

Hoe bouw je een universum?

Door J.A.J. van Leunen

1-9-2021

Abstract

Een universum creëren uit het niets lijkt een onmogelijke taak. Een nader onderzoek toont aan dat sommige moeilijke stappen problemen opleveren, maar de meeste stappen zijn haalbaar en realistisch. Dit document legt de realistische stappen uit en analyseert de stappen die problemen opleveren.

De analyse past intensief het concept van de vectorruimte en de uitbreidingen van dit concept toe, zoals getalsystemen, de Hilbertruimte en de Hilbert-opslagplaats. De verzamelingenleer speelt een belangrijke rol bij de verkenning van het gedrag van het universum. Het artikel laat zien dat het onmogelijk is om de fysieke realiteit te begrijpen zonder deze delen van de wiskunde te begrijpen. Het artikel laat ook zien dat de genoemde wiskundige concepten nog niet volledig zijn onderzocht en mogelijk meer van de geheimen van de fysieke realiteit kunnen onthullen.

Voor het begrijpen van de fysieke realiteit is het cruciaal om de verandering in het gedrag van een reeks getallen te kunnen begrijpen wanneer irrationale getallen worden toegevoegd aan de rationale getallen. Dit gebeurt in de eendimensionale reële getallen en de eendimensionale of driedimensionale ruimtelijke getallen. Het lijkt erop dat de verandering in het gedrag van ruimtelijke getallen de oorsprong van zwaartekracht verklaart. Het typische gedrag verklaart ook het bestaan van donkere energieobjecten en donkere materieobjecten.

1 Introductie

1.1 Beperking

Dit document wordt compact en voldoende uitgebreid samengesteld. Meer details en citaten werden gepubliceerd in een eerder artikel. Ze zullen hier niet worden herhaald, maar het gerefereerde document biedt alle informatie die niet gemakkelijk online te vinden is in gratis toegankelijke publicaties. Verder verwijst het artikel naar de meeste toegepaste concepten die gratis online toegankelijk zijn. De auteur adviseert om vertrouwd te raken met de resultaten van grote wiskundigen die hebben bijgedragen aan de verzamelingentheorie, de getaltheorie, de vectorruimten en de Hilbertruimten. Dit artikel bouwt voort op hun resultaten. Het artikel zal geen basis bieden voor momenteel geaccepteerde theoretische fysische theorieën. Het artikel verklaart bijvoorbeeld niet het minimale actieprincipe dat leidt tot de Laplaciaanse vergelijkingen en Hamiltoniaanse vergelijkingen. In plaats daarvan legt het artikel de veldvergelijkingen uit die het gedrag beschrijven van de objecten die in het universum bestaan.

1.2 Mensen, wetenschap en werkelijkheid

Mensen kunnen geen wetenschap bedrijven zonder uitgebreide linguïstische hulpmiddelen zoals identificaties en beschrijvingen van structuren en gedragingen. Dit document gebruikt getalsystemen om in de ruimte te kunnen navigeren in een enorme hoeveelheid locaties. We gebruiken zowel tekst als formules om gedrag te kunnen beschrijven. We dienen ons te realiseren dat de fysieke werkelijkheid zonder deze hulpmiddelen zijn weg weet te vinden. Mensen kunnen voor een intelligente benadering kiezen. De fysieke werkelijkheid maakt waarschijnlijk gebruik van een benadering via vallen en opstaan die gesteund wordt door stochastische mechanismen. Die wijze van werken moet wel voldoende efficiënt zijn want het universum draait al miljarden jaren zonder dat het stilvalt.

1.3 Plan

We beginnen met volledig niets. Een kandidaat voor volledig niets is de lege ruimte. Lege ruimte bevat niets waarnaar kan worden verwezen. Aan de andere kant, als het mogelijk is om ruimte te beschouwen als een container waaruit alles wat het bevat kan worden gestript, dan is lege ruimte een realistisch concept. Dus als ruimte bestaat, dan veranderen we deze in lege ruimte en daarna beginnen we met het veranderen van de lege ruimte in een vectorruimte door twee puntvormige objecten toe te voegen die met elkaar verbonden zijn door een richtingslijn. Een van de puntvormige objecten is het basispunt van de vector. Het andere puntvormige object is de aanwijzer van de vector. Als de vector zodanig wordt verschoven dat deze zijn lengte en richting niet verandert, dan blijft de integriteit van de vector behouden. Met behulp van dergelijke vectoren kan elke locatie in de vectorruimte worden bereikt.

2 Getalsystemen

We zijn van plan om de vectorruimte toe te passen om de lege ruimte te bedekken met een of meer onderling samenhangende getalsystemen die de basis worden van een coördinatenstelsel dat ons helpt om in de vectorruimte te navigeren. De coördinatenmarkeringen zijn puntvormige objecten die worden geïdentificeerd met het overeenkomstige element van het getalsysteem. Na het voltooiën van de constructie van het getalsysteem worden de puntvormige coördinatenmarkeringen losgekoppeld van de getallen, maar deze markeringen behouden hun identificatie met het getal. Op deze manier kan het levensverhaal van de coördinatenmarkering via deze identificatie vanuit het moment van genereren worden gevolgd. Voor multidimensionale getallen zal het reële deel van het getal fungeren als progressieindicator.

Met de momenteel beschikbare ingrediënten is het mogelijk om de vector langs de richtingslijn te verplaatsen totdat het basispunt zich op de oude locatie van de aanwijzer bevindt. Met deze actie worden twee nieuwe vectoren gemaakt. Een daarvan is de vector die bestaat uit het oude basispunt en de nieuwe aanwijzer. Nu zijn er drie puntvormige objecten, twee lengtes van vectoren en de richtingslijn betrokken. Als u de shift herhaalt, wordt een ander puntvormig object toegevoegd. De verschuivingen introduceren de procedures van tellen en optellen. De puntvormige objecten zijn lid van een geordende set. Een voortdurende verschuiving genereert de verzameling van de natuurlijke getallen. Het is duidelijk dat deze set telbaar is. We noemen een set telbaar wanneer elk lid van de set kan worden gelabeld met een natuurlijk getal. Het omkeren van de optelling introduceert de aftrekkingsprocedure. Als telling wordt omgekeerd, wordt het punt bereikt dat de ruimte weer leeg is. Dit is de reden om het eerste basispunt een speciale identiteit te geven. Het zal punt nul worden genoemd. Als de aftrekking voorbij punt

nul verloopt, worden de negatieve gehele getallen geïntroduceerd. Samen met nul en de natuurlijke getallen vormen de negatieve getallen de verzameling van de gehele getallen.

We kunnen meerdere verschuivingen bijeenvoegen in één actie of verschuivingen gebruiken waarbij bestaande langere vectoren betrokken zijn. Hiermee worden geen nieuwe gehele getallen geïntroduceerd. Het introduceert een procedure die in de rekenkunde vermenigvuldiging wordt genoemd. De omgekeerde procedure wordt deling genoemd. Deling kan nieuwe getallen introduceren die kunnen worden geïnterpreteerd als breuken. Getallen die als breuken kunnen worden geïnterpreteerd, worden rationale getallen genoemd. Rationale getallen vormen klassen van getallen die bij optelling en vermenigvuldiging dezelfde waarde opleveren. Wetenschappers hebben bewezen dat elke rationale getalklasse kan worden gelabeld met een natuurlijk getal. De verzameling van de rationale getalklassen is dus telbaar. Zonder de toevoeging van andere getallen lijken alle rationale getallen omgeven te zijn door lege ruimte. Op de toegepaste richtingslijn blijft nog steeds overvloedig veel lege ruimte over om andere getallen in te voegen. Het is mogelijk om aan elke rationale getalklasse een coördinaatmarkering toe te voegen. De coördinaatmarkering koppelt de identiteit van de rationale getalklasse aan een daadwerkelijk puntvormig object. Via hun waarden vormen de rationale getalklassen een geordende verzameling. Hoofdstuk 3 toont de rekenkunde in formules. Wij zijn geïnteresseerd in het gedrag van de verzameling van de puntvormige objecten die we hierboven coördinaatmarkeringen noemen.

2.1 Telbaarheid vervangen

Rationale getallen kunnen in het kwadraat worden gezet. Het resultaat is opnieuw een rationaal getal dat ontstaat wanneer het getal met zichzelf vermenigvuldigd wordt. De omgekeerde procedure wordt

vierkantswortel genoemd. De vierkantswortel hoeft niet te resulteren in een rationaal getal. Een convergerende reeks van rationale getallen kan het resultaat echter willekeurig dicht benaderen. Als de convergerende reeks niet in een bestaand rationaal getal resulteert, wordt het resultaat een irrationaal getal genoemd. Voor veel situaties leidt een convergerende reeks rationale getallen niet tot een rationaal getal. Het ontbrekende getal behoort dan tot de irrationale getallen. De verzameling irrationale getallen kan niet worden geteld. Deze set is ontelbaar. Als alle irrationale getallen worden toegevoegd aan de geselecteerde richtingslijn, wordt geen van de getallen op deze regel nog omgeven door lege ruimte. Dit feit veroorzaakt een significante verandering in verschillende aspecten van de dekking van de richtingslijn. De combinatie van de rationale getallen en de irrationale getallen vormt de verzameling van wat de reële getallen zullen worden genoemd. Net als de rationale getallen vormen de reële getallen klassen die in de rekenkunde dezelfde waarde hebben. De klassen van de reële getallen vormen een geordende verzameling. De richtingslijn samen met de reële getallen fungeert als een wiskundig continuüm. Het continuüm maakt differentiatie mogelijk. Differentiatie laat zien dat het continuüm kan veranderen. Om deze wijziging te kunnen tonen, passen we de mogelijkheid toe om de locaties van de coördinatenmarkeringen los te koppelen van de virtuele locatie van de oorspronkelijke klasse voor het reële getal. Dit betekent dat de coördinatenmarkeringen vervormingen, trillingen en expansies van de dekking van de richtingslijn kunnen beschrijven. De coördinatenmarkeringen fungeren als de doelwaarden van een functie die de oorspronkelijke dekking van de richtingslijn als parameter ruimte gebruikt. Differentiaalrekening gebruikt deze functie om de vervorming, trilling en expansie van de huidige toestand van de dekking van de richtingslijn in detail te beschrijven. De functie heeft op dezelfde manier betrekking op de

parameterruimte als het coördinatenstelsel betrekking heeft op het gegenereerde reële getalsysteem. De coördinaatmarkeringen reageren op verstoringen die het dynamische gedrag veroorzaken. Het gegenereerde getalsysteem wordt alleen gebruikt voor het leveren van de id's voor de coördinatenmarkeringen. Voordat de loskoppeling plaatsvindt, worden de coördinaatmarkeringen niet verstoord.

De beschrijving van het dynamische gedrag past een onafhankelijke progressie-indicator toe die monotoon loopt met de onvervormde natuurlijke getallen. Deze indicator wordt in de vectorruimte weergegeven door de gegenereerde natuurlijke getallen.

2.2 Ruimtelijke getallen

De constructie van het universum gaat nu uit van de voorwaarde dat de geselecteerde richtingslijn volledig wordt bedekt door reële getallen. Deze situatie staat het invoegen in diezelfde richtingslijn van grote verzamelingen nieuwe getallen niet toe.

In het voorbeeld werd de vierkantswortel van een positief rationaal getal toegevoegd. Als de vierkantswortels van negatieve rationale getallen moeten worden weergegeven, moet deze extra set getallen op een onafhankelijke richtingslijn worden geplaatst. De nieuwe getallen tonen een afwijkende rekenkunde omdat hun kwadraten resulteren in een negatief reëel getal, terwijl het kwadraat van een reëel getal altijd resulteert in nul of een positief reëel getal. We noemen deze nieuwe getallen ruimtelijke getallen. De twee betrokken richtingslijnen kunnen op punt nul kruisen. Deze keuze maakt de invoering van de optelling van een reëel getal en een ruimtelijk getal mogelijk. De gemengde getallen omvatten daardoor een vlak in een tweedimensionale vectorruimte. Wiskundigen noemen deze gemengde getallen complexe getallen.

Het is mogelijk om een extra onafhankelijke richtingslijn toe te voegen die ook bedekt is met ruimtelijke getallen. De ruimtelijke rekenkunde introduceert via de ruimtelijke product regel onmiddellijk een vierde onafhankelijke richtingslijn die ook bedekt is met ruimtelijke getallen. Het resulterende getsysteem staat bekend als het quaternionische getsysteem. Het bestaat uit een eendimensionale deelruimte met reële getallen en een isotrope driedimensionale ruimtelijke deelruimte. Het kwadraat van een ruimtelijk getal resulteert nog steeds in een negatief reëel getal. Vermenigvuldiging van een ruimtelijk getal met een reëel getal resulteert in een ruimtelijk getal met dezelfde of tegenovergestelde richting. De lengte kan verschillen. Vermenigvuldiging van twee ruimtelijke getallen resulteert in een combinatie van een reëel getal en een nieuw ruimtelijk getal. De richting van het nieuwe ruimtelijke getal is onafhankelijk van de richtingen van de twee factoren. Het reële deel van het resultaat wordt het inwendige product genoemd en het ruimtelijke deel van het resultaat van de vermenigvuldiging wordt het uitwendige product genoemd.

Net als reële getallen kunnen ruimtelijke getallen reëel, rationaal of irrationaal zijn. In ruimtelijke getallen heeft het invoegen van alle irrationale getallen drastische effecten op het gedrag van de dekking van de ruimte. Net als trillingen zullen vervormingen en expansies nog steeds mogelijk zijn, maar vervormingen zullen zo snel mogelijk worden verwijderd door ze in de vorm van schokfronten weg te sturen in alle beschikbare richtingen totdat deze in het oneindige verdwijnen. Omdat de vervorming in het oneindige verdwijnt, zullen plotselinge vervormingen snel verdwijnen en uiteindelijk resulteren in de uitbreiding van het ruimtelijke deel van de ruimtedekking. Dit betekent dat de expansie langzaam en geleidelijk evolueert. Als de oorzaken van

vervormingen ruimtelijk willekeurig worden verdeeld, is expansie een isotropisch effect.

De introductie van alle irrationale getallen verandert niet alleen de ruimtedekking in een continuüm. Het maakt dat continuüm ook differentieerbaar en koppelt aan de ruimtedekking een heel bijzonder gedrag. Dit zeer speciale gedrag verklaart de oorsprong van de zwaartekracht. Het verklaart ook het bestaan van donkere materie en het bestaan van donkere energie.

2.3 Keuzevrijheid

Bij het maken van de getalsystemen hebben we verschillende keuzes gemaakt. Dit begon met de locatie en de richting van de eerste vector. Ook op de richtingslijn hadden we omhoog of omlaag kunnen gaan. Dit betekent dat getalsystemen bestaan in verschillende versies die zich onderscheiden in hun symmetrie. We zullen coördinatensystemen gebruiken om de symmetrie van de versie vast te stellen. Het geselecteerde coördinatensysteem verwijdert alle selectievrijheid.

2.4 Dynamica

Het is mogelijk om multidimensionale getallen te interpreteren als een combinatie van een scalaire tijdstempel en een eendimensionale of driedimensionale ruimtelijke locatie. De progressie-indicator loopt monotoon met de natuurlijke getallen op de reële getallenrichtingslijn. Op deze manier worden de vervorming, de trillingen en de expansie van het bijbehorende coördinatensysteem dynamisch gedrag waarbij de tijdstempels de rol van de progressie-indicator spelen.

