Logique mathématique sur un monoïde M

A.Balan

January 4, 2019

Abstract

Une structure monoïdale code les tables de vérité de la logique mathématique

1 Le monoïde M

Le monoïde M est engendré par trois générateurs X, δ, η, η'. On a :

$$1 = X\delta$$

$$0 = \delta X$$
$$et = X$$
$$ou = \delta$$
$$(= \eta$$
$$) = \eta'$$

2 Les relations

Les relations sont données par les tables de vérité.

$$\eta\eta' = \emptyset$$

$$\eta X\delta\eta' = X\delta$$
$$\eta\delta X\eta' = \delta X$$

Pour le "et", on a :

$$\eta X\delta X\delta X\eta' = \delta X$$
$$\eta\delta XXX\delta\eta' = \delta X$$
$$\eta\delta XX\delta X\eta' = \delta X$$
$$\eta X\delta XX\delta\eta' = X\delta$$

Pour le "ou", on a :

$$\eta\delta X\delta X\delta\eta' = X\delta$$
$$\eta X\delta\delta\delta X\eta' = X\delta$$
$$\eta X\delta\delta X\delta\eta' = X\delta$$
$$\eta\delta X\delta\delta X\eta' = \delta X$$

3 Le ”non”

Le ”non” est une involution du monoïde M. Elle est donnée par :

$$non(X) = \delta$$

$$non(\delta) = X$$
$$non(\eta) = \eta$$
$$non(\eta') = \eta'$$