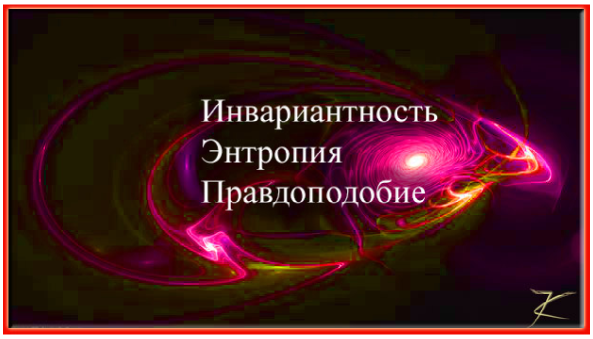
Энергетика, рынок, экология и вызов цивилизации-(4)

В.А. Касимов (E-mail: *quadrica-m@mail.ru*)

Принципы обработки информации для прогнозирования термодинамических параметров окружающей среды в задачах, представленных в[1], [2], [3].

Принципы обработки информации



"Решение проблем, названных Моррисом 'проклятием теоретика', представляет чрезвычайно сложную задачу из-за возникающего не так уж редко противоречия между адекватностью модели и доступностью необходимой информации. Попытки аналитического решения задач, связанных с практической реализацией процедур измерения и решаемых в реальном времени сопутствующих задач, всегда сопровождаются для разработчика тревожной мыслью о недостаточности данных в существующем информационном потоке. Проклятием теоретика является его бестактный коллега, внезапно воскликнувший, что модель действительно хороша, но для нее невозможно собрать необходимых исходных данных. Здесь для теоретика предоставляются две возможности: либо он описывает адекватную, но неработоспособную модель, либо разрабатывает работоспособную модель, допуская существование 'ножниц' между необходимой и доступной информацией".

Если иметь ввиду, например, задачу измерения массы какой либо элементарной частицы, то здесь необходимо сразу отметить: для измерения массы элементарной частицы нет прямого инструментария, аналогичного тому, который используется в классической физике в виде весов или динамометров. Здесь используются косвенные данные, например – по результатам сечений и углов рассеяния, и других (их много). Одним словом, на самом деле измеряются не непосредственно требуемые параметры, а то что доступно наблюдению и измерению. Посредником же между параметрами, требующими оценки или измерения, и доступными данными является некие теории, обеспечивающие процедуры измерения функциональными связями между измеряемыми и целевым параметрами.

Известно, что *в процесс измерения вмешиваются случайные факторы и полное исключение их влияния непреодолимо*. Поэтому математическим аппаратом, адекватно описывающим такие процедуры, является теория вероятностей и математической статистики, базовыми понятиями которых являются вероятности и функции распределения вероятностей. Тогда для оценки параметров задач, необходимо, во-первых, найти вид функций распределения показателей или величин, во-вторых, оценить параметры функций распределения, параметры модели измерения по тем первичным данным, которые реально доступны и достоверны.

И здесь мы наблюдаем возникновение ещё одного момента, сопутствующего процедурам измерений (наряду с неотвратимым вмешательством случайных факторов), вынуждающий нас ввести в теорию измерения существенный элемент неопределенности. Мера этой неопределенности будет отражать “ширину ножниц” между необходимой и доступной информацией.

В решении подобных задач необходимо выделить несколько взаимно дополнительных аспектов[1).]

Первый аспект связан с использованием так называемого *принципа* инвариантности, отчетливо сформулированного Донскером на основе идей Колмогорова (1935), Эрдеша и Каца (1946,1947). Дальнейшее развитие метода связано с работами Дуба (1956), Прохорова (1953,1956), Скорохода (1956), Биллингсли и других. Применение принципа инвариантности базируется на аппарате предельных теорем теории вероятностей. Феноменологической основой применения этого принципа является известный факт нежесткой зависимости распределений макропараметров от микрохарактеристик системы, что позволяет использовать для последних модельные распределения. В физике, например, известен факт: предельным

[1)] Следуя [4, 5]

макрораспределением для частиц, подчиняющихся статистикам Ферми и Дирака является общее распределение Максвелла.

Существует разные частные формулировки принципа инвариантности связанные с конкретными исследованиями ряда авторов, а простейший вариант принципа дает формулировка центральной предельной теоремы теории вероятностей.

Хорошо известно проявление этого принципа при описании физических систем. По-видимому, именно формулировке принципа инвариантности на эвристическом уровне мы обязаны успешному описанию статистических систем, то есть систем со многими внутренними степенями свободы, с помощью термодинамических методов. В общем случае к подобным системам относятся такие, у которых относительно детерминированный характер наблюдаемых процессов сочетается с их стохастической природой. Принцип инвариантности широко и успешно используется также и при исследовании организационных и экономических систем. Формальная модель систем этого класса, которые называются макросистемами, описывает преобразование случайных межэлементных связей (*микроуровень*) в некоторый вполне регулярный процесс (*макроуровень*).

Таким образом, принцип инвариантности дает возможность устанавливать зависимости между характеристиками, описываемыми двумя типами параметров: свойства параметров (макро-) одного типа определяются через свойства многих параметров (микро-) другого типа.

Второй аспект связан с использованием концепции *информационной энтропии* и вариационного *принципа максимума информационной энтропии*, позволяющих получить вид распределения при различных формах ограничений. Параметры получающихся распределений представляют собой множители Лагранжа, учитывающие информацию о виде распределения.