3 Gemengd rekenen

De reële getallenrekenkunde en de ruimtelijke getallenrekenkunde kunnen vermengd worden. Ruimtelijke getallen die zich op verschillende ruimtelijke richtingslijnen bevinden, kunnen worden opgeteld en vermenigvuldigd. Dit maakt het ruimtegetallendeel van de quaternionen isotroop. De coördinatenmarkeringen leggen de geometrische symmetrie en de locatie van het geometrische centrum van de versie vast. Dit betekent dat het coördinatensysteem alle selectievrijheid uit het gekozen getsysteem verwijdert. Op deze manier vestigt het coördinatensysteem de versie van het getsysteem totdat het getsysteem en de coördinatenmarkeringen losgekoppeld worden. Reële getallen kunnen worden opgeteld en vermenigvuldigd met ruimtelijke getallen.

We zullen een vectorkap gebruiken om het ruimtelijke deel aan te geven en we zullen het scalaire deel met achtervoegsel $_r$ aangeven.

Het getal a wordt dus weergegeven door de som $a = a_r + \vec{a}$. Dit betekent dat het product $c = ab$ van twee getallen a en b in verschillende termen opgesplitst zal worden

$$\begin{aligned} c &= c_r + \vec{c} = ab = (a_r + \vec{a})(b_r + \vec{b}) \\ &= a_r b_r + a_r \vec{b} + \vec{a} b_r + \vec{a} \vec{b} \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

Voor reële getallen zijn de optelling en vermenigvuldiging commutatief en associatief.

$$\begin{aligned} b_r + a_r &= a_r + b_r \\ (a_r + b_r) + c_r &= a_r + (b_r + c_r) \end{aligned} \tag{3.1.2}$$

$$\begin{aligned} b_r a_r &= a_r b_r \\ (a_r b_r) c_r &= a_r (b_r c_r) \end{aligned} \tag{3.1.3}$$

De optelling en de vermenigvuldiging van reële getallen met ruimtelijke getallen zijn commutatief.

$$\begin{aligned} a_r + \vec{b} &= \vec{b} + a_r \\ a_r \vec{b} &= \vec{b} a_r \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Het product d van twee ruimtelijke getallen \vec{a} en \vec{b} resulteert in een reël scalair deel d_r en een nieuw ruimtelijk deel \vec{d}

$$d = d_r + \vec{d} = \vec{a}\vec{b} \quad (3.1.5)$$

$d_r = -\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ is het inwendige product van \vec{a} en \vec{b}

Voor het inwendige product en de norm $\|\vec{a}\|$ geldt $\langle \vec{a}, \vec{a} \rangle = \|\vec{a}\|^2$

$$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos(\alpha) \quad (3.1.6)$$

$\vec{d} = \vec{a} \times \vec{b}$ is het uitwendige product van \vec{a} en \vec{b}

De ruimtelijke vector \vec{d} is onafhankelijk van \vec{a} en onafhankelijk van \vec{b} . Dit betekent dat $\langle \vec{a}, \vec{d} \rangle = 0$ en $\langle \vec{b}, \vec{d} \rangle = 0$

$$\begin{aligned} \|\vec{a} \times \vec{b}\| &= \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| |\sin(\alpha)| \\ \vec{a} \times \vec{b} &= -\vec{b} \times \vec{a} \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Wiskunde behandelt ruimtelijke getallen vaak als vectoren omdat het gedrag sterk overeenkomt met andere vectoren. Er bestaan ook grote verschillen tussen soorten vectoren. Wiskunde definieert het inwendige product van vectoren die ruimtelijke getallen vertegenwoordigen als het bovenstaande geometrische scalaire vectorproduct. Het wordt ook wel het dotproduct van twee vectoren genoemd. Hilbertruimten

definiëren een ander soort inwendig product. Het is belangrijk om onderscheid te maken tussen het inwendige product in ruimtelijke getalsystemen en het inwendige product in Hilbertruimten.

Hilbertruimten worden in een later hoofdstuk behandeld.

Slechts drie onderling onafhankelijke ruimtelijke getallen kunnen bij het uitwendige product betrokken worden.

Deze formules bepalen nog steeds niet het teken van het uitwendige product. Afgezien van dat teken ligt het uitwendige product vast.

Quaternionische vermenigvuldiging gehoorzaamt de vergelijking

$$\begin{aligned} c = c_r + \vec{c} = ab &= (a_r + \vec{a})(b_r + \vec{b}) \\ &= a_r b_r - \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle + a_r \vec{b} + \vec{a} b_r \pm \vec{a} \times \vec{b} \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Het teken \pm geeft de keuzevrijheid aan van de links- of rechtshandigheid van de productregel die bestaat bij het selecteren van een versie van het quaternionische getalsysteem. De versie moet worden geselecteerd voordat deze in berekeningen gebruikt kan worden.

Twee quaternionen die elkaars inverse zijn, kunnen het ruimtelijke deel van een ander quaternion roteren.

$$c = ab / a \quad (3.1.9)$$

De constructie draait het ruimtelijke deel van b dat loodrecht op \vec{a} staat over een hoek die twee keer de fasehoek θ is van $a = \|a\| e^{\vec{i}\theta}$ waar $\vec{i} = \vec{a} / \|\vec{a}\|$.

Cartesische quaternionische functies passen een quaternionische parameterruimte toe die wordt geordend door een Cartesisch coördinatenstelsel. In de parameterruimte worden de reële scalaire delen van quaternionen vaak geïnterpreteerd als voorbeelden van

(echte) tijd, en de ruimtelijke delen worden vaak geïnterpreteerd als ruimtelijke locaties. De reële scalaire delen van quaternionische functies vertegenwoordigen dynamische scalaire velden. De ruimtelijke delen van quaternionische functies vertegenwoordigen dynamische vectorvelden.

De vectoren die in de getalsystemen als ruimtelijke getallen voorkomen verschillen op essentiële punten van de vectoren die in de onderliggende vectorruimte gedefinieerd zijn. Met name het product van vectoren verschilt tussen de twee soorten vectoren. Er bestaat dus verschil tussen de rekenkunde van deze twee soorten vectoren.

4 Symmetrieën

Tijdens het genereren van elk van de getalsystemen legde het geselecteerde coördinatensysteem verschillende keuzes vast die vooraf nog vrij waren. Een belangrijke keuze is de locatie van punt nul. Het coördinatenstelsel neemt deze locatie als geometrisch centrum. De eerste richtingslijn heeft geen ruimtelijke richting, maar de verschuiving op deze richtingslijn kan naar boven of naar beneden zijn. De derde keuze betreft de ruimtelijke richting van de eerste ruimtelijke richtingslijn. Die keuze is vrij. Een gerelateerde selectie betreft de richting van de verschuiving binnen deze richtingslijn. De richting van de tweede richtingslijn moet ruimtelijk loodrecht staan op de eerste ruimtelijke richtingslijn en vermindert de hoekkeuze tot twee pi radialen. Binnen deze richtingslijn heeft de richting van de verschuiving twee keuzes. In de resulterende ruimtelijke dimensie laat de keuze van een richtingslijn een hoekkeuze over pi-radialen vrij. De onafhankelijke richtingslijn kan rechts- of linkshandig worden georiënteerd. Binnen die onafhankelijke richtingslijn heeft de verschuiving weer twee keuzes.

In de Hilbert repository speelt de symmetrie van de gebruikte getalsystemen een cruciale rol. In dit systeem van Hilbertruimten mogen nog maar een beperkt aantal symmetrieën deelnemen.

5 Hilbertruimten

Hilbertruimten zijn bij uitstek geschikt voor het modelleren van multidimensionale functies die getalsystemen toepassen als hun natuurlijke parameterruimte. Hilbertruimten kunnen alleen omgaan met getalsystemen die associatieve delingsringen zijn. Dit beperkt de keuze tot de reële getallen, de complexe getallen en de quaternionen. Getalsystemen bestaan in meerdere versies. De versie wordt vastgelegd door een geselecteerd coördinatensysteem. Elke Hilbertruimte kiest een geschikt getalsysteem en selecteert één versie van dat getalsysteem.

Hilbertruimten ondersteunen operatoren die eigenruimten beheren die bestaan uit de leden van de geselecteerde versie van het getalsysteem. Separabele Hilbertruimten bezitten operatoren die telbare eigenruimten hebben. Niet-separabele Hilbertruimten bezitten ook operatoren die niet-telbare eigenruimten hebben. Deze eigenruimten vormen een continuüm en zijn differentieerbaar.

Een speciale operator, de referentieoperator genaamd, beheert de geselecteerde versie van het gekozen getalsysteem in zijn eigenruimte. Een categorie operatoren deelt de eigenvectoren van de referentieoperator en gebruikt de doelwaarden van een geselecteerde functie die behoren tot de parameterwaarde die gelijk is aan de eigenwaarde van de referentieoperator als de nieuwe eigenwaarde van de nieuwe operator. Dit verandert de Hilbertruimte in een functieruimte en verandert de eigenruimte van de referentieoperator in de natuurlijke parameterruimte van de Hilbertruimte. De leden van de nieuwe categorie van operatoren worden natuurlijke operatoren genoemd. De referentieoperator is een normale operator en zijn eigenvectoren spannen de hele Hilbertruimte op.

Een quaternionische Hilbertruimte bevat een reeks op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimten als deelruimten. Dit kan worden begrepen door alle eigenvectoren van de referentieoperator te selecteren die behoren tot een bepaalde richtingslijn van de geselecteerde versie van het gekozen getsysteem en een nieuwe Hilbertruimte te construeren uit deze vectoren en de vectoren die tot de reële getallen behoren. Dit toont ook aan dat een op reële-getallen-gebaseerde Hilbertruimte een deelruimte is van een op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimte en ook deelruimte is van een quaternionische Hilbertruimte.

5.1 Inwendig productruimte

In de wiskunde staat een Hilbertruimte bekend als een inwendig product ruimte. Dit inwendige product betreft het inwendige product van vectoren uit de onderliggende vectorruimte. Tegelijk wordt dat inwendige product gebruikt om de eigenwaarde van een eigenvector te berekenen uit de oorspronkelijke vector en de waarde van de afbeelding van de vector op zijn eigen richtingslijn. Dat is voorstelbaar als het inwendige product zich zou beperken tot het geometrische scalaire product. Dat levert immers alleen reële getalwaarden als resultaat op. Een overeenkomstige verlenging, verkorting en/of omkering is bij een afbeelding voorstelbaar. De eigenwaarden kunnen echter ook complexe getallen of quaternionen zijn. Dat is bij een afbeelding minder goed voorstelbaar. Het berekenen van eigenwaarden uit het inwendige product is in het voorgaande niet gebruikt en is ook niet nodig. We hebben in de beginfase een kunstgreep toegepast die gegenereerde getallen koppelt aan vectoren uit de onderliggende vectorruimte die met puntvormige objecten die we coördinaatmarkeringen noemen samenhangen. Na de vorming van de getsystemen worden de getallen losgekoppeld van de coördinaatmarkeringen terwijl de verwijzing naar het getal als identificatie behouden blijft. Op die wijze kunnen de

losgekoppelde coördinaatmarkeringen gedurende de rest van hun leven gevolgd worden. De concepten eigenwaarde en eigenvector blijven behouden voor de operatoren die de eigenruimten beheren.

5.2 Bra's en ket's

Paul Dirac introduceerde een handige toolkit voor het beheren van eigenwaarden, eigenvectoren, operatoren en relaties tussen operatoren en functies. De bra-ket combinatie werkt in de inwendig-productruimte als vervanging van het inwendige product. De bra-ket combinatie implementeert een equivalent van de functionaliteit van het inwendige product in een inwendig-productruimte. Dit is niet het dotproduct $\langle \vec{f}, \vec{g} \rangle$ dat bestaat in ruimtelijke getalsystemen en dat ook inwendig product genoemd wordt. In contrast daarmee levert de bra-ket combinatie de mogelijkheid om complexe getallen en quaternionen als eigenwaarden te benutten.

Om dit mogelijk te maken onderscheidt de bra-ket methode de vectoren van de onderliggende vectorruimte in vectoren met verschillende rekenkundes. De ket $\langle \vec{f} |$ is een covariante vector en de bra $|\vec{g}\rangle$ is een contravariante vector.

In deze sectie wordt het geval behandeld dat de inwendig-productruimte quaternionen toepast om de eigenwaarden van de operatoren weer te geven.

De vectoren \vec{f} en \vec{g} bevinden zich in de onderliggende vectorruimte. De rekenkunde van de ket vectoren verschilt van de rekenkunde van de bra vectoren. De bra-ket combinatie $\langle \vec{f} | \vec{g} \rangle$ fungeert als een metriek. Het heeft een quaternionische waarde. Omdat het product van quaternionen niet commutatief is, moet voorzichtig worden omgegaan met het formaat van de formules.

5.2.1 Ket-vectoren

De optelling van ket-vectoren is commutatief en associatief.

$$|\vec{f}\rangle + |\vec{g}\rangle = |\vec{g}\rangle + |\vec{f}\rangle = |\vec{f} + \vec{g}\rangle \quad (5.2.1)$$

$$\left(|\vec{f} + \vec{g}\rangle\right) + |\vec{h}\rangle = |\vec{f}\rangle + \left(|\vec{g} + \vec{h}\rangle\right) = |\vec{f} + \vec{g} + \vec{h}\rangle \quad (5.2.2)$$

Samen met quaternionen vormt een set ket-vectoren een ket-vectorruimte. Ket-vectoren zijn covariante vectoren.

Een quaternion α kan worden gebruikt om een covariante lineaire combinatie met de ket-vector te construeren $|\vec{f}\rangle$

$$|\alpha\vec{f}\rangle = |\vec{f}\rangle\alpha \quad (5.2.3)$$

5.2.2 Bra-vectoren

Voor bra-vectoren geldt

$$\langle\vec{f}| + \langle\vec{g}| = \langle\vec{g}| + \langle\vec{f}| = \langle\vec{f} + \vec{g}| \quad (5.2.4)$$

$$\left(\langle\vec{f} + \vec{g}|\right) + \langle\vec{h}| = \langle\vec{f}| + \left(\langle\vec{g} + \vec{h}|\right) = \langle\vec{f} + \vec{g} + \vec{h}| \quad (5.2.5)$$

Bra-vectoren zijn contravariante vectoren.

$$\langle\alpha\vec{f}| = \alpha^* \langle\vec{f}| \quad (5.2.6)$$

Quaternionen kunnen lineaire combinaties vormen met bra-vectoren.

Een set bra-vectoren vormt een bra-vectorruimte die kan combineren met de bijpassende ket-vectorruimte. In dat geval kunnen bra-vectoren aan de bijbehorende ket-vector gekoppeld worden.

