org/abs/2310.0064>

<https://www.researchgate.net/publication/374730694>

<https://ssrn.com/abstract=4602825>