Применение принципа максимума энтропии позволяет учесть максимально “добросовестную” информацию о виде функции распределения. Существо дела в следующем. Чаще всего свойства случайных величин выражаются в виде равенств некоторых комбинаций их значений. Такие ограничения несут определенную информацию относительно вида распределений случайных величин. В этом случае решение задачи определения вида распределения должно учитывать информацию, содержащуюся в этих ограничениях и только эту информацию. Классические работы по теории информации, устанавливающие связь между понятиями энтропии и информации позволяют именно так трактовать принцип максимума энтропии

В современной физике принцип максимума энтропии является одним из основных методологических принципов, а понятие энтропии является универсальной характеристикой всех физических процессов и служит фундаментальным объединяющим их началом. Полное воплощение принципы инвариантности и максимума энтропии находят в термодинамическом пределе статистических теорий, рассматриваемых с помощью ансамблей Гиббса. Эффективность применения в различных областях знаний выдвигает принцип максимума энтропии в ряд основополагающих принципов при исследовании сложных систем.

Применение *принципа максимального правдоподобия* является *третьим аспектом* решения задач обработки непосредственных результатов измерений и оценки параметров рассматриваемой модели управления. Существование связи энтропии с функцией правдоподобия, установленной по свидетельству Вильсона [4] Линдлеем, позволяет развить информационную (энтропийную) интерпретацию процедуры статистической оценки параметров. С помощью метода максимального правдоподобия оцениваются множители Лагранжа условного максимума энтропии непосредственно через первичные данные, причем критерий правдоподобия обеспечивает максимальный учет информации выборочной совокупности о параметрах решаемой задачи.

Взаимосвязь информации, энтропии и правдоподобия, объединение принципов инвариантности, максимума энтропии и правдоподобия дают возможность с единой информационной точки зрения описать процедуру преобразования информации от регистрации первичных данных до параметров рассматриваемой модели. Информационная трактовка этой процедуры позволяет решить задачу установления соответствия между доступной информацией и требуемыми в процессе решений параметрами системы даже при наличии “ножниц” между необходимой и доступной информацией. Неопределенность, присущая подобной процедуре преобразования информации весьма естественным образом учитывается введением информационной энтропии, как одной из основных характеристик исследуемой системы. Процедуру преобразования исходной информации в численные значения измеряемых параметров или показателей, будем называть моделью *наблюдения*. Точность или адекватность модели наблюдения также формализуется с использованием понятия энтропии.

В общем виде модель наблюдения можно описать следующим образом. Известно , что моменты однозначно определяют распределения случайных величин при выполнении некоторых условий. К основным характеристикам или моментам случайной величины следует отнести: область ее определения (нормировка), меру положения (среднее) и меру разброса (дисперсия). Более высокие моменты корректируют ожидаемые частоты или вероятности для значений, находящихся в интервале с серединой и шириной, определяемыми первым и вторым моментами. Для большинства расчетов и, в частности, для интервального оценивания достаточную точность обеспечивает знание первых трёх моментов или, в общем случае, какого-либо конечного числа. Учет информации о распределении, которая содержится в моментах, и о моментах через данные выборочной совокупности осуществляется с помощью принципов максимума энтропии и правдоподобия: принцип максимума энтропии при заданных моментах позволяет определить вид распределения, а метод максимального правдоподобия – оценить моменты через наблюдаемые данные, получаемые непосредственно при регистрации этих данных. Целесообразно использовать три момента - нормировку, среднее и дисперсию. Возможности применения моментов более высокого порядка при расчете многомерных задач ограничены временем расчета и памятью ПК. В этом случае, как известно [3, 5], самосогласованной функцией распределения является усеченное нормальное распределение. Принцип инвариантности находит здесь отражение в факте независимости найденного распределения от детальных характеристик данных выборочной совокупности.

Предлагаемая модель наблюдения позволяет устанавливать взаимосвязь параметров, описывающих систему, на уровне их средних значений и дисперсий: соотношения между средними значениями описывают причинные корреляции между параметрами; соотношения между средними и дисперсиями позволяют оценить результаты воздействия случайных и неучтенных факторов, то есть неопределенности значений параметров; соотношения между дисперсиями позволяют установить связь между неопределенностями значений параметров.

Весьма интересно появление термодинамической энтропии рядом с информационной при рассмотрении вопросов экологии. Однако случайно это или неслучайно – покажет время.

Пользуясь представленной методологией, опишем в деталях процедуру измерения параметра, принимающего точечные значения, то есть процедуру нахождения его "истинного" значения[2)] .

Интервал *всех* возможных значений параметра, которые могут быть получены в процессе измерений, называется *генеральной совокупностью*. Именно генеральная совокупность содержит всю информацию об измеряемом параметре. Однако в процессе измерения или наблюдения за параметром могут быть получены только дискретное и *конечное* число результатов. Эта совокупность результатов будет называться *выборочной совокупностью*.

Общей задачей статистики является оценка параметров генеральной совокупности через параметры выборочной совокупности, то есть, в конечном счёте, по результатам экспериментов.