5.2.3 Bra-ket combinatie

Voor de bra-ket combinatie geldt

$$\langle\vec{f}|\vec{g}\rangle = \langle\vec{g}|\vec{f}\rangle^* \quad (5.2.7)$$

Voor quaternionische getallen α en β geldt

$$\langle \alpha \vec{f} | \vec{g} \rangle = \langle \vec{g} | \alpha \vec{f} \rangle^* = \left(\langle \vec{g} | \vec{f} \rangle \alpha \right)^* = \alpha^* \langle \vec{f} | \vec{g} \rangle \quad (5.2.8)$$

$$\langle \vec{f} | \beta \vec{g} \rangle = \langle \vec{f} | \vec{g} \rangle \beta \quad (5.2.9)$$

$$\begin{aligned} \langle (\alpha + \beta) \vec{f} | \vec{g} \rangle &= \alpha^* \langle \vec{f} | \vec{g} \rangle + \beta^* \langle \vec{f} | \vec{g} \rangle \\ &= (\alpha + \beta)^* \langle \vec{f} | \vec{g} \rangle \end{aligned} \quad (5.2.10)$$

Dit komt overeen met (5.2.3) en (5.2.6)

$$\langle \alpha \vec{f} | = \alpha^* \langle \vec{f} | \quad (5.2.11)$$

$$| \alpha \vec{g} \rangle = | \vec{g} \rangle \alpha \quad (5.2.12)$$

We hebben een keuze gemaakt. Een andere mogelijkheid zou zijn

$$\langle \alpha \vec{f} | = \alpha \langle \vec{f} | \text{ en } | \alpha \vec{g} \rangle = | \vec{g} \rangle \alpha^*$$

5.2.4 Operatorconstructie

$|\vec{f}\rangle\langle\vec{g}|$ is een geconstrueerde operator.

$$|\vec{g}\rangle\langle\vec{f}| = \left(|\vec{f}\rangle\langle\vec{g}| \right)^\dagger \quad (5.2.13)$$

De superfix † geeft de geconjugeerde versie van de operator aan.

Voor de orthonormale basis $\{|\vec{q}_i\rangle\}$, bestaande uit eigenvectoren van de referentieoperator, geldt

$$\langle \vec{q}_n | \vec{q}_m \rangle = \delta_{nm} \quad (5.2.14)$$

De **bra-ket methodiek** maakt het mogelijk om nieuwe operatoren te definiëren die via quaternionische functies gedefinieerd worden.

$$\langle \vec{g} | \mathbf{F} | \vec{h} \rangle = \sum_{i=1}^N \left\{ \langle \vec{g} | \vec{q}_i \rangle F(q_i) \langle \vec{q}_i | \vec{h} \rangle \right\} \quad (5.2.15)$$

Het symbool F wordt zowel voor de operator F als voor de quaternionische functie $F(q)$ gebruikt. Dit leidt tot het snelschrift voor operator F

$$F \equiv |\vec{q}_i\rangle F(q_i) \langle \vec{q}_i| \quad (5.2.16)$$

Het is duidelijk dat voor de geconjugeerde operator geldt

$$F^\dagger \equiv |\vec{q}_i\rangle F^*(q_i) \langle \vec{q}_i| \quad (5.2.17)$$

Voor **referentie-operator** \mathfrak{R} geldt

$$\mathfrak{R} = |\vec{q}_i\rangle q_i \langle \vec{q}_i| \quad (5.2.18)$$

Als $\{q_i\}$ bestaat uit alle rationale waarden van de versie van het quaternionische getalsysteem dat de Hilbertruimte \mathfrak{H} toepast, dan vertegenwoordigt de eigenruimte van \mathfrak{R} de natuurlijke parameteruimte van de separabele Hilbertruimte \mathfrak{H} . Het is ook de parameteruimte van de functie $F(q)$ die de natuurlijke operator F in de formule (5.2.16) definieert.

5.2.5 Verwachtingswaarde

Elke ket vector kan geschreven worden als een lineaire combinatie van bra-basis vectoren.

$$\langle \vec{g} | = \sum_{i=1}^N \left\{ \langle \vec{g} | \vec{q}_i \rangle \langle \vec{q}_i | \right\} \quad (5.2.19)$$

Elke bra vector kan geschreven worden als een lineaire combinatie van ket-basis vectoren.

$$|\vec{g}\rangle = \sum_{i=1}^N \left\{ |\vec{q}_i\rangle \langle \vec{q}_i | \vec{g} \rangle \right\} \quad (5.2.20)$$

Dit betekent dat $|\langle g|q_i\rangle|^2 = \langle g|q_i\rangle\langle q_i|g\rangle$ de rol kan spelen van een locatiedichtheidsverdeling. Omdat de vectoren puntvormige objecten vertegenwoordigen is de locatiedichtheidsverdeling ook een waarschijnlijkheidsdichtheidsverdeling en kan $\langle g|q_i\rangle$ gezien worden als een quaternionische waarschijnlijkheidsamplitude. De dichtheidsverdelingen en de waarschijnlijkheidsamplitude zijn continue functies. Wat zij bij benadering beschrijven zijn discrete verzamelingen. De benadering past beter als het aantal elementen in de verzameling groter is en een eis is dat de samenhang van de verzameling groot is.

De verwachtingswaarde voor operator \mathfrak{R} en (bra) vector $|\vec{g}\rangle$ is

$$\langle \mathfrak{R} \rangle_{\vec{g}} = \langle \vec{g} | \mathfrak{R} | \vec{g} \rangle = \sum_{i=1}^N \{ \langle \vec{g} | \vec{q}_i \rangle q_i \langle \vec{q}_i | \vec{g} \rangle \} \quad (5.2.21)$$

De verwachtingswaarde speelt een rol bij een aantal opeenvolgende waarnemingen of gebeurtenissen. Dit krijgt een bijzondere interpretatie wanneer de eigenwaarden $\{q_i\}$ beperkt blijven tot ruimtelijke eigenwaarden. In dat geval kan een reële eigenwaarde die als tijdstempel fungeert worden toegewezen aan elke steekproefwaarde. Na het ordenen van de tijdstempels van de steekproeven vertegenwoordigt de reeks steekproeven een huppelpad. Het mechanisme dat de landingen van het voortdurend doorlopende huppelpad genereert, regeneert regelmatig een huppellandingslocatiezwerm die wordt beschreven door de bovengenoemde locatiedichtheidsverdeling.

Om de locatiedichtheidsverdeling een statistische betekenis te geven moet een stochastisch selectieproces actief zijn of geweest zijn. Dat selectieproces wordt dan vertegenwoordigd door een voetafdrukvector $|\vec{g}\rangle$ die met de tijd varieert. De wijze waarop $|\vec{g}\rangle$ in de tijd varieert wordt door de karakteristieke functie van het selectieproces

gecontroleerd. De voetafdrukvector wordt vertegenwoordigd door een vector in de onderliggende vectorruimte. De Hilbertruimte kan de levensgeschiedenis van de voetafdrukvector archiveren in de vorm van een snoer van quaternionische eigenwaarden van een toegewijde voetafdrukoperator.

Hiermee is nog niets gezegd over het wezen van het benodigde onderliggende stochastische selectieproces.

5.2.6 Operatortypen

I wordt gebruikt om de identiteitsoperator aan te geven.

Voor normale operator N geldt $NN^\dagger = NN^\dagger$.

De genormeerde eigenvectoren van een normale operator vormen een orthonormale basis van de Hilbertruimte.

Voor unitaire U operatoren geldt $UU^\dagger = U^\dagger U = I$

Voor Hermitische operator H geldt $H = H^\dagger$

Een normale operator N heeft een Hermitisch deel $\frac{N + N^\dagger}{2}$ en een anti-Hermitisch deel $\frac{N - N^\dagger}{2}$.

Voor de anti-Hermitische operator A geldt $A = -A^\dagger$

5.2.7 Niet-separabele Hilbertruimte

Elke oneindig-dimensionale separabele Hilbertruimte bezit een unieke niet-separabele metgezel Hilbertruimte die zijn separabele partner inbedt. De niet-separabele Hilbertruimte stelt operatoren in staat om eigenruimtes te onderhouden die in elke getaldimensie en elke ruimtelijke richting gesloten verzamelingen van rationale en irrationele

eigenwaarden bevatten. Deze eigenruimten gedragen zich als een dynamisch kleverig continuüm.

Gelfand triple en **Rigged Hilbert space** zijn andere namen voor de algemene niet-separabele Hilbertruimten.

In de niet-separabele Hilbertruimte, verandert de bra-ket-methodiek voor operatoren met continuüm-eigenruimten van een optelling in een integratie.

$$\langle \vec{g} | F | \vec{h} \rangle \equiv \int \iiint \{ \langle \vec{g} | \vec{q} \rangle F(q) \langle \vec{q} | \vec{h} \rangle \} dV d\tau \quad (5.2.22)$$

Hier hebben we de subscripts weggelaten die werden gebruikt in de telbare basis van de separabele Hilbertruimte.

De afkorting voor de operator F is nu het kortschrift

$$F \equiv |\vec{q}\rangle F(q) \langle \vec{q}| \quad (5.2.23)$$

Voor eigenvectoren $|q\rangle$ definieert $F(q)$ de functie als

$$F(q) = \langle \vec{q} | F \vec{q} \rangle = \int \iiint \{ \langle \vec{q} | \vec{q}' \rangle F(q') \langle \vec{q}' | \vec{q} \rangle \} dV' d\tau' \quad (5.2.24)$$

De referentieoperator \mathcal{R} die de continue natuurlijke parameterruimte als de eigenruimte beheert volgt uit

$$\langle \vec{g} | \mathcal{R} \vec{h} \rangle \equiv \int \iiint \{ \langle \vec{g} | \vec{q} \rangle q \langle \vec{q} | \vec{h} \rangle \} dV d\tau \quad (5.2.25)$$

Het bijbehorende kortschrift is

$$\mathcal{R} \equiv |\vec{q}\rangle q \langle \vec{q}| \quad (5.2.26)$$

De referentieoperator is een speciaal soort gedefinieerde operator. Via de quaternionische functies die gedefinieerde operatoren specificeren, wordt de claim duidelijk dat elke oneindig-dimensionale separabele Hilbertruimte een unieke niet-separabele metgezel Hilbertruimte bezit

die kan worden beschouwd als een inbedding van zijn separabele metgezel.

De bra-ketmethodiek combineert Hilbertruimteoperator technologie met quaternionische functietheorie en indirect met quaternionische differentiaal- en integraaltechnologie.

6 Verandering

6.1 Differentiatie

Langs een richtingslijn kan verandering worden beschreven door een partiële differentiaal. Als in een gebied van de ruimtedekking binnen deze richtingslijn alle convergerende reeksen coördinatenmarkeringen resulteren in een limiet die weer een coördinatenmarkering is, dan wordt de partiële verandering van de ruimtedekking langs de richting van r gedefinieerd als de limiet

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \lim_{\delta r \rightarrow 0} \frac{\psi(r + \delta r) - \psi(r)}{\delta r} \quad (6.1.1)$$

Als de regio wordt gedekt door alle irrationale getallen, dan bestaat deze limiet. Het bestaan van de limiet is niet gewaarborgd. Als de limiet niet bestaat, dan vertegenwoordigt de locatie een enkel punt. Het is ook mogelijk dat de omliggende regio wordt bedekt door een discrete verzameling van luntvormige objecten.

Als het ruimtelijke deel van de omgeving isotropisch is en de limiet ook bestaat in de reële getallenruimte, dan is de totale differentiaal df van veld f gelijk aan

$$df = \frac{\partial f}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} dx + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} dy + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k} dz \quad (6.1.2)$$

In deze vergelijking gedragen de partiële differentiaaloperatoren $\frac{\partial f}{\partial \tau}$, $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$

zich als quaternionische differentiaaloperatoren.

De quaternionische nabla ∇ veronderstelt de speciale **voorwaarde** dat partiële differentiaaloperatoren langs de assen van het Cartesiaanse

coördinatenstelsel in een natuurlijke parameterruimte van een niet-separabele Hilbertruimte leiden. Aldus,

$$\nabla = \sum_{i=0}^4 \vec{e}_i \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial \tau} + \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (6.1.3)$$

Dit zal in de volgende sectie worden toegepast door zowel de quaternionische nabla als de functie te splitsen in een scalair deel en een vectordeel.

De partiële differentiaalvergelijkingen van de eerste orde verdelen de verandering van een quaternionische veld in vijf verschillende delen die elk een nieuw veld vertegenwoordigen. We zullen de quaternionische veldveranderingsoperator vertegenwoordigen door een quaternionische nabla operator. Deze operator gedraagt zich als een quaternionische vermenigvuldigingsfactor.

De eerste orde partiële verandering volgt uit

$$\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\} = \nabla_r + \vec{\nabla} \quad (6.1.4)$$

De ruimtelijke nabla $\vec{\nabla}$ staat bekend als de del operator en wordt in detail behandeld in [Wikipedia](#). De partiële afgeleiden in de veranderingsoperator gebruiken alleen parameters die uit de natuurlijke parameterruimte worden gehaald.

$$\begin{aligned} \phi = \nabla \psi &= \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \vec{\nabla} \right) (\psi_r + \vec{\psi}) \\ &= \nabla_r \psi_r - \langle \vec{\nabla}, \vec{\psi} \rangle + \nabla_r \vec{\psi} + \vec{\nabla} \psi_r \pm \vec{\nabla} \times \vec{\psi} \end{aligned} \quad (6.1.5)$$

In een geselecteerde versie van het quaternionisch getalsysteem is alleen de overeenkomstige versie van de quaternionische nabla actief.

In een geselecteerde Hilbertruimte is deze versie altijd en overal hetzelfde.

De differentiaal $\vec{\nabla} \psi$ beschrijft de verandering van veld ψ . De vijf afzonderlijke termen in de eerste orde partiële differentiaal hebben een afzonderlijke fysieke betekenis. Alle basisvelden bezitten een dergelijke ontleding. De termen kunnen nieuwe velden vertegenwoordigen.

$$\phi_r = \nabla_r \psi_r - \langle \vec{\nabla}, \vec{\psi} \rangle \quad (6.1.6)$$

ϕ_r is een scalair veld.

$$\vec{\phi} = \nabla_r \vec{\psi} + \vec{\nabla} \psi_r \pm \vec{\nabla} \times \vec{\psi} \quad (6.1.7)$$

$\vec{\phi}$ is een vectorveld.

$\vec{\nabla} f$ is de gradiënt van f .

$\langle \vec{\nabla}, \vec{f} \rangle$ is de divergentie van \vec{f} .

$\vec{\nabla} \times \vec{f}$ is de rotatie van \vec{f} .

Belangrijke eigenschappen van de del operator zijn

$$(\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) \psi = \Delta \psi = \nabla^2 \psi \quad (6.1.8)$$

$$(\vec{\nabla}, \vec{\nabla} \times \vec{\psi}) = 0 \quad (6.1.9)$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \psi_r) = 0 \quad (6.1.10)$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{\psi}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla}, \vec{\psi}) - (\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) \vec{\psi} \quad (6.1.11)$$

Soms krijgen delen van de verandering nieuwe symbolen

$$\vec{E} = -\nabla_r \vec{\psi} - \vec{\nabla} \psi_r \quad (6.1.12)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{\psi} \quad (6.1.13)$$

De formule (6.1.5) laat geen ruimte voor ijkaanpassingen. In Maxwell-vergelijkingen wordt de vergelijking (6.1.6) behandeld als een ijkaanpassing.

$$(\vec{\nabla}, \vec{B}) = 0 \quad (6.1.14)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\nabla_r \vec{\nabla} \times \vec{\psi} - \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \psi_r = -\nabla_r \vec{B} \quad (6.1.15)$$

$$(\vec{\nabla}, \vec{E}) = -\nabla_r (\vec{\nabla}, \vec{\psi}) - (\vec{\nabla}, \vec{\nabla}) \psi_r \quad (6.1.16)$$

De conjugaat van de quaternionische nabla operator definieert een ander type veldverandering.

$$\nabla^* = \nabla_r - \vec{\nabla} \quad (6.1.17)$$

$$\zeta = \nabla^* \phi = \left(\frac{\partial}{\partial \tau} - \vec{\nabla} \right) (\phi_r + \vec{\phi}) \quad (6.1.18)$$

$$= \nabla_r \phi_r + \langle \vec{\nabla}, \vec{\phi} \rangle + \nabla_r \vec{\phi} - \vec{\nabla} \phi_r \mp \vec{\nabla} \times \vec{\phi}$$

Alle dynamische quaternionische velden gehoorzamen dezelfde partiële differentiaalvergelijkingen van de eerste orde (6.1.5) en (6.1.18).

$$\nabla^\dagger = \nabla^* = \nabla_r - \vec{\nabla} = \nabla_r + \vec{\nabla}^\dagger = \nabla_r + \vec{\nabla}^* \quad (6.1.19)$$

In de Hilbertruimte is de quaternionische nabla een normale operator. De operatoren

$$\nabla^\dagger \nabla = \nabla \nabla^\dagger = \nabla^* \nabla = \nabla \nabla^* = \nabla_r \nabla_r + \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle \quad (6.1.20)$$

zijn normale operatoren die ook Hermitische operatoren zijn.

De afzonderlijke operatoren $\nabla_r \nabla_r$ en $\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle$ zijn ook Hermitische operatoren.

$\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle$ staat bekend als de Laplace operator.

De twee operatoren kunnen ook worden gecombineerd als $\square = \nabla_r \nabla_r - \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle$. Dit is de d'Alembert operator.

De oplossingen van $\nabla_r \nabla_r + \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle = 0$ en $\nabla_r \nabla_r - \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle = 0$ verschillen.

Deze twee vergelijkingen bieden verschillende oplossingen en om die reden leveren ze verschillend dynamisch gedrag van het veld. De vergelijkingen bepalen het gedrag van het inbeddingsveld dat natuurkundigen hun universum noemen. Dit dynamische veld bestaat overal in het bereik van de parameterruimte van de functie. Beide vergelijkingen bepalen ook het gedrag van de symmetrie-gerelateerde velden. De homogene d'Alembertvergelijking staat bekend als de golfvergelijking en biedt golven en golfpakketten als oplossingen. Beide vergelijkingen bieden schokfronten als oplossingen, maar alleen de operatoren (6.1.20) leveren schokfronten met een spin- of polarisatievector. Integratie in het tijddomein converteert beide vergelijkingen in de Poisson-vergelijking en verwijdert de spin- of polarisatievector. Schokfronten vereisen een overeenkomstige actuator en komen alleen voor in oneven aantallen deelnemende dimensies. Bolvormige schokfronten vereisen een isotrope actuator. Anders verschijnt het schofront niet.

6.2 Continuïteitsvergelijkingen

Continuïteitsvergelijkingen zijn partiële quaternionische differentiaalvergelijkingen.

De dynamische veranderingen van het veld worden geïnterpreteerd als veldexcitatie of als veldvervormingen of veldexpansies.

De veldexcitatie die hier zullen worden besproken zijn oplossingen van genoemde tweede-orde partiële differentiaalvergelijkingen. Zonder een overeenkomstige actuator zal het veld niet reageren. Het lijkt erop dat bolvormige pulsen de enige pulsvormige actuatoren zijn die het veld vervormen. Het veld reageert op deze pulsen door de vervorming snel te verwijderen door de vervorming in de vorm van schokfronten in alle richtingen weg te sturen totdat deze fronten in het oneindige verdwijnen.

Een van de tweede-orde partiële differentiaalvergelijkingen is het resultaat van het combineren van de twee partiële eerste orde differentiaalvergelijkingen $\phi = \nabla \psi$ en $\zeta = \nabla^* \phi$.

$$\begin{aligned} \zeta &= \nabla^* \phi = \nabla^* \nabla \psi = \nabla \nabla^* \psi = (\nabla_r + \vec{\nabla})(\nabla_r - \vec{\nabla})(\psi_r + \vec{\psi}) \\ &= (\nabla_r \nabla_r + \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle) \psi \end{aligned} \quad (6.2.1)$$

Alle andere termen verdwijnen. $\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle$ staat bekend als de Laplace operator.

Integratie in het tijddomein resulteert in de Poisson vergelijking

$$\rho = \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle \psi \quad (6.2.2)$$

Onder isotrope omstandigheden is een zeer speciale oplossing van de Poisson vergelijking de Green's functie $\frac{1}{4\pi |\vec{q} - \vec{q}'|}$ van het betreffende

veld. Deze oplossing is de ruimtelijke Dirac-pulsrespons $\delta(\vec{q})$ van het veld onder strikt isotrope omstandigheden.

$$\nabla \frac{1}{|\vec{q} - \vec{q}'|} = -\frac{(\vec{q} - \vec{q}')}{|\vec{q} - \vec{q}'|^3} \quad (6.2.3)$$

$$\begin{aligned}
\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle \frac{1}{|\vec{q} - \vec{q}'|} &\equiv \left\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{q} - \vec{q}'|} \right\rangle \\
&= - \left\langle \vec{\nabla}, \frac{(\vec{q} - \vec{q}')}{|\vec{q} - \vec{q}'|^3} \right\rangle = 4\pi\delta(\vec{q} - \vec{q}')
\end{aligned} \tag{6.2.4}$$

Deze oplossing komt overeen met een doorlopende bron of put die in het veld bestaat.

Verandering kan plaatsvinden in één ruimtelijke dimensie of gecombineerd worden in twee of drie ruimtelijke dimensies.

Onder de juiste omstandigheden is de dynamische pulsrespons van het veld een oplossing van een speciale vorm van de vergelijking

$$(\nabla_r \nabla_r + \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle) \psi = 4\pi\delta(\vec{q} - \vec{q}') \theta(\tau \pm \tau') \tag{6.2.5}$$

Hier is $\theta(\tau)$ een temporale stapfunctie en is $\delta(\vec{q})$ een ruimtelijke Dirac-pulsrespons. Voor de bolvormige pulsrespons moet de puls isotroop zijn.

Na het moment τ' verandert de vergelijking in een homogene vergelijking.

Een opmerkelijk eenvoudige oplossing is het schokfront in één dimensie langs de lijn $\vec{q} - \vec{q}'$.

$$\psi = f\left(|\vec{q} - \vec{q}'| \pm c(\tau - \tau') \vec{n}\right) \tag{6.2.6}$$

Hier is \vec{n} een genormeerd ruimtelijk quaternion. Dit ruimtelijk quaternion heeft een willekeurige richting die niet in tijd varieert. Hier kan de genormaliseerde vector \vec{n} worden geïnterpreteerd als de polarisatie van de oplossing. We hebben de ruimtelijke vector \vec{n}

opzettelijk dicht bij snelheid c geplaatst. De functie f kan een primitief schokfront zijn, maar het kan ook een superpositie van primitieve schokfronten zijn. De oplossing met één primitief schokfront vertegenwoordigt een **donker energieobject**. Dit object vertegenwoordigt een energiekwant.

In isotrope omstandigheden kunnen we beter overschakelen op bolvormige coördinaten. Dan krijgt de vergelijking de vorm

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial}{r \partial r} \right) \psi \\ & = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) (\psi r) = 0 \end{aligned} \tag{6.2.7}$$

De tweede regel beschrijft de tweede-ordeverandering van ψr in één dimensie langs de straal r . Die oplossing wordt hierboven beschreven. Een oplossing van deze vergelijking is

$$\psi r = f(r \pm c\tau \vec{n}) \tag{6.2.8}$$

De oplossing van (6.2.7) wordt beschreven door

$$\psi = \frac{f\left(\left|\vec{q} - \vec{q}'\right| \pm c(\tau - \tau') \vec{n}\right)}{\left|\vec{q} - \vec{q}'\right|} \tag{6.2.9}$$

De genormaliseerde vector \vec{n} kan worden geïnterpreteerd als de spin van de oplossing. Het kan verband houden met de richting die wordt geselecteerd wanneer de op quaternion gebaseerde Hilbertruimte tijdelijk wordt gereduceerd tot een deelruimte die een op complex getallen gebaseerde Hilbertruimte bevat. De bolvormige pulsrespons fungeert als een expanderend of als een samentrekkend bolvormig

schokfront. Na verloop van tijd integreert deze pulsrespons in de Greense functie. Dit betekent dat de isotrope puls het volume van de Greense functie in het veld injecteert. Vervolgens spreidt het front dit volume over het veld. Het krimpande schokfront verzamelt het volume van de Greense functie en zuigt het volume uit het veld. Het \pm teken in de vergelijking (6.2.5) selecteert tussen injecteren en uitzuigen.

Bolvormige schokfronten zijn ***donkere materieobjecten***.

Schokfronten komen slechts in één en drie ruimtelijke dimensies voor. Een pulsrespons kan ook in twee dimensies optreden, maar in dat geval is de pulsrespons een gecompliceerde trilling die lijkt op het resultaat van een worp van een steen in het midden van een vijver.

Vergelijkingen (6.2.1) en (6.2.2) laten zien dat de operatoren $\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}$ en $\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle$ geldige tweede-orde partiële differentiaaloperatoren zijn. Deze operatoren combineren in het quaternionische equivalent van de [golfvergelijking](#).

$$\varphi = \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle \right) \psi = \square \psi \quad (6.2.10)$$

Deze vergelijking biedt ook eendimensionale en driedimensionale schokfronten als oplossingen.

$$\psi = \frac{f\left(\left|\vec{q} - \vec{q}'\right| \pm c(\tau - \tau')\right)}{\left|\vec{q} - \vec{q}'\right|} \quad (6.2.11)$$

$$\psi = f\left(\left|\vec{q} - \vec{q}'\right| \pm c(\tau - \tau')\right) \quad (6.2.12)$$

Deze pulsreacties bevatten niet de genormeerde vector \vec{n} . Afgezien van pulsreacties biedt de golfvergelijking golven als oplossingen.

Als het veld lokaal kan worden opgesplitst in een tijdsafhankelijk deel $T(\tau)$ en een locatieafhankelijk deel $A(\vec{q})$, dan kan de homogene versie van de golfvergelijking worden omgezet in de [Helmholtz-vergelijking](#).

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} = \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle \psi = -\omega^2 \psi \quad (6.2.13)$$

$$\psi(\vec{q}, \tau) = A(\vec{q})T(\tau) \quad (6.2.14)$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial \tau^2} = \frac{1}{A} \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle A = -\omega^2 \quad (6.2.15)$$

$$\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle A + \omega^2 A = 0 \quad (6.2.16)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \tau^2} + \omega^2 T = 0 \quad (6.2.17)$$

ω fungeert als kwantumkoppeling tussen (6.2.16) en (6.2.17).

Het tijdsafhankelijke deel $T(\tau)$ is afhankelijk van de beginomstandigheden of het geeft de omschakeling van de oscillatiemodus aan.

Tijdens de omschakeling schakelt de quaternionische Hilbertruimte tijdelijk over naar een complexe Hilbertruimte die een deelruimte van de Hilbertruimte is. De omschakeling neemt een overeenkomstig interval en tijdens dat interval zendt of absorbeert de deelruimte een opeenvolging van identieke ééndimensionale schokfronten. Samen vormen deze schokfronten een foton. De ééndimensionale schokfronten zijn hierboven besproken. De omschakeling van de oscillatiemodus betekent dat tijdelijk de oscillatie wordt gestopt en in plaats daarvan een object wordt uitgezonden of geabsorbeerd dat het

verschil in potentiële energie compenseert. Het locatieafhankelijke deel $A(\vec{q})$ van het veld beschrijft de mogelijke oscillatiemodi van het veld en is afhankelijk van de randvoorwaarden. De oscillaties hebben een bindend effect. Ze blijven objecten verplaatsen binnen een begrensd gebied.

Voor driedimensionale isotrope bolvormige omstandigheden hebben de oplossingen de vorm

$$A(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \{ (a_{lm} j_l(kr)) + b_{lm} Y_l^m(\theta, \varphi) \} \quad (6.2.18)$$

Hier zijn j_l en y_l de bolvormige Bessel-functies, en Y_l^m de bolvormige harmonischen. Deze oplossingen spelen een rol in de spectra van atoommodules.

Planaire en bolvormige golven zijn de eenvoudigere golfoplossingen van de vergelijking (6.2.13)

$$\psi(\vec{q}, \tau) = \exp\left\{ \vec{n} \left(\langle \vec{k}, \vec{q} - \vec{q}_0 \rangle - \omega\tau + \varphi \right) \right\} \quad (6.2.19)$$

$$\psi(\vec{q}, \tau) = \frac{\exp\left\{ \vec{n} \left(\langle \vec{k}, \vec{q} - \vec{q}_0 \rangle - \omega\tau + \varphi \right) \right\}}{|\vec{q} - \vec{q}_0|} \quad (6.2.20)$$

Een meer algemene oplossing is een superpositie van deze basistypen.

Er bestaan dus twee vrij gelijkaardige homogene tweede-orde partiële differentiaalvergelijkingen. Het zijn de homogene versies van vergelijkingen (6.2.5) en (6.2.10). De vergelijking (6.2.5) heeft bolvormige schok-frontoplossingen met een spinvector die zich gedraagt als de spin van elementaire deeltjes. Het is duidelijk dat het veld alleen dynamisch reageert wanneer het wordt geactiveerd door overeenkomstige actuatoren. Pulsen kunnen schokfronten veroorzaken

die na de trigger blijven bewegen. Oscillaties van het type (6.2.19) en (6.2.20) moeten worden geactiveerd door periodieke actuatoren.

De inhomogene pulsgeactiveerde vergelijkingen zijn

$$\left(\nabla_r \nabla_r \pm \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle\right) \psi = 4\pi\delta(\vec{q} - \vec{q}') \theta(\tau \pm \tau') \quad (6.2.21)$$

Zonder de interactie met actuatoren blijven alle trillingen en vervormingen uit het veld verdwijnen totdat het betreffende veld op een vlak veld lijkt. Alleen een voortdurende stroom actuatoren kan een hardnekkig vervormd veld genereren. Dit wordt geleverd door een voortdurende inbedding van de actuatoren in de eigenruimten van operatoren die de dynamische velden archiveren.

6.3 Isotrope condities

De twee schok-frontoplossingen tonen een interessant eigenschap van de Laplace-operator. In isotrope omstandigheden kan de Poisson-vergelijking worden herschreven als

$$\phi = \langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle \psi = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\psi) \quad (6.3.1)$$

Het product $\phi = (r\psi)$ is een oplossing van een eendimensionale vergelijking waarin r de variabele speelt.