Пусть в результате серии измерений параметра X получены численные данные выборочной совокупности: $x_1, x_2, x_3, \dots x_n$. Можно ли из этих значений принять какое-либо за истинное? Нет! Дело в том, что в процессе измерения возникают непреодолимые случайные факторы, которые всякий раз искажают истинное значение измеряемого параметра. Эти непреодолимые и случайные факторы можно учесть только введя функцию распределения вероятностей для значений генеральной совокупности. *Через использование функции распределения вероятностей для генеральной совокупности мы заведомо вводим*

[2)] Следуя [6]

учёт неопределённости, связанной с влиянием неконтролируемых факторов на результаты измерений. Обозначим плотность распределения вероятностей (ПРВ) случайной величины X через $f(x)$. Таким образом, измеряемый параметр X должен представляться парой $(x, f(x))$

Известно, что при выполнении определённых условий функция распределения полностью определяется своими моментами. Ситуация схожа с той, которая возникает при представлении аналитической функции с помощью ряда Тейлора, где функция полностью определяется заданием всех производных в точке, которых - бесконечное счётное множество. Однако для большинства расчётных задач при хорошей сходимости ряда достаточным является учёт всего нескольких членов ряда.

Аналогично и в статистических задачах оценивания значений параметров. Здесь, вообще говоря, при описании измеряемого параметра с помощью свойств случайной величиной (СВ) достаточно знания её первых нескольких моментов. Для оценки же величины значения измеряемого параметра и разброса его значений (точности определения) в подавляющем большинстве задач достаточным оказывается знание первых трёх моментов: нормировки, среднего и дисперсии, которые определяются через ПРВ по формулам:

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx \qquad (\textit{нормировка} - \text{нулевой момент СВ}) \qquad (1)$$

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \qquad (\textit{среднее} - \text{первый момент СВ}) \qquad (2)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx \qquad (\textit{дисперсия} - \text{второй момент СВ}) \qquad (3)$$

Случайные факторы настолько случайны, что для них даже распределения вероятностей неизвестны. Однако принцип инвариантности говорит о том, что для них можно выбрать и модельные распределения, поскольку "сумма" этих модельных распределений асимптотически всё равно будет подчиняться нормальному закону распределения. А решение вариационной задачи максимума энтропии при известных значениях нормировки, среднего и дисперсии даёт также непосредственно нормальное распределение или его усечённый вид.

Об этом же говорит и центральная предельная теорема (ЦПТ) теории вероятностей, как пример проявления "работы" принципа инвариантности: пусть случайная величина X имеет среднее значение μ и дисперсию σ^2. Если σ^2 конечно, то при стремлении объёма выборки n к бесконечности распределение выборочного среднего

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i \qquad (4)$$

будет стремиться к нормальному со средним μ и дисперсией σ^2/n. Заметим, что здесь ничего не предполагается относительно конкретики функции распределения $f(x)$ случайной величины X.

Формула (4) представляет собой пример важного соотношения, устанавливающего связь между параметром генеральной совокупности μи его оценкой $\hat{\mu} = \bar{x}$, вычисленной по данным выборочной совокупности, то есть по результатам реальных измерений.

Существуют разные методы оценки параметров генеральной совокупности по данным выборочной совокупности. Разные методы приводят в общем-то к близким численным результатам при больших объёмах выборки, однако свойства полученных оценок могут и отличаться (несмещённость, эффективность, состоятельность). Одним из распространённых методов является метод, использующий принцип максимального правдоподобия. Для оценок среднего и дисперсии генеральной совокупности метод максимального правдоподобия даёт следующие выражения:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i \qquad (5)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=n}(x_i - \hat{\mu})^2 \qquad (6)$$

Эти оценки обладают всеми перечисленными свойствами. В этом и состоит достоинство метода оценок параметров генеральной совокупности с использованием принципа максимального правдоподобия.

Зная $\hat{\mu}$ оценки и $\hat{\sigma}^2$для параметров μ и σ^2 ПРВ $f(x)$ можно задаться вопросом: какова вероятность $Pr\{\gamma\epsilon(\alpha,\beta)\}$ того факта, что при очередном измерении X, что будет получено значение γ, лежащее в интервале (α,β)? Ответ очевиден:

$$Pr\{\gamma\epsilon(\alpha,\beta)\} = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \qquad (7)$$

Интервал (α,β) называется в статистике *доверительным интервалом*, а величина $\varepsilon = Pr\{\gamma\epsilon(\alpha,\beta)\}$ - вероятностью или *надёжностью* доверительного интервала.

Таким образом об истинном значении параметра X в результате проведения серии измерений можно лишь сказать, что его значение находится в интервале (α,β) с надёжностью ε. С надёжностью ε результат очередного измерения попадёт именно в этот интервал. Причём при использовании только двух характеристик μ и σ^2 полученный результат нашего измерения ничего не говорит о том, например, в левой или правой части доверительного интервала больше всего следует ожидать результат очередного измерения? Это является следствием того факта, что при определении параметров ПРВ мы использовали лишь параметры положения величины (среднее) и разброса (дисперсии). Рассмотрение же моментов более высокого порядка в разложении ПРВ и оценка их по данным выборочной совокупности даст возможность учитывать и несимметрию расположения результатов измерения в доверительном интервале, а также более тонкие эффекты измерения.