Hetzelfde geldt voor alle differentiaalvergelijkingen die de Laplace-operator bevatten $\langle \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \rangle$

Bolvormige oplossingen van de differentiaalvergelijkingen van de tweede orde ξ/r kunnen dus worden verkregen uit de oplossingen van eendimensionale differentiaalvergelijkingen ξ van de tweede orde door zich te delen met de afstand r tot het centrum.

Het lijkt erop dat in isotrope omstandigheden de quaternionische differentiaalrekening kan worden verengd tot op complexe getallen

gebaseerde differentiaalrekening. Dit werkt al op lokale schaal. Als op grotere schaal de isotrope toestand wordt geschonden, moeten de coördinaten van de complex-getal-gebaseerde abstractie worden aangepast aan de mogelijk vervormde Cartesische coördinaten van het quaternionische platform. Dit is logisch in aanwezigheid van matige vervormingen van het quaternionische veld. Na aanpassing wordt de afbeelding van elke op complexe getallen gebaseerde coördinatenlijn een geodeet.

Deze trucs zijn mogelijk omdat op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimten kunnen worden beschouwd als deelruimten van quaternionische Hilbertruimten.

Als de dimensie van de quaternionische Hilbertruimte wordt teruggebracht tot de dimensie van een deelruimte die een op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimte bevat, kan het belangrijk worden of de geselecteerde richting een poolhoek of een azimuthhoek omvat. In de wiskunde is het bereik van de poolhoek twee keer zo groot als de azimuthhoek. In de natuurkunde worden de twee bereiken verwisseld.

7 Functies en coördinatensystemen

Dit verduidelijkt de reden van de invoering van het coördinatenstelsel. Mensen kunnen zich gemakkelijker het dynamische leven van coördinatenmarkeringen voorstellen dan dat ze kunnen visualiseren wat er gebeurt met de doelwaarden van een multidimensionale functie die een grenzeloze multidimensionale parameter ruimte gebruikt. Als de differentiaalvergelijkingen die het gedrag van coördinatenmarkeringen beschrijven overal hetzelfde zijn, dan houden deze vergelijkingen op alle schalen stand. Zelfs als ruimtelijke expansie een rol speelt, kunnen de effecten ervan gemakkelijk worden gescheiden van ruimtelijke vervorming en ruimtelijke trillingen.

Zonder te worden geactiveerd door een actuator, vervormt of trilt de ruimtedekking niet. Dit sluit niet uit dat een ingekapselde ruimtelijk samenhangende telbare subset van coördinatenmarkeringen de ruimtedekking statisch vervormt. Dit gebeurt door een fenomeen dat een zwart gat wordt genoemd.

8 Andere kenmerken van Hilbert spaces

Er is al aangegeven dat op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimten bestaan als deelruimten van quaternionische Hilbertruimten en dat op reële getallen gebaseerde Hilbertruimten bestaan als deelruimten van op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimten.

8.1 Positieruimte en veranderingsruimte

Dit zal worden gebruikt om andere orthogonale bases te introduceren dan de natuurlijke parameterbasis. Eerst scheiden we de deelruimte af die betrekking heeft op de reële getallen. Wat overblijft noemen we de positieruimte. Vervolgens introduceren we de veranderingsbasis als een alternatief voor de orthogonale basis van de positieruimte. De veranderingsbasis wordt gevormd door de eigenvectoren die bij de veranderingsoperator behoren. Om dit in een formule te kunnen weergeven beperken we ons eerst tot eigenvectoren die tot een geselecteerde richtingslijn behoren. Dit vermindert de positieruimte tot één enkele richting. We selecteren bijvoorbeeld de richting \vec{i} langs de x coördinaat. De verandering p_x van een veld ψ in die richting is

$$p_x \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Het achtervoegsel $_x$ geeft de relatie met de coördinaat x aan.

8.2 Fourier transformatie

x en p_x zijn gerelateerd via een Fourier-transformatie. In deze sectie geven we in exponenten het ruimtelijke richtingsgetal i niet met een vectorkap aan. In plaats daarvan gebruiken we de conventie die wordt toegepast in complexe getalversies van de exponentiële functie.

De Fouriertransformatie in een separabele op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimte wordt gegeven door de relatie tussen $\psi(x)$ en $\tilde{\psi}(p_{x_n})$ in de som

$$\psi(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \tilde{\psi}(p_{x,n}) e^{2\pi i p_{x,n} (p_{x,n+1} - p_{x,n})} \right\} \quad (8.2.1)$$

In de limiet $\Delta p_x = (p_{x,n+1} - p_{x,n}) \rightarrow 0$ gaat de som over in een integraal

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \tilde{\psi}(p_x) e^{2\pi i p_x x} \right\} dp_x \quad (8.2.2)$$

De omgekeerde Fourier-transformatie loopt als

$$\tilde{\psi}(p_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \psi(x) e^{-2\pi i p_x x} \right\} dx \quad (8.2.3)$$

In deze formules vertegenwoordigt het symbool i een genormaliseerd ruimtelijk getal dat deel uitmaakt van een complex getal. i komt overeen met de ruimtelijke richting die is geselecteerd voor de constructie van de op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimte.

De functie $e^{2\pi i p_x x}$ is een eigenfunctie van de operator die herkenbaar is als onderdeel van de veranderingsoperator $\vec{p}_x = i \frac{\partial}{\partial x}$ in (6.1.4).

$$\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} e^{2\pi i p_x x} = 2\pi \vec{p}_x e^{2\pi i p_x x} \quad (8.2.4)$$

De eigenwaarde p_x vertegenwoordigt de eigenfunctie en de eigenvector \vec{p}_x in de veranderruimte. In dezelfde zin is de functie $e^{-2\pi i p_x x}$ een eigenfunctie van de positieoperator $-\vec{i} \frac{\partial}{\partial p_x}$ en komt deze overeen met de eigenwaarde x van die operator.

$$-\vec{i} \frac{\partial}{\partial p_x} e^{-2\pi i x p_x} = 2\pi x e^{-2\pi i x p_x} \quad (8.2.5)$$

De eigenwaarde x vertegenwoordigt de eigenfunctie en de eigenvector x in de positieruimte.

De Fourier transformatie van een Dirac deltafunctie is

$$\tilde{\delta}(p_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \{\delta(x) e^{-2\pi i x p_x}\} dx = 1 \quad (8.2.6)$$

De omgekeerde transformatie vertelt

$$\delta(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \{1 \cdot e^{2\pi i x p_x}\} dp_x \quad (8.2.7)$$

$$\delta(x-a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(x-a)p_x} dp_x \quad (8.2.8)$$

$$e^{2\pi i p_x a} = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) e^{2\pi i x p_x} dx \quad (8.2.9)$$

De operator $\vec{p}_x = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x}$ wordt vaak de impulsoperator genoemd voor de ruimtelijke richting van de \vec{i} coördinaat x . \vec{p} verschilt van de klassieke impuls die gedefinieerd wordt als het product van snelheid \vec{v} en massa m .

8.3 Onzekerheidsbeginsel

Het onzekerheidsbeginsel stelt

$$\left(\int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0)^2 |\psi(x)|^2 dx \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} (p_x - p_{x,0})^2 |\tilde{\psi}(p_x)|^2 dp_x \right) \geq \frac{1}{16\pi^2} \quad (8.3.1)$$

Voor een Gaussische verdeling geldt het gelijkheidsteken. De Fouriertransformatie van een Gaussische verdeling is opnieuw een Gaussische verdeling met een andere standaardafwijking.

Als $\psi(x)$ zich uitspreidt, dan krimpt $\tilde{\psi}(p_x)$ en vice versa.

8.4 Stochastische processen

Op deze manier kan de karakteristieke functie van een stochastisch proces die zich in de veranderingsruimte bevindt, de verspreiding van de locatiedichtheidsverdeling regelen van de door dat proces geproduceerde locatiezwerf die zich in de positieruimte bevindt.

Het stochastische proces bestaat uit een Poisson-proces dat de verdeling regelt in de op reële getallen gebaseerde Hilbertruimte die een deelruimte is van de quaternionische Hilbertruimte en een binomiaal proces dat de verdeling in positieruimte regelt. Deze verdeling wordt beschreven door een locatiedichtheidsverdeling.

De productie van het stochastische proces wordt gearchiveerd in de eigenruimte van een toegewijde voetafdrukoperator die zijn eigenwaarden opslaat in quaternionische opslagvakken die bestaan uit met een reëel getal aangegeven tijdstempel en een driedimensionale ruimtelijke getalwaarde die een huppellandingslocatie vertegenwoordigt. Na het ordenen van de tijdstempels vertegenwoordigen de huppellandingslocaties een huppelpad van een puntvormig object. Het huppelpad regeneert regelmatig een coherente huppellandingslocatiezwerf. De locatiedichtheidsverdeling beschrijft deze zwerf.

Als deze locatiedichtheidsverdeling een Gaussische verdeling is, bepaalt de Fourier-transformatie precies de locatiedichtheidsverdeling van de zwerf.

Het beschreven stochastische proces kan de actuatoren leveren die de pulsreacties genereren die het dynamische universum-veld kunnen vervormen. Op de een of andere manier moet een doorlopend inbeddingsproces de eigenruimte van de voetafdrukoperator afbeelden

op het inbeddingsveld. Zoals eerder betoogd komt de eigenruimte van de voetafdrukoperator overeen met een dynamische voetafdrukvector die een locatiedichtheidsfunctie en een waarschijnlijkheidsamplitude definieert. De voetafdrukvector resideert in de onderliggende vectorruimte en heeft via de voetafdrukoperator een vertegenwoordiging in de Hilbertruimte.

De stochastische processen die een karakteristieke functie bezitten die hier worden beschreven, worden vaak gebruikt bij de kwalificatie van beeldkwaliteit via de optische overdrachtsfunctie van een beeldvormingsproces of beeldvormingsapparatuur. De Optical Transfer Function (OTF) is de Fourier transformatie van de puntspreidingsfunctie. Voor puntvormige objecten fungeert de PSF als een locatiedichtheidsverdeling.

Een systeem van Hilbertruimten die dezelfde onderliggende vectorruimte delen, kan de taak van het afbeeldingsplatform uitvoeren. In dit systeem wordt het beeldvormingsproces het inbeddingsproces genoemd.

Deze uitleg zegt nog altijd niets over het wezen van het benodigde onderliggende stochastische selectieproces. Dat blijft een mysterie.

8.4.1 Zwaartekracht en het universum

Als de huppellingen van een deeltje een bolvormig schokfront veroorzaken, wordt de vervorming die wordt veroorzaakt door de voetafdruk ruwweg gedefinieerd door de convolutie van de locatiedichtheidsverdeling die de voetafdruk en de Greense functie van het inbeddingsveld beschrijft. Deze formulering is niet exact omdat elk bolvormig schokfront snel vervaagt. De pulsen vinden plaats in een reeks en niet in één moment. Dit effect verzwakt de vervorming. Toch zal de bolvormige pulsrespons, vanwege de enorme hoeveelheid huppellingen die samen de zwerm vormen, de

huppellandingslocatiezwerm zodanig vervagen dat het beeld een vloeiende functie wordt. Deze vloeiende functie beschrijft de lokale gravitatiepotentiaal van het beschouwde deeltje. Ver van het geometrische centrum op afstand r van het deeltje, ziet het deeltje er puntvormig uit, en de gravitatiepotentiaal kan worden beschreven door $V(r)$

$$V(r) = MG / r \quad (8.4.1)$$

Hier is M de massa van het deeltje. G is een constante.

Het inbeddingsveld is een superpositie van gravitatiepotentialen. Een formule als (8.4.1) laat niet direct zien dat zwaartekracht leidt tot de aantrekkingskracht tussen massieve objecten. De gravitatie potentiaal bezit geen aangrijpingspunt. Of dat punt moet worden gegeven door het geometrische centrum van de lokale zwaartekracht.

9 Hilbert bewaarplaats

Een systeem van Hilbertruimten die allemaal dezelfde onderliggende vectorruimte delen, kan fungeren als een modelleringsplatform dat niet alleen dynamische velden ondersteunt die quaternionische differentiaalvergelijkingen gehoorzamen. Het ondersteunt ook de containers met voetafdrukken die in de quaternionische velden afgebeeld kunnen worden.

De Hilbert repository benut de gestructureerde opslagcapaciteit van de Hilbertruimten die lid zijn van het systeem. De eis dat alle Hilbertruimten die lid zijn dezelfde onderliggende vectorruimte moeten delen, beperkt de typen van de Hilbertruimten die lid kunnen zijn van de Hilbert-opslagplaats. Het lijkt erop dat de coördinatenstelsels die het symmetrietype van de Hilbertruimten bepalen, de Cartesische coördinatenassen parallel moeten hebben. Alleen de volgorde langs de as kan vrij omhoog of omlaag worden geselecteerd. Dit betekent dat slechts een kleine set symmetrietypes getolereerd wordt. Een van de Hilbertruimten zal fungeren als achtergrondplatform en de symmetrie daarvan zal fungeren als achtergrondsymmetrie. De natuurlijke parameterruimte van het achtergrondplatform fungeert als achtergrondparameterruimte. Alle andere leden van het systeem zweven met het geometrische midden van hun parameterruimte over de achtergrondparameterruimte. Dit genereert al een dynamisch systeem. De symmetriever verschillen genereren symmetriegerelateerde bronnen of putten die zich in het geometrische centrum van de natuurlijke parameterruimte van de overeenkomstige zwevende Hilbertruimte zullen lokaliseren. De bronnen en putten komen overeen met symmetrie-gerelateerde ladingen die symmetrie-gerelateerde velden genereren.

Niet de symmetrieën van de zwevende Hilbertruimten zijn belangrijk. In plaats daarvan zijn de verschillen tussen de symmetrie van het zwevende element en de achtergrondsymmetrie belangrijk voor het vaststellen van het type van de Hilbertruimte. Alle zwevende Hilbertruimten zijn separabel. De achtergrond Hilbertruimte is een oneindige-dimensionale separabele Hilbertruimte. Het bezit een niet-separabele metgezel Hilbertruimte die zijn separabele partner inbedt.

Alle Hilbertruimten in het systeem zijn quaternionische Hilbertruimten en bezitten een speciale voetafdrukoperator. De vectoren die de voetafdrukvectoren vertegenwoordigen, komen ook voor in het onderliggende vectorveld. Een doorlopend inbeddingsproces beeldt de voetafdrukvectoren af op de ontelbare eigenruimte van een toegewijde operator die zich op de achtergrond in een niet-separabele Hilbertruimte bevindt. Op deze manier worden een enorme hoeveelheid alsmar doorlopende huppelpaden afgebeeld op het inbeddingsveld. We noemen dat dynamische veld het universum. Op de zwevende platformen zijn de huppelpaden gesloten. De beweging van de zwevende platformen breekt de sluiting van de afbeeldingen van de huppelpaden.

9.1 Standaardmodel

De structuur en het gedrag van de zuiver wiskundige Hilbert repository vertonen een opvallende gelijkenis met de structuur van het Standaardmodel van de elementaire fermionen. Het Standaardmodel van de elementaire fermionen maakt deel uit van het Standaardmodel van de deeltjesfysica dat experimentele deeltjesfysici als hun werkboek behandelen. Dit omvat niet de fysische theorieën die vaak worden beschouwd als onderdeel van het standaardmodel van de deeltjesfysica. Deze theorieën zijn Quantum Field Theory, Quantum Electro Dynamics en Quantum Chromo Dynamics. QFT, QED en QCD zoeken hun basis in de Lagrangiaan die van het minimale [actieprincipe](#)

afgeleid is. De auteur beschouwt dit actieprincipe als een concept op hoog niveau dat volgt uit het gedrag van de overdekking van de ruimte door een ontelbare set puntvormige objecten.