Обобщая, можно сказать, что результат измерения СВ X необходимо оформлять следующим образом:

$$\hat{\mu} - \xi\cdot\hat{\sigma} \le x \le \hat{\mu} + \xi\cdot\hat{\sigma};\ \ \varepsilon = Pr\{x\epsilon(\hat{\mu} - \xi\cdot\hat{\sigma}, \hat{\mu} + \xi\cdot\hat{\sigma})\} \qquad (8)$$

Здесь ξ ("кси")- произвольное число, задающее отклонение от среднего $\hat{\mu}$ в единицах среднеквадратичного отклонения $\hat{\sigma}$; первое двойное неравенство показывает симметричный интервал шириной $2\cdot(\xi\cdot\hat{\sigma})$ относительно среднего $\hat{\mu}$, в котором зафиксировано измеряемое значение, а второе выражение определяет надёжность ε или степень достоверности полученного результата, которое можно выразить более компактно:

$$\varepsilon = \Pr(|x-\hat{\mu}| < \xi\cdot\hat{\sigma}) = 2\Phi(\xi). \qquad (9)$$

Здесь $$\Phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\xi} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt \qquad (10)$$

Таблица 1

№ *п/п*	$\boldsymbol{\xi}$	$\boldsymbol{\varepsilon}$
1.	1	0.6826
2.	2	0.9544
3.	3	0.9973
4.	4	0.999936
5.	5	0.999994

известная функция Лапласа, протабулированная, например, в [8]. В табл. 1 приведены значения $\boldsymbol{\varepsilon}$при разных полуширинах доверительного интервала $\boldsymbol{\xi}$ в единицах σ. Так, например, при $\xi = 3$ (третья строка в табл. 1) получаем: $\boldsymbol{\varepsilon} = \Pr(|x-\mu| < 3\cdot\sigma) = 2\Phi(3) = 0.9973$, то есть вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше утроенного среднеквадратичного отклонения равна 0.9973.

С помощью параметра ξ можно задавать требуемую надёжность вывода по результатам измерения и определить его значение заранее. Параметр σ задаёт точность прибора или метода измерения. Если первый параметр можно задать исходя из целесообразности применения результата измерения, то значение второго параметра задаётся жёстко и определяется конструктивными свойствами прибора и методами оценивания.

Правило трёх сигм. Вероятность того, что абсолютная величина отклонения превысит утроенное среднеквадратичное отклонение, очень мала, а именно равна $1-0.9973 = 0.0027$. Это означает, что лишь в 0.27% случаев так может произойти. Таким образом, исходя из принципа невозможности маловероятных событий, можно считать практически невозможными. В этом и состоит сущность правила трёх сигм: *если случайная величина распределена нормально, то абсолютная величина её отклонения от среднего не превосходит утроенного среднеквадратичного отклонения.*

Использование отклонения ξ от среднего $\hat{\mu}$ в единицах $\hat{\sigma}$ - есть работа со СВ Ξ ("кси"), определяемой соотношением:

$$X = \mu + \Xi \cdot \sigma, \qquad (11)$$

процедура же перехода $X \to \Xi$ называется процедурой нормализации СВ X. В данном случае эта процедура оказывается предельно простой, выражаемой равенством (11).

Рассмотрим ещё одни аспект применения правила трёх сигм, что может привести к ряду "правил n сигм". Поскольку вместо истинных значений μ и σ мы использовали их оценочные значения, погрешности самих значений $\hat{\mu}$ и $\hat{\sigma}$ требуют какой-то своей содержательной проверки. Самым простым способом здесь является проверка на самосогласованность результатов измерений и вывода в виде интервала (8).

После завершения серии измерений и вычисления параметров интервала (8) необходимо вычислить относительную частоту попадания в этот интервал выборочных значений. Если относительная частота попадания значений выборки согласуется с в заданной надёжностью ε, то результат оценки параметра X можно считать положительным. В противном случае мы вынуждены будем расширить доверительный интервал ещё на одну $\hat{\sigma}$ и снова повторить тест по относительным частотам. При этом доверительный интервал становится шире, но надёжность вывода увеличивается в соответствии с данными табл. 1. Процедура расширения доверительного интервала повторяется до тех пор, пока не будет установлена самосогласованность результатов.

Таким образом, если на каком-то шаге нам удаётся достигнуть самосогласованности результатов измерения и вычисления, то имеются основания предполагать, что изучаемая нормализованная величина в заявленном приближении распределена нормально, а в процедуре нормализации учтены все функциональные зависимости влияющие на поведение исходного параметра. В противном случае мы должны будем констатировать, что в данном приближении измеряемый параметр не подчиняется нормальному закону распределения, а в процедуре нормализации не учтены некоторые существенные факторы влияния.

Литература

1. Энергетика, рынок, экология и вызов цивилизации
Пожалуй, самой зловещей тенью, зависшей над будущим Человечества, является бесконтрольное использование колоссальных объёмов энергии. “Брачный союз” рынка с энергетикой способен породить экологическое чудовище, которое “пожрет” все живое на Земле кроме, быть может, прокариот – изначальной формы жизни.
https://www.dropbox.com/s/7zui96s0cic86jl/Energy.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/5G2H/3xWSS7Cc4
https://www.academia.edu/40942849/
http://vixra.org/pdf/1911.0276v1.pdf