De vergelijkingen (6.1.5) en (6.1.18) voor de eerste-orde verandering weerspiegelen al dit typische gedrag.

Het minimale actieprincipe impliceert niet de voortdurend wederkerende regeneratie van de elementaire fermionen. Hoofdstuk 11 laat zien hoe de Lagrangian zich verhoudt tot het ingebedde huppelpad van het elementaire fermion.

9.2 Conglomeraten

Elementaire fermionen lijken zich te gedragen als elementaire modules. De conglomeraten van deze elementaire modules bevolken het dynamische veld dat we ons universum noemen.

Een privé stochastisch proces bepaalt het volledige lokale levensverhaal van elk elementair fermion. Dat stochastische proces wordt gecontroleerd in de veranderingsruimte van zijn privé Hilbertruimte. Het privé stochastisch proces produceert een doorlopend huppelpad en komt overeen met een voetafdrukvector die uit een dynamisch wijzigende superpositie van eigenvectoren van de referentieoperator bestaat. Dit wordt toegelicht in formule (5.2.21). Elk zwevend platform van de Hilbert repository bezit een eigen versie van de voetafdrukvector. De voetafdrukvector fungeert als de toestandsvector van het elementaire fermion en de waarschijnlijkheidsamplitude komt overeen met wat natuurkundigen de golffunctie van het deeltje noemen.

Dit nodigt uit tot het idee dat conglomeraten van elementaire fermionen worden gedefinieerd door stochastische processen waarvan de karakteristieke functies worden omschreven in de veranderingsruimte van het achtergrondplatform. In deze

veranderingsruimte is de karakteristieke functie van een stochastisch proces dat een conglomeraat definieert een superpositie van de karakteristieke functies van de componenten van het conglomeraat. De dynamische superpositiecoëfficiënten fungeren als verplaatsingsgeneratoren. Dit betekent dat deze verplaatsingsgeneratoren de interne oscillaties van de componenten binnen de conglomeraten definiëren.

Aangezien in de veranderingsruimte de positie niet gedefinieerd is, beperkt het feit dat een component tot een conglomeraat behoort niet de afstand tussen de componenten. Deze manier om het lidmaatschap van een conglomeraat te definiëren, brengt verstrengeling met zich mee. Onafhankelijk van hun wederzijdse afstand moeten componenten van een conglomeraat nog steeds het Pauli-uitsluitingsbeginsel gehoorzamen.

9.3 Hadronen

Hadronen kunnen mesonen of baryonen zijn. Het zijn conglomeraten van quarks. Quarks kunnen alleen binden via oscillaties en via de aantrekkingskracht die wordt veroorzaakt door hun elektrische ladingen. Aangezien de symmetrie van quarks niet op een isotrope manier verschilt van de achtergrondsymmetrie, vervormt de voetafdruk van quarks het inbeddingsveld niet. Totdat ze een isotroop symmetrieververschil bereiken helpt massa dus niet om de quarks te binden. Dit fenomeen wordt kleuropsluiting genoemd. Hadronen hebben een massa. Deze conglomeraten zijn dus voldoende isotroop om het inbeddingsveld te vervormen. Eenmaal geconfigureerd, is de wederzijdse binding van baryonen erg sterk. De kernen van atomen worden door baryonen gevormd.

9.4 Atomen

Compacte modules zijn samengestelde modules waarvoor de afbeeldingen van de geometrische centra van de platformen van de componenten in het achtergrondplatform samenvallen. De lading van de platformen van de elementaire modules bepalen de binding van de overeenkomstige platformen. Natuurkundigen en chemici noemen deze samengestelde modules atomen of atoomionen.

In vrije samengestelde modules nemen de geometrische symmetriegerelateerde ladingen niet deel aan de oscillaties. De doelen van de privé stochastische processen van de elementaire modules oscilleren. Dit betekent dat het huppelpad van de elementaire module zich rond het oscillatiepad vouwt en de huppellandingslocatiezwerm langs het oscillatiepad wordt gesmeerd. Het oscillatiepad is een oplossing voor de Helmholtz-vergelijking. Elk fermion moet een andere oscillatiemodus gebruiken. Een verandering van de oscillatiemodus gaat samen met de emissie of absorptie van een foton. Zoals eerder gesuggereerd, impliceert de emissie of absorptie van een foton een tijdelijke omschakeling van de quaternionische Hilbertruimte naar een deelruimte die wordt vertegenwoordigd door een op complexe getallen gebaseerde Hilbertruimte. De duur van de omschakeling neemt een volledige deeltjesregeneratiecyclus. Tijdens die cyclus produceert het stochastische mechanisme geen zwerm huppellandingslocaties die pulsen produceren die bolvormige schokfronten genereren, maar in plaats daarvan produceert het een eendimensionale reeks equidistante pulsreacties die eendimensionale schokfronten veroorzaken. Het emissiecentrum valt samen met het geometrische centrum van de samengestelde module. Dit zorgt ervoor dat het uitgezonden foton zijn integriteit niet verliest. Alle fotonen zullen dezelfde emissieduur delen en die duur zal samenvallen met de regeneratiecyclus van de huppellandingslocatiezwerm. Dit is de reden dat fotonen de Planck-

Einstein relatie $E = h\nu$ gehoorzamen. Absorptie kan niet zo gemakkelijk worden geïnterpreteerd. Het kan alleen worden begrepen als een in tijd omgekeerde emissiewet. Anders zou de absorptie een ongelooflijke richtprecisie voor het foton vereisen. Het aantal eendimensionale pulsen in de reeks komt overeen met de stap in de energie van de Helmholtz oscillatie.

Het type stochastisch proces dat de binding van componenten regelt, lijkt verantwoordelijk te zijn voor de absorptie en emissie van fotonen en de verandering van oscillatiemodi. Als fotonen met te weinig energie aankomen, wordt de energie besteed aan de kinetische energie van het gemeenschappelijke platform. Als fotonen met te hoge energie aankomen, wordt de energie verdeeld over de beschikbare oscillatiemodi en wordt de rest besteed aan de kinetische energie van het gemeenschappelijke platform, of de energie ontsnapt in de vrije ruimte. Het proces moet op de een of andere manier de modi van de componenten archiveren. Het kan het privéplatform van de componenten voor dat doel benutten. Hoogstwaarschijnlijk wordt de huidige waarde van de dynamische superpositiecoëfficiënt opgeslagen in de eigenruimte van een speciale superpositieoperator.

9.5 Moleculen

Moleculen zijn conglomeraten van samengestelde modules die elk hun eigen geometrische centrum behouden. Elektronenoscillaties worden echter door de samengestelde modules gedeeld. Samen met de geometrische symmetrie-gerelateerde ladingen bindt dit de samengestelde modules in het molecuul.

10 Dynamiek in de Hilbert repository

10.1 Inbedding in het achtergrondplatform

De verschillen in de symmetrie tussen de platformen worden pas duidelijk wanneer een zwevend platform is ingebed in het achtergrondplatform of specifieker wanneer eigenwaarden van een toegewijde selectieoperator worden afgebeeld op overeenkomstige eigenvectoren in het achtergrondplatform. Een speciale operator in de niet-separabele Hilbertruimte van het achtergrondplatform beheert in zijn eigenruimte het dynamische veld dat discrete eigenwaarden inbedt die afkomstig zijn uit de eigenruimte van de selectieoperator die zich in het zwevende platform bevindt. De eigenruimte van de selectieoperator wordt vooraf ingevuld door een stochastisch voorselectieproces. De selector van het stochastische voorselectieproces springt rond in de eigenruimte van de referentieoperator, zodat na het ordenen van de tijdstempels een doorlopend huppelpad resulteert dat periodiek een huppellandingslocatiezwerm regeneert die kan worden beschreven door een stabiele locatiedichtheidsverdeling. De Fouriertransformatie van deze locatiedichtheidsverdeling is gelijk aan de karakteristieke functie van het stochastische selectiemechanisme. De zwerm huppellandingslocaties genereert de voetafdruk van het zwevende platform in de eigenruimte van de operator die het inbeddingsveld in het achtergrondplatform beheert. Door de dekking van het inbeddingsveld kan het veld fungeren als een plakkerig medium. Het plakkerige medium weerstaat de inbedding van objecten die de symmetrie van het inbeddingsveld doorbreken. Het lijkt erop dat alleen isotrope symmetriebrekingen het inbeddingsveld kunnen vervormen. Het kleverige medium reageert op de vervorming door de vervorming in alle richtingen van de inbeddingslocatie vandaan te bewegen totdat deze in het oneindige verdwijnt. Differentiaalcalculus toont aan dat het

kleverige medium reageert met een bolvormige pulsrespons die zich gedraagt als een bolvormig schokfront dat zijn amplitude vermindert met toenemende afstand tot de locatie van de puls. De pulsreacties kunnen een meer persistente en meer vloeiende lokale vervorming veroorzaken. Dit gebeurt wanneer grote hoeveelheden nabijgelegen puntvormige actuatoren gedurende een lang genoeg tijdsinterval samenwerken.

De huppellandingslocaties zijn vóór het begin van de looptijd gemaakt door een stochastisch proces dat de eigenruimten van de selectieoperator vulde. We zullen de naam voetafdrukoperator gebruiken voor de selectieoperator van de zwevende platformen en we zullen de naam universum gebruiken voor het dynamische veld dat de voetafdrukken van de zwevende platformen inbedt. De eigenwaarden van de voetafdrukoperator worden gearchiveerd in quaternionische opslagvakken die een tijdstempel en een driedimensionaal ruimtelijk getal bevatten. Na het ordenen van de tijdstempels bevat de eigenruimte van de voetafdruk operator een doorlopend huppelpad dat periodiek een coherente huppellandingslocatie zwerm regeneert die wordt beschreven door een stabiele locatiedichtheidsverdeling. Het doorlopende inbeddingsproces beeldt het huppelpad af op het inbeddingsveld.

Afgezien van dit streamingmechanisme vertegenwoordigen de symmetrie-gerelateerde ladingen ook bronnen of putten die streams genereren die symmetrie-gerelateerde velden in het inbeddingsveld inbedden. De ladingen zijn niet verdeeld over de geometrie van het zwevende platform. In plaats daarvan lokaliseren ze zich in het geometrische midden van het zwevende platform. Zo verspreidt de afbeelding van de voetafdruk zich rond het beeld van de symmetrie-gerelateerde lading.

Zonder deze streamingprocessen zou er niet veel dynamiek in het inbeddingsveld optreden.

10.2 Voetafdruk

Een voortdurende inbedding van een stroom van symmetrieverstorende eigenwaarden zal een aanhoudende vervorming van het inbeddingsveld veroorzaken. De eigenruimte van de voetafdrukoperator kan een snoer van quaternionische opslagbakken archiveren die de tijdstempels en de landingslocaties bevatten die zullen worden ingebed. Na het ordenen van de tijdstempels toont het archief een doorlopend huppelpad dat wordt gebruikt in een doorlopend inbeddingsproces. Dit inbeddingsproces werkt tijdens de lopende episode van de Hilbert repository en fungeert als een beeldvormingsproces waarbij de beeldkwaliteit wordt gekenmerkt door een Optical Transfer Function. Deze functie is de Fourier-getransformeerde van de puntspreidingsfunctie. De puntspreidingsfunctie kan worden geïnterpreteerd als een huppellandingslocatiedichtheidsverdeling. De Fourier-transformatie van de locatiedichtheidsverdeling is de Optical Transfer Function van het beeldvormingsproces dat de voetafdruk van het beschouwde object inbedt.

10.2.1 Voetafdrukmechanisme

Het mechanisme dat de inhoud van de eigenruimte van de voetafdrukoperator genereert, deed zijn werk in de scheppingsepisode van de Hilbert repository. De privé natuurlijke parameter ruimte van de Hilbertruimte bestaat al in deze scheppingsepisode. De tijdstempels en de huppellocaties van het huppelpad zijn uit deze privé parameter ruimte gehaald. Het voetafdrukmechanisme bezit een karakteristieke functie die ervoor zorgt dat het huppelpad periodiek een huppellandingslocatiezwerm regeneert met een stabiele locatiedichtheidsverdeling, die gelijk is aan de Fourier-

getransformeerde van de karakteristieke functie van het voetafdrukmechanisme. De locatiedichtheidsverdeling is gelijk aan de genoemde puntspreidingsfunctie en de karakteristieke functie is gelijk aan de bijbehorende optische overdrachtsfunctie.

Het huppelpad, de huppellandingslocatiezwerm, de locatiedichtheidsverdeling en de puntspreidingsfunctie bevinden zich in de positieruimte van de Hilbertruimte. De continue locatiedichtheidsverdeling is gelijk aan de puntspreidingsfunctie en beschrijft de discrete huppellandingslocatiezwerm.

De optische overdrachtsfunctie is gelijk aan de karakteristieke functie van het voetafdrukmechanisme en bevinden zich beide in de veranderingsruimte.

Er wordt nog niets gezegd over de verdeling van de tijdstempels. In beeldvormingsprocessen kan de verdeling van discrete objecten in de beeldvormingsstroom vaak worden gekenmerkt als het resultaat van een combinatie van een Poisson-proces en een binomiaal proces, waarbij het binomiale proces wordt geïmplementeerd door een ruimtelijke puntspreidingsfunctie. In dat geval regelt het Poisson-proces de verdeling van de tijdstempels.

10.2.2 Voetafdrukkenmerken

Het voetafdruk-genererende mechanisme produceert periodiek een bijna constante stroom potentiële puntvormige actuatoren in de vorm van een zwerm met een constante locatiedichtheidsverdeling. De stroom neemt de vorm aan van een doorlopend huppelpad. De actuatoren die afkomstig zijn uit dezelfde zwevende separabele Hilbertruimte hebben een constante symmetrie. Sommige van deze actuatorsymmetrieën kunnen de symmetrie van het inbeddingsveld verstoren en daarom kunnen ze pulsreacties genereren die dit veld ten minste tijdelijk vervormen. Een symmetriestoornis die een bolvormige

pulsrespons genereert, moet een isotroop verschil tussen de twee symmetrieën vertegenwoordigen. Een voldoende constante en voldoende dichte en coherente stroom van dergelijke actuatoren kan een aanhoudende vervorming veroorzaken.

10.3 Weerstand bieden aan verandering

De Greense functie, de schokfronten en de oscillaties tonen ook de kleverigheid van dynamische quaternionische velden. Discrete verzamelingen van quaternionen vertonen deze kleverigheid niet.

De kleverigheid van het veld heeft de neiging om het veld af te vlakken en het trotseert permanente vervormingen van het veld.

10.3.1 Potentiaal

In de natuurkunde is potentiële energie de energie die een object bezit vanwege zijn positie ten opzichte van andere objecten.

De gravitatiepotentiaal op een locatie is gelijk aan het werk (energie die overgedragen wordt) per eenheid van massa die nodig is om een object naar die locatie te verplaatsen vanuit een referentielocatie waar de waarde van het potentiaal gelijk aan nul is.

De bolvormige schokfronten integreren in de loop van de tijd in de Greense functie van het veld. Zo injecteert het schokfront de inhoud van de Greense functie in het getroffen veld. Alle bolvormige schokfronten spreiden de inhoud van het front over het volledige veld.

We beschouwen de zwaartekrachtpotentiaal op oneindig als nul. Dus als het oneindige wordt geselecteerd als referentielocatie, dan is de gravitatiepotentiaal op een gegeven locatie gelijk aan het werk (energie die overgedragen wordt) per eenheid van massa die nodig zou zijn om een object van oneindig naar die locatie te verplaatsen. De potentiaal op een locatie vertegenwoordigt de omgekeerde werking van de gecombineerde bolvormige schokfronten die op die locatie inwerken.

10.3.2 Centrum van vervorming

De vervormingspotentialiaal $V(r)$ beschrijft het effect van een lokale reactie op een isotrope puntvormige actuator en weerspiegelt het werk dat door een agent moet worden gedaan om een eenheidshoeveelheid van het geïnjecteerde spul vanuit het oneindige terug te brengen naar de beschouwde locatie.

$$V(r) = m_p G / r \quad (10.3.1)$$

Hier vertegenwoordigt m_p de massa die overeenkomt met de volledige pulsrespons. G zorgt voor aanpassing aan fysieke eenheden. r is de afstand tot de locatie van de puls.

Een stroom van voetafdrukactuators regeneert steeds opnieuw een coherente zwerm inbeddingslocaties in het dynamische universum-veld. Bekeken vanaf voldoende afstand r genereert die zwerm een potentiaal

$$V(r) = MG / r \quad (10.3.2)$$

Hier vertegenwoordigt M de massa die overeenkomt met de beschouwde zwerm pulsreacties. r is de afstand tot het midden van de vervorming. Deze formule is geldig bij voldoende grote waarden van r , zodat de hele zwerm kan worden beschouwd als een puntvormig object.

In een coherente zwerm massieve objecten $p_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$, elk met statische massa m_i op locaties r_i , volgt het massacentrum \vec{R} uit

$$\sum_{i=1}^n m_i (\vec{r}_i - \vec{R}) = \vec{0} \quad (10.3.3)$$

dus

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \quad (10.3.4)$$

waar

$$M = \sum_{i=1}^n m_i \quad (10.3.5)$$

In het volgende zullen we een ensemble van massieve objecten m_i overwegen die een massacentrum \vec{R} en een vaste gecombineerde massa M bezitten beschouwen als een enkel massief object dat zich op \vec{R} lokaliseert. De afzonderlijke massa's m_i kunnen verschillen omdat op het moment van optelling de overeenkomstige vervorming gedeeltelijk kan zijn vervaagd.

\vec{R} kan een dynamische locatie zijn. In dat geval moet het ensemble als één eenheid bewegen. Het probleem met de behandeling in deze paragraaf is dat in de fysieke werkelijkheid puntvormige objecten met een statische massa niet bestaan. Er bestaan alleen puntvormige pulsreacties die het veld tijdelijk vervormen. Behalve zwarte gaten vormen deze pulsreacties alle massieve objecten die in het universum bestaan.

10.4 Pulslocatiedichtheidsverdeling

Het is onjuist om een pulslocatiedichtheidsverdeling te behandelen als een set puntvormige massa's zoals wordt gedaan in formules (10.3.3) en (10.3.4). In plaats daarvan volgt de gravitatiepotentiaal uit de convolutie van de locatiedichtheidsverdeling en de Greense functie. Deze berekening is nog steeds niet correct, omdat het exacte resultaat afhangt van het feit dat de vervorming die te wijten is aan een pulsrespons snel vervaagt en het resultaat ook afhangt van de dichtheid van de verdeling. Als deze effecten kunnen worden genegeerd, dan

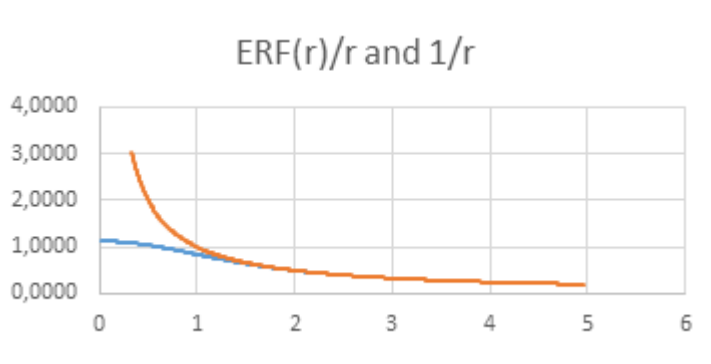
wordt de resulterende gravitatiepotentiaal van een Gaussische dichtheidsverdeling

$$g(r) \approx GM \frac{ERF(r)}{r} \quad (10.4.1)$$

Hierin is $ERF(r)$ de bekende foutfunctie. Hier is de gravitatiepotentiaal een perfect vloeiende functie die op enige afstand van het centrum gelijk is aan de geschatte gravitatiepotentiaal dat hierboven in de vergelijking (10.3.2) werd beschreven. Zoals hierboven aangegeven, biedt de convolutie alleen een benadering omdat deze berekening geen rekening houdt met de invloed van de dichtheid van de zwerm en het niet compenseert voor het feit dat de vervorming door de individuele pulsreacties snel vervaagt. Het exacte resultaat hangt dus af van de duur van de herhalingscyclus van de zwerm.

In het voorbeeld passen we een genormaliseerde locatiedichtheidsverdeling toe, maar de werkelijke locatiedichtheidsverdeling kan een hogere amplitude hebben.

Dit kan verklaren waarom sommige elementaire moduletypen in meerdere generaties bestaan. Deze generaties lijken hun eigen massa te hebben. Elementaire fermionen bestaan bijvoorbeeld in drie generaties. De twee meer massieve generaties krijgen meestal de naam muon of tau generatie.



Dit kan ook verklaren waarom verschillende elementaire deeltjestypen van de eerste generatie verschillende massa's vertonen. Vanwege de convolutie en de samenhang van de locatiedichtheidsverdeling vertoont de blauwe curve geen teken van de singulariteit die zich in de rode curve bevindt, die de Greense functie weergeeft.

In de fysieke realiteit bestaat er geen puntvormig statisch massaobject. De belangrijkste les van dit onderzoek is dat ver van het gravitatiecentrum van de verdeling de vervorming van het veld wordt gekenmerkt door de hier getoonde vereenvoudigde vorm van de gravitatiepotentiaal

$$\phi(r) \approx \frac{GM}{r} \quad (10.4.2)$$

Waarschuwing: Deze vereenvoudigde vorm deelt zijn vorm met de Greense functie van het vervormde veld. Dit betekent niet dat de Greense functie een massa bezit die gelijk is aan $M_G = \frac{1}{G}$. De functies delen alleen de vorm van hun staart.

10.5 Rustmassa

De zwakte in de definitie van de gravitatiepotentiaal is de definitie van de massa-eenheid en het feit dat schokfronten bewegen met een vaste eindige snelheid. De definitie van de gravitatiepotentiaal werkt dus alleen goed als de geometrische centrumlocatie van de zwerm geïnjecteerde bolvormige pulsen in rust is in het getroffen inbeddingsveld. Het gevolg is dat de massa die volgt uit de definitie van de gravitatiepotentiaal de **restmassa** van de beschouwde zwerm is. We noemen de massa die is gecorrigeerd voor de beweging van de waarnemer ten opzichte van de waargenomen scène de **traagheidsmassa**.

10.6 Waarnemer

De geïnspecteerde locatie is de locatie van een hypothetisch testobject dat een hoeveelheid massa bezit. Het kan een elementair deeltje of een conglomeraat van dergelijke deeltjes vertegenwoordigen. Deze locatie is de doellocatie in het inbeddingsveld. Het inbeddingsveld moet worden vervormd door de ingebedde objecten.

Waarnemers hebben toegang tot informatie die wordt opgehaald van opslaglocaties die voor hen een historische tijdstempel hebben. Die informatie wordt via het dynamische universum-veld aan hen overgedragen. Dit dynamische veld huisvest zowel de waarnemer als de waargenomen gebeurtenis. De dynamische geometrische gegevens van puntvormige objecten worden in Euclidische indeling gearchiveerd als een combinatie van een tijdstempel en een driedimensionale ruimtelijke locatie. Het inbeddingsveld is van invloed op de indeling van de overgedragen informatie. De waarnemers nemen waar in ruimtetijdformaat. Een hyperbolische Lorentz-transformatie zet de Euclidische coördinaten van de achtergrondparameter ruimte om in de ruimtetijdcoördinaten die door de waarnemer worden waargenomen.

10.6.1 Lorentztransformatie

In dynamische velden bewegen schokfronten met snelheid c . In de quaternionische setting is deze snelheid gelijk aan 1.

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 \tau^2 \quad (10.6.1)$$

In vlakke dynamische velden bewegen de zwermen triggers van bolvormige pulsreacties met een lagere snelheid v .

Voor de geometrische centra van deze zwermen geldt nog steeds:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 \tau^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 \tau'^2 \quad (10.6.2)$$

Als de locaties $\{x, y, z\}$ en $\{x', y', z'\}$ bewegen met uniforme relatieve snelheid v ,

$$ct' = ct \cosh(\omega) - x \sinh(\omega) \quad (10.6.3)$$

$$x' = x \cosh(\omega) - ct \sinh(\omega) \quad (10.6.4)$$

$$\cosh(\omega) = \frac{\exp(\omega) + \exp(-\omega)}{2} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (10.6.5)$$

$$\sinh(\omega) = \frac{\exp(\omega) - \exp(-\omega)}{2} = \frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (10.6.6)$$

$$\cosh(\omega)^2 - \sinh(\omega)^2 = 1 \quad (10.6.7)$$

Dit is een hyperbolische transformatie die twee coördinatenstelsels met elkaar in verband brengt en bekend staat als een [Lorentz-boost](#).

Deze transformatie kan betrekking hebben op twee platformen P en P' waarop zich zwermen bevinden en die bewegen met een uniforme relatieve snelheid.

Het kan echter ook betrekking hebben op de opslaglocatie P die een tijdstempel τ en ruimtelijklocatie $\{x, y, z\}$ omvat en platform P' die coördinatentijd t' en locatie $\{x', y', z'\}$ omvat.

Op deze manier heeft de hyperbolische transformatie betrekking op twee platformen die met uniforme relatieve snelheid bewegen. Een van hen kan een zwevende Hilbertruimte zijn waarop de waarnemer zich bevindt. Of het kan een cluster van dergelijke platformen zijn die zich aan elkaar vastklampen en als één eenheid bewegen. De andere kan het achtergrondplatform zijn waarop het inbeddingsproces het beeld van de voetafdruk produceert.

De Lorentz-transformatie zet een Euclidisch coördinatenstelsel bestaande uit een locatie $\{x, y, z\}$ en de echte tijdstempel τ om in het waargenomen coördinatenstelsel dat bestaat uit de ruimtetijdcoördinaten $\{x', y', z', ct'\}$ waarin t' de rol van coördinatentijd speelt. De uniforme snelheid v veroorzaakt tijdverwijding $\Delta t' = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ en

lengtecontractie $\Delta L' = \Delta L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

10.6.2 Minkowski metriek

Ruimtetijd wordt geregeerd door de Minkowski-metriek.

In vlakke veldomstandigheden wordt de echte tijd τ gedefinieerd door

$$\tau = \pm \frac{\sqrt{c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2}}{c} \quad (10.6.8)$$

En in vervormde velden, geldt nog steeds

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (10.6.9)$$

Hier is ds het ruimtetijdinterval en is $d\tau$ het echte tijdsinterval. dt is het coördinaattijdsinterval

10.6.3 Schwarzschild metriek

Polaire coördinaten zetten de Minkowski-metriek om in de Schwarzschild-metriek. Het echte tijdsinterval $d\tau$ gehoorzaamt

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (10.6.10)$$

Onder zuivere isotrope omstandigheden verdwijnt de laatste term aan de rechterkant.

Volgens de gangbare fysica staat het symbool r_s in de omgeving van een zwart gat voor de Schwarzschild-straal.

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (10.6.11)$$

De variabele r is gelijk aan de afstand tot het massacentrum van het massieve object met massa M

Het Hilbert Book model vindt een andere waarde voor de grens van een bolvormig zwart gat. Die straal is een factor twee kleiner.

10.6.4 Waarnemingshorizon

De gravitatiepotentiaalenergie $U(r)$

$$U(r) = \frac{mMG}{r} \quad (10.6.12)$$

op de gebeurtenishorizon $r = r_{eh}$ van een zwart gat wordt verondersteld gelijk te zijn aan het massa-energie-equivalent van een object dat eenheidsmassa $m = 1$ heeft en door een agent vanuit het oneindige naar die gebeurtenishorizon wordt gebracht. Donkere energieobjecten zijn energiepakketten in de vorm van eendimensionale schokfronten die een kandidaat zijn voor deze rol. Fotonen zijn reeksen van gelijkwaardige samples van deze energiepakketten. Het energie-equivalent van de eenheidsmassaobjecten is

$$E = mc^2 = \frac{mMG}{r_{eh}} \quad (10.6.13)$$

Of

$$r_{eh} = \frac{MG}{c^2} \quad (10.6.14)$$

Aan de gebeurtenishorizon is alle energie van het donkere energieobject verbruikt om de gravitatiepotentiaalenergie op die locatie te compenseren. Geen veld excitatie en in het bijzonder geen schok front kan de gebeurtenis horizon passeren.

10.7 Traagheidsmassa

De Lorentz-transformatie geeft ook de transformatie van de rustmassa naar de massa die relevant is wanneer het inbeddingsveld met uniforme snelheid \vec{v} ten opzichte van het zwevende platform van het waargenomen object beweegt.

In dat geval heeft de traagheidsmassa M betrekking op de testmassa M_0 als

$$M = \gamma M_0 = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (10.7.1)$$

Dit geeft aan wat de formule (10.3.2) voor de gravitatiepotentiaal op afstand moet r worden

$$V(r) = \frac{M_0 G}{r \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (10.7.2)$$

10.8 Traagheid

De relatie tussen traagheid en massa is gecompliceerd. We passen een kunstmatig veld toe dat zich verzet tegen de verandering van dat veld. De voorwaarde dat voor elk type massief object de gravitatiepotentiaal een statische functie is, en de voorwaarde dat in de vrije ruimte het massieve object gelijkmatig beweegt, bepaalt dat traagheid de dynamiek van de situatie bepaalt. Deze voorwaarden definiëren een kunstmatig quaternionische veld dat zich verzet tegen verandering. Het scalaire deel van het kunstmatige veld wordt vertegenwoordigd door de

gravitatiepotentiaal en de uniforme snelheid van het massieve object vertegenwoordigt het vectorgedeelte van het veld.

De eerste-ordeverandering van het quaternionische veld kan in vijf afzonderlijke partiële veranderingen worden verdeeld. Sommige van deze onderdelen kunnen elkaar compenseren.