2. Энергетика, рынок, экология и вызов цивилизации-2
Вслед за предыдущей статьёй. Данная работа содержит важный результат (7) по теме доклада ООН от 06.05.2019 . В этой статье, в термодинамическом 0-приближении, приведена зависимость температуры термодинамической системы от энтропии.
https://www.dropbox.com/s/1fwf38vohx8d80s/Entropy-1.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/4qZm/42n9nFeWA
https://www.academia.edu/41028531/
http://vixra.org/abs/1911.0389?ref=10943623

3. Energy, market, ecology and the challenge of civilization-**3**
Общая постановка проблемы представлена в работе [1].
Здесь мы предлагаем общий алгоритм термодинамического решения, приведенный в [2].
https://www.dropbox.com/s/ij4h305uqdp628e/Entropy-3.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/4sMC/2QuyYpgam

https://www.academia.edu/41381264/
http://vixra.org/pdf/1912.0408v1.pdf

4. Принципы обработки информации в одной модели наблюдения
https://www.dropbox.com/s/wchprqwtuyinmxi/Priniples.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/FEg7/auvLxg5UK
https://www.academia.edu/32452662/

5. A.C. Wilson. Entropy in urban and regional modelling. Pion Limited. London, 1970.
Перевод на русский: Вильсон Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем. М., Наука , 1978
Книга посвящена применению методов статистической физики для моделирования процессов в сложных системах, какими являются экономические, социальные, городские организационные системы и т. п.
https://www.dropbox.com/s/8vwl7ilm6yt6gtp/Vilson2.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/2zkQ/2LdV3Mn8i
https://www.academia.edu/41516571/Vilson_A.C._Entropy_in_urban_and_regional_modelling._Pion_Limited._London_1970

6. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов, 4-е изд. дополненное. "Высшая школа". М., 1972.
Содержит в основном весь материал программы по теории вероятностей и математической статистики.
https://www.dropbox.com/s/bnyqij7taiwrvag/Gmurman1972ru-a.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/2R4j/3KRsxfKoE
https://www.academia.edu/41543672/

9 изд., стер. М.: Высш. шк., 2003. - 479 с. (ISBN 5-06-004214-6). Книга (8-е изд. 2002г.)

Application

Energy, market, ecology and the challenge of civilization-(4)

V. A. Kasimov (E-mail: quadrica-m@mail.ru)

Principles of information processing for predicting thermodynamic parameters of the environment in the problems presented in[1], [2], [3].

Principles of information processing

"Solving the problems Morris calls the 'curse of the theorist' is extremely difficult because of the not infrequent contradiction between the adequacy of the model and the availability of the necessary information. Attempts to solve analytical problems related to the practical implementation of measurement procedures and related tasks solved in real time are always accompanied by a disturbing thought for the developer about the lack of data in the existing information flow. The curse of the theorist is his tactless colleague, who suddenly exclaimed that the model is really good, but it is impossible to collect the necessary initial data for it. Here, the theorist is given two possibilities: either he describes an adequate but non-functional model, or he develops a workable model, allowing the existence of 'scissors' between the necessary and available information".

If we take into account, for example, the problem of measuring the mass of an elementary particle, then it should be noted at once: for measuring the mass of an elementary particle, there is no direct tool similar to that used in classical physics in the form of weights or dynamometers. Here we use indirect data, for example – the results of cross-sections and scattering angles and others (there are many). In short, what is actually measured is not directly the required parameters, but what is available for observation and measurement. The intermediary between the parameters that require evaluation or measurement and the available data is some theories that provide measurement procedures with functional connections between the measured and target parameters.

It is known that *random factors interfere with the measurement process and the complete exclusion of their influence is irresistible.* Therefore, the mathematical apparatus that adequately describes such procedures is the theory of probability and mathematical statistics, the basic concepts of which are probabilities and probability distribution functions. Then to evaluate the parameters of the problems, it is necessary, first, to find the type of distribution functions of indicators or quantities, and secondly, to evaluate the parameters of the distribution functions, the parameters of the measurement model on the primary data that are really available and reliable.

And here we see the emergence of another point that accompanies the measurement procedures (along with the inevitable intervention of random factors), forcing us to introduce an essential element of uncertainty into the measurement theory. The measure of this uncertainty will reflect the "width of the scissors" between the necessary and available information.

In solving such problems, it is necessary to distinguish several mutually additional aspects.

The first aspect is related to the use of the so-called invariance principle, clearly formulated by Donsker on the basis of the ideas of Kolmogorov (1935), Erdesh and Katz (1946,1947). Further development of the method is associated with the works of Doob (1956), Prokhorov (1953,1956), Skorokhod (1956), Billingsley and others. The application of the invariance principle is based on the apparatus of limit theorems of probability theory. The phenomenological basis for the application of this principle is the well-known fact of non-rigid dependence of the distributions of macroparameters on the microcharacteristics of the system, which makes it possible to use model distributions for the latter. In physics, for example, the fact is known: the limit macro-distribution for particles subject to Fermi and Dirac statistics is the general Maxwell distribution.

There are different partial formulations of the invariance principle associated with specific studies of a number of authors and the simplest version of the principle is given by the formulation of the Central Limit Theorem of probability theory.

The manifestation of this principle in the description of physical systems is well known. Apparently, it is to the formulation of the invariance principle at the heuristic level that we owe the successful description of statistical systems, that is, systems with many internal degrees of freedom, using thermodynamic methods. In general, such systems include those in which the relatively deterministic nature of the observed processes is combined with their stochastic nature. The principle of invariance is also widely and successfully used in the study of organizational and economic systems. The formal model of systems of this class, which are called macrosystems, describes the transformation of random interelement connections (*microlevel*) into some quite regular process (*macrolevel*).