Wiskundig gezien geeft de verklaring dat in de eerste benadering niets in het veld ξ verandert aan dat lokaal de partiële differentiaal van de eerste orde $\nabla \xi$ gelijk is aan nul.

$$\zeta = \nabla \xi = \nabla_r \xi_r - \langle \vec{\nabla}, \vec{\xi} \rangle + \vec{\nabla} \xi_r + \nabla_r \vec{\xi} \pm \vec{\nabla} \times \vec{\xi} = 0 \quad (10.8.1)$$

dus

$$\zeta_r = \nabla_r \xi_r - \langle \vec{\nabla}, \vec{\xi} \rangle = 0 \quad (10.8.2)$$

$$\vec{\zeta} = \vec{\nabla} \xi_r + \nabla_r \vec{\xi} \pm \vec{\nabla} \times \vec{\xi} = 0 \quad (10.8.3)$$

Deze formules kunnen onafhankelijk worden geïnterpreteerd. Volgens de vergelijking (10.8.2) kan de variatie in tijd van ξ_r bijvoorbeeld de divergentie van $\vec{\xi}$ compenseren. De voorwaarden die nog steeds in aanmerking komen voor wijziging moeten samen gelijk aan nul zijn. Voor ons doel wordt verwacht dat de rotatie $\vec{\nabla} \times \vec{\xi}$ van het vectorveld $\vec{\xi}$ nul zal zijn. De resulterende termen van de vergelijking (10.8.3) zijn

$$\nabla_r \vec{\xi} + \vec{\nabla} \xi_r = 0 \quad (10.8.4)$$

In de volgende tekst speelt $\vec{\xi}$ de rol van het vectorveld en speelt ξ_r de rol van de scalaire gravitatiepotentiaal van het beschouwde object. Voor elementaire modules betreft dit speciale veld het effect van de huppellandingslocatiezwerm die zich op het zwevende platform bevindt op de afbeelding van de zwerm in het inbeddingsveld. Het weerspiegelt de activiteit van het stochastische proces en de uniforme beweging van

het geometrische centrum van het zwevende platform over het inbeddingsveld dat zich in het achtergrondplatform bevindt. Het wordt gekenmerkt door een massawaarde en door de uniforme snelheid van het zwevende platform ten opzichte van het achtergrondplatform. Het reële (scalaire) deel komt overeen met de vervorming die het stochastische proces veroorzaakt. Het vectordeel komt overeen met de bewegingssnelheid van het zwevende platform. Het belangrijkste kenmerk van dit veld is dat het probeert zijn algehele verandering op nul te houden. De auteur noemt ξ het **conserveringsveld**.

Op grote afstand r benaderen we deze potentiaal met behulp van de formule

$$\zeta_r(r) \approx \frac{GM}{r} \quad (10.8.5)$$

Hier bepaalt M de massa traagheid van het object dat de vervorming veroorzaakt. Het nieuwe kunstmatige veld $\xi = \left\{ \frac{GM}{r}, \vec{v} \right\}$ beschouwt een gelijkmatig bewegende massa als een normale situatie. Het is een combinatie van de scalaire potentiaal $\frac{GM}{r}$ en snelheid \vec{v} . Deze bewegingssnelheid is de relatieve snelheid tussen het zwevende platform en het achtergrondplatform. In rust is deze snelheid uniform.

Als dit object versnelt, probeert het nieuwe veld $\left\{ \frac{GM}{r}, \vec{v} \right\}$ de verandering $\dot{\vec{v}}$ van het vectorveld \vec{v} tegen te gaan door dit te compenseren met een equivalente verandering van het scalaire deel $\frac{GM}{r}$ van het nieuwe veld ξ . Volgens de vergelijking (10.8.4) is deze equivalente verandering de gradient van het reële deel van het veld.

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\vec{\nabla} \left(\frac{GM}{r} \right) = \frac{GM \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad (10.8.6)$$

Dit gegenereerde vectorveld werkt op massa's die in zijn bereik voorkomen.

Dus, als twee gelijkmatig bewegende massa's m en M in elkaars buurt bestaan, dan zal elke verstoring van de situatie de volgende zwaartekracht veroorzaken

$$\vec{F}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = m_0 \vec{a} = \frac{Gm_0 M (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} = \gamma \frac{Gm_0 M_0 (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (10.8.7)$$

Hier is $M = \gamma M_0$ de traagheidsmassa van het object dat de vervorming veroorzaakt. m_0 is de restmassa van de waarnemer.

De traagheidsmassa M hangt van zijn rustmassa M_0 af als

$$M = \gamma M_0 = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (10.8.8)$$

Deze formule geldt voor alle elementaire deeltjes behalve voor quarks.

Het probleem met quarks is dat deze deeltjes geen isotroop symmetrieverschil opleveren. Ze moeten eerst worden gecombineerd tot hadronen om een isotroop symmetrieverschil te kunnen genereren. Dit fenomeen staat bekend als **kleuropsluiting**.

10.9 Impuls

In de formule (10.8.7) die massa relateert aan kracht kan de factor γ die corrigeert voor de relatieve snelheid worden toegepast op m_0 of op M_0

$$\vec{F}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \gamma \frac{Gm_0 M_0 (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (10.9.1)$$

De kracht heeft betrekking op de temporele verandering van de momentumvector \vec{P} van de waarnemer

$$\vec{F} = \dot{\vec{P}} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (10.9.2)$$

De impulsvector \vec{P} maakt deel uit van een quaternionische impuls P . De impuls hangt af van de relatieve snelheid van het bewegende object dat de vervorming veroorzaakt die door de massa bepaald wordt. De snelheid wordt bepaald ten opzichte van het veld dat het object inbedt en dat wordt vervormd door het onderzochte object. Voor vrije elementaire deeltjes is de snelheid gelijk aan de zweefsnelheid van het platform waarop het deeltje zich bevindt.

$$P = P_r + \vec{P} \quad (10.9.3)$$

$$\|P\|^2 = P_r^2 + \|\vec{P}\|^2 \quad (10.9.4)$$

$$\vec{P} = \gamma m_0 \vec{v} \quad (10.9.5)$$

$$\|\vec{P}\|^2 = \gamma^2 m_0^2 \|\vec{v}\|^2 \quad (10.9.6)$$

$$\|P\|^2 = \gamma^2 m_0^2 c^2 = P_r^2 + \gamma^2 m_0^2 \|\vec{v}\|^2 \quad (10.9.7)$$

$$\|P\| = \gamma m_0 c = E / c \quad (10.9.8)$$

$$E = \gamma m_0 c^2 \quad (10.9.9)$$

$$\begin{aligned} P_r^2 &= \gamma^2 m_0^2 c^2 - \gamma^2 m_0^2 \|\vec{v}\|^2 \\ &= \gamma^2 m_0^2 (c^2 - \|\vec{v}\|^2) = \gamma^2 m_0^2 c^2 \left(1 - \left\|\frac{\vec{v}}{c}\right\|^2\right) = m_0^2 c^2 \end{aligned} \quad (10.9.10)$$

$$P_r = m_0 c = \frac{E}{\gamma c} \quad (10.9.11)$$

$$\|\vec{P}\| = \gamma m_0 \|\vec{v}\| \quad (10.9.12)$$

$$P = P_r + \vec{P} = m_0 c + \gamma m_0 \vec{v} = \frac{E}{\gamma c} + \gamma m_0 \vec{v} \quad (10.9.13)$$

Als $\vec{v} = \vec{0}$ dan $\vec{P} = \vec{0}$ en $\|P\| = P = P_r = m_0 c$

Hier gaat het om Einsteins beroemde massa-energie gelijkwaardigheid.

$$E = \gamma m_0 c^2 = m c^2 \quad (10.9.14)$$

De verstoring door de voortdurende expansie van het inbeddingsveld volstaat om de zwaartekracht in actie te brengen. De beschrijving geldt ook wanneer het veld ξ een conglomeraat van platformen beschrijft en M de massa van het conglomeraat vertegenwoordigt.

Het kunstmatige veld ξ vertegenwoordigt de gewoonte van het onderliggende model dat de standvastigheid van de gravitatiepotentiaal en het gelijkmatige zweven van de beschouwde massieve objecten in de vrije ruimte garandeert.

Traagheid zorgt ervoor dat de derde orde differentiaal (de derde-orde wijziging) van het vervormde veld wordt geminimaliseerd. Het doet dat door de snelheid van de platformen waarop de massieve objecten zich bevinden te variëren.

Traagheid baseert zich voornamelijk op de definitie van massa die van toepassing is op het gebied buiten de bol waar de gravitatiepotentiaal zich gedraagt als de Greense functie van het veld. Daar is de formule

$\xi_r = \frac{GM}{r}$ van toepassing. Verder baseert het zich op de intentie van

modules om de gravitatiepotentiaal binnen de genoemde bol constant te houden. Dat geldt in ieder geval wanneer deze potentiaal over de regeneratieperiode uitgemiddeld is. In dat geval is de totale verandering

$\nabla \xi$ in het conserveringsveld ξ gelijk aan nul. Vervolgens veronderstelt de definitie van het conserveringsveld dat de zwerm die de vervorming veroorzaakt, als één eenheid beweegt. Verder wordt het feit gebruikt dat de oplossingen van de homogene tweede-orde partiële differentiaalvergelijking kunnen worden benut in superposities van oplossingen van diezelfde vergelijking.

De populaire schets waarin de vervorming van onze leefruimte wordt gepresenteerd door vloeiende dips is duidelijk onjuist. Het verhaal dat in dit artikel wordt weergegeven, toont de vervormingen als lokale expansies van het veld, dat het universum vertegenwoordigt. In beide schetsen verlengen de vervormingen het informatiepad, maar geen van de schetsen verklaart waarom twee massa's elkaar aantrekken. De bovenstaande verklaring baseert op de gewoonte van het stochastische proces om herhaaldelijk hetzelfde tijdgemiddelde van de gravitatiepotentiaal te regenereren, zelfs wanneer deze gemiddelde potentiaal gelijkmatig beweegt. Zonder de beschreven gewoonten van de stochastische processen zou traagheid niet bestaan.

Het toegepaste kunstmatige veld verklaart ook de aantrekkingskracht van de zwaartekracht door zwarte gaten.

Het kunstmatige veld dat massa-traagheid implementeert, speelt ook een rol op andere gebieden. Vergelijkbare trucs kunnen worden gebruikt om de elektrische kracht te verklaren uit het feit dat het elektrische veld wordt geproduceerd door bronnen en putten die kunnen worden beschreven met de Greense functie.

10.9.1 Krachten

In de Hilbert repository bevinden alle symmetrie-gerelateerde ladingen zich in het geometrische centrum van een elementair deeltje en al deze deeltjes bezitten een voetafdruk die voor isotrope symmetriever schillen

het inbeddingsveld kan vervormen. In dat geval kunnen de deeltjes massa en krachten koppelen aan versnelling via

$$F = m\vec{a} \quad (10.9.15)$$

Of naar momentum via $F = \dot{\vec{P}}$ (10.9.16)

11 Van huppelpad naar Lagrangiaan

We beperken onze blik tot een complexe Hilbertruimte die zich oriënteert langs de richting \vec{n} van de huidige verplaatsingsgenerator \vec{p}

Het huppelpad is een reeks huppellandingsplaatsen $\{\vec{a}_i\}$. We verdelen elke huppel in stappen.

1. Ga naar Fourier ruimte. Hierbij gaat het om de bra-ket combinatie $\langle \vec{a}_i | \vec{p} \rangle$
2. Evolueer tijdens een infinitesimale progressiestap naar de toekomst.
 - a. Vermenigvuldig met de bijbehorende verplaatsingsgenerator \vec{p}
 - b. De gegenereerde stap in de configuratieruimte is $(\vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i)$.
 - c. De actiebijdrage in de Fourierraumte is $\langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle$.
 - d. Dit combineert in een unitaire factor $\exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle)$.
3. Ga terug naar de configuratieruimte. Hierbij gaat het om bra-ket combinatie $\langle \vec{p} | \vec{a}_{i+1} \rangle$
 - a. De gecombineerde term draagt een factor bij.
$$\langle \vec{a}_i | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle) \langle \vec{p} | \vec{a}_{i+1} \rangle$$

Twee opeenvolgende stappen geven:

$$\langle \vec{a}_i | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle) \langle \vec{p} | \vec{a}_{i+1} \rangle \langle \vec{a}_{i+1} | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+2} - \vec{a}_{i+1} \rangle) \langle \vec{p} | \vec{a}_{i+2} \rangle \quad (11.1.1)$$

De termen in het midden veranderen in het eenheidsgetal. De andere termen combineren ook in één term.

$$\begin{aligned} & \langle \vec{a}_i | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle) \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+2} - \vec{a}_{i+1} \rangle) \langle \vec{p} | \vec{a}_{i+2} \rangle \\ & = \langle \vec{a}_i | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+2} - \vec{a}_i \rangle) \langle \vec{p} | \vec{a}_{i+2} \rangle \end{aligned} \quad (11.1.2)$$

Over een volledige deeltjesgeneratiecyclus met N-stappen resulteert dit in:

$$\begin{aligned}
& \prod_{i=1}^{N-1} \langle \vec{a}_i | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle) \langle \vec{p} | \vec{a}_{i+1} \rangle \\
&= \langle \vec{a}_1 | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n} \langle \vec{p}, \vec{a}_N - \vec{a}_1 \rangle) \langle \vec{p} | \vec{a}_N \rangle \\
&= \langle \vec{a}_1 | \vec{p} \rangle \exp\left(\vec{n} \sum_{i=2}^N \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle\right) \langle \vec{p} | \vec{a}_N \rangle \\
&= \langle \vec{a}_1 | \vec{p} \rangle \exp(\vec{n}L) \langle \vec{p} | \vec{a}_N \rangle
\end{aligned} \tag{11.1.3}$$

$$Ld\tau = \sum_{i=2}^N \langle \vec{p}, \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i \rangle = \langle \vec{p}, d\vec{q} \rangle \tag{11.1.4}$$

$$L = \langle \vec{p}, \dot{\vec{q}} \rangle \tag{11.1.5}$$

L staat bekend als de Lagrangiaan. \vec{p} is de verplaatsingsgenerator. $\dot{\vec{q}}$ is de snelheid van het platform waarop het deeltje zich bevindt. Het beeld van het deeltje beweegt over het inbeddingsveld.

De vergelijking (11.1.5) geldt voor de speciale voorwaarde waarin \vec{p} constant is. Als \vec{p} niet constant is, dan varieert de Hamiltoniaan H met de locatie.

$$\frac{\partial H}{\partial q_i} = -\dot{p}_i \tag{11.1.6}$$

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i \tag{11.1.7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \dot{p}_i \tag{11.1.8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = -\dot{p}_i \tag{11.1.9}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = -\frac{\partial L}{\partial \tau} \quad (11.1.10)$$

$$\frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (11.1.11)$$

$$H + L = \sum_{i=1}^3 \dot{q}_i p_i \quad (11.1.12)$$

Hier gebruikten we de echte tijd τ in plaats van coördinatentijd t .

In de beschouwing is de waarschijnlijkheidsverdeling van de stappen niet meegenomen. Als dat wel gedaan wordt, dan wordt de invloed van de stochastische generatie duidelijk.

Verwijzingen

Meer details en verwijzingen naar ondersteunende theorieën zijn opgenomen in "The Standard Model of Elementary Fermions and the Hilbert Repository"; <https://vixra.org/abs/2106.0135>