Thus, the principle of invariance makes it possible to establish dependencies between the characteristics described by two types of parameters: the properties of parameters (macro-) of one type are determined through the properties of many parameters (micro-) of another type.

The second aspect is related to the use of the concept of *information entropy* and the variational *principle of the maximum of information entropy*, which allow us to obtain the type of distribution under various forms of restrictions. The parameters of the resulting distributions are Lagrange multipliers that take into account information about the type of distribution.

The application of the maximum entropy principle allows us to take into account the most "conscientious" information about the type of distribution function. The essence of the case is as follows. Most often, the properties of random variables are expressed as equalities of some combinations of their values. Such restrictions carry certain information about the type of distributions of random variables. In this case, the solution to the problem of determining the type of distribution must take into account the information contained in these restrictions and only this information. Classical works on the theory of information, establishing the relationship between the concepts of entropy and information allow us to interpret the principle of maximum entropy in this way.

In modern physics, the principle of maximum entropy is one of the main methodological principles, and the concept of entropy is a universal characteristic of all physical processes and serves as a fundamental unifying basis. The full implementation of the principles of invariance and maximum entropy is found in the thermodynamic limit of statistical theories considered using Gibbs ensembles. The effectiveness of application in various fields of knowledge puts the principle of maximum entropy in a number of fundamental principles in the study of complex systems.

The application of *the maximum likelihood principle* is *the third aspect* of solving the problems of processing direct measurement results and evaluating the parameters of the considered control model. The existence of a connection between entropy and the likelihood function, established according to Wilson [4] by Lindley, allows us to develop an information (entropy) interpretation of the procedure for statistical estimation of parameters. Using the maximum likelihood method, the Lagrange multipliers of the conditional maximum of entropy are estimated directly through the primary data, and the likelihood criterion provides maximum accounting of the information of sample population about the parameters of the problem to be solved.

The relationship of information, entropy and likelihood, the combination of the principles of invariance, maximum entropy and likelihood make it possible from a single information point of view to describe the procedure for converting information from the registration of primary data to the parameters of the model under consideration. The information interpretation of this procedure allows us to solve the problem of establishing a correspondence between the available information and the system parameters required in the decision process, even if there are “scissors" between the necessary and available information. The uncertainty inherent in such a procedure of information transformation is very naturally taken into account by the introduction of information entropy, as one of the main characteristics of the system under study. The procedure for converting the initial information into numerical values of the measured parameters or indicators, we will call the *model of observation*. The accuracy or adequacy of the observation model is also formalized using the concept of entropy.

In general, the observation model can be described as follows. It is known that moments uniquely determine the distributions of random variables under certain conditions. The main characteristics or moments of a random variable include: the area of its definition (normalization), the measure of position (average) and the measure of dispersion (dispersion). Higher moments adjust the expected frequencies or probabilities for values in the mid-range and width range determined by the first and second moments. For most calculations, and in particular for interval estimations, the knowledge of the first three moments or, in general, a finite number provides sufficient accuracy. Accounting for information about the distribution, which is contained in the moments, and the moments through the data of the sample population is carried out using the principles of maximum entropy and likelihood: the principle of maximum entropy at given moments allows us to determine the type of distribution, and the maximum likelihood method – to estimate the moments through the observed data obtained directly when registering these data. It is advisable to use three moments - normalization, average and dispersion. In this case, as is known, the self-consistent distribution function is the truncated normal distribution. The principle of invariance is reflected here in the fact that the found distribution is independent of the detailed characteristics of the sample data.

The proposed observation model allows to establish a relationship between the parameters describing the system, at the level of their average values and variances: ratios between the average values describe causal correlations between parameters; the ratio between the average and variances allow us to estimate the impact of random and unaccounted factors, i.e., uncertainty of parameter values; the ratio between the variances provide the link between the uncertainties of parameter values.

Very interesting is the appearance of thermodynamic entropy next to information when considering environmental issues. However, whether it is accidental or not, time will tell.

Using the presented methodology, we will describe in detail the procedure for measuring a parameter that takes point values, that is, the procedure for finding its "true" value.

The range of *all* possible parameter values that can be obtained in the measurement process is called the *general population*. It is the general population that contains all the information about the measured parameter. However, only a discrete and finite number of results can be obtained by measuring or observing a parameter. This set of results will be called a *sample set*.

The general task of statistics is to estimate the parameters of the General population through the parameters of the sample population, that is, ultimately, by the results of experiments.

Let a series of measurements of the parameter X result in the numerical data of the sample population: $x_1, x_2, x_3, \dots\ x_n$. Can any of these values be taken as true? No! The fact is that in the process of measurement there are insurmountable random factors that every time distort the true value of the measured parameter. These insurmountable and random factors can be taken into account only by entering the probability distribution function for the values of the general population. *Through the use of the probability distribution function for the general population, we knowingly introduce accounting for the uncertainty associated with the influence of uncontrolled factors on the measurement results.* Denote the probability distribution density (PDD) of a random variable X through $f(x)$. Thus, the measured parameter X must be represented by a pair $(x, f(x))$

It is known that when certain conditions are met, the distribution function is completely determined by its moments. The situation is similar to that which occurs when an analytical function is represented by a Taylor series, where the function is completely determined by defining all the derivatives at a point. There are an infinite countable set of derivatives. However, for most computational problems with good convergence of the series, it is sufficient to take into account only a few members of the series.

Similarly, in statistical problems of estimation of parameter values. Here, generally speaking, when describing a measured parameter using the properties of a random variable (RV), it is sufficient to know its first few moments. To estimate the value of the measured parameter and the spread of its values (accuracy) in the vast majority of problems, it is sufficient to know the first three points: the normalization, the average and the variance, which are determined through the PDD by the formulas:

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx \qquad (\textit{normalization} - \text{zero moment of RV}) \qquad (1)$$

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) \qquad (\textit{average value} - \text{first moment of RV}) \qquad (2)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}(x-\mu)^2 f(x)dx \qquad (dispersion - \text{second moment of RV}) \tag{3}$$

Random factors are so random that even probability distributions are unknown for them. However, the invariance principle suggests that model distributions can also be chosen for them, since the "sum" of these model distributions will still asymptotically obey the normal distribution law. And the solution of the variational problem of the entropy maximum at known values of normalization, mean, and dispersion also gives a directly normal distribution or its truncated form.

This is also indicated by the central limit theorem (CLT) of probability theory, as an example of the manifestation of the "work" of the invariance principle: let a random variable X have an average value of μ and a variance of σ^2. If σ^2 is finite, then when the sample size n tends to infinity, the distribution of the sample mean

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i \tag{4}$$

will tend to normal distribution with an average μ and a variance σ^2/n. Note that nothing is assumed here about the specifics of the distribution function $f(x)$ of the random variable X.

Formula (4) is an example of an important relationship that establishes the relationship between the parameter of the general population and its estimate $\hat{\mu} = \bar{x}$, calculated from the data of the sample population , that is, from the results of real measurements.

There are different methods for estimating the parameters of the general population from the data of the sample population. Different methods lead in general to similar numerical results for large sample sizes, but the properties of the obtained estimates may differ (unbiasedness, efficiency, consistency). One of the most common methods is a method that uses the maximum likelihood principle. For estimates of the mean and variance of the general population, the maximum likelihood method gives the following expressions:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i \tag{5}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=n}(x_i - \hat{\mu})^2 \tag{6}$$

These estimates have all the listed properties. This is the advantage of the method of estimating the parameters of the General population using the principle of maximum likelihood.

Knowing the estimates of $\hat{\mu}$ and σ^2 for the parameters μ and σ^2 PDD $f(x)$, one can ask the question: what is the probability $Pr\{\gamma\epsilon(\alpha,\beta)\}$ of the fact that the next measurement of X, that the value of γ lying in the interval (α,β) will be obtained? The answer is obvious:

$$Pr\{\gamma\epsilon(\alpha,\beta)\} = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \tag{7}$$

The interval (α,β) is called the *confidence interval* in statistics, and the value $\varepsilon = Pr\{\gamma\epsilon(\alpha,\beta)\}$ is the probability or *reliability* of the confidence interval.

Thus, the true value of the parameter X as a result of a series of measurements can only be said that its value is in the range (α,β) with the reliability of ε. With reliability ε the result of the next measurement will fall into this interval. Moreover, when using only two characteristics μ and σ^2, the result of our measurement does not say anything about, for example, in the left or right part of the confidence interval, the result of the next measurement should be expected most of all? This is a consequence of the fact that we used only the parameters of the position of the quantity (average) and the dispersion (dispersion) in determining the parameters of the PDD. Consideration of higher-order moments in the PDD decomposition and their estimation according to the sample data will make it possible to take into account the asymmetry of the location of the measurement results in the confidence interval, as well as more subtle measurement effects.

Generalizing, we can say that the result of the measurement of RV X should be designed as follows:

$$\hat{\mu} - \xi \cdot \hat{\sigma} \leq x \leq \hat{\mu} + \xi \cdot \hat{\sigma}; \;\; \varepsilon = Pr\{x\epsilon(\hat{\mu} - \xi \cdot \hat{\sigma}, \hat{\mu} + \xi \cdot \hat{\sigma})\} \tag{8}$$

Here ξ is an arbitrary number that specifies the deviation from the mean $\hat{\mu}$ in units of the standard deviation $\hat{\sigma}$; the first double inequality shows a symmetric interval of width $2 \cdot (\xi \cdot \hat{\sigma})$ relative to the mean $\hat{\mu}$, in which the measured value is fixed, and the second expression determines the reliability of ε or the degree of reliability of the result, which can be expressed more compactly:

$$\varepsilon = \Pr(|x - \hat{\mu}| < \xi \cdot \hat{\sigma}) = 2\Phi(\xi). \tag{9}$$

Here

$$\Phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\xi} e^{-\frac{t^2}{2}} \, dt \tag{10}$$

a well-known and calibrated Laplace function.

In Table 1 the values of $\boldsymbol{\varepsilon}$ for different half-widths of the confidence interval $\boldsymbol{\xi}$ in units of σ are given. So, for example, when $\xi = 3$ (the third line in the table. 1), we obtain: $\boldsymbol{\varepsilon} = \Pr(|x - \mu| < 3 \cdot \sigma) = 2\Phi(3) = 0.9973$, that is, the probability that the deviation in absolute value will be less than three times the standard deviation is 0.9973.

You can use the ξ parameter to set the required reliability of the output from the measurement results and determine its value in advance. The parameter σ specifies the accuracy of the instrument or measurement method. If the first parameter can be set based on the feasibility of applying the measurement result, the value of the second parameter is set rigidly and is determined by the design properties of the device and methods of evaluation.

Table 1

№	$\boldsymbol{\xi}$	$\boldsymbol{\varepsilon}$
1.	1	0.6826
2.	2	0.9544
3.	3	0.9973
4.	4	0.999936
5.	5	0.999994

The three sigma rule. The probability that the absolute value of the deviation exceeds the tripled standard deviation is very small, namely $1 - 0.9973 = 0.0027$. This means that only in 0.27% of cases this can happen. Thus, based on the principle of the impossibility of unlikely events, it can be considered almost impossible. This is the essence of the three sigma rule: *if a random variable is distributed normally, then the absolute value of its deviation from the mean does not exceed the tripled standard deviation.*

Using the deviation ξ from the mean $\hat{\mu}$ in units σ is working with RV Ξ, determined by the ratio:

$$X = \mu + \Xi \cdot \sigma, \tag{11}$$

the procedure of transition $X \rightarrow \Xi$ is called the procedure of normalization RV X. In this case, this procedure is extremely simple and expressed by equality (11).

Consider another aspect of applying the three sigma rule, which can lead to a number of " n sigma rules". Since we used their estimated values instead of the true values of μ and σ, the errors of the values of $\hat{\mu}$ and $\hat{\sigma}$ themselves require some kind of meaningful verification. The easiest way here is to check for self-consistency of the measurement results and output in the form of an interval (8).

After completing the series of measurements and calculating the parameters of the interval (8), it is necessary to calculate the relative frequency of the sample values falling into this interval. If the relative frequency of hit values of the sample is consistent with the given reliability ε, then the result of the evaluation of the parameter X can be considered positive. Otherwise, we will have to extend the confidence interval by one more $\hat{\sigma}$ and repeat the test on relative frequencies again. In this case, the confidence interval becomes wider, but the reliability of the output increases in accordance with the data in the table. 1. The confidence interval extension procedure is repeated until the results are self-consistent.

Thus, if at some step we manage to achieve selfconsistency of the measurement and calculation results, then there are grounds to assume that the studied normalized value in the claimed approximation is distributed normally, and the normalization procedure takes into account all functional dependencies that affect the behavior of the original parameter. Otherwise, we will have to state that in this approximation, the measured parameter does not obey the normal distribution law, and the normalization procedure does not take into account some significant factors of influence.

Literature

1. Energy, market, ecology and the challenge of civilization.
Perhaps the most sinister shadow hanging over the future of Humanity is the uncontrolled use of enormous amounts of energy. The ”marriage Union "of the market with energy can create an ecological monster that will "devour” all life on Earth except, perhaps, prokaryotes – the original form of life.
https://www.dropbox.com/s/7zui96s0cic86jl/Energy.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/5G2H/3xWSS7Cc4
https://www.academia.edu/40942849/
http://vixra.org/pdf/1911.0276v1.pdf

2. Energy, market, ecology and the challenge of civilization-2.
Following the previous article. This work contains an important result (7) on the topic of the UN report of 06.05.2019 . In this paper, in the thermodynamic 0-approximation, the dependence of the temperature of a thermodynamic system on entropy is given.
https://www.dropbox.com/s/1fwf38vohx8d80s/Entropy-1.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/4qZm/42n9nFeWA
https://www.academia.edu/41028531/
http://vixra.org/abs/1911.0389?ref=10943623

3. Energy, market, ecology and the challenge of civilization-**3**
The general statement of the problem is presented in [1].
Here we propose a general algorithm for the thermodynamic solution given in [2].
https://www.dropbox.com/s/ij4h305uqdp628e/Entropy-3.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/4sMC/2QuyYpgam
https://www.academia.edu/41381264/
http://vixra.org/pdf/1912.0408v1.pdf

4. Principles of information processing in a single observation model (Russian)
https://www.dropbox.com/s/wchprqwtuyinmxi/Priniples.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/FEg7/auvLxg5UK
https://www.academia.edu/32452662/

5. A.C. Wilson. Entropy in urban and regional modelling. Pion Limited. London, 1970
Перевод на русский: Вильсон Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем. М., Наука , 1978.
Книга посвящена применению методов статистической физики для моделирования процессов в сложных системах, какими являются экономические, социальные, городские организационные системы и т. п.
https://www.dropbox.com/s/8vwl7ilm6yt6gtp/Vilson2.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/2zkQ/2LdV3Mn8i
https://www.academia.edu/41516571/Vilson_A.C._Entropy_in_urban_and_regional_modelling._Pion_Limited._London_1970

6. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов, 4-е изд. дополненное. "Высшая школа". М., 1972.
Содержит в основном весь материал программы по теории вероятностей и математической статистики.
https://www.dropbox.com/s/bnyqij7taiwrvag/Gmurman1972ru-a.pdf?dl=0
https://cloud.mail.ru/public/2R4j/3KRsxfKoE
https://www.academia.edu/41543672/

9 изд., стер. М.: Высш. шк., 2003. - 479 с. (ISBN 5-06-004214-6). Книга (8-е изд. 2002г.)